Control Inteligente

(2022-2023)

Grado en Ingeniería Electrónica Industrial

Práctica 3:

Localización mediante Filtro de Kalman

1. Objetivo

El objetivo de esta práctica es aplicar el filtro de Kalman para que un robot conozca su localización. La práctica **se valora hasta 1,25 puntos**.

Parte 1: Robot en 1D

Trabajaremos en una simulación muy simplificada de un robot móvil. En esta primera sección el robot se moverá en una única dimensión. Supondremos que el robot se mueve por rieles en un pasillo con velocidad lineal constante. Al llegar al final del pasillo, el robot automáticamente cambia de dirección (rebota). El robot comienza inicialmente en el extremo izquierdo del pasillo (posición x=0) y es capaz de percibir un punto de referencia (*landmark*) ubicado en ese extremo izquierdo siempre que la distancia a él sea inferior al rango máximo del sensor. El robot no conoce la longitud del pasillo.

Se facilita una implementación básica en Python que contiene los siguientes *scripts*:

- main.py
- plots.py
- localizacion.py

Se deberán realizar dos tareas:

1. Analizar el efecto en la calidad de la localización variando distintos parámetros tales como el alcance del sensor y el ruido del movimiento o de medición. Deberán escogerse distintas combinaciones, obtener gráficas de cada una de ellas y justificar los resultados.
2. Para mejorar la localización, se probará a añadir más puntos de referencia a lo largo del pasillo. Para empezar, se probará con una segunda referencia en el otro extremo del pasillo. Obsérvense los resultados obtenidos. Añada más referencias a lo largo del pasillo y compare resultados. En caso de que se observen varias referencias en un determinado instante, la innovación será un promedio de las diferentes observaciones. En las figuras 1 y 2 se muestra un ejemplo sin usar filtro de Kalman y usándolo con un punto de referencia en un extremo del pasillo (posición x=0) para el caso abordado en la práctica donde la velocidad del robot es 50 cm/s, la longitud del pasillo es 200 m y el tiempo de simulación es 5.000 segundos.

Parte 2: Robot en 2D

En esta segunda parte de la práctica, se extenderá lo desarrollado en la primera parte al caso de un robot que puede moverse en dos dimensiones. Para simplificar, pondremos el robot en un movimiento circular con velocidad lineal (v) y angular (ω) constante. Al igual que antes, se irán colocando puntos de referencia con ubicación conocida para ayudar a corregir la estimación de localización del robot. En este caso, el estado del robot (*pose*) viene determinado por tres variables: las coordenadas (x,y) y el ángulo de avance (ϕ). Las ecuaciones cinemáticas que definen el modelo de movimiento serían, por tanto:

$$
\begin{aligned}
x_{t+1} &= x_t + v \cdot \delta t \cdot \cos \phi_t \\
y_{t+1} &= y_t + v \cdot \delta t \cdot \sin \phi_t \\
\phi_{t+1} &= \phi_t + \omega \cdot \delta t
\end{aligned}
$$

Pruebe a añadir ruido en la velocidad lineal y angular. La figura 3 ilustra un ejemplo con cinco puntos de referencia y el robot moviéndose en círculos teniendo como referencia para corregir su estimación en ese momento dos de los cinco puntos. La figura también incluye un caso real con tres referencias.

2. Material a entregar

Todo el material se entregará en un único archivo `zip` cuyo nombre será el siguiente (sin espacios): `P3-apellido1-nombre1-apellido2-nombre2.zip`. La documentación tendrá el mismo nombre pero con extensión `pdf`. Es decir, los alumnos "María Teresa del Castillo Gómez" y "Javier Sánchez Muñoz" subirían el archivo `P3-delCastillo-MaríaTeresa-Sánchez-Javier.zip`. El orden de los dos alumnos para nombrar los archivos será alfabético. Se realizará solo una entrega por pareja con el usuario que esté el primero en orden alfabético. Contenido:

- Informe con las tareas realizadas en un documento `pdf`. Deberá contener portada e índice con enlace a las distintas secciones. En la documentación se incluirán también extractos de los *scripts* de Python utilizados al explicar el trabajo realizado.
- Ficheros de Python (`*.py`) y cualquier otro material adicional.

