

I Olimpiada de Matemáticas

Colegio Don Orione, Quintero 2016

Prueba Final Sábado 29 de Octubre

Nivel III

Problema 1: Sea $ABCD$ un rombo tal que $\angle DAB = 60$. Si se toman los puntos medios M, N, O, P de $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ y \overline{DA} respectivamente. ¿Que tipo de cuadrilátero es el $MNOP$?

Problema 2: Determine todas las soluciones (x, y) enteras no negativas de

$$2^x - 2^y = 1$$

Problema 3: ¿Podemos seleccionar signos $+$ y $-$ de manera tal que

$$1 \pm 2 \pm \dots \pm 9 \pm 10$$

sea igual a 0?

Problema 4: Panchito reprobó a Sebastián con la última prueba de matemáticas, este indignado va donde el profesor a exigir explicaciones y Panchito le dice: “Te apruebo con 7 si me ganas el siguiente juego, si no, te repruebo con un 1...”. Sebastián, seguro de sus capacidades acepta, luego Panchito le dice las reglas del juego:

- El que comienza puede decir el número 1 ó 2
- El que sigue puede decir el numero $n + 1$ ó $n + 2$, donde n es el número que mencionó el jugador anterior.
- Gana el que llegue primero a 21.

Después de un momento de silencio Sebastián sonríe y acepta el desafío. ¿Quién tiene la estrategia ganadora?

Justifique cuidadosamente cada una de sus respuestas

Tiempo: 2 Horas y media.