

# Control de posición de un servomotor DC

### Introducción

En esta práctica se estudiarán los efectos de las acciones de control relativas a la posición angular de un servomotor. Se identificarán los parámetros del modelo de la planta, se diseñará e implementará un controlador de acuerdo con las especificaciones dadas y posteriormente se evaluará el desempeño del sistema controlado.

### Marco teórico

#### 1.1 Modelo del Servomotor

El sistema a controlar consiste en un motor DC sin escobillas conectado a un amplificador PWM cuya posición angular es medida mediante un encoder incremental óptico, con una resolución de 2048 pulsos por revolución.

Para el sistema mencionado, la función de transferencia que relaciona la velocidad angular del motor,  $\Omega$ s(s), con su voltaje de entrada,  $V_m(s)$ , es:

$$\Omega_{\rm m}(s)/V_{\rm m}(s) = K/(\tau s + 1) \tag{1}$$

La función de transferencia que relaciona la posición angular,  $\Theta_m(s)$ , con el voltaje de entrada,  $V_m(s)$ , es similar a la que se presenta en la ecuación (1), pero incluye un elemento integrador, es decir:

$$\frac{\Theta_m(s)}{V_m(s)} = \frac{K}{s(\tau s + 1)} \tag{2}$$

Las funciones de transferencia (1) y (2) podrían representar a la planta P(s) en un sistema de control como el de la figura 1, ya sea para controlar la velocidad o la posición del motor, respectivamente.

#### 1.2 Control PID

El control PID se puede expresar matemáticamente de la siguiente manera:

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt}$$
(3)



Donde la función error, e(t), representa la diferencia entre la señal de referencia del sistema de lazo cerrado y la variable controlada. El funcionamiento del control PID se podría describir así: el término proporcional es basado en el error presente, la acción integral depende de los valores pasados y la acción derivativa en la "predicción" del valor futuro del error. En la figura 1 se aprecia una posible representación del controlador PID.

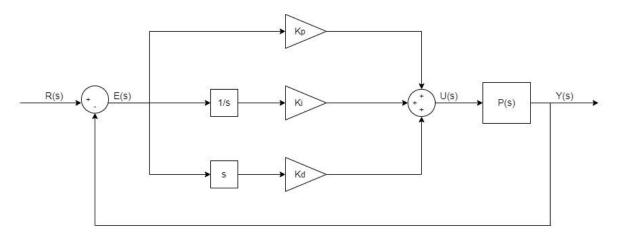


Figura 1. Diagrama de bloques de un sistema controlado con acciones PID

Como se puede ver en la figura 1, todas las acciones de control (proporcional, integral y derivativa) son calculadas con base en el valor de error E(s), pero para la acción derivativa surge un problema debido a la condición de "no causalidad" dada por su función de transferencia. Para solucionar esto se puede usar un filtro pasa-bajos junto con la acción derivativa, que equivale a agregar un polo alejado en la función de transferencia. En este caso se puede utilizar un filtro cuya función de transferencia es 100/(s+100) y que, además, ayudará a eliminar las señales de ruido de alta frecuencia que pudieran estar presentes en la señal medida y en su derivada.

### 1.3 Control de posición tipo "PV"

Teniendo en cuenta que el término integral podría obviarse para controlar la posición del servo, en esta práctica de laboratorio se podría usar un controlador denominado "PV"; que es similar al control PD, pero que es más usado en aplicaciones prácticas en la industria debido a lo volátil de derivar el error como se hace en el PD [1][2]. En este caso se sigue recomendando el uso del filtro pasa bajos junto con el término derivativo, para así suprimir el ruido presente en la señal medida.

En las figuras 2 y 3 se muestran los esquemas de un sistema de control usando acciones PD y PV, respectivamente. A pesar de que su configuración es distinta, las leyes de control de ambos esquemas (PD y PV) son iguales.



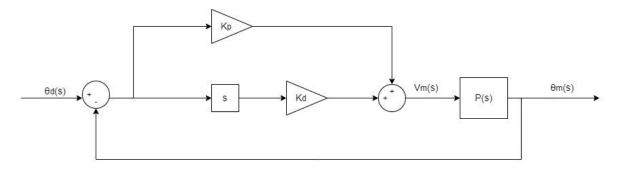


Figura 2. Diagrama de un sistema controlado con acciones PD

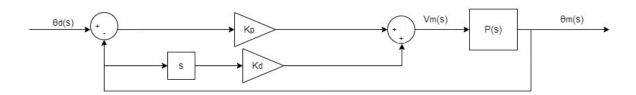


Figura 3. Diagrama de un sistema controlado con acciones PV

El controlador PV (proporcional-velocidad) tiene la siguiente estructura:

$$u(t) = K_{p} [r(t) - y(t)] - K_{d} \dot{y}(t)$$
 (4)

Donde  $K_p$  es la ganancia proporcional,  $K_d$  la ganancia derivativa (velocidad),  $r=\theta_d(t)$  es la referencia o posición angular deseada,  $y=\theta_m(t)$  es la salida o posición angular actual, medida en radianes y  $u=V_m(t)$  es la salida del controlador o esfuerzo de control (voltaje aplicado al motor).

