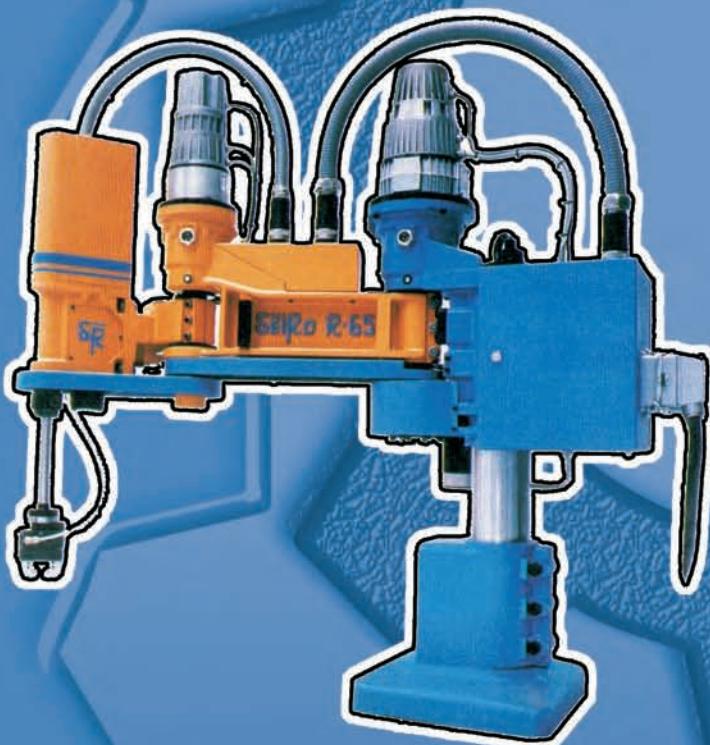


SEGUNDA EDICIÓN

FUNDAMENTOS DE ROBÓTICA



Antonio Barrientos
Luis Felipe Peñín
Carlos Balaguer
Rafael Aracil

**Mc
Graw
Hill**

FUNDAMENTOS DE ROBÓTICA

2.^a Edición

FUNDAMENTOS DE ROBÓTICA

2.^a Edición

**Antonio Barrientos
Luis Felipe Peñín
Carlos Balaguer
Rafael Aracil**



MADRID • BOGOTÁ • BUENOS AIRES • CARACAS • GUATEMALA • LISBOA • MÉXICO
NUEVA YORK • PANAMÁ • SAN JUAN • SANTIAGO • SÃO PAULO
AUCKLAND • HAMBURGO • LONDRES • MILÁN • MONTREAL • NUEVA DELHI • PARÍS
SAN FRANCISCO • SIDNEY • SINGAPUR • SAN LUIS • TOKIO • TORONTO

La información contenida en este libro procede de una obra original entregada por el autor. No obstante, McGraw-Hill/Interamericana de España no garantiza la exactitud o perfección de la información publicada. Tampoco asume ningún tipo de garantía sobre los contenidos y las opiniones vertidas en dichos textos.

Este trabajo se publica con el reconocimiento expreso de que se está proporcionando una información, pero no tratando de prestar ningún tipo de servicio profesional o técnico. Los procedimientos y la información que se presentan en este libro tienen sólo la intención de servir como guía general.

McGraw-Hill ha solicitado los permisos oportunos para la realización y el desarrollo de esta obra.

FUNDAMENTOS DE ROBÓTICA. 2.^a Edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, ni su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del Copyright.



DERECHOS RESERVADOS © 2007, respecto a la segunda edición en español, por
McGRAW-HILL/INTERAMERICANA DE ESPAÑA, S. A. U.
Edificio Valrealty, 1.^a planta
Basauri, 17
28023 Aravaca (Madrid)

www.mcgraw-hill.es
universidad@mcgraw-hill.com

ISBN: 978-84-481-5636-7
Depósito legal: M.

Editor: Carmelo Sánchez González
Técnico editorial: Israel Sebastián
Cubierta: CD Form, S.L.
Foto de cubierta: Robot E65. Primer robot Scara Español
(Cortes a DISAM-Universidad Politécnica de Madrid)
Compuerto en: Fernández Ciudad, S. L.
Impreso en:

IMPRESO EN ESPAÑA - PRINTED IN SPAIN

Contenido

Prefacio	xí
Acerca de los autores	xvi
Capítulo 1. Introducción	1
1.1. Antecedentes históricos	2
1.2. Origen y desarrollo de la robótica	8
1.3. Definición del Robot	16
1.3.1. Definición de Robot Industrial Manipulador	17
1.3.2. Definición de otros tipos de robots.....	19
1.4. Clasificación de los Robots	21
1.4.1. Clasificación atendiendo a la Generación	22
1.4.2. Clasificación atendiendo al Área de Aplicación	23
1.4.3. Clasificación atendiendo al tipo de Actuadores	24
1.4.4. Clasificación atendiendo al Número de Ejes.....	25
1.4.5. Clasificación atendiendo a la Configuración.....	25
1.4.6. Clasificación atendiendo al Tipo de Control	26
1.5. Bibliografía.....	28
Capítulo 2. Morfología del robot	31
2.1. Estructura Mecánica de un Robot	31
2.2. Transmisiones y reductores	37
2.2.1. Transmisiones.....	37
2.2.2. Reductores	38
2.2.3. Accionamiento Directo.....	40
2.3. Actuadores.....	42
2.3.1. Actuadores Neumáticos.....	42
2.3.2. Actuadores hidráulicos	44
2.3.3. Actuadores eléctricos	45
2.4. Sensores Internos.....	51
2.4.1. Sensores de Posición	51
2.4.2. Sensores de Velocidad	57
2.4.3. Sensores de Presencia.....	58
2.5. Elementos Terminales	58
2.5.1. Elementos de sujeción	59
2.5.2. Herramientas terminales	61
2.6. Bibliografía.....	62

Capítulo 3. Herramientas matemáticas para la localización espacial.....	65
3.1. Representación de la Posición.....	65
3.1.1. Sistema cartesiano de referencia	66
3.1.2. Coordenadas cartesianas.....	66
3.1.3. Coordenadas Polares y cilíndricas.....	67
3.1.4. Coordenadas Esféricas	67
3.2. Representación de la orientación.....	68
3.2.1. Matrices de rotación	68
3.2.2. Ángulos de Euler	72
3.2.3. Par de rotación	75
3.2.4. Cuaternios.....	75
3.3. Matrices de transformación homogénea	76
3.3.1. Coordenadas y matrices homogéneas.....	76
3.3.2. Aplicación de matrices homogéneas	77
3.3.3. Significado geométrico de la matrices homogéneas	86
3.3.4. Composición de matrices homogéneas	88
3.3.5. Gráficos de transformación	91
3.4. Aplicación de los Cuaternios.....	92
3.4.1. Álgebra de cuaternios	92
3.4.2. Utilización de los cuaternios	94
3.5. Relación y comparación entre los distintos métodos de localización espacial.....	96
3.5.1. Comparación de métodos de localización espacial	96
3.5.2. Relación entre los distintos métodos de localización espacial	97
3.6. Utilización de Matlab para el modelado y simulación de robots	103
3.7. Ejercicios Resueltos	103
3.7. Bibliografía.....	117
Capítulo 4. Cinemática del robot.....	119
4.1. El problema cinemático directo.....	120
4.1.1. Resolución del problema cinemático directo mediante métodos geométricos.....	120
4.1.2. Resolución del problema cinemático directo mediante matrices de transformación homogénea.....	122
4.1.3. Algoritmo de Denavit Hartenberg para la obtención del modelo cinemático directo	125
4.1.4. Solución del problema cinemático directo mediante el uso de cuaternios.....	130
4.2. Cinemática Inversa	134
4.2.1. Resolución del problema cinemático inverso por métodos geométricos	136
4.2.2. Resolución del problema cinemático inverso a partir de la matriz de transformación homogénea.....	138
4.2.3. Desacoplo cinemático.....	143
4.3. Modelo Diferencial. Matriz Jacobiana	146
4.3.1. Jacobiana analítica.....	147
4.3.2. Jacobiana geométrica	152
4.3.3. Obtención numérica de la Jacobiana geométrica	157
4.3.4. Relación entre la Jacobiana analítica y la Jacobiana geométrica	160
4.3.5. Jacobiana inversa	161
4.3.6. Jacobiana pseudoinversa.....	163

4.3.7. Configuraciones singulares	163
4.4. Ejercicios Resueltos	166
4.5. Bibliografía.....	214
Capítulo 5. Dinámica del robot.....	215
5.1. Modelo dinámico de la estructura mecánica de un robot rígido	216
5.2. Obtención del modelo dinámico de un robot mediante la formulación de Lagrange	219
5.2.1. Algoritmo computacional de Lagrange para el modelado dinámico de un robot.....	220
5.3. Obtención del modelo dinámico de un robot mediante la formulación recursiva de Newton Euler.....	231
5.3.1. Algoritmo computacional de Newton-Euler para el modelado dinámico de un robot	232
5.4. Modelo dinámico en variables de estado	238
5.5. Modelo dinámico en el espacio de la tarea	241
5.6. Modelo dinámico de los actuadores	242
5.6.1. Motor eléctrico de corriente continua	243
5.6.2. Motor hidráulico con servoválvula.....	246
5.7. Ejercicios Resueltos	248
5.8. Bibliografía.....	276
Capítulo 6. Control cinemático.....	279
6.1. Funciones de control cinemático.....	279
6.2. Tipos de trayectorias	282
6.2.1. Trayectorias punto a punto	282
6.2.2. Trayectorias continuas.....	283
6.3. Generación de trayectorias cartesianas	283
6.3.1. Evolución de la orientación	285
6.4. Muestreo de trayectorias cartesianas.....	287
6.5. Interpolación de trayectorias	287
6.5.1. Interpoladores lineales.....	288
6.5.2. Interpolador splin cúbico.....	289
6.5.3. Interpolador splin quíntico	291
6.5.4. Interpoladores trapezoidales.....	291
6.6. Ejercicios Resueltos	295
6.7. Bibliografía.....	307
Capítulo 7. Control dinámico.....	309
7.1. Control Monoarticular	310
7.1.1. Validez del control monoarticular. Influencia del factor de reducción..	310
7.1.2. Esquema general de control monoarticular	314
7.1.3. Control pre-alimentado por inversión del modelo.....	315
7.1.4. Control Realimentado.....	317
7.1.5. Control Prealimentado + Realimentado	320
7.1.6. Control con Compensación de Gravedad	321
7.2. Control Multiarticular.....	322
7.2.1. Desacoplamiento por inversión del modelo	322
7.2.2. Control PID con prealimentación.....	324

7.3. Control Adaptativo	326
7.3.1. Control adaptativo por planificación de ganancias (GS)	326
7.3.2. Control adaptativo con modelo de referencia (MRAC)	328
7.3.3. Control por par calculado adaptativo.....	329
7.4. Aspectos prácticos de la implantación del Regulador.....	330
7.4.1. Ajuste de los parámetros del PID. Especificaciones de diseño	331
7.4.2. Saturación de los amplificadores. Efecto de la acción integral	333
7.4.3. Flexión y osciladores estructurales.....	336
7.5. Ejercicios resueltos.....	338
7.6. Bibliografía.....	352
Capítulo 8. Programación de robots	355
8.1. Métodos de programación de robots. Clasificación	355
8.1.1. Programación por guiado o aprendizaje	356
8.1.2. Programación textual.....	358
8.2. Requerimientos de un sistema de programación de robots	361
8.2.1. Entorno de desarrollo	362
8.2.2. Modelado del entorno.....	362
8.2.3. Tipos de datos	363
8.2.4. Manejo de entradas salidas.....	364
8.2.5. Comunicaciones	365
8.2.6. Control del movimiento del robot	365
8.2.7. Control del flujo de ejecución del programa.....	367
8.3. Estandarización	368
8.4. Ejemplo de programación de un robot industrial	369
8.5. Características básicas de los lenguajes Rapid y V+.....	374
8.5.1. El lenguaje de programación RAPID	374
8.6. Ejercicios	391
8.7. Bibliografía.....	399
Capítulo 9. Criterios de implantación de un robot industrial	401
9.1. Diseño y control de una célula robotizada	401
9.1.1. Disposición del robot en la célula de trabajo	403
9.1.2. Características del sistema de control de la célula de trabajo	407
9.2. Características a considerar en la selección de un robot	407
9.2.1. Área de trabajo	409
9.2.2. Grados de libertad	410
9.2.3. Precisión, repetibilidad y resolución	412
9.2.4. Velocidad	413
9.2.5. Capacidad de carga.....	414
9.2.6. Sistema de control	414
9.3. Seguridad en instalaciones robotizadas	417
9.3.1. Causas de accidentes	418
9.3.2. Medidas de seguridad	419
9.4. Justificación económica	422
9.4.1. Factores económicos y datos básicos necesarios.....	422
9.4.2. El robot como elemento principal del análisis económico.....	424
9.4.3. Métodos de análisis económico.....	425
9.5. Mercado de Robots.....	428

9.6. Ejercicios Resueltos	431
9.7. Bibliografía.....	438
Capítulo 10. Aplicaciones de los robots.....	439
10.1. Aplicaciones de los Robots industriales Manipuladores. Clasificación.....	440
10.2. Aplicaciones industriales de los robots	441
10.2.1. Trabajos en fundición	441
10.2.2. Soldadura.....	442
10.2.3. Aplicación de materiales. Pintura.....	446
10.2.4. Aplicación de adhesivos y sellantes	447
10.2.5. Alimentación de máquinas	448
10.2.6. Procesado.....	450
10.2.7. Corte	450
10.2.8. Montaje.....	453
10.2.9. Paletización y empaquetado	454
10.2.10. Control de Calidad.....	456
10.2.11. Manipulación en salas limpias o blancas	458
10.3. Aplicaciones de los Robots de servicio. Clasificación.....	460
10.3.1. Robots en la Agricultura.....	463
10.3.2. Robots en la Construcción.....	464
10.3.3. Robots en la Industria nuclear	466
10.3.4. Robots en Medicina.....	467
10.3.5. Robots aéreos y submarinos	469
10.3.6. Robots asistenciales.....	472
10.3.7. Robots para el ocio	473
10.4. Ejercicios Resueltos	476
10.5. Bibliografía.....	481
Capítulo 11. Fundamentos de teleoperación	483
11.1. Antecedentes históricos.....	484
11.2. Definición de nuevos términos	486
11.2.1. Definición de términos relacionados con la manipulación.....	486
11.2.2. Definición de términos relacionados con la realimentación sensorial	487
11.3. Elementos y arquitectura de un sistema de teleoperación.....	489
11.3.1. Elementos de un sistema de teleoperación	489
11.3.2. Arquitectura de control de un sistema de teleoperación.....	491
11.3.3. Teleoperación frente a robótica	494
11.4. Dispositivos de control y realimentación	496
11.4.1. Dispositivos de control	496
11.4.2. Características de los dispositivos de control	501
11.4.3. Dispositivos de realimentación.....	503
11.4.4. Características de los dispositivos de realimentación.....	506
11.5. Factores humanos en teleoperación.....	507
11.5.1. Características dinámicas del operador	508
11.5.2. Modelo general de un operador en un bucle de control manual.....	510
11.5.3. Modelo de <i>cross-over</i> de McRuer	512
11.6. Control en teleoperación	515
11.6.1. Control unilateral.....	515
11.6.2. Reflexión de fuerzas	518

11.6.3. Control bilateral.....	520
11.6.4. Control de sistemas con retardo temporal	520
11.6.5. Prestaciones de un sistema de teleoperación.....	524
11.6.6. Factores funcionales de operación.....	528
11.7. Control bilateral para teleoperación	532
11.7.1. Esquema general de implantación del control bilateral.....	532
11.7.2. Esquemas básicos de control bilateral.....	533
11.7.3. Comparación entre esquemas de control bilateral.....	536
11.7.4. Modelo básico de un sistema de teleoperación con control bilateral...	538
11.7.5. Análisis de sistemas de control bilateral con teoría clásica de control....	542
11.7.6. Análisis de sistemas de control bilateral con teoría del cuadripolo ..	544
11.7.7. Comparación entre métodos de diseño y análisis del control bilateral ...	547
11.8. Control supervisado y teleprogramación.....	548
11.8.1. Conceptos de control supervisado	548
11.8.2. Tele-programación.....	550
11.9. Aplicaciones de la teleoperación.....	554
11.10. Caso práctico-Teleoperación espacial	558
11.10.1. Aplicación de la teleoperación espacial	558
11.10.2. Teleoperación del sistema ETS-VII.....	563
11.11. Ejercicios resueltos.....	575
11.12. Bibliografía.....	585
Anexo 1. Normativa sobre robots industriales	589
Anexo 2. Notación de representación esquemática de robots	611
Índice analítico	613

Prefacio

Para buena parte de nuestra sociedad un robot es mucho más que un conjunto de mecanismos y electrónica, capaz de trabajar de manera ininterrumpida fabricando bienes de consumo. Los robots sugieren modernidad y avance científico, reflejando en épocas pasadas, presentes, y seguramente futuras, muchas de las expectativas del progreso tecnológico.

El término robot nació y creció de un mito: la creación por los humanos de un ser artificial que emulase en aspecto y capacidades cognitivas a su propio creador. Desde 1921, fecha de publicación por K. Capek de la obra de teatro «Robots Universales de Rossum», la literatura y el cine han alimentado este mito. Por otro lado, con una concepción más pragmática, la ingeniería ha materializado parcialmente el concepto, siendo en la actualidad los robots industriales un elemento imprescindible para mantener el estado de bienestar, sustentado en gran medida por la disposición de bienes de consumo de cuya fabricación masiva son piezas clave.

Los robots industriales, surgidos a principios de la década de los sesenta, lograron superar importantes dificultades tanto tecnológicas como socioeconómicas y alcanzaron su mayoría de edad en la década de los noventa, estabilizándose entonces su demanda y consiguiendo una aceptación y reconocimiento pleno en la industria.

Alcanzada la madurez del robot industrial, los ingenieros e investigadores dedicados a la robótica se plantearon dar un paso más hacia el mito, sacando a los robots de las líneas de producción y dotándoles de la capacidad de actuar en otros entornos, poco o nada estructurados, y de colaborar con personas no especializadas en su uso.

A pesar de la enorme dificultad científico tecnológica de este objetivo, los esfuerzos realizados y el aprovechamiento de los avances conseguidos en las disciplinas que sirven de soporte a la robótica —como son la electrónica o la informática— ha dado lugar a que en la primera década del siglo XXI se viva un nuevo resurgimiento de la robótica, evolucionando desde el entorno industrial a dos nuevos sectores: la robótica de servicios profesionales y la robótica personal.

En los servicios profesionales se han logrado desarrollos plenamente operativos, como se pone de manifiesto en los robots para cirugía, limpieza de fachadas de edificios, o vigilancia. Por su parte los robots personales van a ser, sin duda, la gran revolución de la robótica del primer cuarto del siglo XXI, contribuyendo notablemente al cambio del modo de vida de la sociedad industrializada. Esta apreciación no es el fruto de una visión endogámica de los expertos mundiales en robótica. Bill Gates, presidente y fundador de Microsoft, artífice de la revolución del ordenador personal que ha cambiado de manera definitiva nuestro modo de vida, afirma en su artículo «A Robot in Every Home»(publicado en la edición de enero del 2007 de la revista *Scientific American*), que la industria de la robótica está evolucionando de una manera similar a como lo hizo la industria de los ordenadores hace 30 años, que ha llevado a situar uno, o varios, ordenadores personales en cada hogar.

La robótica es, por tanto, una disciplina en auge, y la formación del profesional de la ingeniería, tanto en sus ramas de automatización, mecánica, informática o incluso generalista, no es indiferente a esta situación, incluyendo desde finales de los años ochenta a la robótica como parte de sus enseñanzas.

La robótica posee un reconocido carácter interdisciplinar, participando en ella diferentes ciencias básicas y tecnologías tales como la teoría de control, la mecánica, la electrónica, el álgebra y la informática, entre otras.

Numerosas obras, la mayor parte en inglés, han surgido en el mercado bibliográfico desde 1980. En algunas de ellas se aprecia la tendencia de presentar la robótica como un repaso de tecnologías básicas (electrónica, informática, mecánica, etc.). Otras, la mayoría, enfocan los estudios de la robótica hacia un complicado conjunto de problemas físico-matemáticos, orientados a conocer con detalle el funcionamiento del sistema de control. Alternativamente, algunos textos abordan la robótica únicamente desde el punto de vista del usuario, con contenidos relativos al modo y oportunidad de su aplicación, sin dar una adecuada información sobre las tecnologías que la conforman.

Ninguno de los planteamientos anteriores es, a nuestro juicio, acertado. Una formación en robótica focalizada exclusivamente en el control de robots no es la más útil para la mayoría de los estudiantes, que, de trabajar con robots, lo harán como usuarios y no como fabricantes. Sin embargo, no hay que perder de vista que se está formando a profesionales, que, posiblemente, se deberán enfrentar a nuevos problemas cuya resolución únicamente les será posible abordar conociendo con detalle el funcionamiento de los sistemas y procedimientos utilizados en la resolución de los problemas ya conocidos.

Consecuentemente, en este texto se ha procurado llegar a un adecuado equilibrio entre los temas relacionados con el conocimiento profundo del funcionamiento de un robot (en sus aspectos mecánico, informático y de control) y aquéllos en los que se proporcionan los criterios para evaluar la conveniencia de utilizar un robot y el modo más adecuado de hacerlo.

El libro está fundamentalmente dirigido al estudiante de ingeniería en sus especialidades de automatización, electrónica o similar. Con su estudio el alumno adquirirá los conocimientos necesarios para poder iniciarse en el proyecto de una instalación robotizada, junto con una detallada comprensión del funcionamiento del robot. Asimismo, su lectura es aconsejable para los estudiantes de ingeniería informática y mecánica.

El enfoque eminentemente práctico y aplicado de buena parte del texto, lo hace también útil para todo aquel profesional que desee adquirir los conocimientos necesarios para entender y utilizar adecuadamente un robot, seleccionando en este caso los capítulos de contenido menos matemático.

Su contenido cubre completamente un primer curso de robótica, adecuado para todo aquel que quiera iniciarse en la misma sin dejar de lado sus múltiples vertientes. Además, algunos de los temas cubiertos pueden ser utilizados en cursos de postgrado en el área de la robótica.

Para su correcta comprensión es aconsejable tener una formación básica en ingeniería. En concreto, es deseable tener una adecuada base en álgebra, electrónica, control e informática. No obstante, cualquier otro lector sin esta formación específica, podrá leer sin dificultad varios de los capítulos del libro, y captar, en los capítulos más complejos, cuáles son los objetivos sin tener que ahondar en los medios usados para lograrlos.

El libro se ha organizado de acuerdo a la experiencia docente de los autores, que suman más de 60 años impartiendo cursos de robótica dentro del marco académico, así como en cursos de especialización para la industria. Se ha procurado el adecuado equilibrio entre los capítulos dedicados al control de robot (Capítulos 3, 4, 5, 6, 7, 11) con los dedicados a su implantación y uso (Capítulos 2, 8, 9, 10, 11), incluyéndose en todos un adecuado número de ejemplos que faciliten el estudio y comprensión.

Esta segunda edición de «Fundamentos de Robótica» representa con respecto de la primera, publicada en el año 1997, un incremento notable, tanto en la extensión como en el detalle de los contenidos. Junto con la obligada actualización de datos y cifras marcada por el transcurso de los años, se ha abordado la inclusión de ejercicios resueltos en la mayor parte de los capítulos. En conjunto, esta nueva edición incorpora más de 50 ejercicios que deben de contribuir positivamente tanto al estudio por parte de los alumnos, como a facilitar la labor pedagógica de los profesores. En muchos de éstos se hace uso de herramientas informáticas con las que se facilita en gran medida el desarrollo de cálculos o la comprensión de determinados conceptos.