La entrega se realizará a través de la plataforma https://prado.ugr.es. La fecha límite de entrega es el viernes **23 de diciembre de 2022 a las 23:59.**

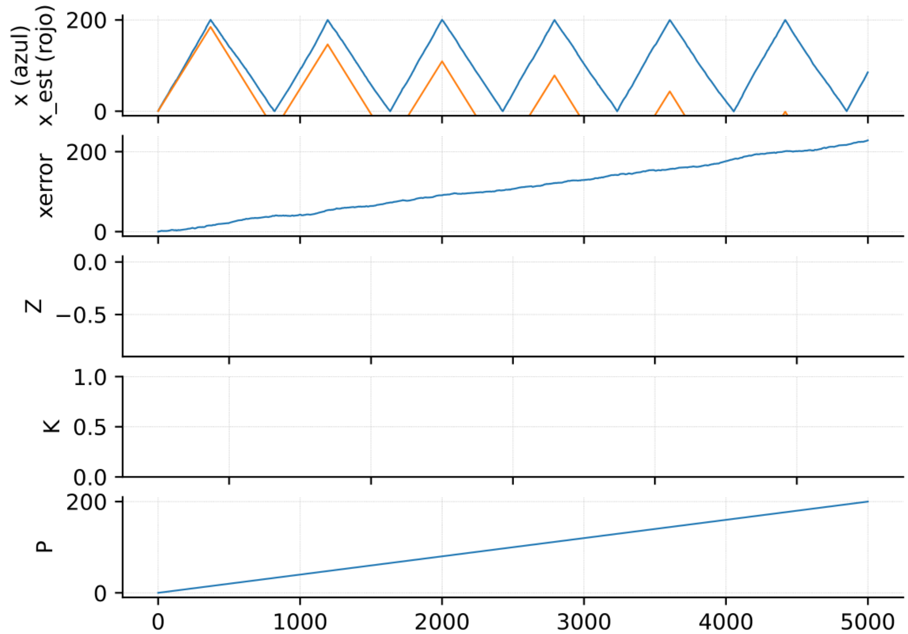


Fig. 1 – Resultados de estimación de localización exclusivamente odométrica (longitud del pasillo de 200 m y tiempo máximo 5.000 segundos)