Aplicando transformada de Laplace a (4) y suponiendo que las condiciones iniciales son nulas se tiene la siguiente función de transferencia del servomotor (QUBE Servo 2) para el lazo cerrado equivalente:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{Kk_p}{\tau s^2 + (1 + Kk_d) s + Kk_p}$$
 (5)

## **Equipos e instrumentos**

- Quanser Qube Servo 2 con disco de inercia
- Arduino UNO
- Cables de conexión
- Computador



### Preparación para la práctica

- 1. Determinar la estabilidad de la planta en su representación velocidad-voltaje.
- 2. Determinar la estabilidad de la planta en su representación posición-voltaje.
- **3.** Establezca una serie de pasos necesarios para determinar experimentalmente la ganancia de estado estacionario (K) y la constante de tiempo  $(\tau)$  de la función de transferencia del servomotor, y siguiendo este proceso mídalos.
- **4.** Partiendo del esquema presentado en la figura 3 y teniendo en cuenta los resultados del ítem anterior, desarrolle el siguiente procedimiento usando Simulink:
  - a. Manteniendo la ganancia derivativa  $K_d$  en 0, varíe  $K_p$  entre 1 y 4 en pasos de 0.5. ¿Cómo afecta la ganancia  $K_p$  al control de posición del servo?
  - b. Ajuste  $K_p$ =2.5 y varíe  $K_d$  entre 0 y 0.15 en pasos de 0.03. ¿Cómo afecta la ganancia  $K_d$  al control de posición del servo?
    - En la sesión de laboratorio se les pedirá que muestren la simulación y comenten sus observaciones.
- **5.** Introduzca el filtro pasa-bajos mencionado en el ítem 1.2 y verifique el efecto que este tiene en la respuesta del sistema.
- **6.** Explore el programa de ejemplo de Arduino que se anexa a esta guía e identifique cada una de sus partes, incluyendo aquella en que se debería escribir la ecuación que modela el controlador. No es necesario escribir nada por ahora, el fin es que se familiaricen con el código antes de iniciar la sesión de laboratorio.
- **7.** Establezca los pasos necesarios para realizar el diseño del controlador teniendo en cuenta que:
  - a. El controlador puede ser de tipo PID, PI, PD o PV, para que el sistema de lazo cerrado cumpla con los criterios de diseño establecidos por el equipo de trabajo.
  - b. Debe realizar las simulaciones que considere necesarias para validar el cumplimiento de los criterios de diseño.
  - c. Se realizará la implementación digital del controlador, por lo que será necesario establecer un tiempo de muestreo adecuado y la representación final debe ser una ecuación en diferencias que permita implementar el controlador en tiempo discreto.
  - d. Debe proponerse la manera como debería implementarse el controlador hallado en el código Arduino que se ha puesto como ejemplo.

Una vez haya establecido cuáles son los pasos por seguir, ejecútelos.

Los resultados obtenidos en la preparación de la práctica de laboratorio deben enviarse al profesor por correo electrónico hasta el día <mark>lunes 28 de marzo de 2021, a las 9:00 am</mark>. Durante la clase del miércoles 30 de marzo se destinará un espacio para socializar las dudas y correcciones de la preparación.



### Práctica de laboratorio

El día miércoles 06 de abril, durante la sesión de laboratorio se comprobará lo siguiente:

- Desarrollo y conclusiones obtenidas en los puntos 1 al 5 de la preparación.
- Diseño, implementación y validación del controlador propuesto en el punto 7 de la preparación.

### Referencias

[1] Linear Experiment #1: PV Position Control IP01 and IP02 Student Handout, 2nd ed. Quanser, pp. 23-25. [Online]. Available:

http://www.ece.uprm.edu/control/manual/quanser/linear/IP01\_2%20Position\_PV\_Student\_504.pdf

[2] "How Does the Derivative Term Affect PID Controller Performance?", *Control Station*, 2015. [Online]. Available: https://controlstation.com/derivative-affect-pid-controller-performance/. [Accessed: 22- March- 2022].

[3]"Z-transform", *En.wikipedia.org*, 2020. [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Z-transform#Bilinear\_transform. [Accessed: 22- March- 2022].



## Criterios de evaluación

Con base en los resultados entregados por cada grupo de estudiantes, el profesor verificará si:

- Se plantean adecuadamente la serie de pasos tanto para identificar los parámetros del modelo de la planta, como para realizar el diseño del controlador.
- Se identifican y analizan los efectos de las acciones de control clásicas en un sistema de control de posición.
- Se tiene claridad sobre las condiciones prácticas que implica la implementación discreta de un controlador.



### **Entregables**

Presente un informe de la práctica con las observaciones que el equipo de trabajo considere más relevantes e importantes, así como las conclusiones obtenidas. El plazo para enviar este informe por correo electrónico al profesor se vence el día lunes 18 de abril, a las 9:00 am.