Asimismo, se ha ampliado o modificado sustancialmente el contenido de determinados capítulos. En el caso de aquellos relativos al control del robot, se ha profundizado más en los temas que conciernen al modelo diferencial y se ha dado al capítulo dedicado al control dinámico un enfoque más sistemático y seguramente más cercano a los conocimientos de la ingeniería de control. En el capítulo dedicado a las aplicaciones del robot se ha tenido en cuenta la situación actual de la robótica, actualizando las aplicaciones industriales de los robots y, sobre todo, ampliando los contenidos relativos a la robótica de servicio, de cuyas principales aplicaciones se realiza una descripción detallada. Se pretende de esta manera que el lector tenga una visión real de las posibilidades de la robótica industrial actual y de la robótica de servicios que, estando a fecha de hoy en fase de crecimiento, llegará a su apogeo en los próximos años.

En el deseo de dar una formación integral en robótica, se ha considerado de interés el incorporar información relativa a la normativa existente. En este sentido se ha incluido un anexo en el que se revisa y comenta la normativa ISO, relativa a la robótica vigente en diciembre del 2006.

Por último, y de manera especial, cabe comentar la inclusión de un nuevo y extenso capítulo dedicado a la teleoperación y en particular a la telerobótica, en el que se revisan los diversos aspectos implicados en ella: tecnologías, control y aplicaciones.

En el Capítulo 1 se presenta la robótica como tecnología interdisciplinar, definiendo al robot industrial y comentando su desarrollo histórico y estado actual.

El Capítulo 2 está dedicado al estudio de los elementos que componen un robot: estructura mecánica, transmisiones y reductores, actuadores, elementos terminales y sensores. No se pretende en el mismo hacer un estudio exhaustivo de estos componentes, pues no es este objetivo propio de la robótica, sino que se destacan las características que los hacen adecuados para su empleo en los robots.

Las herramientas utilizadas clásicamente para localizar (posicionar y orientar) el extremo del robot y los elementos que intervienen en su entorno, se examinan en el Capítulo 3, en especial las concernientes con el uso de las matrices de transformación homogénea y de los cuaternios. Su correcta comprensión es imprescindible para abordar los capítulos siguientes dedicados al modelado y control del robot. Este capítulo cuenta con un número destacable de ejemplos y de ejercicios resueltos. Se introduce en ellos el uso de ayudas informáticas que allanarán el desarrollo de los farragosos cálculos implicados en el modelado de los robots.

El Capítulo 4 presenta la formulación basada en matrices de transformación homogénea (en particular de acuerdo al procedimiento definido por Denavit y Hartenberg) para la obtención del modelo cinemático directo e inverso de un robot. Se define y analiza con detalle la matriz Jacobiana que establece la relación entre las velocidades del extremo del robot y las de sus actuadores. En todo el capítulo se procura un enfoque aplicado, presentando en lo posible los métodos y algoritmos que permiten la implementación de los desarrollos teóricos involucrados. De nuevo un conjunto extenso de ejemplos y ejercicios resueltos facilitan la comprensión de los conceptos desarrollados.

El Capítulo 5 aborda el modelado dinámico de un robot. Como sistema dinámico, el robot es uno de los sistemas más sugerentes para el control, por incorporar muchas de aquellas dificultades que clásicamente se obvian en el estudio del control de sistemas. Por este motivo, el Capítulo 5 junto con el 7, además de su indudable interés para el estudio de la robótica, constituyen un excelente colofón para los estudios de control avanzado, propios de un ingeniero de automatización.

Tras establecer los modelos cinemático y dinámico de un robot en los Capítulos 4 y 5 respectivamente, se está en disposición de abordar el control del mismo. En el Capítulo 6 se trata el control cinemático, cuyo objetivo es definir con precisión las trayectorias temporales que deberán desarrollar cada uno de los actuadores del robot para conseguir los objetivos de velocidad y precisión de la mejor manera posible. El resultado de esta definición de trayectorias debe ser llevado a la práctica por el control dinámico, objeto del Capítulo 7. En éste, y tras justificar las condiciones bajo las cuales son válidas determinadas simplificaciones que permiten abordar el control del robot con un enfoque monovariable, se hace uso de la teoría clásica de control —que se presupone conocida para la mayor parte de los estudiantes del curso de robótica— para plantear cuáles son las estrategias de control más adecuadas. Tras la correcta comprensión del caso monovariable, la evolución al control multivariable se realiza de forma sencilla.

Una vez concluido el modelado y control del robot, se abordan los aspectos más prácticos de la robótica, comenzando en el Capítulo 8 por la programación. Ésta es tratada en primer lugar desde un punto de vista general, analizando las características de los diferentes procedimientos de programación de robots existentes. En segundo lugar, se presentan dos de los lenguajes de programación de robots más extendidos: el V+ (Adept) y el RAPID (ABB).

A la hora de llevar a la práctica la implantación de un sistema robotizado el ingeniero debe de tener criterio para seleccionar cuál es el robot más adecuado para su aplicación, así como poder evaluar su beneficio económico. Además, existen una serie de aspectos prácticos, como el diseño de la célula o la seguridad de la misma, sobre los que si bien es difícil establecer una metodología, sí es posible dar unas premisas básicas que sirvan de guía y orientación a quien se enfrenta por primera vez con este tipo de problemas. En el Capítulo 9 se tratan de cubrir estos aspectos prácticos, incorporando, además, un breve repaso al mercado actual de la robótica industrial.

El Capítulo 10 está dedicado a la utilización del robot en diferentes tipos de aplicaciones, tanto las más habituales, como la soldadura, pintura o mecanizado, como las más novedosas en los sectores de la construcción o cirugía. Las diferentes aplicaciones se estructuran de acuerdo a la clasificación establecida por la Federación Internacional de Robots (IFR). Es evidente, que la robótica está siendo aplicada a un gran número de sectores dispares, siendo imposible pretender que el estudiante de la robótica conozca las características de todos ellos. No obstante, tras el estudio del Capítulo 10 el alumno tendrá una idea formada sobre dónde se están aplicando los robots, los motivos por los que su empleo es rentable y, lo que puede ser más importante, una adecuada capacidad para proyectar las soluciones robotizadas presentadas a cualquier otra aplicación o sector.

Por último el Capítulo 11 recoge de una manera completa los fundamentos de la teleoperación y telerrobótica. La complejidad de muchas de las aplicaciones no industriales de los robots, como son las frecuentemente asociadas a sectores como el espacial, la construcción o la medicina, entre otros, obliga a hacer un uso frecuente de la telerrobótica, combinando las ventajas del uso del robot (precisión, fuerza, inmunidad en entornos hostiles) con la capacidad de resolución de problemas del ser humano. Los contenidos del Capítulo 11 cubren por sí solos un curso completo de telerrobótica, pudiéndose utilizar como curso complementario al de introducción a la robótica cubierto por los capítulos anteriores.

El libro se complementa con dos anexos, el primero de los cuales se dedica a presentar y comentar la mayor parte de las normas ISO relativas a robots. Se pretende con este anexo que el lector tenga en primer lugar conocimiento de la existencia de la normativa, estimulándole a la consulta de las normas originales en el caso de que lo precise su actividad laboral. Por otra parte, algunos de sus contenidos, como definiciones, evaluación de prestaciones o seguridad, guardan paralelismo directo con algunos de los contenidos del libro, por lo que su conocimiento puede contribuir a asimilar las ideas presentadas en el texto.

Los contenidos del libro superan en algunos casos el alcance que puede ser impartido en un curso cuatrimestral. Dependiendo de la titulación concreta, se deberá seleccionar qué capítulos se imparten plenamente o por el contrario con un contenido reducido. La materia cubierta por el libro puede incluso servir para la impartición parcial de cursos de postgrado en robótica.

Junto a los agradecimientos formulados en la primera edición, sobre la que se ha construido esta segunda, se deben incorporar los dedicados a las personas que han contribuido de una u otra manera en la elaboración de esta nueva edición. En concreto a Adrián Mora que ha colaborado en la edición de textos y figuras de parte de los capítulos de esta nueva edición. También los trabajos en telerrobótica desarrollados por Adrián Mora y por Miguel Hernando han sido una valiosa fuente de conocimientos, que han contribuido al desarrollo del Capítulo 11.

Todos los profesores e investigadores de la División de Ingeniería de Sistemas y Automática (DISAM) de la Universidad Politécnica de Madrid y del Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad Carlos III de Madrid, contribuyen a diario en la mejora de nuestro conocimiento de la robótica. Por tanto, merecen nuestro sincero agradecimiento.

Carmelo Sanchez, ha sido un editor implacable, como debe ser. Su trabajo y estímulo ha sido decisivo para que esta segunda edición fuese una realidad.

Nuestras familias han aguantado muchos días de vacaciones, fines de semana y amaneceres, rodeados de papeles con Jacobianas, esquemas de control bilateral o fotos de robots. Por ahora nos siguen comprendiendo, lo que es muy de agradecer.

En la primera edición enfatizábamos que el libro se había desarrollado pensando en nuestros alumnos. No cabe imaginar que sea de otra manera. Ése es el origen y el fin de escribir un libro de texto. Nuestra satisfacción estará condicionada por la medida en que el libro sea valorado por los estudiantes. En este sentido quisiéramos agradecer todos aquellos comentarios que, relativos a la primera edición, nos han podido llegar por parte de los estudiantes, especialmente de los que viven en Latinoamérica, mostrándonos que el libro era de alguna utilidad.

Madrid, enero 2007

Los autores.

Acerca de los autores

Antonio Barrientos es Ingeniero Industrial especialidad Automática y Electrónica (1982) y Doctor Ingeniero Industrial (1986) por la Universidad Politécnica de Madrid. Desde 1988 es Profesor Titular del Departamento de Automática Ingeniería Electrónica e Informática Industrial de la Universidad Politécnica de Madrid, impartiendo, entre otros, cursos de Robótica, Automatización de la producción, Teoría de sistemas, Regulación automática y Computadores.

Luis Felipe Peñín es Ingeniero Industrial especialidad Automática y Electrónica (1993) y Doctor Ingeniero Industrial (1998) por la Universidad Politécnica de Madrid. Durante el período 1998-1999 fue investigador invitado (STA Fellow) en la Agencia Espacial Japonesa (actualmente JAXA), donde participó activamente en los experimentos de teleoperación del robot a bordo del satélite ETS-VII. Posteriormente, se incorporó a industria espacial española y en la actualidad es Adjunto al Director de la División de Proyectos Avanzados y responsable de la Sección de Simulación y Control de la empresa DEIMOS Space, de la que es socio fundador.

Carlos Balaguer obtuvo el grado de Ingeniero Electromecánico por el Instituto Energético de Moscú (1977) e Ingeniero Industrial especialidad Automática y Electrónica por la Universidad Politécnica de Madrid (1981). Es Doctor Ingeniero por la Universidad Politécnica de Madrid (1983), donde fue Profesor Titular. En la actualidad es Catedrático del Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad Carlos III de Madrid.

Rafael Aracil es Ingeniero Industrial especialidad Eléctrica y Doctor Ingeniero Industrial por la Universidad Politécnica de Madrid. En 1973 se incorporó al Departamento de Automática, Ingeniería Electrónica e Informática Industrial de la Universidad Politécnica de Madrid donde, desde 1983, es Catedrático.

CAPÍTULO 1

Introducción

Antes que acabes, no te alabes.
Refranero popular

El ciudadano industrializado que vive a caballo entre el siglo XX y el XXI se ha visto en la necesidad de aprender, en escasos 25 años, el significado de un buen número de nuevos términos marcados por su alto contenido tecnológico. De ellos, sin duda el más relevante, haya sido el de Internet que, de la mano del ordenador o computador personal, ha motivado un cambio notable en el modo de vida.

Pero dejando de lado esta verdadera revolución social, existen otros conceptos procedentes del desarrollo tecnológico que han superado las barreras impuestas por las industrias y centros de investigación, incorporándose en cierta medida al lenguaje coloquial. Es llamativo cómo entre éstas destaca el concepto **robot**. Aún sin tener datos reales, no parece muy aventurado suponer que de preguntar al ciudadano medio sobre qué es un robot industrial, éste demostraría tener, cuento menos, una idea aproximada de su aspecto y utilidad.

Esta familiaridad con la que nuestra sociedad trata al robot es más llamativa cuando se compara con el amplio desconocimiento que se puede tener de otras máquinas o aparatos, aun siendo éstos de mayor antigüedad o utilidad como, por ejemplo, sería el osciloscopio o los pacientes cercanos de los robots: las máquinas de control numérico.

Posiblemente, una de las causas principales que haya dado popularidad al robot sea su mitificación, propiciada o amplificada por la literatura y el cine de ciencia ficción. Si bien, salvo escasas excepciones, los robots de novelas y películas tienen un nulo parecido con el robot industrial, su frecuente presencia en estos medios ha permitido que el término nos sea familiar, originando que le abramos la puerta de nuestra cotidianidad. Después, ha sido suficiente con que en algunas ocasiones hayamos visto un robot industrial real, por ejemplo, en una noticia en televisión o prensa, para que hayamos dejado de lado al robot mito y hayamos aceptado, como una máquina más de nuestro entorno, a esa especie de brazo mecánico animado, que con rapidez y precisión suelda carrocerías de vehículos o inserta circuitos integrados en placas electrónicas.

El mito ha rodeado y rodea al robot, a pesar de las más de 800.000 unidades instaladas en el mundo a principios de 2005. Sus orígenes de ficción, su controvertido impacto social, su aparente autonomía y notorio contenido tecnológico, origina que, a pesar de su popularidad, siga siendo admirado y en ocasiones temido.

Este libro reúne los conocimientos necesarios para conocer a fondo qué es, cómo funciona y para qué sirve un robot. No es en general un libro para el gran público, pues en algunos capítulos se presentan conocimientos avanzados en matemáticas, electrónica, control, mecánica e informática, pero con las limitaciones impuestas en estos capítulos, puede ser leído y comprendido por cualquier persona con alguna formación técnica.

Tras su lectura es de esperar la desmitificación del robot, quedando a la altura de cualquier otra máquina compleja, como otras muchas que nos rodean (automóvil, televisión, etc.). Tras su estudio, el robot será la síntesis de un importante bagaje de conocimientos científico-técnicos, adecuadamente conjuntados para dar como resultado un dispositivo destinado a mejorar la producción y la calidad de vida.

1.1. ANTECEDENTES HISTÓRICOS

A lo largo de toda la historia, el hombre se ha sentido fascinado por máquinas y dispositivos capaces de imitar las funciones y los movimientos de los seres vivos. Los griegos tenían una palabra específica para denominar a estas máquinas: *automatos*. De esta palabra deriva la actual **autéoma**: máquina que imita la figura y movimientos de un ser animado.

La Tabla 1.1 muestra los autómatas y, en general, los mecanismos automáticos más relevantes creados por el hombre a lo largo de la historia, principalmente occidental, y de los que se tienen noticias ciertas de su creación y aplicación [MINSKY-85] [REICHARDT-78] [COHEN-66] [ROSHEIM-94]. En este sentido, es necesario notar que existen referencias a muchos otros mecanismos animados o autómatas que pertenecen más al terreno de la leyenda que al de la realidad. Tal es el caso del *Hombre de hierro* de Alberto Magno (1204-1282) o la *Cabeza parlante* de Roger Bacon (1214-1294). También hay que considerar la existencia de fraudes, como se cree que resultó ser el *Jugador Mecánico de Ajedrez* del Barón Wolfgang von Kempelen (1734-1804).



Figura 1.1. Gallo de Estrasburgo (1352).

Tabla 1.1. Autómatas o mecanismos automáticos más relevantes a lo largo de la historia

Año	Autor	Mecanismo	Comentario
270 a.C.	Ctesibius	Clépsidra y órgano de agua	Aplicación de la neumática e hidráulica para la producción de los primeros relojes y órganos de agua.
62 a.C.	Heron de Alejandría	Teatro automático	Escribió un Tratado sobre Neumática. En el teatro automático las figuras cambiaban de posición, los pájaros cantaban, se oían las trompetas y los animales bebían del agua, entre otros movimientos.
87 a.C.	Escuela de Posidonio	Mecanismo de Antikythera	Mecanismo para el cálculo de la posición de los astros. Resulta ser el ejemplo más antiguo de procesamiento de información a través de engranajes.
1200	Al-Jazari	Fuente del Pavo Real	Al-Jazari es el autor de un tratado de mecanismos ingeniosos, en el que aparece la fuente del pavo real entre otros mecanismos. Se trata de un autómata para lavarse las manos. Tras tirar de la cola del pavo, se llena de agua una vasija, aparece una pequeña figura con un tarro con polvos perfumados, seguido por otra figura con una toalla.
1232-1316	Ramón Llul	Ars Magna	El Ars Magna consistía en una serie de círculos concéntricos en las que había distintas palabras. Cuando un grupo de palabras se ponía en un orden determinado formando una pregunta, otras palabras se juntaban para formar la respuesta.
1352	Desconocido	Gallo de la catedral de Estrasburgo	Es el reloj medieval más famoso y elaborado. Estuvo operativo hasta 1789. Aparecía en compañía de otras doce figuras representando a los apóstoles, movía las alas, levantaba la cabeza y cacareaba tres veces.
1500	Leonardo Da Vinci	León Mecánico	Construido en honor del rey de Francia, Luis XII alrededor del 1500, aunque no se conservan planos del mismo. Se cree que ante el rey dio unos pasos, levantó una garra y se abrió el pecho para enseñar el escudo de armas del rey.
1525	Juanelo Turriano	Monje u hombre de palo	Figura de monje programado para andar unos pasos, asintiendo con la cabeza, moviendo ojos y boca, mientras con una mano sujetaba un crucifijo y con otra se da golpes en el pecho.
1540		Tocadora de Laúd	Se le atribuye la construcción para Carlos V de una figura de mujer que podía dar unos pasos en línea recta o en círculo, al mismo tiempo que sacaba notas de un pequeño laúd.
1738	Jaques de Vaucanson	Pato	Es uno de los autómatas más famosos. Se trata de un pato de cobre que comía, bebía, graznaba, movía las alas e incluso digería la comida como un pato real.
1738		Flautista y Tamborilero	Presentados junto con el pato, se trataba de figuras de un metro y ochenta centímetros sobre un pedestal. El flautista, a través de una corriente de aire y el movimiento de labios y dedos era capaz de tocar doce melodías distintas.
1760	Friedrich von Knauss	Máquina de escritura automática	Se trataba de una máquina capaz de escribir pasajes de hasta 107 palabras. Podía escribir cualquier texto compuesto anteriormente o proveniente de un dictado tras el operador presionar las teclas adecuadas.

4 FUNDAMENTOS DE ROBÓTICA

Tabla 1.1. Autómatas o mecanismos automáticos más relevantes a lo largo de la historia (Continuación)

Año	Autor	Mecanismo	Comentario
1770 1772 1773	Jaquet-Droz	Escriba Organista Dibujante	Los tres autómatas estaban operados por mecanismos de relojería basados en el uso de cadenas complejas de levas. El escriba y el dibujante tenían la forma de niños jóvenes, vestidos elegantemente. El escriba podía mojar la pluma en la tinta y escribir un texto de hasta 40 palabras. El dibujante podía realizar dibujos de Luis XV y similares, por ejemplo, una escena de batalla naval. Por otro lado la organista, una chica joven, tocaba realmente el órgano, moviendo los brazos y manos para presionar las teclas adecuadamente.
1778	Baron W. Von Kempelen	Máquina parlante	Tras un trabajo de veinte años, construyó una máquina capaz de reproducir los órganos vocales de los seres humanos, y con ello reproducir los distintos sonidos.
1796	Hanzo Hosokawa	Muñeca para servir el té	Se trata de una muñeca de madera de unos 35 cm de alto que sujetaba una bandeja. Si se pone un recipiente con té sobre ella, la muñeca se mueve hacia delante. Si se le quita, se para. Si se le vuelve a poner, se da la vuelta y vuelve por donde ha venido. Es capaz de moverse más de medio metro en cada dirección.
1805	Familia Maillardet	Muñeca capaz de dibujar	En un comienzo se trataba de la figura de un niño arrodillado con un lápiz en la mano, que eran capaces de escribir en inglés y francés y de dibujar paisajes. Posteriormente se transformó en una mujer.
1900	Leonardo Torres Quevedo	Máquinas algebraicas	Conjunto de máquinas capaces de resolver ecuaciones polinómicas por procedimientos estrictamente mecánicos. Destacan los aritmóforos, el tren exponencial y los husillos sinfin.
1906		El Teleokino	Dispositivo para el control a distancia de barcos y dirigibles mediante ondas Hertzianas. Las señales se asemejan a las del alfabeto Morse, que interpretadas dan lugar hasta una veintena de movimientos diferentes.
1912		Máquina de jugar al ajedrez	Máquina que era capaz de jugar partidas de Torre y Rey contra Rey. Para este tipo de partidas, se pueden dar una serie de reglas que aseguran jaque mate en un número determinado de movimientos.

Los primeros mecanismos animados de los que se tiene noticia son los de Ctesibius (c. 270 a.C.), uno de los grandes ingenieros griegos de la escuela de Alejandría, quien aplicó sus conocimientos de neumática e hidráulica para producir los primeros relojes de agua (clepsidras) y órganos con figuras en movimiento. Basado en su trabajo, Herón de Alejandría (62 a.C.) creó los *Teatros Automáticos*, en los que los mecanismos animados se movían a través de dispositivos hidráulicos, poleas y palancas, con fines eminentemente lúdicos.

La cultura árabe (siglos VIII a XV) heredó y difundió los conocimientos griegos, utilizándolos no sólo para realizar mecanismos destinados a la diversión, sino que les dio una aplicación práctica, introduciéndolos en la vida cotidiana de la realeza. Ejemplo de éstos son diversos sistemas dispensadores automáticos de agua para beber o lavarse, como la *Fuente del Pavo Real*, atribuida a Al-Jazari (1150?-1220?).



Figura 1.2. Ilustración de los autómatas realizados por Jacques Vaucanson en 1738.

En el medioevo es importante destacar la figura del místico español Ramón Llull (1232-1316), quien desarrolló una máquina lógica denominada *Ars Magna* o arte general, con el objetivo de demostrar razonablemente los artículos de fe. El dispositivo consistía en una serie de círculos concéntricos sobre los que había escritas distintas palabras. Cuando se movían los círculos para obtener una frase en forma de pregunta, se obtenía simultáneamente la respuesta correspondiente con otra combinación de palabras.

Otro ejemplo relevante de la época medieval fue el *Gallo de Estrasburgo* (1352). Éste, que es el autómata más antiguo que se conserva en la actualidad, formaba parte del reloj de la torre de la catedral de Estrasburgo y al dar las horas movía las alas y el pico, y cacareaba tres veces.

Durante los siglos XV y XVI alguno de los más relevantes representantes del renacimiento se interesaron también por los ingenios descritos y desarrollados por los griegos. Es conocido el *León mecánico* construido por Leonardo Da Vinci (1452-1519) para el rey Luis XII de Francia, que se abría el pecho con su garra y mostraba el escudo de armas del rey. En España son conocidos el *Hombre de palo* y la *Tocadora de Laúd*, construidos por Juanelo Turriano (1501-1575) en el siglo XVI para el emperador Carlos I. El primero estaba vestido de monje, andaba y movía la cabeza, ojos, boca y brazos. Mientras que la segunda podía andar en línea recta o en círculo mientras tocaba el laúd. Turriano fue también autor de diversas obras de ingeniería de aplicación práctica destacando el sistema de elevación de agua desde el río Tajo hasta Toledo [REINOSO-03], [JUANELOTURRIANO].

Durante los siglos XVII y XVIII se crearon ingenios mecánicos que tenían alguna de las características de los robots actuales. Estos dispositivos fueron creados en su mayoría por artesanos del gremio de la relojería. Su misión principal era la de entretenir a las gentes de la corte y servir de atracción en las ferias. Estos autómatas representaban figuras humanas, animales o pueblos enteros. Son destacables entre otros el *pato de Vaucanson*, la *muñeca escriba* de Friedrich von Knauss y los muñecos de la familia Droz y de la familia Maillardet.

