Pontificia Universidad
JAVERIANA
Cali

Procesamiento Digital de Señales **Parcial II**
Profesor: Hernan Dario Benitez Restrepo **7/Octubre/2022**

Consideraciones Generales

- Esta evaluación es estrictamente individual. Cualquier violación a esta norma será considerada como fraude.
- Sólo puede sacar lapicero, lápiz y borrador
- **No se puede sacar: celulares (Blackberry, iPhone, etc), computadores y/o cualquier dispositivo electrónico**. Cualquier violación a esta norma será considerada como fraude.
- No se permite el préstamo de ningún objeto (lápices, borradores, etc.), ni hablar con sus compañeros o mirar el examen de ellos.
- El fraude ocasiona la apertura de un proceso disciplinario.

"El estudiante de la Pontificia Universidad Javeriana, como agente de su propia formación, es corresponsable de la Identidad Institucional, uno de cuyos cimientos es tener como hábito un comportamiento ético en todos los ámbitos de la vida. En este sentido me comprometo a realizar con total integridad esta evaluación, solamente empleando los recursos autorizados para su desarrollo".
Consejo Académico, Acta Nro 79, abril 19 de 2004

Nombre: ____________________

Código: ____________________

PARTE 1

1. (15 %) ABET A Una señal $x(n)$ tiene la siguiente transformada de Fourier:

$$X(\omega) = \frac{1}{1 - ae^{-j\omega}} \tag{1}$$

Determine las transformadas de las señales:

- $x(n-1) * x(2n+1)$
- $x(n)cos(0{,}3\pi n)$

2. (20 %-ABET A)
   Encuentre la magnitud $W_d(\omega)$ y $W_d(0)$ de la Transformada de Fourier Discreta (TFD) de la ventana rectangular de longitud $N = 2 * M + 1$, con T=1.

$$w_d(nT) = \begin{cases} 1 & \text{para } \mid n \mid \leq M \\ 0 & \text{para } \mid n \mid > M \end{cases}$$

3. ABET C

   a) (5 %) ¿Qué ocurre con la resolución en tiempo y frecuencia de un espectrograma cuando se varía la longitud de la ventana $\omega(n)$ empleada para hacer la STF (Short Time Fourier) de una señal?

   b) (5 %) Asumamos que queremos calcular la FFT de N puntos de una señal $x(n)$ de audio con una resolución en frecuencia no mayor a 1 Hz. Ésta señal fue adquirida desde un disco compacto. Si la frecuencia de muestreo de $x(n)$ es f_s=44.1 KHz. ¿Cuál es el número de muestras necesarias N para lograr la resolución deseada?

   c) (10 %) ¿Cuáles son las propiedades del fasor $W_N = e^{-2j\pi/N}$ que permiten calcular la transformada de Fourier directa de manera eficiente? Demuestre éstas propiedades si $W_N^{k+N} = W_N^k$ y $W_N^{k+N/2} = -W_N^k$.

4. ABET C- 15 % Suponga que se requiere procesar una señal de audio en tiempo real a una tasa de muestreo de F_m. Parte de los cálculos requieren que se procesen bloques de la señal de N muestras través de una Transformada Discreta de Fourier Directa (TDFD) y una Transformada Discreta de Fourier Inversa (TDFI) cada una de N muestras. Si toma G μs realizar una multiplicación real: Cuanto tiempo queda para procesar los datos después de calcular la TDFD y la TDFDI ?. Sugerencia: El número de multiplicaciones complejas para una TDFD de N puntos es $\frac{N}{2}log_2N$.

5. (ABET E-15 %) Diseñe un filtro rechazabanda FIR $h(n)$ por el método de ventanas usando una ventana rectangular. Encuentre $h((M-1)/2)$. El filtro debe tener M coeficientes (M impar) y las frecuencias de corte son $\omega_{c1} = \pi/4$ y $\omega_{c2} = 3\pi/4$. Los rizados en las bandas de paso y rechazo tienen amplitudes conocidas δ_1 y δ_2.

6. (ABET E-15 %) Un sistema Lineal e Invariante con el Tiempo tiene una respuesta en frecuencia:

$$H(e^{j\omega}) = e^{j\omega}\frac{1}{1{,}1 + cos\omega} \tag{2}$$

Encuentre la ecuación de diferencias que relacione la salida $y(n)$ con la entrada $x(n)$.

ECUACIONES

Relación de Parseval

$$\int_{-\pi}^{\pi} \mid X(\omega) \mid^2 d\omega = 2\pi \sum_{n} \mid x \mid^2 \tag{3}$$

Identidad trigonométrica

$$sen(A \pm B) = sen(A)cos(B) \pm cos(A)sen(B) \tag{4}$$

Transformada continua y discreta de Fourier

$$X(\omega) = \int_{t=-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt \quad X_d(\omega) = \textstyle\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)e^{-j\omega nT} \tag{5}$$

Transformada discreta de Fourier inversa

$$x(n) = F^{-1}[X(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\pi}^{\omega=\pi} X(\omega)e^{j\omega n}d\omega \tag{6}$$

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_i \tag{7}$$

Ventana rectangular

$$h(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Ventana Hanning

$$h(n) = \begin{cases} 0{,}5 - 0{,}5cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) & 0 \leq n \leq N \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Ventana Hamming

$$h(n) = \begin{cases} 0{,}54 - 0{,}46cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) & 0 \leq n \leq N \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Ventana Blackman

$$h(n) = \begin{cases} 0{,}42 - 0{,}5cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + 0{,}08cos\left(\frac{4\pi n}{N}\right) & 0 \leq n \leq N \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$