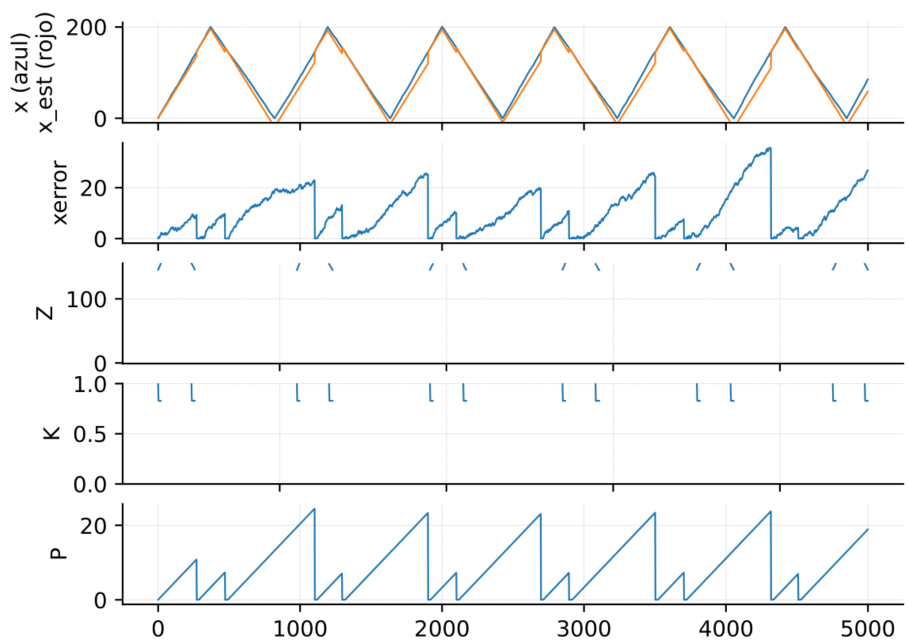
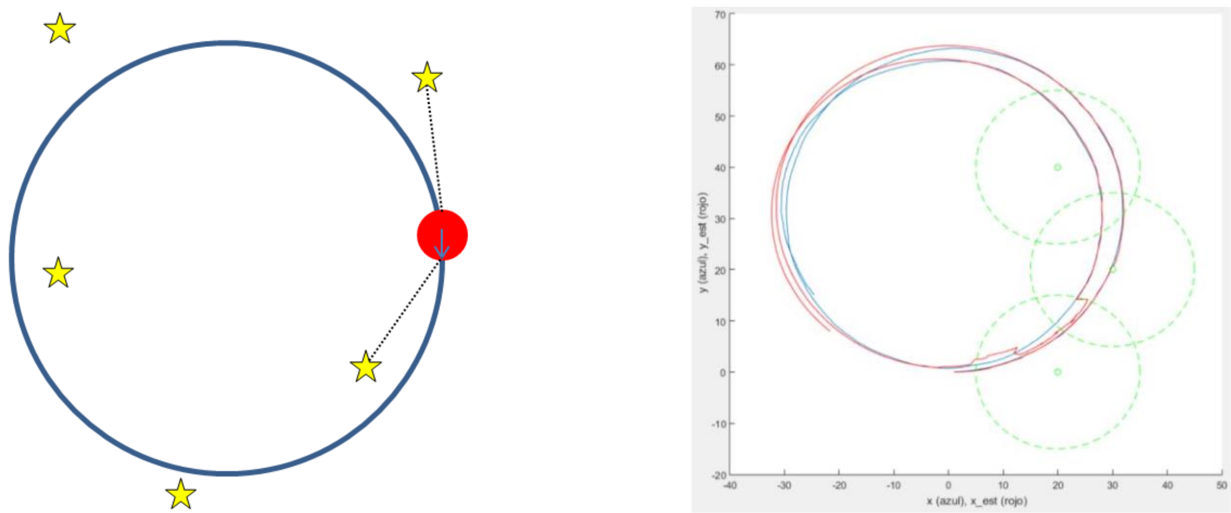


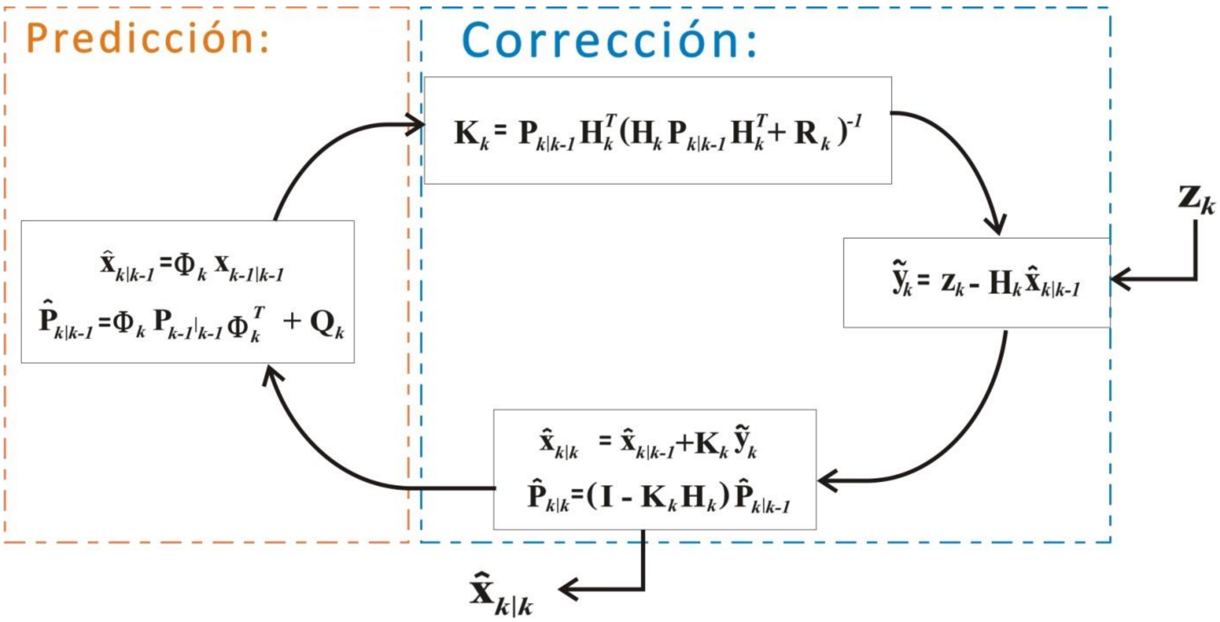
Fig. 2 – Resultados de estimación de localización con filtro de Kalman y un punto de referencia en 0 (longitud del pasillo de 200 m y tiempo máximo 5.000 segundos)