Jacques Vaucanson (1709-1782), autor del primer telar mecánico, construyó varios muñecos animados (véase Figura 1.2), entre los que destaca un flautista y un tamborilero capaces de tocar varias melodías (1738) y un pato (1738), capaz de graznar, beber, comer, digerir y evacuar la comida. El relojero suizo Pierre Jaquet Droz (1721-1790) y sus hijos Henri-Louis



Figura 1.3. Autómata escriba creado por Jaquet Droz en 1770.

y Jaquet construyeron diversos muñecos capaces de escribir (1770) (Figura 1.3), dibujar (1772) y tocar diversas melodías en un órgano (1773). Éstos aún se conservan en el museo de Arte e Historia de Neuchâtel, Suiza. Contemporáneo de los relojeros franceses y suizos fue Henry Maillardet, quien construyó, entre otros, una muñeca capaz de dibujar y que aún se conserva en Filadelfia.

En 1779 la Academia de Ciencias de San Petersburgo ofreció un premio a quien inventara un mecanismo que pronunciara las cinco vocales. Se presentaron tres inventores, entre ellos el Barón Wolfgang von Kempelen, que presentó un mecanismo que imitaba las cuerdas vocales y era capaz de pronunciar adecuadamente ciertas palabras, a decir de Goethe.

De manera coetánea (1796) pero en la otra parte del mundo, aparecieron en plena era Tokugawa los tres volúmenes del manual titulado *Karakurizui* o «Bocetos de un autómata», firmados por Yoriano (Hanzo) Hosokawa. Este manual describía la construcción y funcionamiento de una muñeca de comportamiento automático, capaz de moverse en una dirección, servir el té con una inclinación de cabeza, y retirarse una vez recibida la taza vacía. Se cree que se construyeron cientos de unidades.

Este *karakuri* o dispositivo mecánico, es quizá el antecesor más directo de los actuales vehículos guiados autónomos (AGV en siglas anglosajonas), pero con la particularidad de que su aplicación venía sustentada por una motivación exclusivamente artístico-intelectual, y en ningún caso con el objetivo de aliviar, descargar o ayudar en el trabajo al ser humano.

Se podría decir que los robots industriales actuales son descendientes directos de estos muñecos animados, salvo por tres cuestiones: la adopción de forma funcional en vez antropomórfica, el uso de potencia hidráulica y eléctrica en vez de resortes y muelles, y el uso de métodos de programación más sofisticados que las levas.

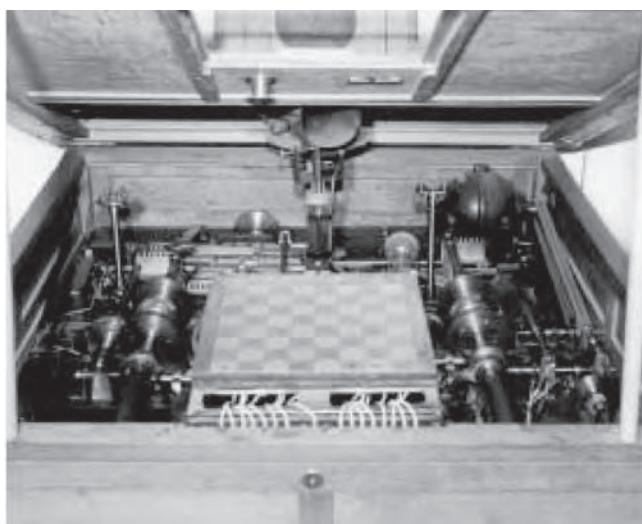


Figura 1.4. Máquina ajedrecista de Leonardo Torres Quevedo. (Cortesía del Museo Torres Quevedo).

A finales del siglo XVIII y principios del XIX se desarrollaron algunas ingeniosas invenciones mecánicas, utilizadas, fundamentalmente, en la industria textil, entre las que destacan la hiladora giratoria de Hargreaves (1770), la hiladora mecánica de Crompton (1779), el telar mecánico de Cartwright (1785) y el telar de Jacquard (1801). Este último utilizaba una cinta de papel perforada como un programa para las acciones de la máquina. Es a partir de este momento cuando se empiezan a utilizar dispositivos automáticos en la producción, dando paso a la automatización industrial.

Si el jugador de ajedrez del Barón von Kempelen resultó, con casi toda seguridad, ser un fraude, el ingeniero español Leonardo Torres Quevedo inventó en 1912 una máquina que era capaz de jugar un conjunto limitado de partidas finales de ajedrez (véase Figura 1.4). Seguramente fue una de las primeras máquinas no sólo capaces de manejar información, sino también de utilizarla para tomar decisiones. Un ejemplar de la máquina ajedrecista se encuentra en la actualidad en el museo Torres Quevedo sito en la ETSI de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad Politécnica de Madrid.

Leonardo Torres Quevedo fue, además, uno de los precursores de los vehículos teledirigidos o teleoperados (el Telekino), y el inventor de diversas máquinas algebraicas, convirtiéndose en uno de los precursores y fundadores del concepto y disciplina de la actual automática [GONZÁLEZ-05].

El Telekino era un autómata que ejecutaba órdenes a distancia transmitidas mediante ondas Hertzianas. Fue concebido para controlar a distancia barcos y dirigibles. Está considerado como el primer aparato de radiodirección del mundo, y fue demostrado al rey Alfonso XII de España en 1906 en el puerto de Bilbao dirigiendo un bote desde la orilla.

La palabra **robot** fue usada por primera vez en el año 1921, cuando el escritor checo Karel Čapek (1890-1938) estrenó en el teatro nacional de Praga su obra *Rossum's Universal Robot (R.U.R.)*. [CAPEK-35], [CAPEK-66]. Su origen es la palabra eslava *roboća*, que se refiere al trabajo realizado de manera forzada. Los robots de R.U.R. eran máquinas androides fabricadas a partir de la «fórmula» obtenida por un brillante científico llamado Rossum. Estos robots servían a sus jefes humanos desarrollando todos los trabajos físicos, hasta que finalmente se rebelan contra sus dueños, destruyendo toda la vida humana, a excepción de uno de sus creadores, con la frustrada esperanza de que les enseñe a reproducirse.

El término robot, posiblemente, hubiera caído en desuso si no hubiese sido por los escritores del género literario de la ciencia ficción, algunos de los cuales retomaron la palabra, e incluso el mensaje de la obra de Čapek: la dominación de la especie humana por seres hechos a su propia imagen. Así, en 1926, Thea von Harbou escribe *Metrópolis*, novela posteriormente llevada al cine por su marido Fritz Lang, en donde la masa obrera de una sociedad superindustrializada es manipulada por un líder androide llamado María.

Pero sin duda alguna, fue el escritor americano de origen ruso Isaac Asimov (1920-1992) el máximo impulsor de la palabra robot. Se le atribuye a Asimov también la creación del término *robotics* (robótica), utilizada por primera vez en una historia corta titulada *Runnaround*, publicada en 1942. Sin lugar a duda, Asimov desde su obra literaria, ha contribuido decisivamente a la divulgación y difusión de la robótica.

En octubre de 1942 publicó en la revista *Galaxy Science Fiction* una historia titulada «The Caves of Steel» [ASIMOV-54] en la que por primera vez enunció sus *tres leyes de la robótica*¹.

1. Un robot no puede perjudicar a un ser humano, ni con su inacción permitir que un ser humano sufra daño.
2. Un robot ha de obedecer las órdenes recibidas de un ser humano, excepto si tales órdenes entran en conflicto con la primera ley.
3. Un robot debe proteger su propia existencia mientras tal protección no entre en conflicto con la primera o segunda ley.

1.2. ORIGEN Y DESARROLLO DE LA ROBÓTICA

Los primeros dispositivos que responden al que hoy se conoce como robot, no adoptaron inicialmente esta denominación. Tras los primeros autómatas descritos en el apartado anterior, casi todos de aspecto humano, los progenitores más directos de los robots fueron los **manipuladores teleoperados** (Figura 1.5). En 1948 R. C. Goertz del *Argonne National Laboratory* desarrolló, con el objetivo de manejar elementos radioactivos sin riesgo para el operador, el primer sistema de telemanipulación. Éste consistía en un dispositivo mecánico maestro-esclavo. El manipulador maestro, situado en la zona segura, era movido directamente por el operador, mientras que el esclavo, situado en contacto con los elementos radioactivos y unido mecánicamente al maestro, reproducía fielmente los movimientos de éste. El operador además de poder observar a través de un grueso cristal el resultado de sus acciones, sentía a través del dispositivo maestro las fuerzas que el esclavo ejercía sobre el entorno.

Años más tarde, en 1954, Goertz hizo uso de la tecnología electrónica y del servocontrol sustituyendo la transmisión mecánica por otra eléctrica y desarrollando así el primer sistema de telemanipulación con servocontrol bilateral. Junto a la industria nuclear, a lo largo de los años sesenta la industria submarina comenzó a interesarse por el uso de los telemanipuladores. A este interés se sumó la industria espacial en los años setenta.

La sustitución del operador por un programa de ordenador que controlase los movimientos del manipulador dio paso al concepto de robot, espoleado por la necesidades de automatización de las cadenas de fabricación.

¹ En la novela *Robots e Imperio*, publicada en 1985, Asimov incorporó una cuarta ley, conocida como ley cero: un robot no puede lastimar a la humanidad o, por falta de acción, permitir que la humanidad sufra daño. Esta ley, de mayor prioridad que la primera (que debe ser modificada en tal sentido), antepone el bien comunitario al individual.



Figura 1.5. Sistema de telemanipulación bilateral.

La primera patente de un dispositivo robótico fue solicitada en marzo de 1954 por el inventor británico C. W. Kenward. Dicha patente fue emitida en el Reino Unido en 1957 con el número 781.465. Sin embargo, fue George C. Devol, ingeniero norteamericano, inventor y autor de varias patentes, el que estableció las bases del robot industrial moderno.

En 1954 Devol concibió la idea de un dispositivo de *transferencia de artículos programada* que se patentó en Estados Unidos en 1961 con el número 2.988.237. En 1956 pone esta idea en conocimiento de Joseph F. Engelberger (1925-), ávido lector de Asimov y director de ingeniería de la división aeroespacial de la empresa *Manning Maxwell y Moore* en Stanford, Connecticut. Juntos, Devol y Engelberger comienzan a trabajar en la utilización industrial de sus máquinas, fundando la *Consolidated Controls Corporation*, que más tarde se convierte en *Unimation* (Universal Automation). En 1961 instalaron su primera máquina Unimate (Máquina de Transferencia Universal) en la fábrica de *General Motors* de Trenton, Nueva Jersey, en una aplicación de fundición por inyección (Figura 1.6). Otras grandes empresas, como la AMF, emprendieron la construcción de máquinas similares (Versatran, 1960). Más tarde, y por motivos comerciales, se empezó a denominar robots a estas máquinas destinadas a transferir piezas de manera «versátil» o «universal», a pesar de que su aspecto no era el humanoide de los robots de la literatura o del cine. Este afortunado cambio de nombre, favoreció notablemente la difusión y aceptación de los robots por parte de la industria, proyectando una imagen de modernismo y avance tecnológico.

En 1968 J. F. Engelberger visitó Japón y poco más tarde se firmaron acuerdos con Kawasaki para la construcción de robots tipo Unimate. El crecimiento de la robótica en Japón aventajó en breve a los Estados Unidos gracias a Nissan, que formó la primera asociación robótica del mundo, la *Asociación de Robótica Industrial de Japón* (JIRA) en 1972. Dos años más tarde se formó el *Instituto de Robótica de América* (RIA), que en 1984 cambió su nombre por el de *Asociación de Industrias Robóticas*, manteniendo las mismas siglas (RIA).

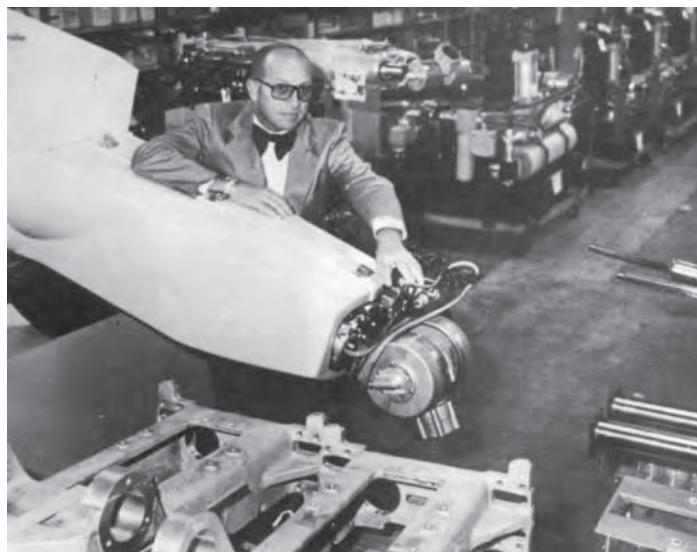


Figura 1.6. Joseph Engelberger con uno de los primeros Unimate.

En los años finales de la década de los sesenta y principios de la década de los setenta se ponen las bases de la investigación en robótica en las universidades. Se crean departamentos de investigación en inteligencia artificial, y se diseñan los primeros robots móviles con un cierto grado de autonomía, como Shakey por el *Stanford Research Institute* o el *Stanford Cart* de la Universidad de Stanford. También se ponen las bases de los diseños actuales de brazos manipuladores, principalmente por Victor Scheinman, con el diseño del brazo de Stanford. Este robot fue el primer manipulador controlado por computador y con accionamiento eléctrico, y que llevaría más tarde al diseño, fabricación y comercialización del robot PUMA (Figura 1.7), uno de

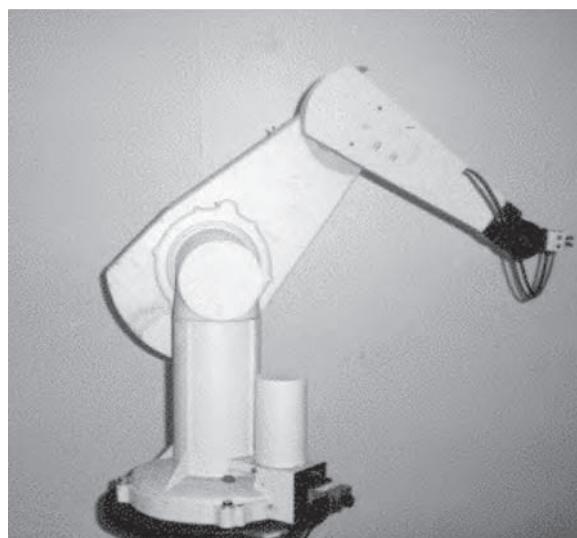


Figura 1.7. Robot PUMA.

los robots industriales más famosos y utilizados tanto en ambientes industriales como de investigación.

Por su parte Europa, tuvo un despertar más tardío, aunque no menos relevante. En 1973 la firma sueca ASEA construyó el primer robot con accionamiento totalmente eléctrico, el robot IRb6 (Figura 1.8), seguido un año más tarde del IRb60. Posteriormente, ya como ABB, se convertiría en una de las empresas más importantes del mundo en la fabricación de robots industriales, y Suecia uno de los países con más robots *per capita*. En este sentido, en 1980 se fundó la *Federación Internacional de Robótica* con sede en Estocolmo, Suecia. La empresa alemana KUKA también fue pionera en la fabricación e implantación de robots industriales, siendo una de las primeras en instalar una línea de soldadura equipada únicamente con robots.

La configuración de los primeros robots respondía a las denominadas configuraciones esférica y antropomórfica, de uso especialmente válido para la manipulación. En 1982, el profesor Makino de la Universidad Yamanashi de Japón, desarrolla en concepto de robot SCARA (*Selective Compliance Assembly Robot Arm*) que busca un robot con un número reducido de grados de libertad (3 o 4), un coste limitado y una configuración orientada al ensamblado de piezas.

Otro hito tecnológico importante en el diseño de robots es el accionamiento directo, desarrollado en la Universidad Carnegie Mellon en 1981. Los motores se acoplan directamente a las articulaciones sin necesidad de reductores, lo que permite movimientos más rápidos y precisos.

Además de los entornos de fabricación y de investigación, en la década de los setenta los robots comenzaron a utilizarse de forma práctica en otros entornos, como el espacial o el submarino, haciendo uso principalmente de tecnologías de teleoperación. Cabe destacar los vehículos submarinos desarrollados por la Marina Norteamericana a principios de los sesenta y las sondas a la luna y Marte a finales de los sesenta y principios de los setenta, culminando en 1981 en el brazo robótico a bordo de los transbordadores espaciales estadounidenses.



Figura 1.8. Robot IRb6 de la firma sueca ASEA. (Cortesía de ABB Robótica).

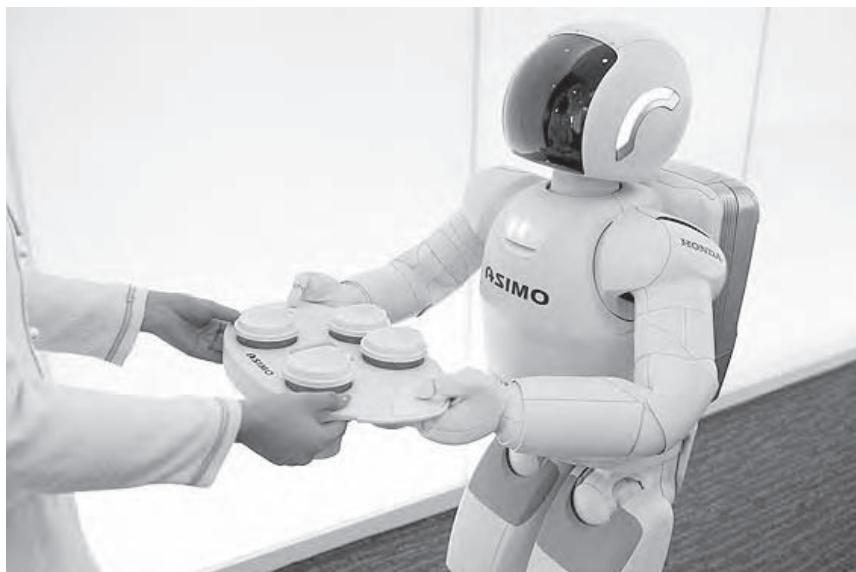


Figura 1.9. Robot humanoide ASIMO de Honda. (Cortesía de Honda).

Por otro lado, uno de los primeros robots humanoides modernos fue creado por el profesor Ichiro Kato de la Universidad de Waseda, denominado Wasubot, presentado en la Exposición Universal de Tokio de 1985. El Wasubot, aunque no podía caminar, había sido diseñado con una forma cercana a la humana lo que le permitía leer partituras y tocar el piano con dos manos en las teclas y un pie en el pedal. Realizó diversas demostraciones tocando música de Bach acompañado por la Orquesta Sinfónica de la NHK.

En los últimos años, una nueva fiebre ha aparecido en Japón en relación con los robots humanoides. Comenzó a finales de 1996, cuando la empresa Honda presentó el P-2, un robot bípedo con la apariencia de un hombre embutido en un traje espacial. Producto de 10 años de investigación y de más de 100 millones de dólares, el P-2 era capaz de andar por sí solo y de realizar algunas tareas básicas, como subir escaleras. Una nueva versión mejorada en peso y autonomía, denominada P-3, apareció a finales del año siguiente. En el año 2002, Honda sacó una versión evolucionada de estos dos robots humanoides denominada Asimo (Figura 1.9), aunque en la actualidad aún no se conocen aplicaciones prácticas del mismo.

Sin embargo, el pionero de los robots para entretenimiento basado en formas animales, fue Sony con su robot mascota con forma de perro llamado Aibo (Figura 1.10). Dotado de una cierta capacidad de aprendizaje y comportamiento autónomo, Aibo puede responder a estímulos externos de su dueño y de actuar consecuentemente. Fue desarrollado por el laboratorio D-21 de Sony y mostrado al público en junio de 1999, vendiéndose 5.000 ejemplares por internet en tan sólo cuatro días.

Por último, unos de los hitos más recientes de la robótica es su introducción masiva en 2002 en los hogares a través de una aspiradora autónoma, denominada Roomba, y desarrollada por la empresa iRobot.

La Tabla 1.2 muestra los principales hitos en la historia reciente de la robótica, en la que se han incluido también algunos eventos relevantes de disciplinas asociadas, como puede ser el control, la informática o la automatización.



Figura 1.10. Robot Aibo de Sony. (Cortesía de Sony).

La evolución de los robots industriales desde sus primeros balbuceos ha sido vertiginosa. En poco más de 40 años las investigaciones y desarrollos sobre robótica industrial han permitido que los robots tomen posiciones en casi todas las áreas productivas y tipos de industria. En pequeñas o grandes fábricas, los robots pueden sustituir al hombre en aquellas tareas repetitivas y hostiles, adaptándose inmediatamente a los cambios de producción solicitados por la demanda variable.

Los futuros desarrollos de la robótica apuntan a aumentar la movilidad, destreza y autonomía de sus acciones, así como a ser capaces de mantener una elevada interacción con los humanos. La mayor parte de los robots actuales tienen base estática, y se utilizan en aplicaciones industriales tales como ensamblado, soldadura, alimentación de máquinas herramientas, etc. Sin embargo, existen otro tipo de aplicaciones que han hecho evolucionar en gran medida tanto la concepción de los robots como su propia morfología. Entre estos robots dedicados a aplicaciones no industriales destacan los robots espaciales (brazos para lanzamiento y recuperación de satélites, vehículos de exploración lunar, robots para construcción y mantenimiento de hardware en el espacio); robots para aplicaciones submarinas y subterráneas (exploración submarina, instalación y mantenimiento de cables telefónicos submarinos, limpieza e inspección de tuberías y drenajes subterráneos, inspección de sistemas de refrigeración de centrales nucleares); robots militares (desactivación de bombas, robots centinelas experimentales dedicados a patrullar áreas críticas); robots de vigilancia y rescate (robots bomberos para patrullar fábricas, robots aéreos); aplicaciones médicas (robots cirujanos, prótesis robotizadas, sistemas de ayuda a discapacitados); robots para aplicaciones agrícolas (sembrado y recogida de cosechas, robot para esquilar ovejas); y un largo etcétera.

Puede que en un futuro los robots industriales se parezcan a aquellos robots de las novelas de Capek, Harbou o Asimov que dieron nombre a los actuales herederos del Unimate.

