

LOGARITMOS

1. Sea $A \subseteq \mathbb{R}$, $A \neq \emptyset$ y $f : A \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1)$.
Determine A maximal de modo que f sea función.

2. Sea $A \subseteq \mathbb{R}$, $A \neq \emptyset$ y $f : A \longrightarrow]-\infty, -1]$ tal que

$$f(x) = \log_{\frac{2}{3}}\left(4 - \sqrt{x+1}\right).$$

Determine A maximal de modo que f sea función.

3. Sea $f : A \subseteq \mathbb{R} \longrightarrow]1, +\infty[$

$$x \longrightarrow \log_{3x}\left(\frac{x}{27}\right) + \log_3(x) + 1$$

Determine A maximal de modo que f sea función.

4. Sea $A \subseteq \mathbb{R}$, $A \neq \emptyset$ y $f : A \longrightarrow]-\infty, -2]$ tal que $f(x) = \frac{1}{2^{3x-1}-1}$
Determine A maximal de modo que f sea función.

5. Resuelva en \mathbb{R} las siguientes ecuaciones:

a) $2^{3x+1} - 1 = 0$ R: $-\frac{1}{3}$

b) $2^{2x+2} - 2^{x+1} = 2$ R: 0

c) $2 \cdot 9^x - 2 \cdot 3^x - 12 = 0$ R: 1

d) $3^{2x} \cdot 5^{2x-4} = 81 \cdot 15^{11-3x}$ R: 3

e) $x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x}^x$ R: $\{1, 4\}$

f) $9^{x-1} - 8 \cdot 3^{x-1} = 1$ R: 2

g) $4^{5\sqrt{x-15}} - 16^{5\sqrt{x-15}} = 0$ R: 9

h) $\left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{2}{3}$ R: 2

i) $35^x + 5 = 5(7^x) + 5^x$ R: $\{1, 0\}$

6. Reduzca a un sólo logaritmo:

a) $2\log_b(x) + 5\log_b(y) - 3\log_b(z)$	R: $\log_b\left(\frac{xy}{z}\right)$
b) $9 + \log_3(x) + \frac{1}{3}\log_3(x^2) - 2\log_3(x^3)$	R: $\log_3\left(3^9 x^{-\frac{13}{3}}\right)$
c) $\log(ab) + \log\left(\frac{a}{b}\right) - \frac{2}{\log_a(100)}$	R: $\log(a)$
d) $\log_{a-b}(a+b) - \log_{a-b}(a^2 - b^2)$	R: -1

7. Resuelva en \mathbb{R} las siguientes ecuaciones:

a) $\log_2(3x+1) = 2$	R: 1
b) $\log_3(2x^2 - 6x + 7) = 1$	R: $\{1, 2\}$
c) $\log_{x+3}(4) = -1$	R: ϕ
d) $\log_{x-1}(x+5) = 2$	R: 4
e) $2 \cdot \log_3^2(x+1) - \log_3(x+1)^2 = 4$	R: $\left\{-\frac{2}{3}, 8\right\}$
f) $\log_2(x+1) = 2 \cdot \log_4(2x+3)$	R: 4
g) $\log_2(3x+1) - \log_2(2x-5) = 3$	R: $\frac{41}{13}$
h) $\log_{\frac{1}{2}}(3x-1) - \log_2(x-1) - \log_{\frac{1}{2}}(2x+5) = -1$	R: $\frac{4+\sqrt{43}}{3}$
i) $\log_{3x}\left(\frac{3}{x}\right) + \log_3^2(x) = 1$	R: $\left\{1, \frac{1}{9}, \frac{1}{3}\right\}$
j) $\log_{2x}\left(\frac{2}{x}\right) + \log_x(2) = 1$	R: $\left\{2, \frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$
k) $\log_{3x}(81) = \log_3(x^2)$	R: $\left\{3, \frac{1}{9}\right\}$
l) $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$	R: $\{1, 2\}$

8. Resuelva en \mathbb{R} las siguientes inecuaciones:

a) $\log_2\left(\log_{\frac{1}{2}}(x-1)\right) \leq 1$	b) $\log_{\frac{1}{3}}\left(\log_3(x-1)\right) \geq -1$
c) $\log_{\frac{1}{3}}(x) + \log_3(x) \geq 1$	d) $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{x}\right) \leq \frac{\log_3(x)}{\log_3\left(\frac{1}{3}\right)}$
e) $\frac{1}{\log_2(x)} - \frac{1}{\log_2(x)-1} < 1$	f) $\log_{3x}\left(\frac{3}{x}\right) + \log_3^2(x) \leq 1$