(a) (b)

Fig. 3 – (a) Ilustración del robot moviéndose en círculos y cinco referencias en 2D. (b) Ejemplo de estimación (rojo) y posición real (azul) con tres referencias solapadas

Anexo I: Descripción del Filtro de Kalman (https://es.wikipedia.org/wiki/Filtro_de_Kalman)



Sistema lineal en el espacio de estado

Se entiende como espacio de estado todos los posibles estados de un sistema dinámico. Cada estado corresponde a un punto del espacio de estado.

Caso de tiempo discreto:

Se tiene un sistema representado en el espacio de estado:

$$x_k = A_{k-1}x_{k-1} + B_{k-1}u_{k-1} + w_{k-1}$$

$$z_k = H_k x_k + v_k$$

donde:

w_k es ruido blanco de valor promedio igual a cero y con varianza Q_k en el instante k.

v_k es ruido blanco de valor promedio igual a cero y con varianza R_k en el instante k.

El filtro de Kalman permite estimar el estado x_k a partir de las mediciones anteriores de u_{k-i}, z_{k-i}, Q_{k-i}, R_{k-i} y las estimaciones anteriores de x_{k-i}.

Algoritmo del filtro discreto de Kalman

El Filtro de Kalman es un algoritmo recursivo en el que el estado x_k es considerado una variable aleatoria Gaussiana. El filtro de Kalman suele describirse en dos pasos: *Predicción* y *Corrección*.

Predicción

Estimación *a priori*

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{\Phi}_k \ \mathbf{x}_{k-1|k-1}$$

Covarianza del error asociada a la estimación *a priori*

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{\Phi}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{\Phi}_k^{\mathrm{T}} + \mathbf{Q}_k$$

Corrección

Actualización de la medición

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$$

Ganancia de Kalman

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^{\mathrm{T}} (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^{\mathrm{T}} + \mathbf{R}_k)^{-1}$$

Estimación *a posteriori*

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{y}}_k$$

Covarianza del error asociada a la estimación *a posteriori*

$$\mathbf{P}_{k|k} = (I - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1}$$

donde:

$\mathbf{\Phi}_k$: Matriz de Transición de estados. Es la matriz que relaciona $\mathbf{x}_{k|k-1}$ con $\mathbf{x}_{k-1|k-1}$ en la ausencia de funciones forzantes (funciones que dependen únicamente del tiempo y ninguna otra variable).

$\mathbf{x}_{k|k-1}$: El estimado *a priori* del vector de estados.

$\mathbf{P}_{k|k-1}$: Covarianza del error asociada a la estimación a priori.

$\mathbf{z}_k$: Vector de mediciones al momento *k*.

$\mathbf{H}_k$: La matriz que indica la relación entre mediciones y el vector de estado al momento *k* en el supuesto ideal de que no hubiera ruido en las mediciones.

$\mathbf{R}_k$: La matriz de covarianza del ruido de las mediciones (depende de la resolución de los sensores).