Tabla 1.2. Principales hitos en la historia de la robótica

Fecha	Acontecimiento
1911	Frederick W. Taylor publica «Fundamentals of Scientific Management».
1912	Se utiliza en un aeroplano el primer piloto automático.
1913	La compañía Ford fabrica alrededor de 1.000 vehículos diarios utilizando cadenas de producción.
1923	La palabra robot es introducida por Karel Čapek en su obra R.U.R.
1936	Alan Turing introduce el concepto de un computador denominado Máquina de Turing.
1939-45	Desarrollo de los fundamentos del servocontrol, principalmente en el laboratorio de servomecanismos del MIT.
1946	Von Neumann presenta los fundamentos de los computadores. George Devol patenta un dispositivo basado en el almacenamiento magnético para poder reproducir los movimiento de una máquina. El computador ENAC entra en funcionamiento. <i>La Ford Motor Company</i> crea un Departamento de Automatización.
1947	Desarrollo del transistor.
1948	Norbert Wiener publica su trabajo Cybernetics. Trabajos de Shannon sobre los fundamentos de la información y la comunicación. Primer sistema de teomanipulación maestro-esclavo mecánico por Ray Goertz en el <i>Argonne National Laboratory</i> . Desarrollo de la primera máquina herramienta con control numérico por la <i>Parsons Company</i> , con la ayuda de <i>Snyder Corp.</i> , IBM y el MIT. W. Grey Walter construye unas pequeñas tortugas «Elmer y Elisa» a las que dota con una cierto comportamiento autónomo en busca de fuentes de luz.
1950	Alan Turing publica su trabajo «Computing Machinery and Intelligence» en el que propone el famoso test de Turing para saber si una máquina piensa por sí misma.
1951	Presentación de UNIVAC, la primera computadora comercial.
1952	John Diebold publica su trabajo «Automation. The Advent of the Automatic Factory».
1954	Cyril W. Kenward solicita la patente de un dispositivo robótico tipo puente grúa. George Devol solicita la patente del Unimate, abreviatura para <i>Universal Automation</i> . Goerzt desarrolla el primer manipulador maestro-esclavo con servocontrol eléctrico en ambos manipuladores. Se denominó E1 y se trataba de un sistema bilateral.
1956	Se lleva a cabo el primer congreso de Inteligencia Artificial en Dartmouth College. G. Devol y J.F. Engelberger se encuentran en una fiesta en Connecticut. Se diseña y prueba el primer micromanipulador para cirugía ocular.
1958	Desarrollo del primer circuito integrado. Construcción de HandyMan por Ralph Mosher en <i>General Electric</i> , consistente en un sistema de teleoperación con dos manipuladores de diez grados de libertad cada uno y con dispositivos de control de tipo exoesqueleto. Se pone en funcionamiento la primera máquina herramienta con control numérico (La Milwaukee-Matic II Machining Center) capaz de intercambiar herramientas de forma automática. Se comienzan los trabajos para la construcción del primer Unimate.
1960	La compañía <i>American Machine Foundry</i> (AMF) produce el primer robot de configuración cilíndrica, el Versatran.
1961	Se instala el primer Unimate en una planta de <i>General Motors</i> en Trenton.
1963	Desarrollo del Rancho Arm desarrollado en el Hospital Rancho Los Amigos Hospital con el objetivo de servir como brazo sustituto para personas discapacitadas. Primeros robots submarinos desarrollados por la Marina Norteamericana para la recogida de bombas.
1964	Se crean los primeros laboratorios de inteligencia artificial en el MIT, Stanford y la Universidad de Edimburgo.
1966	Wiezenburn presenta su programa ELIZA, capaz de manejar un lenguaje rudimentario y mantener una conversación sencilla. Ole Molaug diseña y construye en Noruega el primer robot para pintura

Tabla 1.2. Principales hitos en la historia de la robótica (Continuación)

Fecha	Acontecimiento
1967	La sonda Surveyor-3 se posa sobre la Luna y utiliza un brazo robotizado para la toma de muestras. <i>General Electric</i> construye un robot cuadrúpedo para llevar personas.
1968	El <i>Stanford Research Institute</i> construye Shakey, un robot móvil con cierta autonomía de movimiento basado en sensores de localización. Engelberger cede a Kawasaki los derechos de fabricación del Unimate en Japón.
1969	Victor Scheinman diseña el Brazo de Stanford, con accionamiento eléctrico y controlado por computador.
1970	Se diseña el Stanford Cart, robot móvil capaz de seguir líneas en el suelo controlado remotamente vía radio. Se celebra el primer Symposium Nacional Americano sobre robots industriales. La empresa alemana KUKA instala la primera línea de soldadura equipada con robots industriales. La URSS teleopera desde tierra el robot móvil Lunakhod sobre la Luna.
1971	Se funda la <i>Japanese Industrial Robot Association</i> (JIRA).
1972	Shigeo Hirose diseña un robot que imita el mecanismo de desplazamiento de las serpientes.
1973	La empresa ASEA comercializa el primer robot industrial con accionamiento eléctrico en todos sus ejes.
1974	<i>Cincinnati Milacron</i> produce el robot The Tomorrow Tool (T3). Se funda el <i>Robot Institute of America</i> (RIA), más tarde rebautizado como <i>Robotic Industries Association</i> .
1976	Los brazos a bordo de las sondas Viking-1 y Viking-2 son teleoperadas desde tierra para tomar muestras de la superficie de Marte.
1978	Se produce y comercializa el robot PUMA (<i>Programmable Universal Machine for Assembly</i>), basado en los diseños de Victor Scheinman.
1979	Sankyo and IBM comercializan el primer robot SCARA (<i>Selective Compliance Assembly Robot Arm</i>) desarrollado por el profesor Makino de la Universidad Yamanashi de Japón. Se establece el Instituto de Robótica en la Universidad Carnegie Mellon.
1980	Fundación de la Federación Internacional de Robótica.
1981	Utilización de el Sistema de Manipulación Remota (SRMS), a bordo de los transbordadores espaciales estadounidenses. Desarrollo en la Universidad Carnegie Mellon de los primeros robots con accionamiento directo.
1985	Presentación de uno de los primeros robots humanoides desarrollado por el profesor Ichiro Kato de la Universidad de Waseda, capaz de tocar el piano.
1993	Teleoperación desde la Tierra de un robot manipulador a bordo del transbordador espacial norteamericano dentro del proyecto ROTEX.
1995	Primera operación quirúrgica sobre un humano utilizando un robot.
1996	Presentación por Honda del robot humanoide P-2, capaz de andar por sí solo y de realizar algunas tareas básicas, como subir escaleras.
1997	El robot móvil Sojourner recorre más de 100 m sobre la superficie de Marte teleoperado desde la tierra.
1999	Experimento de captura de un satélite por otro satélite con un brazo robótico a bordo, dentro del proyecto ETS-7 de la NASDA. Sony saca al mercado un robot mascota en forma de perro llamado Aibo.
2002	Se comercializa de manera masiva la aspiradora robótica denominada Roomba, desarrollada por la empresa iRobot. Presentación de Asimo de Honda, una versión evolucionada de los robots humanoides P-2 y P-3.

1.3. DEFINICIÓN DEL ROBOT

El gran dinamismo que los avances en robótica y disciplinas afines tienen en nuestros días origina que el concepto de robot deba ser revisado y ampliado con frecuencia. La relectura de los primeros textos literarios de ciencia ficción que tratan la robótica, presentan casas robotizadas [BRADBURY-50], automóviles robots [ASIMOV-53] o robots dotados de una alta capacidad de interacción con los humanos [ASIMOV-54]. Todos ellos han dejado de ser hoy en día quimeras de la ciencia-ficción para ser realidades tecnológicas que entran dentro de la disciplina de la robótica.

Es por ello, complicado acotar lo que debe ser entendido por un robot y consecuentemente definir este término con la suficiente generalidad como para cubrir el amplio campo de dispositivos que como tal son, hoy en día, reconocidos. En este sentido, puede resultar válido el revisar las definiciones, no estrictamente técnicas, contenidas en enciclopedias, antes de dar una definición de robot. En la Tabla 1.3 se recogen algunas de las definiciones consideradas por los diccionarios y enciclopedias de más prestigio:

Tabla 1.3. Definición de robot según algunos diccionarios y enciclopedias

Enciclopedia Británica <i>Máquina operada automáticamente que sustituye el esfuerzo de los humanos, aunque no tiene por qué tener apariencia humana o desarrollar sus actividades a la manera de los humanos.</i>
Diccionario Merriam Webster <i>Máquina que se asemeja a los humanos y desarrolla como ellos tareas complejas como andar o hablar.</i> <i>Un dispositivo que desarrolla de manera automática tareas complicadas, a menudo de manera repetitiva</i> <i>Un mecanismo guiado por control automático.</i>
Diccionario de la Real Academia Española <i>Máquina o ingenio electrónico programable, capaz de manipular objetos y realizar operaciones antes reservadas sólo a las personas.</i>

En el estado tecnológico actual de la robótica, incluso estas definiciones generalistas resultan insuficientes para abarcar el conjunto de sistemas que son entendidos hoy en día por robot.

Por este motivo en la actualidad es frecuente añadir un adjetivo al término robot, que permite acotar con mayor detalle sus características o campo de aplicación. A modo de ejemplo, se podrían citar los robots manipuladores, robots humanoides, robots domésticos, robots aéreos y submarinos, robots caminantes, tele-robots, etc.

La Tabla 1.4 muestra los tipos de robots incluidos en las líneas de actividad investigadora en robótica que considera el Grupo de Robótica (GtROb) del Comité Español de Automática (www.cea-ifac.es). Esta lista, sin ser exhaustiva, muestra la gran variedad de tipos de robots considerados hoy en día.

Pero no siempre ha existido esta gran variedad de sistemas robóticos. Hasta finales de los años ochenta, y dejando de lado la ciencia ficción, los únicos robots reales, fuera del entorno de laboratorio, eran aquéllos dedicados a la manufactura de productos en talleres y líneas de fabricación. Estos robots, instalados en la industria manufacturera, están hoy en día firmemente asentados, con una tecnología bien desarrollada y un amplio mercado de fabricantes. El trabajo que este tipo de robot realiza es básicamente el de manipular piezas o herramientas

Tabla 1.4. *Tipos de robots considerados por el GtRob del Comité Español de Automática CEA (www.cea-ifac.es)*

Robots aéreos
Robots asistenciales
Robots autónomos
Robots caminantes
Robots celulares
Robots cooperantes
Robots de inspección
Robots de educación
Robots de entretenimiento
Robots escaladores
Robots espaciales
Robots de exteriores
Robots de servicio
Robots flexibles
Robots humanoides
Robots manipuladores
Robots marinos
Robots bio-médicos
Robots móviles
Robots paralelos
Robots personales
Robots submarinos
Sistemas multi robots
Tele robots
Manipuladores móviles
Mini y Micro robots

en entorno industrial, por lo que se le denomina **robot industrial manipulador**. Sobre él ha sido posible establecer una precisa definición y clasificación según diferentes criterios, como se verá en el siguiente apartado.

Sobre el resto de la tipología de robots existentes hoy en día, no se dan aún las condiciones para establecer estas definiciones y clasificaciones de manera estable, si bien de manera tentativa, pueden encontrarse algunas propuestas.

Se van a presentar a continuación las definiciones estandarizadas del robot industrial manipulador, así como diferentes criterios para su clasificación. Por otra parte y en la medida de lo posible, se definirán y clasificarán algunos de los otros tipos de robots.

1.3.1. Definición de Robot Industrial Manipulador

Los primeros intentos de establecer una definición formal de robot, surgen en el año 1979 por parte de la RIA (*Robot Institute of America*, actualmente *Robotic Industries Association*), según la cual:

Robot (RIA): *Un robot industrial es un manipulador multifuncional reprogramable, capaz de mover materias, piezas, herramientas o dispositivos especiales, según trayectorias variables, programadas para realizar tareas diversas.*

Esta temprana definición, matizada y acotada, ha sido la referencia para las sucesivas definiciones que se han ido dando al robot hasta llegar a la actual, establecida por la Asociación

Internacional de Estándares (ISO). Ésta en su norma ISO 8373 (en España corresponde a la UNE EN ISO 8373:1998. «Robots Manipuladores Industriales. Vocabulario»), define al Robot manipulador industrial como (véase ANEXO I):

Robot manipulador industrial (ISO): *Manipulador de 3 o más ejes, con control automático, reprogramable, multiaplicación, móvil o no, destinado a ser utilizado en aplicaciones de automatización industrial. Incluye al manipulador (sistema mecánico y accionadores) y al sistema de control (software y hardware de control y potencia).*

Ambas definiciones coinciden en indicar que el robot debe ser reprogramable y multi-funcional o multiaplicación, pero mientras que en la definición original de RIA asume que todo robot industrial debe ser manipulador, no cuestionando la existencia de robots que no lo sean, la definición de ISO acota su alcance sólo a los robots manipuladores, mostrando así que considera la existencia de otros tipos de robots, no incluidos en la definición, que no están destinados a manipular o incluso que no tienen esta capacidad.

Por otro lado, la definición ISO exige que el robot tenga al menos 3 grados de libertad (el concepto de grado de libertad queda recogido en la propia norma, véase ANEXO I, y se introduce en el Capítulo 2) dejando fuera del concepto de robot aquellos dispositivos constructivamente más simples y de capacidades más limitadas.

Si bien en ninguna de las dos definiciones aparece de manera directa indicación alguna que limite la definición de robot a aquellos manipuladores que tengan sus ejes servocontrolados, la definición ISO condiciona indirectamente la definición de robot a esta característica, al indicar que éste debe ser reprogramable. Efectivamente, en la propia norma, se define el concepto de reprogramable como:

Reprogramable (ISO): *Aquellos en los que los movimientos programados o las funciones auxiliares pueden cambiarse sin modificación física.*

Modificación física (ISO): *Modificación de la estructura mecánica o del sistema de control (se excluyen cambios en los soportes de memoria: Disco, cinta, ROM, etc.).*

La capacidad de poder ser reprogramado sin modificaciones físicas para alcanzar diferentes posiciones precisa del servocontrol que gobernará los movimientos de modo que éstos se detengan cuando la posición alcanzada coincida con la de consigna.

De esta manera quedarían excluidos de la definición de robot aquellos manipuladores con control de tipo todo-nada, en los que sólo pueden alcanzarse posiciones discretas. Estos sistemas corresponden en la práctica a manipuladores de tipo neumático, controlados mediante sistemas lógicos (PLC por ejemplo) que tienen un número discreto y pequeño de posiciones estables y en los que los actuadores se detienen en posiciones fijas. La modificación de estas posiciones implica la alteración de los recorridos de los actuadores, mediante topes mecánicos o incluso el rediseño o la alteración estructural (Figura 1.11).

Por tanto, de acuerdo a la definición ISO un robot debe tener al menos 3 ejes servocontrolados, es decir, con sistemas de posicionamiento tales que la señal de mando al actuador considere la posición de referencia y la posición real que éste tiene en cada momento (realimentación).



Figura 1.11. Manipulador secuencial neumático. (Cortesía FESTO).

1.3.2. Definición de otros tipos de robots

Para distinguir a los robots cuya actividad consiste en fabricar piezas o bienes mediante procesos de manufactura de aquéllos cuya tarea no es la de producir estos bienes, se utiliza en la actualidad de manera genérica el término de robots de servicio. La Federación Internacional de Robótica, define de «manera provisional» a éstos como:

Robots de servicio (IFR): *Un robot que opera de manera semi o totalmente autónoma para realizar servicios útiles a los humanos y equipos, excluidas las operaciones de manufactura.*

La definición anterior se complementa a renglón seguido por la IFR con las siguientes aclaraciones:

Los robots manipuladores industriales, pueden entrar también en la categoría de robots de servicio cuando estén dedicados a tareas no manufactureras. Los robots de servicio pueden estar equipados o no con un brazo manipulador como los industriales. A menudo, pero no siempre, son robots móviles. En algunos casos, los robots de servicio consisten en una plataforma móvil con uno o varios brazos que son controlados de la misma manera que los robots industriales.

Las aclaraciones ponen de manifiesto la dificultad existente en definir de manera rigurosa un robot de servicio. En la práctica el especialista en robótica, debe usar su propio criterio para decidir si un dispositivo determinado es o no un robot y si lo es de servicio. Entrando en éstos los dedicados a cuidados médicos, educación, domésticos, uso en oficinas, intervención en ambientes peligrosos, aplicaciones espaciales, aplicaciones submarinas, etc. Diversas aplicaciones de los robots de servicio son examinadas con cierto detalle en el Capítulo 10.

Actualmente, dentro de los robots de servicio se incluyen los robots domésticos o personales. Éstos podrían definirse como:

Robot doméstico: *Aquel robot destinado a ser usado por humanos sin formación técnica específica, al objeto de servirle como ayudante o colaborador en sus quehaceres o actividades diarias.*

De manera similar a como ocurrió con el ordenador personal, es admisible presuponer que el número de unidades y la variedad de este tipo de robots crezca muy por encima de cualquier otro. De hecho ya en el año 2003, el número de robots aspiradoras instalados (un tipo particular de robot doméstico que aparecieron en el mercado en el año 2002) era de 570.000, siendo 800.772 el número de robots industriales instalados en la misma fecha.

Es por ello que la división actual entre robot industrial y robot de servicio deberá ser modificada en el futuro incorporando los robots personales como un tipo independiente de los anteriores.

La definición de robot de servicio del IFR y las aclaraciones posteriores consideran por un lado la posibilidad de que sea un robot móvil y de que el robot no sea totalmente autónomo. Es oportuno por ello definir robot móvil y robot no autónomo o tele-robot.

De acuerdo a la norma ISO 8373 se define robot móvil como:

Robot móvil (ISO): *Robot que contiene todo lo necesario para su pilotaje y movimiento (potencia, control y sistema de navegación).*

En ocasiones se hace referencia a los robots móviles como AGV, siglas que proceden del término *Autonomous Guided Vehicle* o vehículo guiado autónomamente. De nuevo, la definición es insuficiente para abarcar la realidad, pues dentro de los robots móviles se pueden considerar los robots móviles terrestres (denominados UGV *Unmanned Ground Vehicles*) los robots móviles aéreos (conocidos como UAV *Unmanned Aerial Vehicles*) y los robots móviles submarinos (identificados como AUV *Autonomous Underwater Vehicles*), siendo todos ellos en ocasiones, a pesar del nombre, semi-autónomos.

Debe entenderse, además, que un robot móvil no tiene porqué ser necesariamente un robot de servicio, existiendo de hecho numerosos robots móviles (en su mayor parte con recorridos limitados a unos caminos prefijados) trabajando en la industria manufacturera, en particular en tareas de almacenaje y logística.

El incremento de posibilidades con que la movilidad dota a un robot y las dificultades especiales que surgen al abordar esta capacidad, han originado que los robots móviles hayan sido y sean motivo de interés de numerosas investigaciones. Este texto no trata los robots móviles, pudiendo el lector interesado encontrar información adecuada en [OLLERO-01]

Las dificultades derivadas de la falta de estructuración del entorno y de la imposibilidad de predecir las situaciones en las que los robots de servicio, sean móviles o estacionarios, deben operar, hace que en muchas ocasiones se deba recurrir a modos de funcionamiento semi-autónomos o incluso totalmente dependientes de las órdenes del operador. Este tipo de robots gobernados a distancia por un operador se conocen como tele-robots o robots teleoperados. Sus características y aplicaciones son motivo específico del Capítulo 11.

Una temprana definición, de los **robots teleoperados** es la dada por la NASA (1978) y recogida sin apenas modificaciones en el *Handbook of Industrial Robotics* [NOF-99]:

Robots teleoperados (NASA): *Dispositivos robóticos con brazos manipuladores y sensores y cierto grado de movilidad, controlados remotamente por un operador humano de manera directa o a través de un ordenador.*

Esta definición, igual que la dada en su día por el RIA para los robots, queda limitada a los robots manipuladores, excluyendo a todos los otros que, sin tener necesariamente la capacidad de manipulación, pueden ser operados a distancia. Así, en la actualidad, se debe entender por telerobot:

Telerobot: cualquier robot cuya tarea pueda ser monitorizada y reprogramada a distancia por el humano.

O bien la dado por la Norma ISO.

Robot Teleoperado (ISO): Un robot que puede ser controlado remotamente por un operador humano, extendiendo las capacidades sensoriales y motoras de éste a localizaciones remotas.

Ambas definiciones en la que se deja abierta la posibilidad de teleoperar cualquier tipo de robot.

Un último concepto derivado de la telerobótica son los denominados Cobots. Los Cobots, ideados por Peshkin y Colgate ([PESHKIN-99], [COLGATE-99]) el año 1996 se definen como:

Cobot: Dispositivo robótico que manipula objetos en colaboración física directa con él.

Los Cobots, ideados para la colaboración estrecha entre humano y robot, se utilizan en tareas donde es preciso guiar al operador por caminos sometidos a restricciones (superficies o restricciones virtuales) o donde éste debe mover cargas notables. El cobot, limita las trayectorias que puede hacer el humano o soporta la carga, mientras éste dirige el movimiento.

Los telerobots con capacidad háptica (véase Capítulo 11) pueden también hacer esta función de imponer restricciones a los movimientos del operario para guiarle o amplificar su fuerza. Pero mientras que los telerobots utilizan servos de posición y fuerza para este objetivo, los Cobots son dispositivos pasivos y por ello intrínsecamente seguros.

Otras definiciones de interés relacionadas con la robots son las referentes a los útiles que puede portar el robot en su extremo. La UNE EN ISO 8373:1998 define así:

Elemento terminal de robot (ISO): Objeto unido a la interfase mecánica dispuesta en el extremo del robot, para dotarle a éste de la funcionalidad necesaria para realizar su tarea. Se incluyen pinzas, herramientas y dispositivos para facilitar la conexión con otros elementos.

Pinza (ISO): Elemento Terminal concebido para coger y sujetar.

1.4. CLASIFICACIÓN DE LOS ROBOTS

Un robot puede ser clasificado atendiendo a diferentes criterios o características. Algunas de éstas serán dependientes de su propia esencia, otras de la aplicación o tarea a que se destinan. En los criterios para clasificar un robot que la continuación se exponen, aparecen conceptos cuyo desarrollo será abordado en capítulos posteriores, haciéndose en este epígrafe sólo una breve reseña a su significado.

1.4.1. Clasificación atendiendo a la Generación

La generación de un robot hace referencia al momento tecnológico en que éste aparece. De este modo se puede considerar que se pasa de una generación a la siguiente cuando se da un hito que supone un avance significativo en las capacidades de los robots.

Aun siendo ésta una división subjetiva, es interesante, pues permite hacerse una idea de cuán avanzado es un robot. La Tabla 1.5 recoge una posible clasificación en generaciones. Cronológicamente podría decirse que la primera generación se extiende desde el comienzo de la robótica hasta los años ochenta. La segunda generación se desarrolla en los años ochenta y es la que mayoritariamente se puede encontrar hoy en día en las industrias. La tercera generación está desarrollándose en estos días, siendo, por tanto, objeto de un futuro cercano.

Tabla 1.5. Clasificación de los Robots según generaciones

1. ^a Generación	Repite la tarea programada secuencialmente. No toma en cuenta las posibles alteraciones de su entorno.
2. ^a Generación	Adquiere información limitada de su entorno y actúa en consecuencia. Puede localizar, clasificar (visión) y detectar esfuerzos y adaptar sus movimientos en consecuencia.
3. ^a Generación	Su programación se realiza mediante el empleo de un lenguaje natural. Posee capacidad para la planificación automática de tareas.

La Tabla 1.6 recoge una clasificación propuesta por Knasel en el año 1986 [KNASEL-86]. A pesar de su antigüedad los aspectos recogidos en ella no han perdido validez, permitiendo tener una visión del pasado, presente y futuro de la robótica.

Tabla 1.6. Características de las generaciones de los robots [Knasel-86]

Generación	Nombre	Tipo de control	Grado de movilidad	Usos más frecuentes
1. ^a (1982)	Pick & place	Fines de carrera, aprendizaje	Ninguno	Manipulación, servicio de máquinas
2. ^a (1984)	Servo	Servocontrol, trayectoria continua, progr. condicional	Desplazamiento por vía pintura	Soldadura,
3. ^a (1989)	Ensamblado	Servos de precisión, visión, tacto, prog. off-line	AGV Guiado por vía	Ensamblado Desbarbado
4. ^a (2000)	Móvil	Sensores inteligentes	Patas Ruedas	Construcción Mantenimiento
5. ^a (2010)	Especiales	Controlados con técnicas de IA	Andante Saltarín	Uso militar Uso espacial

1.4.2. Clasificación atendiendo al Área de Aplicación

Desde el punto de vista del uso que se da al robot es posible clasificarlos bien en base al sector económico en el que se encuentran trabajando o bien en base al tipo de aplicación o tarea que desarrollan, independientemente de en qué sector económico trabajen.

Las actividades económicas pueden ser clasificadas de acuerdo al estándar internacional de clasificación de sectores de las actividades económicas (ISIC). En [IFR-04] se establece esta clasificación, usándose para cuantificar el parque de robots instalados en el mundo.

Las aplicaciones a las que se dedican los robots industriales quedan también bien definida por la IFR. Esta clasificación puede verse con detalle en el Capítulo 10. Aquí se recoge sintetizada en la Tabla 1.7.

Tabla 1.7. Clasificación de las aplicaciones de los robots industrial manipuladores, según IFR [IFR-04]

000	Sin especificar.
110	Manipulación en fundición.
130	Manipulación en moldeo de plásticos.
140	Manipulación en tratamientos térmicos.
150	Manipulación en la forja y estampación.
160	Soldadura.
170	Aplicación de materiales.
180	Mecanización.
190	Otros procesos.
200	Montaje.
210	Paletización y empaquetado.
220	Medición, inspección, control de calidad.
230	Manipulación de materiales.
240	Formación, enseñanza e investigación.
900	Otros.

En cuanto a los robos de servicio, la IFR establece de manera poco precisa un primer criterio de clasificación según que el servicio «prestado» por el robot esté dirigido a los humanos, a los equipos o a otras actividades. Dentro de cada una de estas alternativas se considera el grado de interacción con el humano Tabla 1.8.

Tabla 1.8. Clasificación de los robots de servicio por Categoría y tipo de Interacción según IFR [IFR-04]

510	Robots de servicios a humanos (personales, seguridad, entretenimiento, etc.).
	Interactivos.
	No interactivos.
	Otros.
520	Robots de servicios a equipos (mantenimiento, reparación, limpieza, etc.).
	Interactivos.
	No interactivos.
	Otros.
530	Otros robots desarrollando funciones autónomas (vigilancia, transporte, adquisición de datos, etc.) y/o robots de servicio que no entran en 510 y 520.

Bastante más práctica es la clasificación que la IFR hace en base al tipo de aplicación. En ésta, se dividen las aplicaciones en Personales o Domésticas, Profesionales y en general aplicaciones de I+D. En cada uno de los casos se detalla la actividad a la que se dedica el robot. Esta clasificación se presenta con detalle en el Capítulo 10, recogiéndose aquí (Tabla 1.9) el resumen de la misma.

Tabla 1.9. Clasificación de los robots de servicio por Áreas de aplicación según IFR [IFR-04]

Sección I ROBOTS PERSONALES Y DOMÉSTICOS	
1-5	Robots para tareas domésticas
6-10	Robots de entretenimiento
11-14	Asistenciales, ayuda a discapacitados
15	Transporte Personal
16	Seguridad y vigilancia de la vivienda
17	Otros usos personales y domésticos
Sección II ROBOTS DE SERVICIOS PROFESIONALES	
18-23	Robots de exteriores
24-28	Limpieza profesional
29-31	Sistemas de inspección
32-36	Construcción y demolición
37-40	Sistemas logísticos
41-44	Medicina
45-50	Defensa, rescate y seguridad
51	Submarinos
52	Plataformas móviles de uso general
53-55	Robots de laboratorio
56-59	Relaciones públicas
60-61	Propósito especial
62	Humanoides
63	Robots a medida
64	Otros no especificados
Sección III I+D EN ROBÓTICA	
64	Percepción
65-67	Actuación
68	Micro y nano robots
69	Arquitecturas e integración
70	Navegación y control
71	Interfases con usuario y otras
72	Otras actividades de I+D no especificadas
73	Investigación básica

1.4.3. Clasificación atendiendo al tipo de Actuadores

Dependiendo de cuál sea el tipo de energía utilizada por los ejes principales del robot, éste puede ser clasificado como

- Robot Neumático.
- Robot Hidráulico.
- Robot Eléctrico.

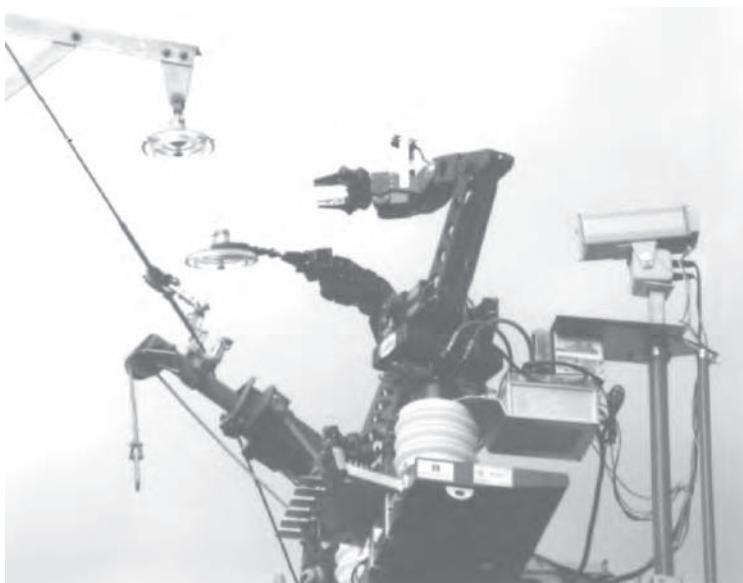


Figura 1.12. Sistema ROBTET para reparación de líneas eléctricas, con robots de accionamiento hidráulico (Cortesía DISAM - Universidad Politécnica de Madrid).

Como se indica en el Capítulo 2, la mayor parte de los robots actuales son de accionamiento eléctrico, pero pueden encontrarse casos particulares de robots con accionamiento hidráulico o neumático.

Los accionamientos hidráulicos en particular pueden estar aconsejados cuando se precise disponer de una elevada relación capacidad de carga-peso del robot o cuando se precise disponer de aislamiento eléctrico entre el robot y el resto del sistema Figura 11.2.

1.4.4. Clasificación atendiendo al Número de Ejes

Esta característica es aplicable a los robots o telerobot con cadena cinemática (es decir, sería aplicable a los robots manipuladores, pero no lo sería, por ejemplo, a los robots móviles). Se entiende por eje cada uno de los movimientos independientes con que está dotado el robot. Puesto que de acuerdo a la definición ISO el robot manipulador industrial debe tener al menos 3 ejes y extendiendo esta condición a los robots de servicio manipuladores, se podrán encontrar robots de cualquier número de ejes superior o igual a 3. En la práctica, la mayor parte de los robots tienen 6 ejes, seguidos por los de 4. Los robots con más de 6 ejes son poco frecuentes, estando justificado este número para aumentar la capacidad de maniobra del robot y siendo en muchas ocasiones telerobots.

1.4.5. Clasificación atendiendo a la Configuración

Como ocurre en el caso anterior, esta clasificación es sólo aplicable a robots o telerobots con cadena cinemática. Como se verá en el Capítulo 2 la configuración de un robot queda definida por el tipo de movimientos permitidos entre 2 eslabones consecutivos de la cadena. De acuerdo a esto se tienen los tipos de configuraciones indicados en la Tabla 1.10.

Tabla 1.10. *Tipos de Configuraciones de Robots*

- Cartesiano
- Cilíndrico
- Polar o Esférico
- Articular
- SCARA
- Paralelo

La Tabla 1.11 recoge el número de robots instalados en España y en el Mundo durante el año 2003, atendiendo a los dos últimos criterios: Número de ejes y Configuración. Puede observarse cómo con diferencia la mayor parte de los robots que se instalaron durante ese año responden a robots articulares de 5 o más ejes. Esta conclusión es extensible al número de robots instalados actualmente

Tabla 1.11. *Robots instalados durante el año 2003 en España y en el mundo según número de ejes y configuración*

Número de ejes	España	Todos los países
3	100	4.148
4	46	3.678
5 o más	1.708	34.906
Sin definir	177	39.043
TOTAL	2.031	81.776
Configuración	España	Todos los países
Cartesiano	179	11.301
Cilíndrico y Esférico	0	4.781
Articular	1.843	37.297
SCARA	9	5.167
Paralelo	0	86
Sin definir	0	23.144
TOTAL	2.031	81.776

1.4.6. Clasificación atendiendo al Tipo de Control

Atendiendo al tipo de control, la norma ISO 8373 y, en consonancia la IFR, distingue entre los siguientes:

Robot secuencial (ISO): Robot con un sistema de control en el que un conjunto de movimientos se efectúa eje a eje en un orden dado, de tal forma que la finalización de un movimiento inicia el siguiente.

En este tipo de robots sólo es posible controlar una serie de puntos de parada, resultando un movimiento punto a punto (*Point to Point*: PTP). Un ejemplo de ellos son los manipuladores neumáticos.

Robot controlado por trayectoria (ISO): Robot que ejecuta un procedimiento controlado por el cual los movimientos de tres o más ejes controlados, se desarrollan según instrucciones que especifican en el tiempo la trayectoria requerida para alcanzar la siguiente posición (obtenida normalmente por interpolación).

Los robots controlados por trayectoria permiten la realización de movimientos en los que puede ser especificado toda la trayectoria de manera continua (Trayectoria Continua: TC).

Robot adaptativo (ISO): Robot que tiene funciones de control con sensores, control adaptativo, o funciones de control de aprendizaje.

De este modo el robot puede modificar su tarea de acuerdo a la información captada del entorno, por ejemplo, a través de un sistema de visión por computador o por sensores de fuerza o contacto. (El concepto de adaptativo, según la ISO 8373 es más amplio. Puede ser consultado éste en el ANEXO I.)

Robot Teleoperado (ISO): Un robot que puede ser controlado remotamente por un operador humano, extendiendo las capacidades sensoriales y motoras de éste a localizaciones remotas.

La Figura 1.13 recrea buena parte de los diversos tipos de robots que se pueden encontrar hoy en día. Todos los robots representados existen en la actualidad, aunque los casos más futuristas (como son los humanoides) pueden no encontrarse comercializados, siendo desarrollos experimentales en los centros de investigación de robótica.

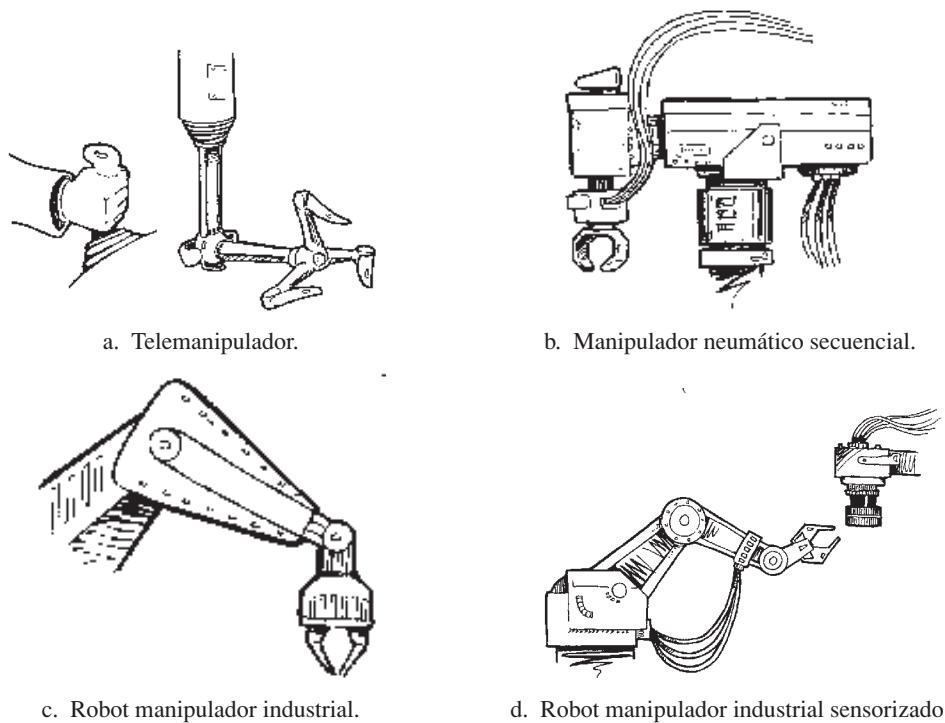


Figura 1.13. Idealización de algunos tipos de robots.

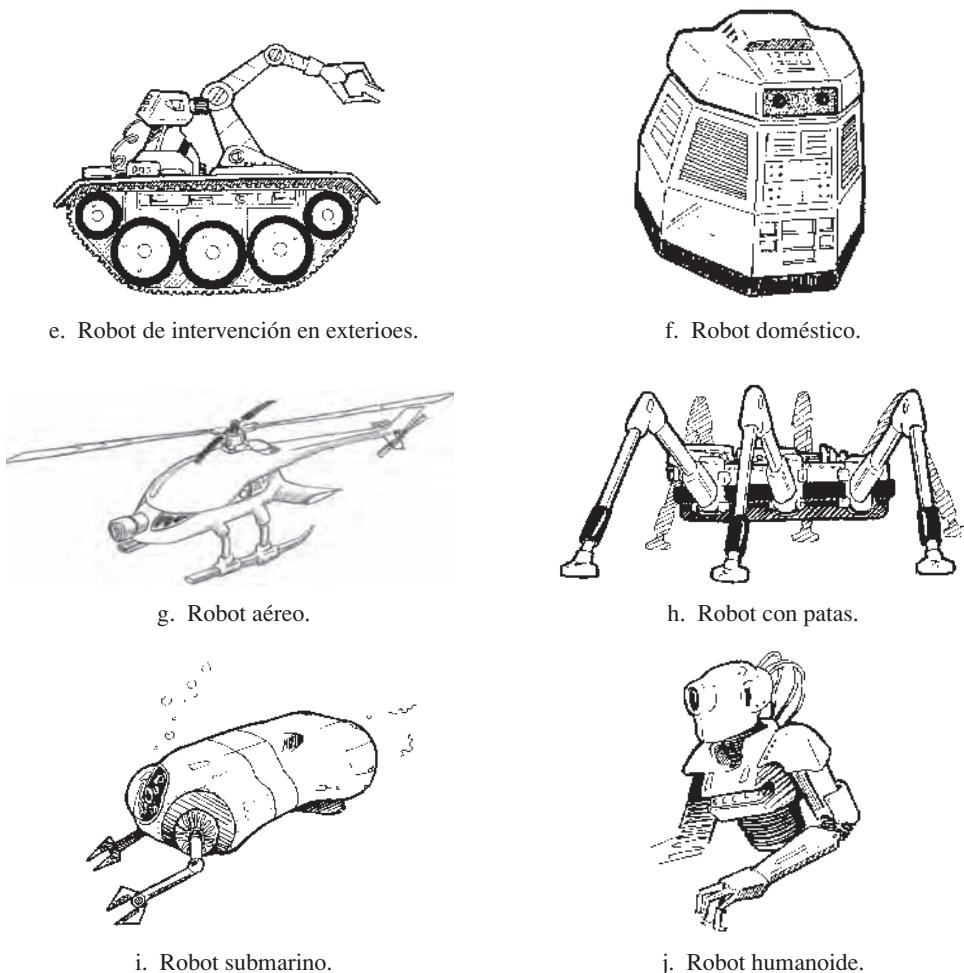


Figura 1.13. Idealización de algunos tipos de robots (*Continuación*).

1.5. BIBLIOGRAFÍA

- [ASIMOV-53] I. Asimov, «Sally», en: *Los robots*. Ed. Martínez Roca, 1984. Cuento corto publicado en 1953.
- [ASIMOV-54] I. Asimov, *Bóvedas de acero*. Ed. Martínez Roca, 1984.
- [ASIMOV-85] I. Asimov, K. A. Frenkel, *Robots. Máquinas a imagen y semejanza del hombre*, Plaza y Janés, 1985.
- [BRADBURY-50] R. Bradbury, R., «Vendrán lluvias suaves», en: *Crónicas Marcianas*, Ed. Mi-notauro 1977. Cuento corto publicado en 1950.
- [BYRON-94] Byron Press Multimedia, *Isaac Asimov's The Ultimate Robot*, CD-ROM media, Microsoft Corp., 1994.
- [CAPEK-35] K. Capek, *R.U.R Rossum's Universal Robots*, F.R. Borov?, Praga, 1935 (Edición en Checo).

- [CAPEK-66] K. Capek, *R.U.R. Robots Universales Rossum*, Alianza Editorial, Libro de bolsillo, Madrid, 1966.
- [COLGATE-1999] J. E. Colgate y M. A. Peshkin. *Cobots* United State Patent number 5.952.796, September 1999.
- [COHEN-66] J. Cohen, *Human Robots in Myth and Science*, A.S. Barnes & Co., Inc., 1966.
- [GONZÁLEZ-2005] F. González de Posada y F. A. González Redondo, «Leonardo Torres Quevedo (1852-1936) 2.^a parte. Automática, máquinas analíticas». En *La Gaceta de la RSME*, vol. 8.1 (2005), págs. 267-293.
- [IFR-04] International Federation of Robotics and United Nations. *World Robotics 2004. Statistics, Market Analysis, Forecast, Case Studies and Profitability of Robot Investment*, United Nations Publications. 2004.
- [JUANELOTURRIANO] <http://www.juaneloturriano.com>. Página web de la fundación Juanelo Turriano.
- [KNASEL-86] T. M. Kansel, «Mobile Robotics. State of the art review», en: *Robotics 2*, North-Holland, 1986.
- [MINSKY-85] M. Minsky, Ed., *Robotics*, Omni Publications International, 1985.
- [NOF-99] S. Y. Nof., *Handbook of industrial robotics*. Second edition. John Wiley & Son, Inc. 1999.
- [OLLERO-01] A. Ollero, *Robótica. Manipuladores y robots móviles*. Marcombo, Boixareu editores, 2001.
- [NOSTRAND-90] J. W. Nostrand y E.L. Sampson, «Robots in Service Industry», en: *Concise International Encyclopedia of Robotics*, Editor R. C. Dorf, John Wiley & Sons, 1990.
- [PESHKIN-99] Michael Peshkin, J. Edward Colgate, *Cobots*. Industrial Robot, 26 (5), 1999, pp 335-341.
- [REICHARDT-78] J. Reichardt, *Robots. Fact, Fiction, and Prediction*, Penguin Books, 1978
- [REINOSO-03] <http://juanelo.fortunecity.es>. Página web dedicada a Juanelo Turriano y su obra.
- [ROSHEIM-94] M. E. Rosheim, *Robot Evolution. The Development of Anthrobotics*, John Wiley & Sons, 1994.
- [SAVERIANO-88] J. W. Saveriano, «Pioneers of Robotics», en: *International Encyclopedia of Robotics*, Editor R.C. Dorf, John Wiley & Sons, 1988.

CAPÍTULO 2

Morfología del robot

Cada uno cuenta la feria como le va en ella
Refranero Popular

Un robot está formado por los siguientes elementos: estructura mecánica, transmisiones, sistema de accionamiento, sistema sensorial, sistema de potencia y control, y elementos terminales.

En este capítulo se examinan estos elementos constitutivos de un robot. Se estudia primero la estructura mecánica, haciendo referencia a los distintos tipos de articulaciones posibles entre dos eslabones consecutivos y a las configuraciones de robots a que dan lugar. Seguidamente, se analizan los sistemas de transmisión y reducción necesarios para transmitir a cada una de las articulaciones el movimiento generado por los actuadores, que son examinados en el siguiente apartado.

Se repasan después los denominados sensores internos, necesarios para proporcionar, al sistema que controla los movimientos del robot, información relativa a la localización del mismo. Finalmente, el último apartado se ocupa de los elementos terminales (pinzas, herramientas, dispositivos de sujeción, etc.), que situados generalmente en el extremo del robot, sirven para que éste pueda interaccionar con el mundo exterior, realizando las tareas que le han sido asignadas.

Aunque los elementos empleados en los robots no son exclusivos de éstos (máquinas herramientas y otras muchas máquinas emplean tecnologías semejantes), las altas prestaciones que se exigen a los robots han motivado que, en algunos casos, se empleen en ellos elementos con características específicas.

La Figura 2.1 muestra la estructura mecánica de un robot. Sobre ella aparecen identificados algunos de los elementos que se van a estudiar en este capítulo, examinando las necesidades particulares de cada uno y comparando las diversas alternativas existentes.

2.1. ESTRUCTURA MECÁNICA DE UN ROBOT

Mecánicamente, un robot está formado por una serie de elementos o eslabones unidos mediante articulaciones que permiten un movimiento relativo entre cada dos eslabones consecutivos. La constitución física de la mayor parte de los robots manipuladores industriales guarda cierta similitud con la anatomía del brazo humano, por lo que en ocasiones, para hacer referencia a los distintos elementos que componen el robot, se usan términos como cuerpo, brazo, codo y muñeca.

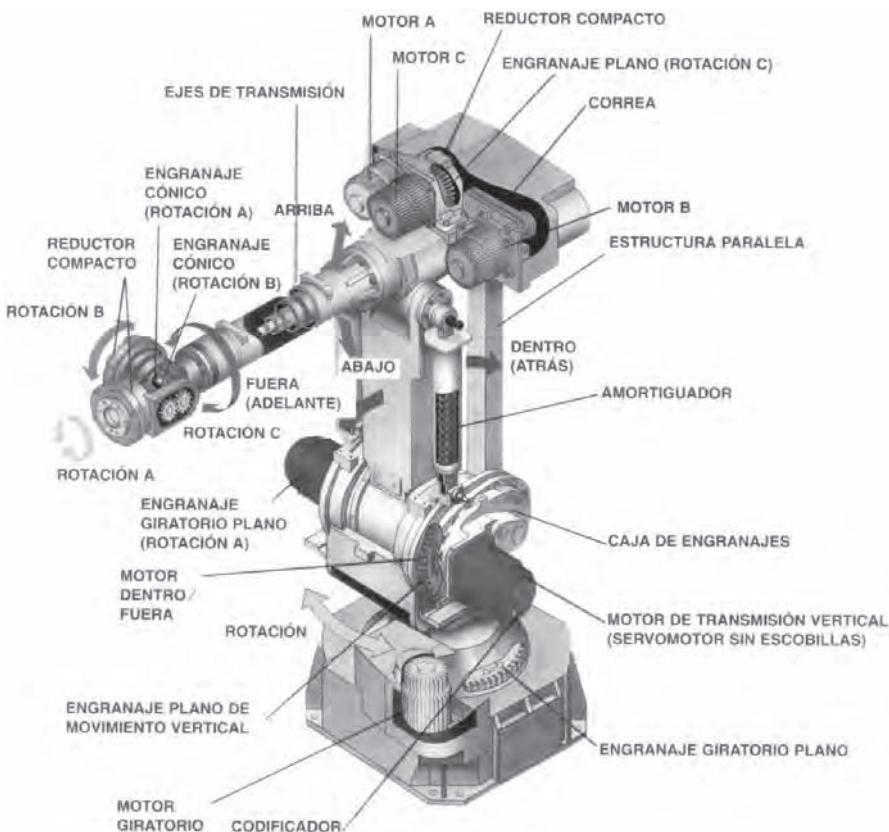


Figura 2.1. Ejemplo de estructura mecánica y elementos constitutivos de un robot.
(Cortesía de INSER Robótica).

El movimiento de cada articulación puede ser de desplazamiento, de giro, o una combinación de ambos. En 1876 Franz Reuleaux [REULEAUX-1876] identificó los posibles movimientos relativos entre dos elementos en contacto. Reuleaux denominó pares inferiores (*lower pairs*) a aquellos en los que el contacto se realiza entre superficies, mientras que si el contacto es puntual o lineal, los denominó pares superiores. La Figura 2.2 muestra los seis posibles pares inferiores establecidas por Reuleaux.

Cada uno de los movimientos independientes que puede realizar cada articulación con respecto a la anterior, se denomina **grado de libertad** (GDL). En la Figura 2.2 se indica el número de GDL de cada tipo de articulación correspondiente a los pares inferiores. Como se observa en ella, sólo tres tipos de articulaciones tienen un solo grado de libertad (éstos se denominan pares lineales o de primer grado).

En la práctica, en robótica sólo se emplean las articulaciones de rotación y prismática. En caso de que un robot tuviera alguna articulación con más de un grado de libertad, se podría asumir que se trata de varias articulaciones diferentes, unidas por eslabones de longitud nula.

Una cadena cinemática, es una serie de eslabones o barras unidas por articulaciones. La estructura mecánica de un robot manipulador constituye una cadena cinemática.

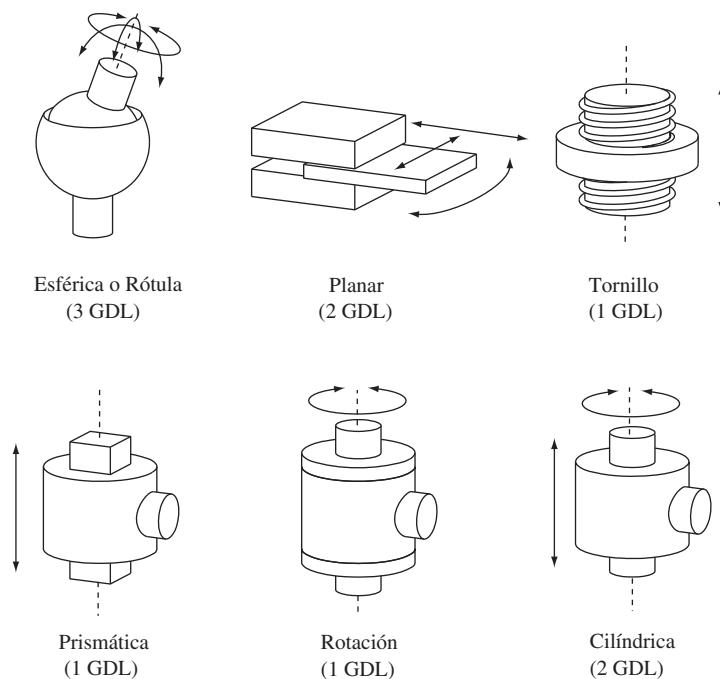


Figura 2.2. Los seis pares inferiores de Reuleaux.

Cuando en una cadena cinemática se puede llegar desde cualquier eslabón a cualquier otro mediante al menos dos caminos, se dice que se trata de una cadena cinemática cerrada. En caso de que sólo haya un camino posible se dirá que se trata de una cadena cinemática abierta (Véase Figura 2.3).

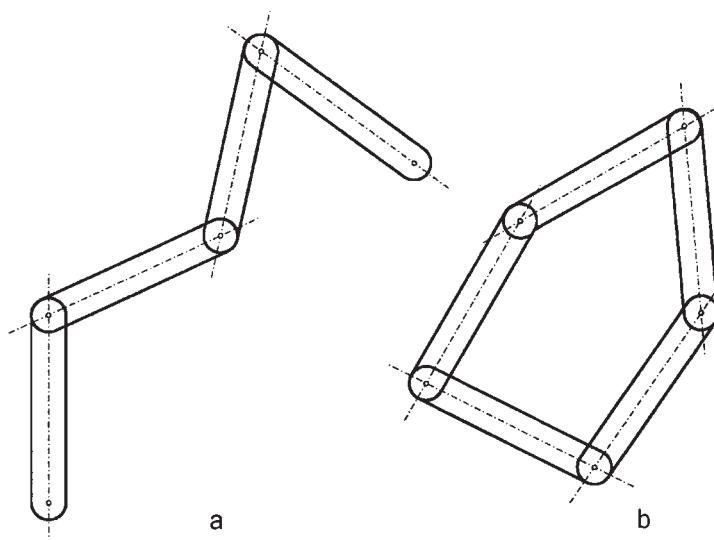


Figura 2.3. Cadena cinemática: a) abierta y b) cerrada.

El número de grados de libertad de una cadena cinemática puede ser obtenido mediante la fórmula de Grubler, según la cual:

$$NGDL = \lambda \cdot (n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i \quad [2.1]$$

Donde:

λ : GDL del espacio de trabajo (Típicamente tres en el plano, seis en el espacio).

n : Número de eslabones (debe incluirse el eslabón fijo o base).

j : número de articulaciones.

f_i : Grados de libertad permitidos a la articulación i .

Así, en las cadenas mostradas en la Figura 2.3, se tendrán los valores mostrados en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1. Aplicación fórmula de Grubler

	Figura 2.3a	Figura 2.3b
λ	3	3
n	4	5
j	3	5
f_i	$f_1 = 1; f_2 = 1; f_3 = 1$ 3	$f_1 = 1; f_2 = 1; f_3 = 1; f_4 = 1; f_5 = 1$ 2
NGDL		

Los robots manipuladores son, en la mayor parte de los casos, cadenas cinemáticas abiertas con las articulaciones de tipo rotación o prismática (con un solo GDL cada una), siendo por lo general sencillo encontrar el número de grados de libertad del robot, pues coincide con el número de articulaciones de que se compone.

No obstante, en los robots con cadena cinemática cerrada, que pueden usar otro tipo de articulaciones, como las esféricas, es preciso evaluar con mayor rigor el número de GDL.

El empleo de diferentes combinaciones de articulaciones en un robot da lugar a diferentes configuraciones, con características a tener en cuenta tanto en el diseño y construcción del robot como en su aplicación. Para el caso de robots con cadena cinemática abierta, las combinaciones más frecuentes son las representadas en la Figura 2.4, donde se atiende únicamente a las tres primeras articulaciones del robot, que son las más importantes a la hora de posicionar su extremo en un punto del espacio.

Los robots con cadena cinemática cerrada y en particular los robots denominados de «estructura paralela», son menos frecuentes, si bien en los últimos años, algunos fabricantes de robots ofrecen productos con esta característica. Su composición cinemática origina que el estudio de su modelado y control se aborde habitualmente de manera independiente a la de los robots de cadena abierta [TSAL-99], [ARACIL-06]. La Figura 2.5, muestra la estructura paralela conocida como plataforma de Steward Gough y un robot industrial comercial con estructura paralela.

La mayor parte de los robots manipuladores actuales, responden a la estructura angular, también conocida como «articulada», representando aproximadamente el 45%, seguidos de los de estructura Cartesiana y SCARA. Los robots de estructura esférica y cilíndrica, más frecuentes en los orígenes de la robótica, están en la actualidad, prácticamente en desuso [IFR-05].

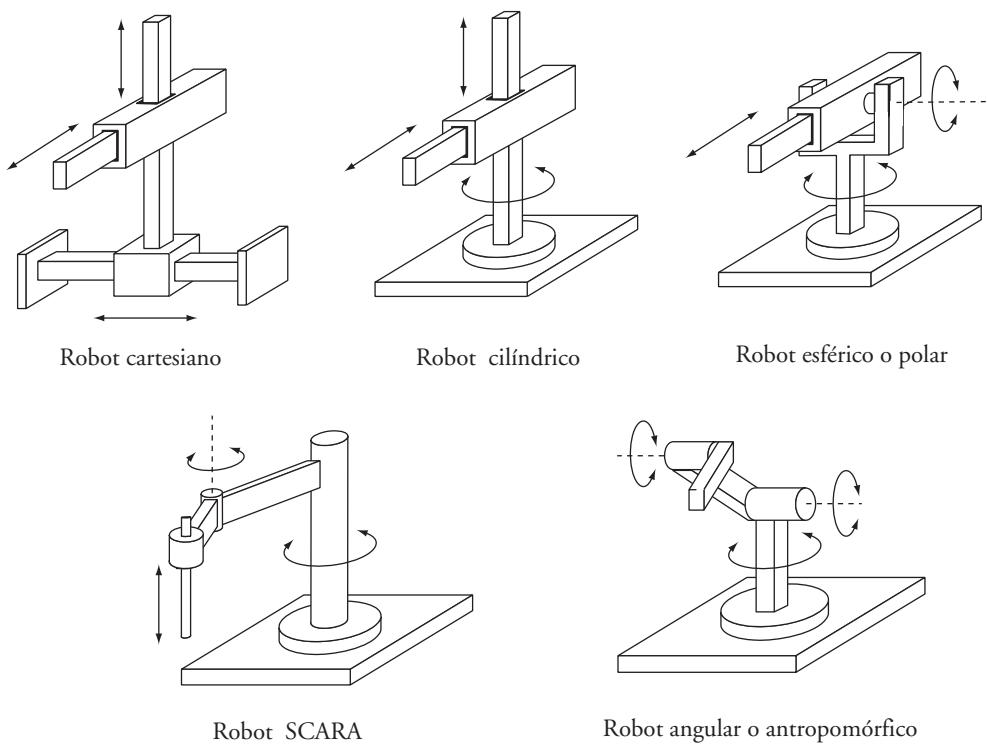


Figura 2.4. Configuraciones más frecuentes en robots industriales.



Figura 2.5. Estructuras paralelas: a) Plataforma de Stewart-Gouth. b) Robot industrial paralelo. (Cortesía de ABB).

Puesto que para posicionar y orientar un cuerpo de cualquier manera en el espacio son necesarios seis parámetros, tres para definir la posición y tres para la orientación, si se pretende de que un robot posicione y oriente su extremo (y con él la pieza o herramienta manipulada) de cualquier modo en el espacio, se precisarán al menos seis GDL.

En la Figura 2.6 se muestran los seis GDL con que está dotado el robot ARC Mate 120/S-12 de Fanuc, así como sus articulaciones y eslabones.

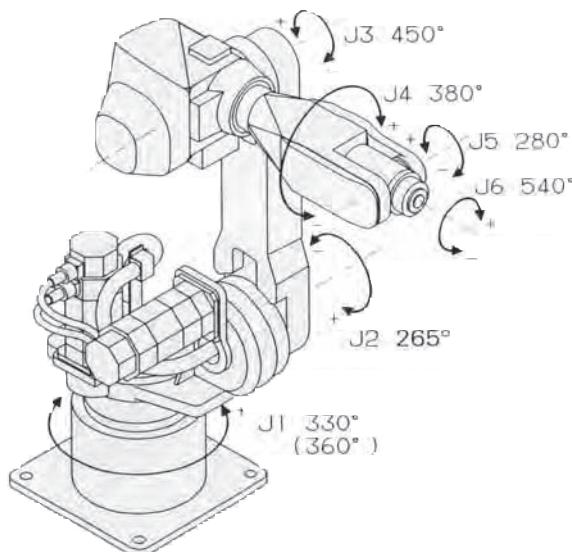


Figura 2.6. Grados de libertad del robot ARC Mate 120/S-12. (Cortesía de FANUC).

En la práctica, a pesar de ser necesarios los seis GDL comentados para tener total libertad en el posicionado y orientación del extremo del robot, muchos robots industriales cuentan con sólo cuatro o cinco GDL, por ser éstos suficientes para llevar a cabo las tareas que se les encienden (coger y dejar, paletizado, etc.).

Existen también casos opuestos, en los que se precisan más de seis GDL para que el robot pueda tener acceso a todos los puntos de su entorno. Así, si se trabaja en un entorno con obstáculos, el dotar al robot de grados de libertad adicionales le permite acceder a posiciones y orientaciones de su extremo a las que, como consecuencia de los obstáculos, no hubiera llegado con seis GDL. Otra situación frecuente es la de dotar al robot de un GDL adicional que le permita desplazarse a lo largo de un carril, aumentando así el volumen del espacio al que puede acceder. Cuando el número de grados de libertad del robot es mayor que los necesarios para realizar una determinada tarea se dice que el robot es redundante.

La Figura 2.7 representa las dos situaciones comentadas para el caso de robots planares a los que les bastaría con 2 GDL para posicionar su extremo en cualquier punto del plano.

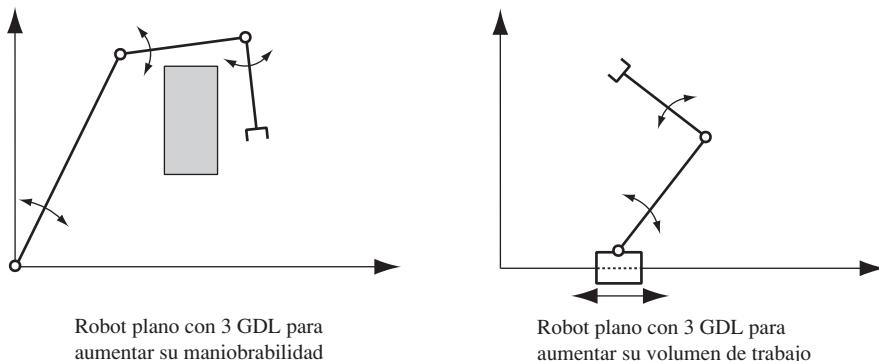


Figura 2.7. Robots planares redundantes.

2.2. TRANSMISIONES Y REDUCTORES

Las transmisiones son los elementos encargados de transmitir el movimiento desde los actuadores hasta las articulaciones. Se incluirán, junto a las transmisiones, a los reductores, encargados de adaptar el par y la velocidad de la salida del actuador a los valores adecuados para el movimiento de los elementos del robot.

2.2.1. Transmisiones

Dado que un robot mueve su extremo con aceleraciones elevadas, es de gran importancia reducir al máximo su momento de inercia. Del mismo modo, los pares estáticos que deben vencer los actuadores dependen directamente de la distancia de las masas al actuador. Por estos motivos se procura que los actuadores, por lo general pesados, estén lo más cerca posible de la base del robot. Esta circunstancia obliga a utilizar sistemas de transmisión que trasladen el movimiento hasta las articulaciones, especialmente a las situadas en el extremo del robot. Asimismo, las transmisiones pueden ser utilizadas para convertir movimiento circular en lineal o viceversa, lo que en ocasiones puede ser necesario.

Tabla 2.2. Sistemas de transmisión para robots

Entrada-Salida	Denominación	Ventajas	Inconvenientes
Circular-Circular	Engranaje Correa dentada Cadena Paralelogramo Cable	Pares altos Distancia grande Distancia grande — —	Holguras — Ruido Giro limitado Deformabilidad
Circular-Lineal	Tornillo sinfín Cremallera	Poca holgura Holgura media	Rozamiento Rozamiento
Lineal-Circular	Paral. articulado Cremallera	— Holgura media	Control difícil Rozamiento

Existen actualmente en el mercado robots industriales con acoplamiento directo entre accionamiento y articulación, ventajosos en numerosas ocasiones, tal y como se detalla más adelante. Se trata, sin embargo, de casos particulares dentro de la generalidad que, en los robots industriales actuales, supone la existencia de sistemas de transmisión junto con reductores para el acoplamiento entre actuadores y articulaciones.

Es de esperar que un buen sistema de transmisión cumpla una serie de características básicas: debe tener un tamaño y peso reducido, se ha de evitar que presente juegos u holguras considerables y se deben buscar transmisiones con gran rendimiento.

Aunque no existe un sistema de transmisión específico para robots, sí existen algunos usados con mayor frecuencia y que se recogen clasificados en la Tabla 2.2. La clasificación se ha realizado en base al tipo de movimiento posible en la entrada y la salida: lineal o circular. En la citada tabla también quedan reflejados algunas ventajas e inconvenientes propios de algunos sistemas de transmisión. Entre ellos cabe destacar la holgura o juego. Es muy importante

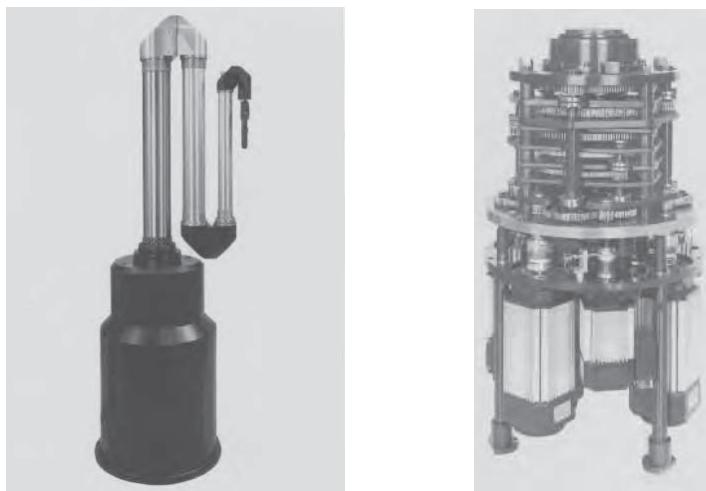


Figura 2.8. Telemanipulador TELBOT junto con la caja de transmisión por engranajes situada en su base. (Cortesía de Wälischmiller GmbH).

que el sistema de transmisión a utilizar no afecte al movimiento que transmite, ya sea por el rozamiento inherente a su funcionamiento o por las holguras que su desgaste pueda introducir. También hay que tener en cuenta que el sistema de transmisión sea capaz de soportar un funcionamiento continuo a un par elevado, y a ser posible entre grandes distancias. Las transmisiones más habituales son aquellas que cuentan con movimiento circular tanto a la entrada como a la salida. Incluidas en éstas se hallan los engranajes, las correas dentadas y las cadenas. La Figura 2.8 muestra el brazo articulado de un telemanipulador junto con los engranajes que transmiten el par de los motores situados en su base a los eslabones.

2.2.2. Reductores

En cuanto a los reductores, al contrario que con las transmisiones, sí que existen determinados sistemas usados de manera preferente en los robots industriales. Esto se debe a que a los reductores utilizados en robótica se les exige unas condiciones de funcionamiento muy restrictivas. La exigencia de estas características viene motivada por las altas prestaciones que se le piden al robot en cuanto a precisión y velocidad de posicionamiento. La Tabla 2.3 muestra valores típicos de los reductores para robótica actualmente empleados.

Se buscan reductores de bajo peso, reducido tamaño, bajo rozamiento y que al mismo tiempo sean capaces de realizar una reducción elevada de velocidad en un único paso. Se tiene también a minimizar su momento de inercia, de negativa influencia en el funcionamiento del motor, especialmente crítico en el caso de motores de baja inercia [FERRANDO-93].

Los reductores, por motivos de diseño, tienen una velocidad máxima de entrada admisible, que como regla general aumenta a medida que disminuye su capacidad de transmitir par. También existe una limitación en cuanto al par de salida nominal permisible (T_2) que depende del par de entrada (T_1) y de la relación de transmisión a través de la relación:

$$T_2 = \eta T_1 \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad [2.2]$$

Tabla 2.3. Características de reductores para robótica

Características	Valores típicos
Relación de reducción	50-300
Peso y tamaño	0,1-30 kg
Momento de inercia	10^{-4} kg m ²
Velocidades de entrada máxima	6.000-7.000 rpm
Par de salida nominal	5.700 Nm
Par de salida máximo	7.900 Nm
Juego angular	0°-2°
Rigidez torsional	100-2.000 Nm/rad
Rendimiento	85%-98%

Donde el rendimiento (η) puede llegar a ser cerca del 100% y la relación de reducción de velocidades (ω_1 = velocidad de entrada; ω_2 = velocidad de salida) varía entre 50 y 300.

Puesto que los robots trabajan en ciclos cortos que implican continuos arranques y paradas, es de gran importancia que el reductor sea capaz de soportar pares elevados puntuales. También se busca que el juego angular o *backlash* sea lo menor posible. Éste se define como el ángulo que gira el eje de salida cuando se cambia su sentido de giro sin que llegue a girar el eje de entrada. Por último, es importante que los reductores para robótica posean una alta rigidez torsional, definida como el par que hay que aplicar sobre el eje de salida para que, manteniendo bloqueado el de entrada, aquél gire un ángulo unitario.

Los reductores para robots más comúnmente usados son los de las empresas Harmonic Drive [HARMONIC-06] y Cyclo-Getriebbau [CYCLO-96].

Los primeros fueron concebidos en 1955 por C. Walton Musser y destacaron por su uso en misiones espaciales, como reductores para los *rovers* lunares. Su funcionamiento (Figura 2.9 y Figura 2.10), se basa en una corona exterior rígida con dentado interior (*circular spline*) y un vaso flexible (*flex spline*) con dentado exterior que engrana en el primero. El número de dientes de ambos difiere en 1 o 2. Interiormente al vaso, gira un rodamiento elíptico (*wave generator*) que deforma el vaso, poniendo en contacto la corona interior con la zona del vaso correspondiente al máximo diámetro de la elipse. De ser iguales el número de dientes

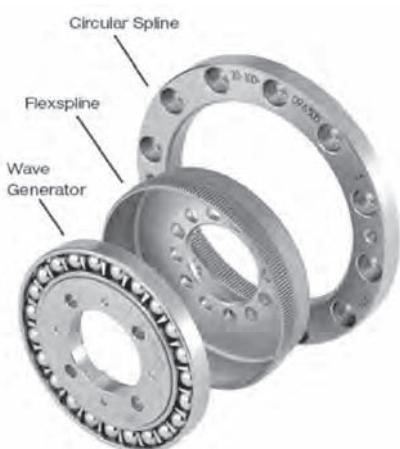


Figura 2.9. Despiece Reductor Armónico.
(Cortesía Harmonic Drive).

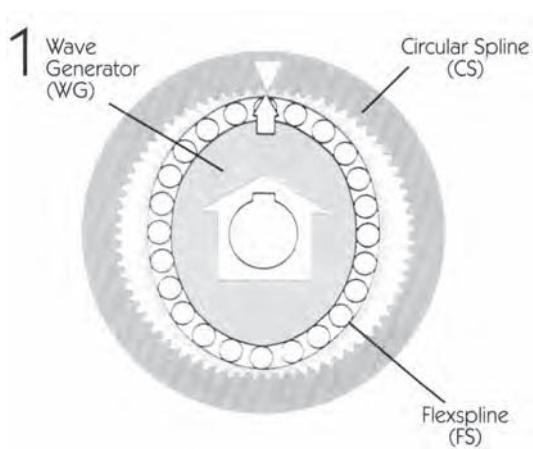


Figura 2.10. Esquema Reductor Armónico.
(Cortesía Harmonic Drive).

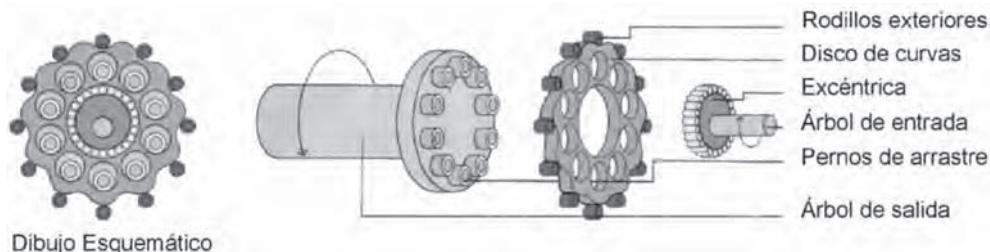


Figura 2.11. Reductor cíclico. (Cortesía de Cyclo).

del *circular spline* y del *flexpline*, el giro del *wave generator* originaría que el diente «i» del *circular spline* engranase con el diente «i» del *flexpline*, de modo que tras una vuelta completa, las posiciones relativas de ambos elementos habrían quedado inalterables. Pero al haber una diferencia de dientes $Z = N_c - N_f$, tras una vuelta completa del *wave generator*, el *flexpline* deberá quedar desfasado Z dientes respecto del *circular spline*, lo que equivale a un giro del *flexpline* en sentido inverso al *wave generator* de Z dientes. La relación de reducción conseguida será, por tanto, de Z/N_f . En concreto, se consiguen reducciones de hasta 320, con una holgura cercana a cero y capacidad de transmisión de par de 5.720 Nm.

Por otra parte, el sistema de reducción de los reductores CYCLO se basa en el movimiento cicloidal de un disco de curvas (Figura 2.11) movido por una excéntrica solidaria al árbol de entrada. Por cada revolución de la excéntrica el disco de curvas avanza un saliente, rodando sobre los rodillos exteriores. Este avance arrastra a su vez a los pernos del árbol de salida, que describirán una cicloide dentro de los huecos del disco de curvas. La componente de translación angular de este movimiento se corresponde con la rotación del árbol de salida. La relación de reducción viene, por tanto, determinada por el número de salientes. Para compensar los momentos de flexión y de las masas de cada disco en movimiento excéntrico, generalmente se utilizan dos discos desfasados entre sí 180°.

2.2.3. Accionamiento Directo

Como se ha indicado anteriormente, desde hace unos años existen en el mercado robots que poseen lo que se ha dado en llamar **accionamiento directo** (*Direct Drive DD*), en el que el eje del actuador se conecta directamente a la carga o articulación, sin la utilización de un reductor intermedio [AN-88], [YOUCEF-89] y [MONTANO-88].

Este tipo de accionamiento aparece a raíz de la necesidad de utilizar robots en aplicaciones que exigen combinar gran precisión con alta velocidad. Los reductores introducen una serie de efectos negativos, como son juego angular, rozamiento o disminución de la rigidez del accionador, que pueden impedir alcanzar los valores de precisión y velocidad requeridos.

Las principales ventajas que se derivan de la utilización de accionamientos directos son las siguientes:

- Posicionamiento rápido y preciso, pues se evitan los rozamientos y juegos de las transmisiones y reductores.
- Aumento de las posibilidades de controlabilidad del sistema a costa de una mayor complejidad.
- Simplificación del sistema mecánico al eliminarse el reductor.

El principal problema que existe para la aplicación práctica de un accionamiento directo radica en el motor a emplear. Debe tratarse de motores que proporcionen un par elevado (unas 50-100 veces mayor que con reductor) a bajas revoluciones (las de movimiento de la articulación) manteniendo la máxima rigidez posible.

Entre los motores empleados para accionamiento directo y que cumplan estas características, se encuentran los motores síncronos y de continua sin escobillas (*brushless*), ambos con imanes permanentes fabricados con materiales especiales (samario-cobalto). También se utilizan motores de inducción de reluctancia variable. La necesaria utilización de este tipo de motores encarece notablemente el sistema de accionamiento.

Otra cuestión importante a tener en cuenta en el empleo de accionamientos directos es la propia cinemática del robot. Colocar motores, generalmente pesados y voluminosos, junto a las articulaciones, no es factible para todas las configuraciones del robot debido los pares que se generan. El estudio de la cinemática con la que se diseña el robot ha de tener en cuenta estos parámetros, estando la estructura final elegida altamente condicionada por ellos. Por este motivo, los robots de accionamiento directo son generalmente de tipo SCARA, cuyo diseño se corresponde bien con las necesidades que el accionamiento directo implica. Al eliminar el reductor también se disminuye de forma considerable la resolución real del codificador de posición acoplado al eje, tal y como se detalla en el epígrafe dedicado a sensores internos. Esto lleva a la utilización en este tipo de robots de codificadores de posición de muy alta resolución.

El primer robot comercial con accionamiento directo se presentó en 1984. Se trataba de un robot SCARA denominado AdeptOne, de la compañía norteamericana *Adept Technology, Inc.* A partir de entonces, este tipo de robots se ha hecho popular para aplicaciones que requieran robots con altas prestaciones en velocidad y posicionamiento (montaje microelectrónico, corte de metal por láser, etc.). La Figura 2.12 muestra una fotografía del robot AdeptThree, de la misma compañía y también de accionamiento directo. En la actualidad, un robot con accionamiento directo puede llegar a aumentar tanto la velocidad como la precisión de manera significativa con respecto a aquellos robots de accionamiento tradicional.



Figura 2.12. Robot Adept Three de accionamiento directo. (Cortesía de Adept Technology).

2.3. ACTUADORES

Los actuadores tienen por misión generar el movimiento de los elementos del robot según las órdenes dadas por la unidad de control. Los primeros robots industriales utilizaban actuadores hidráulicos para mover sus elementos. Las ventajas prácticas del uso de la electricidad como fuente de energía ha motivado que en la actualidad posiblemente la totalidad de los robots industriales existentes utilicen esta opción. No obstante, en determinadas situaciones deben ser considerados otros tipos de actuadores. De manera general, los actuadores utilizados en robótica pueden emplear energía neumática, hidráulica o eléctrica. Cada uno de estos sistemas presenta características diferentes, de entre las que se pueden considerar las siguientes:

- Potencia.
- Controlabilidad.
- Peso y volumen.
- Precisión.
- Velocidad.
- Mantenimiento.
- Coste.

En este epígrafe se revisan brevemente los tres tipos de actuadores citados, comparándolos en cuanto a las características anteriores. Un estudio más detallado de éstos puede encontrarse en bibliografía específica ([BARRIENTOS-95], [CORTÉS-89], [DEPPERT-94], [VOCKROTH-94]).

2.3.1. Actuadores Neumáticos

En ellos la fuente de energía es aire a presión entre 5 y 10 bar. Existen dos tipos de actuadores neumáticos:

- Cilindros neumáticos.
- Motores neumáticos (de aletas rotativas o de pistones axiales).

En los primeros se consigue el desplazamiento de un émbolo encerrado en un cilindro, como consecuencia de la diferencia de presión a ambos lados de aquél (Figura 2.13). Los cilindros neumáticos pueden ser de simple o doble efecto. En los primeros, el émbolo se des-

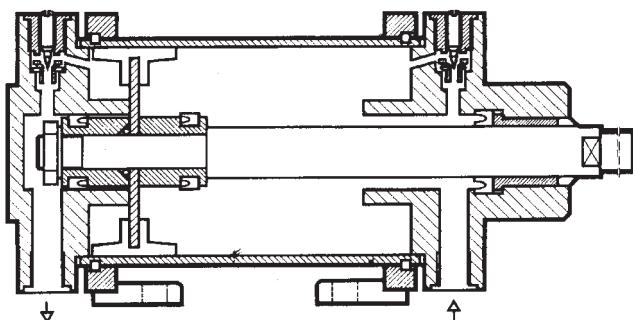


Figura 2.13. Esquema de cilindro neumático de doble efecto. (Cortesía de FESTO).

plaza en un sentido como resultado del empuje ejercido por el aire a presión, mientras que en el otro sentido se desplaza como consecuencia del efecto de un muelle que recupera al émbolo a su posición de reposo. En los cilindros de doble efecto el aire a presión es el encargado de empujar al émbolo en las dos direcciones, al poder ser introducido de forma arbitraria en cualquiera de las dos cámaras. En [DEPPERT-94] se explica con más detalle el funcionamiento de estos dispositivos.

Normalmente, con los cilindros neumáticos sólo se persigue un posicionamiento en los extremos del mismo y no un posicionamiento continuo. Este posicionamiento todo-nada se consigue con una válvula de distribución (generalmente de accionamiento eléctrico) que canaliza el aire a presión hacia una de las dos caras del émbolo. Existen, no obstante, sistemas de posicionamiento continuo de accionamiento neumático, aunque debido a su coste y calidad su utilización es muy limitada.

En los motores neumáticos se consigue el movimiento de rotación de un eje mediante aire a presión. Los dos tipos más usados son los motores de aletas rotativas y los motores de pistones axiales. En los primeros (Figura 2.14), sobre el rotor excéntrico están dispuestas las aletas de longitud variable. Al entrar aire a presión en uno de los compartimentos formados por dos aletas y la carcasa, éstas tienden a girar hacia una situación en la que el compartimiento tenga mayor volumen. Los motores de pistones axiales tienen un eje de giro solidario a un tambor que se ve obligado a girar por las fuerzas que ejercen varios cilindros, que se apoyan sobre un plano inclinado (Figura 2.15).

Otro método común, y más sencillo de obtener movimientos de rotación a partir de actuadores neumáticos, se basa en el empleo de cilindros cuyo émbolo se encuentra acoplado a un sistema de piñón-cremallera. El conjunto forma una unidad compacta que puede adquirirse en el mercado como tal (Figura 2.16).

En general y debido a la compresibilidad del aire, los actuadores neumáticos no consiguen una buena precisión de posicionamiento. Sin embargo, su sencillez y robustez hacen adecuado su uso en aquellos casos en los que sea suficiente un posicionamiento en dos estados diferentes (todo o nada). Por ejemplo, son utilizados en manipuladores sencillos, en apertura y cierre de pinzas o en determinadas articulaciones de algún robot (como el movimiento vertical del tercer grado de libertad de algunos robots tipo SCARA).

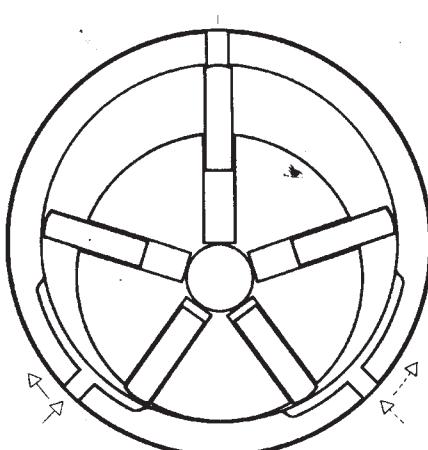


Figura 2.14. Motor de paletas.
(Cortesía FESTO).

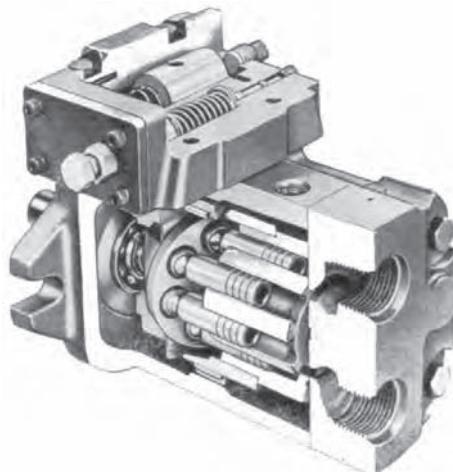


Figura 2.15. Motor de pistones axiales.
(Cortesía FESTO).

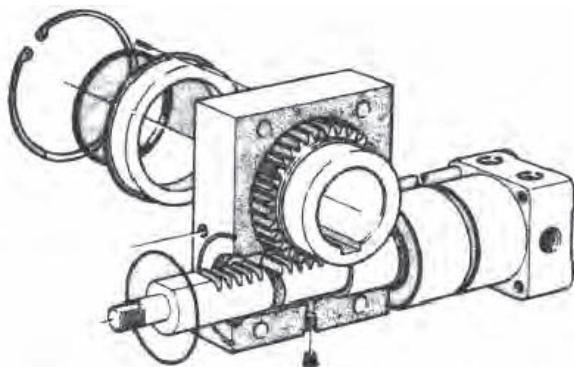


Figura 2.16. Actuador rotativo de tipo Piñón-cremallera. (Cortesía de Rexroth Mecman).

Siempre debe tenerse en cuenta que para el empleo de un robot con algún tipo de accionamiento neumático se deberá disponer de una instalación de aire comprimido, incluyendo: compresor, sistema de distribución (tuberías, electroválvulas), filtros, secadores, etc. No obstante, estas instalaciones neumáticas son frecuentes y existen en muchas de las fábricas donde se da cierto grado de automatización.

2.3.2. Actuadores hidráulicos

Este tipo de actuadores no se diferencian funcionalmente en mucho de los neumáticos. En ellos, en vez de aire, se utilizan aceites minerales a una presión comprendida normalmente entre los 50 y 100 bar, llegándose en ocasiones a superar los 300 bar. Existen, como en el caso de los neumáticos, actuadores del tipo cilindro y del tipo motores de aletas y pistones [VOCKROTH-94].

Sin embargo, las características del fluido utilizado en los actuadores hidráulicos marcan ciertas diferencias con los neumáticos. En primer lugar, el grado de compresibilidad de los aceites usados es considerablemente inferior al del aire, por lo que la precisión obtenida en este caso es mayor. Por motivos similares, es más fácil en ellos realizar un control continuo, pudiendo posicionar su eje en todo un rango de valores (haciendo uso de servocontrol). Además, las elevadas presiones de trabajo, diez veces superiores a las de los actuadores neumáticos, permiten desarrollar elevadas fuerzas y pares.

Por otra parte, este tipo de actuadores presenta estabilidad frente a cargas estáticas. Esto indica que el actuador es capaz de soportar cargas, como el peso o una presión ejercida sobre una superficie, sin aporte de energía (para mover el émbolo de un cilindro será preciso vaciar éste de aceite). También es destacable su elevada capacidad de carga y relación potencia-peso, así como sus características de autolubricación y robustez.

Frente a estas ventajas existen también ciertos inconvenientes. Por ejemplo, las elevadas presiones a las que se trabaja propician la existencia de fugas de aceite a lo largo de la instalación. Asimismo, esta instalación es más complicada que la necesaria para los actuadores neumáticos y mucho más que para los eléctricos, necesitando de equipos de filtrado de partículas, eliminación de aire, sistemas de refrigeración y unidades de control de distribución.

Los accionamientos hidráulicos han sido utilizados con frecuencia en robots con elevada capacidad de carga. Sin embargo, en la actualidad, las cargas manejadas por los robots de accionamiento eléctrico son equiparables a la de los robots hidráulicos, habiendo quedado éstos relegados a un segundo plano.

2.3.3. Actuadores eléctricos

Las características de control, sencillez y precisión de los accionamientos eléctricos ha hecho que sean los más usados en los robots industriales actuales.

Dentro de los actuadores eléctricos pueden distinguirse tres tipos diferentes [CORTÉS-89]:

- Motores de corriente continua (DC):
 - Controlados por inducido.
 - Controlados por excitación.
- Motores de corriente alterna (AC):
 - Síncronos.
 - Asíncronos.
- Motores paso a paso.

Motores de Corriente Continua (DC)

Han sido durante mucho tiempo los más utilizados, debido a su facilidad de control. En la Figura 2.17 se muestra un esquema de un motor DC, en el que se pueden apreciar sus distintos elementos. La necesidad de mantenimiento, derivada del uso de las escobillas, y las limitaciones de par, motivadas por el riesgo de un sobrecalentamiento, han hecho que se haya tendido a su sustitución por motores de alterna o motores sin escobillas.

Los motores DC están constituidos por dos devanados internos, inductor e inducido, que se alimentan con corriente continua:

- El inductor, también denominado devanado de excitación, está situado en el estator y crea un campo magnético de dirección fija, denominado de excitación.
- El inducido, situado en el rotor, hace girar al mismo debido a la fuerza de Lorentz que aparece como combinación de la corriente circulante por él y del campo magnético de excitación. Recibe la corriente del exterior a través del colector de delgas, en el que se apoyan unas escobillas de grafito.

El devanado inductor puede ser sustituido por imanes, que generan de manera equivalente un campo magnético constante (como ocurre con el motor esquematizado en la Figura 2.17).

Para que se pueda realizar la conversión de energía eléctrica en energía mecánica de forma continua, es necesario que los campos magnéticos del estator y del rotor permanezcan estáticos entre sí. Esta conversión es máxima cuando ambos campos se encuentran en cuadratura. El colector de delgas es un commutador sincronizado con el rotor, encargado de que se mantenga el ángulo relativo entre el campo inductor del estator y el creado por las corrientes retóricas de rotor. De esta forma se consigue transformar automáticamente, en función de la velocidad de la máquina, la corriente continua que alimenta al motor en corriente alterna de frecuencia variable en el inducido. Este tipo de funcionamiento se conoce con el nombre de *autopilotado*.

La velocidad de giro del motor puede ser regulada, bien variando la tensión de alimentación del inducido, como variando la del inductor.

Al aumentar la tensión del inducido aumenta la velocidad de la máquina. Si el motor está alimentado a tensión constante, se puede variar la velocidad variando el flujo de excitación. Pero cuanto más débil sea el flujo, menor será el par motor que se puede desarrollar para una intensidad de inducido constante. En el caso de control por inducido, la intensidad del in-

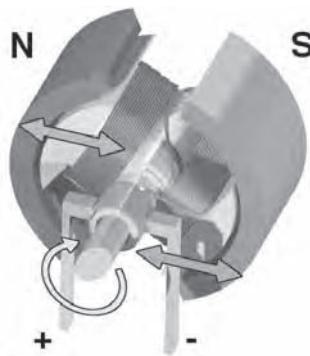


Figura 2.17. Motor de Corriente Continua. (Fuente Wikipedia).

ductor se mantiene constante, mientras que la tensión del inducido se utiliza para controlar la velocidad de giro. En los controlados por excitación se actúa al contrario.

Del estudio de ambos tipos de motores, y realizándose las simplificaciones correspondientes, se obtiene que la relación entre tensión de control y velocidad de giro (función de transferencia), responde a un sistema de primer orden en los controlados por inducido, mientras que en el caso de los motores controlados por excitación, esta relación es la de un segundo orden (Figura 2.18). Véase el Epígrafe 5.6.1 para más detalles.

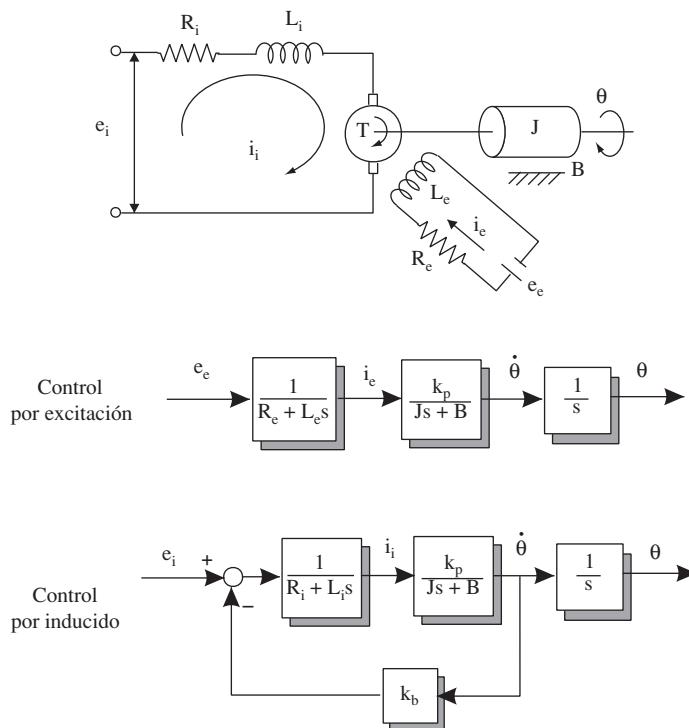


Figura 2.18. Motor DC- Esquema y funciones de transferencia.

Además, en los motores controlados por inducido se produce un efecto estabilizador de la velocidad de giro, originado por la realimentación intrínseca que posee a través de la fuerza contraelectromotriz. Por estos motivos, de los dos tipos de motores DC es el controlado por inducido el que se usa en el accionamiento de robots.

Para mejorar el comportamiento de este tipo de motores, el campo de excitación se genera mediante imanes permanentes, con lo que se evitan fluctuaciones del mismo. Estos imanes son de aleaciones especiales como samario-cobalto. Además, para disminuir la inercia asociada a un rotor bobinado, como es el del inducido, se construye éste mediante una serie de espiras serigrafiadas en un disco plano (véase Figura 2.19). En contrapartida, este tipo de rotor no posee apenas masa térmica, ni capacidad de disipación del calor hacia el exterior, lo que aumenta los problemas de calentamiento por sobrecarga.

Las velocidades de rotación que se consiguen con estos motores son del orden de 1.000 a 3.000 r.p.m., con un comportamiento muy lineal y bajas constantes de tiempo. Las potencias que pueden manejar pueden llegar a los 10 kW.

Como se ha indicado, los motores DC son controlados mediante referencias de velocidad. Éstas normalmente son seguidas mediante un bucle de realimentación de velocidad analógico que se cierra mediante una electrónica específica (accionador del motor). Sobre este bucle de velocidad se coloca otro de posición, en el que las referencias son generadas por la unidad de control (microprocesador) en base al error entre la posición deseada y la real.

El motor de corriente continua presenta el inconveniente del obligado mantenimiento de las escobillas. Además, las conmutaciones de éstas originan «chispas» eléctricas que pueden ser inaceptables en, por ejemplo, ambientes con riesgo de explosión. Por otra parte, su baja inercia térmica y mala capacidad de disipación del calor, hace que no sea posible el proporcionar pares elevados, asociados al mantenimiento prolongado de intensidades elevadas (como las que se producen ante una elevada aceleración).

Para evitar estos problemas, se han desarrollado en los últimos años motores sin escobillas (*brushless*). En éstos, los imanes de excitación se sitúan en el rotor y el devanado de inducido en el estator, con lo que es posible convertir la corriente mediante interruptores estáticos, que reciben la señal de conmutación a través de un detector de posición del rotor.

De entre las ventajas de los motores sin escobillas, se pueden citar:

- Menor mantenimiento.
- Bajo momento de inercia.

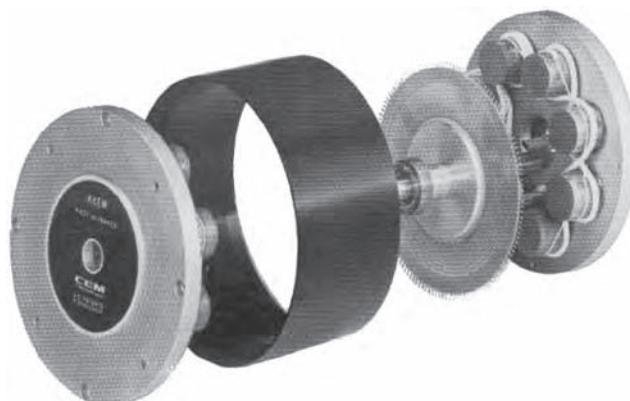


Figura 2.19. Motor de Corriente Continua de imanes permanentes y rotor serigrafiado.

- Alto par a velocidad nula.
- Mejor rendimiento (no hay pérdidas en rotor).
- Mejor disipación térmica (devanado en contacto con carcasa).
- Mejor relación potencia-peso o volumen.
- No existe riesgo de explosión.

Motores paso a paso

Los motores paso a paso no han sido considerados, generalmente, dentro de los accionamientos industriales, debido principalmente a que los pares para los que estaban disponibles eran muy pequeños y los pasos entre posiciones consecutivas eran grandes. Esto limitaba su aplicación a controles de posición simples. En los últimos años se han mejorado notablemente sus características técnicas, especialmente en lo relativo a su control, lo que ha permitido fabricar motores paso a paso capaces de desarrollar pares suficientes en pequeños pasos, para su uso como accionamientos industriales.

Existen tres tipos de motores paso a paso [BARRIENTOS-95], [TENREIRO-94]:

- De imanes permanentes.
- De reluctancia variable.
- Híbridos.

En los primeros, de imanes permanentes (Figura 2.20), el rotor, que posee una polarización magnética constante, gira para orientar sus polos de acuerdo al campo magnético creado por las fases del estator. En los motores de reluctancia variable, el rotor está formado por un material ferromagnético que tiende a orientarse de modo que facilite el camino de las líneas de fuerza del campo magnético generado por la bobinas de estator. Los motores híbridos combinan el modo de funcionamiento de los dos tipos anteriores.

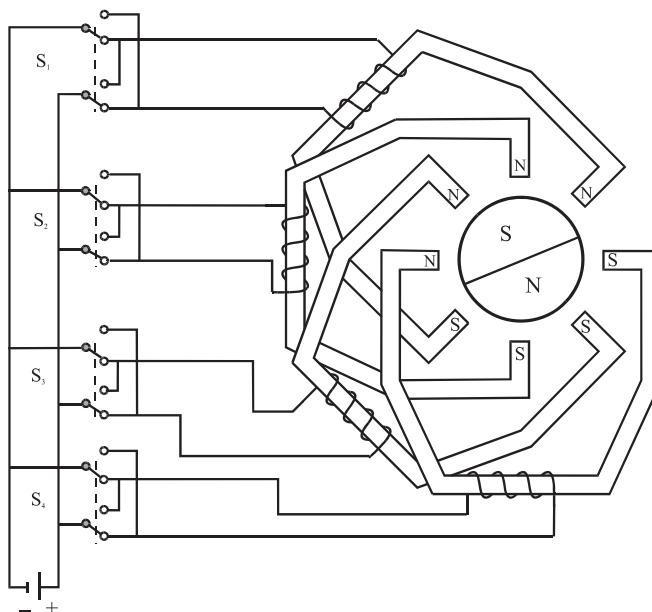


Figura 2.20. Esquema de motor paso a paso de imanes permanentes con cuatro fases.

En los motores paso a paso la señal de control son trenes de pulsos que van actuando rotativamente sobre una serie de electroimanes dispuestos en el estator. Por cada pulso recibido, el rotor del motor gira un determinado número discreto de grados.

Para conseguir el giro del rotor en un determinado número de grados, las bobinas del estator deben ser excitadas secuencialmente a una frecuencia que determina la velocidad de giro. Las inercias propias del arranque y parada (aumentadas por las fuerzas magnéticas en equilibrio que se dan cuando está parado) impiden que el rotor alcance la velocidad nominal instantáneamente, por lo que ésta y, por tanto, la frecuencia de los pulsos que la fija, debe ser aumentada progresivamente.

Para simplificar el control de estos motores existen circuitos especializados que a partir de tres señales (tren de pulsos, sentido de giro e inhibición) generan, a través de una etapa lógica, las secuencias de pulsos que un circuito de conmutación distribuye a cada fase.

Su principal ventaja con respecto a los servomotores tradicionales es su capacidad para asegurar un posicionamiento simple y exacto. Pueden girar además de forma continua, con velocidad variable, como motores síncronos, ser sincronizados entre sí, obedecer a secuencias complejas de funcionamiento, etc. Se trata al mismo tiempo de motores muy ligeros, fiables y fáciles de controlar, pues al ser estable cada estado de excitación del estator, el control se realiza en bucle abierto, sin la necesidad de sensores de realimentación.

Entre los inconvenientes, se puede citar que su funcionamiento a bajas velocidades no es suave, y que existe el peligro de pérdida de una posición por trabajar en bucle abierto. Tienen a sobrecalentarse trabajando a velocidades elevadas y presentan un límite en el tamaño que pueden alcanzar.

Su potencia nominal es baja y su precisión (mínimo ángulo girado) llega típicamente hasta $1,8^\circ$. Se emplean para el posicionado de ejes que no precisan grandes potencias (giro de pinza) o para robots pequeños (educacionales); también son muy utilizados en dispositivos periféricos del robot, como mesas de coordenadas.

Motores de Corriente Alterna (AC)

Este tipo de motores no ha tenido aplicación en el campo de la robótica hasta hace unos años, debido fundamentalmente a la dificultad de su control. Sin embargo, las mejoras que se han introducido en las máquinas síncronas hacen que en la actualidad sea la alternativa más utilizada en los robots industriales. Esto se debe principalmente a tres factores:

- La construcción de rotores síncronos sin escobillas.
- Uso de convertidores estáticos que permiten variar la frecuencia (y así la velocidad de giro) con facilidad y precisión.
- Empleo de la microelectrónica que permite una gran capacidad de control.

El inductor se sitúa en el rotor y está constituido por imanes permanentes, mientras que el inducido, situado en el estator, está formado por tres devanados iguales decalados 120° eléctricos que se alimentan con un sistema trifásico de tensiones. Es preciso resaltar la similitud que existe entre este esquema de funcionamiento y el del motor sin escobillas.

En los motores síncronos, la velocidad de giro depende únicamente de la frecuencia de la tensión que alimenta el inducido. Para poder variar ésta con precisión, el control de velocidad se realiza mediante un convertidor de frecuencia. Para evitar el riesgo de pérdida de sincronismo se utiliza un sensor de posición que detecta la posición del rotor y permite mantener en todo momento el ángulo que forman los campos del estator y del rotor. Este método de control se conoce como autosíncrono o autopilotado.



Figura 2.21. Gama de motores sin escobillas (brushless) con su etapa de control y potencia.
(Cortesía Baldor).

El motor síncrono autopilotado excitado con imán permanente, también llamado motor seinal, no presenta problemas de mantenimiento debido a que no posee escobillas y tiene una gran capacidad de evacuación de calor, ya que los devanados están en contacto directo con la carcasa. El control de posición se puede realizar sin la utilización de un sensor externo adicional, aprovechando el detector de posición del rotor que posee el propio motor. Además, permite desarrollar, a igualdad de peso, una potencia mayor que el motor de corriente continua. En la actualidad diversos robots industriales emplean este tipo de accionamientos con notables ventajas frente a los motores de corriente continua.

En el caso de los motores asíncronos, no se ha conseguido resolver satisfactoriamente los problemas de control que presentan. Esto ha hecho que hasta el momento no tengan aplicación en robótica.

Tabla 2.4. Características de distintos tipos de actuadores para robots

	Neumático	Hidráulico	Eléctrico
Energía	<ul style="list-style-type: none"> Aire a presión (5-10 bar) 	<ul style="list-style-type: none"> Aceite mineral (50-100 bar) 	<ul style="list-style-type: none"> Corriente eléctrica
Opciones	<ul style="list-style-type: none"> Cilindros Motor de paletas Motor de pistón 	<ul style="list-style-type: none"> Cilindros Motor de paletas Motor de pistones axiales 	<ul style="list-style-type: none"> Corriente continua Corriente alterna Motor paso a paso
Ventajas	<ul style="list-style-type: none"> Baratos Rápidos Sencillos Robustos 	<ul style="list-style-type: none"> Rápidos Alta relación potencia-peso Autolubricantes Alta capacidad de carga Estabilidad frente a cargas estáticas 	<ul style="list-style-type: none"> Precisos Fiables Fácil control Sencilla instalación Silenciosos
Desventajas	<ul style="list-style-type: none"> Dificultad de control continuo Instalación especial (compresor, filtros) Ruidoso 	<ul style="list-style-type: none"> Diffícil mantenimiento Instalación especial Instalación especial (filtros, eliminación aire) Frecuentes fugas Caros 	<ul style="list-style-type: none"> Potencia limitada

2.4. SENSORES INTERNOS

Para conseguir que un robot realice su tarea con la adecuada precisión, velocidad e inteligencia, será preciso que tenga conocimiento tanto de su propio estado como del estado de su entorno. La información relacionada con su estado (fundamentalmente la posición de sus articulaciones) la consigue con los denominados sensores internos, mientras que la que se refiere al estado de su entorno, se adquiere con los sensores externos.

En este epígrafe se tratará únicamente de los sensores internos. Información sobre sensores externos aplicados a la robótica puede encontrarse en [TORRES-02]. De forma general también puede encontrarse información en textos y bibliografía especializada en visión artificial [ESCALERA-01], [GONZALEZ-92]; sensores de fuerza [BURDEA-96], tacto [RUSSEL-90], distancia o telemetría.

La información que la unidad de control del robot puede obtener sobre el estado de su estructura mecánica es, fundamentalmente, la relativa a su posición y velocidad. En la Tabla 2.5 se resumen los sensores más comúnmente empleados para obtener información de presencia, posición y velocidad en robots industriales, explicados con más detalle en [NACHTIGAL-90] o [PALLÁS-03]. Se comentan a continuación los más significativos:

Tabla 2.5. Tipos de sensores proprioceptivos para robots

Medida	Tipo
Presencia	<ul style="list-style-type: none"> • Inductivo • Capacitivo • Efecto hall • Célula Reed • Óptico • Ultrasonido • Contacto
Posición Analógicos	<ul style="list-style-type: none"> • Potenciómetros • Resolver • Sincro • Inductosyn • LVDT
Posición Digitales	<ul style="list-style-type: none"> • Digitales • Encoders absolutos • Encoders incrementales • Regla óptica
Velocidad	<ul style="list-style-type: none"> • Tacogeneratriz

2.4.1. Sensores de Posición

Para el control de posición angular se emplean, fundamentalmente, los denominados **encoders** y **resolvers**. Los potenciómetros dan bajas prestaciones por lo que no se emplean salvo en contadas ocasiones (robots educacionales, ejes de poca importancia).

Codificadores angulares de posición (encoders)

Los codificadores ópticos o **encoders incrementales** constan, en su forma más simple, de un disco transparente con una serie de marcas opacas colocadas radialmente y equidistantes en-

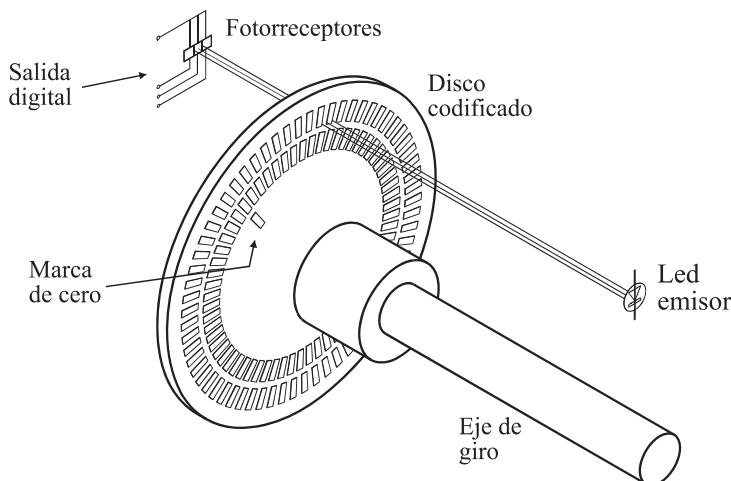


Figura 2.22. Disposición de un codificador óptico (encoder) incremental.

tre sí; de un sistema de iluminación en el que la luz es colimada de forma correcta, y de un elemento fotorreceptor (Figura 2.22). El eje, cuya posición se quiere medir, va acoplado al disco transparente. Con esta disposición, a medida que el eje gire se irán generando pulsos en el receptor cada vez que la luz atravesase cada marca. Llevando una cuenta de estos pulsos será posible conocer la posición del eje.

Los pulsos que se originan como consecuencia del giro, no informan por sí mismos del sentido de éste. Al objeto de poder conocer esta información, se dispone de una segunda franja de marcas, desplazada de la anterior de manera que el tren de pulsos que con ella se genere esté desfasado 90° con respecto al generado por la primera franja. De esta manera (Figura 2.23), mediante el uso de un biestable de tipo D, en el que la salida mantiene el valor de la entrada leída durante el flanco positivo del reloj, es posible obtener una señal adicional (Q) que indique cuál es el sentido de giro, y que actúe sobre el contador correspondiente indicando que incremente o decremente la cuenta que se esté realizando.

Dado que el contador es incremental, es preciso establecer cuál es el cero, para lo cual se incorpora una marca de referencia adicional (C) única en todo el trazado del disco, que indique que se ha dado una vuelta completa y que, por tanto, se ha de reiniciar el contador.

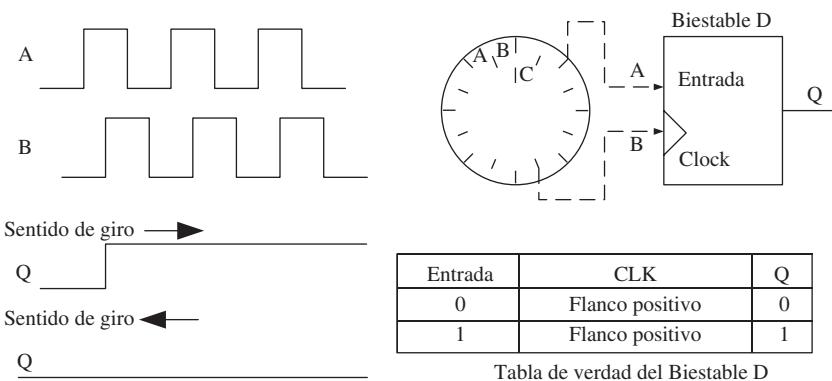


Figura 2.23. Salidas A y B de un encoder y valor (Q) del biestable D, según sentido de giro.

La resolución de este tipo de sensores depende directamente del número de marcas que se pueden poner físicamente en el disco. Un método relativamente sencillo para aumentar esta resolución es, no solamente contabilizar los flancos de subida de los trenes de pulsos, sino contabilizar también los de bajada, resultando que el captador es capaz de distinguir un número de posiciones igual a cuatro veces el número de marcas por canal. Se puede llegar de esta manera a valores de 100.000 pulsos por vuelta. Este valor puede ser todavía aumentado mediante el uso de filtros que modulan el nivel de luz que llega al receptor, lo que, tras una umbralización del mismo, permiten distinguir un número de posiciones muy elevado.

El funcionamiento básico de los **codificadores o encoders absolutos** es similar al de los incrementales. Se tiene una fuente de luz con las lentes de adaptación correspondientes, un disco graduado y unos fotorreceptores. En este caso, el disco transparente se divide en un número determinado de sectores (potencia de 2), codificándose cada uno de ellos según un código binario cíclico (normalmente código Gray) que queda representado por zonas transparentes y opacas dispuestas radialmente (Figura 2.24).

No es necesario en este caso ningún contador o electrónica adicional para detectar el sentido de giro, pues cada posición (sector) es codificada de forma absoluta. Su resolución es fija, y vendrá dada por el número de anillos que posea el disco graduado. Resoluciones habituales van desde 2^8 a 2^{19} bits (desde 256 a 524.288 posiciones distintas).

Normalmente, los sensores de posición se acoplan al eje del motor. Considerando que en la mayor parte de los casos entre el eje del motor y el de la articulación se sitúa un reductor de relación N, cada movimiento de la articulación se verá multiplicado por N al ser medido por el sensor. Éste aumentará así su resolución multiplicándola por N.

En el caso de los codificadores absolutos, este efecto origina que una misma lectura del captador, pueda corresponder a N posiciones distintas de la articulación. Para diferenciarlas, se puede utilizar un encoder adicional, conectado por un engranaje reductor al principal, de manera que cuando éste gire una vuelta completa, el codificado adicional avanzará una posición. El conjunto se denomina encoders absolutos multivuelta.

Esta misma circunstancia (presencia del reductor) originará que en el caso de los codificadores incrementales la señal de referencia o marca de cero, sea insuficiente para detectar el punto origen para la cuenta de pulsos, pues habrá N posibles puntos de referencia para un giro completo de la articulación. Para distinguir cuál de ellos es el correcto se suele utilizar un detector de presencia denominado de sincronismo, acoplado directamente al eslabón del robot que se considere. Cuando se conecta el robot desde una situación de apagado, es preciso ejecutar un procedimiento de búsqueda de referencias para los sensores (sincronizado). Duran-



Figura 2.24. Franjas en un captador óptico absoluto.

te su ejecución se leen los detectores de sincronismo que detectan la presencia o ausencia del eslabón del robot. Cuando se detecta la conmutación de presencia a ausencia de pieza, o viceversa, se atiende al encoder incremental, tomando como posición de origen la correspondiente al primer pulso de marca de cero que aquél genere.

Los encoders pueden presentar problemas mecánicos debido a la gran precisión que se debe tener en su fabricación. La contaminación ambiental puede ser una fuente de interferencias en la transmisión óptica. Son dispositivos particularmente sensibles a golpes y vibraciones, estando su margen de temperatura de trabajo limitado por la presencia de componentes electrónicos.

Captadores angulares de posición (sincro-resolvers)

La otra alternativa en sensores de posición para robots la representan los resolvers y los sincroresolveres, también llamados sincros. Se trata de captadores analógicos con resolución teóricamente infinita. El funcionamiento de los resolvers se basa en la utilización de una bobina solidaria al eje excitada por una portadora, generalmente a 400 Hz, y por dos bobinas fijas situadas a su alrededor (Figura 2.25).

El giro de la bobina móvil hace que el acoplamiento con las bobinas fijas varíen, consiguiendo que la señal resultante en éstas, dependa del seno del ángulo de giro. La bobina móvil excitada con tensión $V_{\text{sen}}(\omega t)$ y girada un ángulo θ induce en las bobinas fijas situadas en cuadratura las siguientes tensiones:

$$\begin{aligned} V_1 &= V \sin(\omega t) \sin \theta \\ V_2 &= V \sin(\omega t) \cos \theta \end{aligned} \quad [2.3]$$

Que es la llamada representación del ángulo θ en formato resolver.

El funcionamiento de los sincros es análogo al de los resolvers, excepto que las bobinas fijas forman un sistema trifásico en estrella. Para un giro θ de la bobina móvil excitada con tensión $V_{\text{sen}}(\omega t)$, admitiendo que los acoplamientos y los desfases son los mismos para todos los devanados, se obtienen las siguientes tensiones entre las fases del estator:

$$\begin{aligned} V_{13} &= \sqrt{3} V \cos(\omega t) \sin \theta \\ V_{32} &= \sqrt{3} V \cos(\omega t) \sin(\theta + 120^\circ) \\ V_{21} &= \sqrt{3} V \cos(\omega t) \sin(\theta + 240^\circ) \end{aligned} \quad [2.4]$$

Que es la llamada representación del ángulo θ en formato sincro.

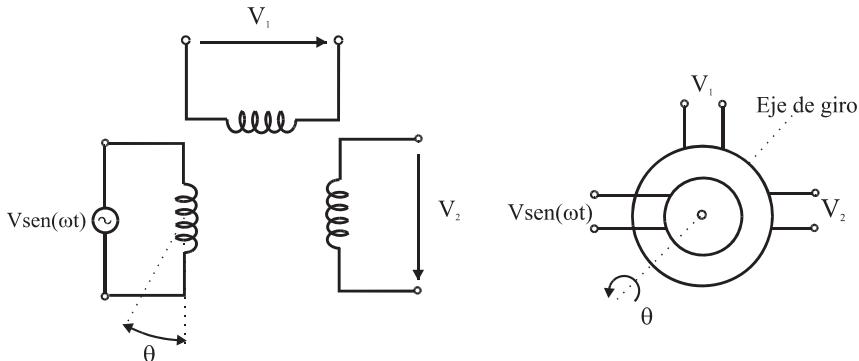


Figura 2.25. Esquema de funcionamiento de un resolver.

El cambio de formato sincro a formato resolver o viceversa es inmediato, ya que se puede pasar de uno a otro a través de la llamada red de Scott o transformador de Scott, de funcionamiento bidireccional.

Para poder tratar en el sistema de control la información generada por los resolvers y los sincros es necesario convertir las señales analógicas en digitales. Para ello se utilizan los llamados convertidores resolver/digital (R/D) que, tradicionalmente, se basan en dos tipos de estructuras distintas: seguimiento (*tracking*) y muestreo (*sampling*).

Ambos captadores, resolvers y sincros, son de tipo absoluto. Entre sus ventajas destacan su buena robustez mecánica durante el funcionamiento y su inmunidad a contaminación, humedad, altas temperaturas y vibraciones. Debido a su reducido momento de inercia, imponen poca carga mecánica al funcionamiento del eje.

La Tabla 2.6 presenta una comparación entre distintos tipos de sensores de posición angular atendiendo a diversos parámetros de funcionamiento. Se comenta brevemente a continuación alguno de ellos.

Dado el carácter continuo de la señal, la resolución de los resolvers es teóricamente infinita. Bien es verdad que depende en la mayoría de las ocasiones de una electrónica asociada, lo que limita la precisión de forma práctica. En el caso de los codificadores ópticos la resolución viene limitada por el número de secciones opaco/transparentes que se utilicen.

La exactitud estática, definida como la diferencia entre la posición física del eje y la señal eléctrica de salida, es relativamente alta tanto en resolvers como en codificadores ópticos. El rango dinámico se encuentra más limitado en el caso de los codificadores ópticos o digitales, no así en los resolvers donde con conversiones R/D adecuadas se puede trabajar con velocidades superiores a las 6.000 rpm.

Tabla 2.6. Comparación entre distintos sensores ópticos de posición angular

	Robustez mecánica	Rango dinámico	Resolución	Estabilidad térmica
Encoder	mala	media	buena	buena
Resolver	buenas	buenas	buenas	buenas
Potenciómetro	regular	mala	mala	mala

Sensores de desplazamiento lineal

La medida de desplazamiento lineal en las articulaciones de los robots no es frecuente. Aun en los casos de grados de libertad de translación, es posible que este movimiento sea generado inicialmente con un actuador rotativo, convirtiéndose en un desplazamiento gracias al sistema de transmisión. No obstante, hay casos en los que el actuador y el grado de libertad son de translación, teniéndose entonces que considerar el uso de un sensor de desplazamiento.

Una solución comercial posible es el uso de un captador rotativo, conectado a una polea donde se enrolla una sirga o cordel, que se fija al eje cuyo desplazamiento se quiere medir. El desplazamiento provoca el giro de la polea y del captador rotativo, que proporciona la medida buscada.

Otros sensores lineales que también se emplean con relativa frecuencia son las denominadas reglas ópticas (equivalentes a los codificadores ópticos angulares). Éstos tienen limitada la longitud del recorrido por la necesidad de garantizar una perfecta alineación entre la banda que contiene la trama opaco-transparente y el emisor receptor de luz.

Para el caso de cilindros, pueden ser utilizados los sensores magnetosónicos, que instalados en el interior del cilindro, son muy robustos.

Por último, los denominados Inductosyn (marca registrada de *Farrand Industries Inc.*), funcionan de manera similar al resolver, con la diferencia de que el rotor desliza linealmente sobre el estator, siendo la forma de los devanados la representada en la Figura 2.26. El estator se encuentra excitado por una tensión conocida que induce en el rotor una tensión V_s , dependiendo de su posición relativa:

Otros sensores de desplazamiento como las LVDT presentadas, a continuación, son válidos para la medida de pequeños desplazamientos, por lo que su uso como sensor interno del robot es muy limitado.

LVDT e Inductosyn

Entre los sensores de posición lineales destaca el transformador diferencial de variación lineal (LVDT) debido a su casi infinita resolución, poco rozamiento y alta repetibilidad. Su funcionamiento se basa en la utilización de un núcleo de material ferromagnético unido al eje cuyo movimiento se quiere medir. Este núcleo se mueve linealmente entre un devanado primario y dos secundarios, haciendo con su movimiento que varíe la inductancia entre ellos. La Figura 2.27 presenta un breve esquema de su funcionamiento.

Los dos devanados secundarios conectados en oposición serie ven cómo la inducción de la tensión alterna del primario, al variar la posición del núcleo, hace crecer la tensión en un devanado y disminuirla en el otro. Del estudio de la tensión E_0 se deduce que ésta es proporcional a la diferencia de inductancias mutuas entre el devanado primario con cada uno de

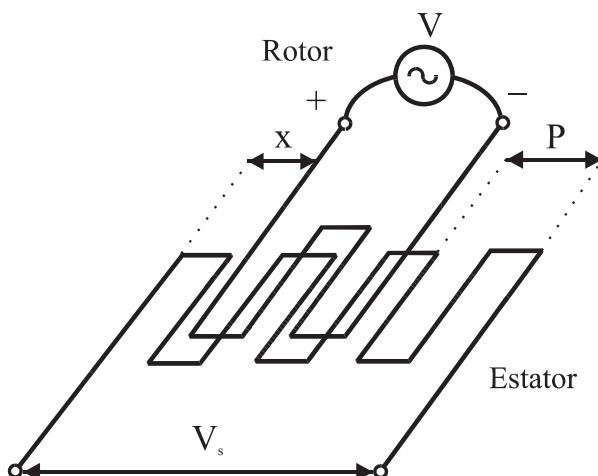


Figura 2.26. Esquema de funcionamiento de un Inductosyn.

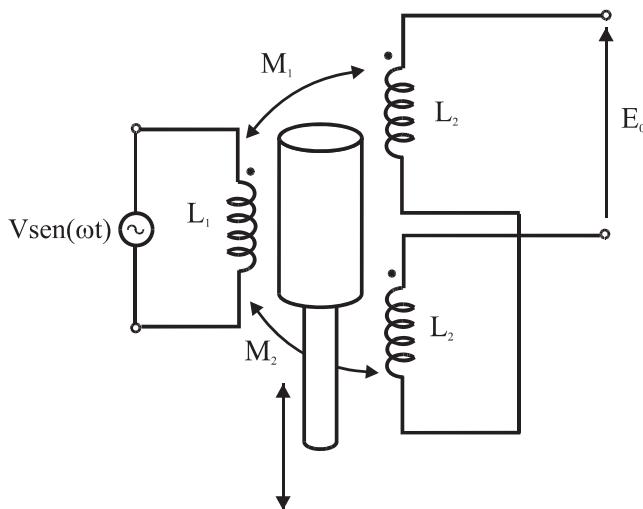


Figura 2.27. Esquema de funcionamiento de un LVDT.

los secundarios, y que, por tanto, depende linealmente del desplazamiento del vástago solidoario al núcleo.

Además de las ventajas señaladas, el LVDT presenta una alta linealidad, gran sensibilidad y una respuesta dinámica elevada. Su uso está ampliamente extendido, a pesar de la limitación de poder ser aplicado únicamente en la medición de pequeños desplazamientos.

$$V_s = kV \cos\left(2\pi \frac{x}{P}\right) \quad [2.5]$$

2.4.2. Sensores de Velocidad

La captación de la velocidad se hace necesaria para mejorar el comportamiento dinámico de los actuadores del robot. La velocidad de movimiento de cada actuador (que tras el reductor es la velocidad de la articulación) se realimenta normalmente a un bucle de control analógico implementado en el propio accionador del elemento motor. No obstante, en ocasiones en las que el sistema de control del robot lo exija, la velocidad de giro de cada actuador es llevada hasta la unidad de control del robot.

Normalmente, y puesto que el bucle de control de velocidad es analógico, el captador usado es una tacogeneratriz que proporciona una tensión proporcional a la velocidad de giro de su eje (valores típicos pueden ser 10 milivoltios por rpm).

Otra posibilidad, usada para el caso de que la unidad de control del robot precise valorar la velocidad de giro de las articulaciones, consiste en derivar la información de posición que ésta posee.

2.4.3. Sensores de Presencia

Este tipo de sensor es capaz de detectar la presencia de un objeto dentro de un radio de acción determinado. Esta detección puede hacerse con o sin contacto con el objeto. En el segundo caso, se utilizan diferentes principios físicos para detectar la presencia, dando lugar a los diferentes tipos de captadores (véase Tabla 2.5). En el caso de detección con contacto, se trata siempre de un interruptor, normalmente abierto o normalmente cerrado según interese, actuado mecánicamente a través de un vástago u otro dispositivo. Los detectores de presencia se utilizan en robótica principalmente como auxiliares de los detectores de posición, para indicar los límites de movimiento de las articulaciones y permitir localizar la posición de referencia de cero de éstos, en el caso de que sean incrementales.

Además de esta aplicación, los sensores de presencia se usan como sensores externos, siendo muy sencillos de incorporar al robot por su carácter binario y su costo reducido. Los detectores inductivos permiten detectar la presencia o contar el número de objetos metálicos sin necesidad de contacto. Presentan el inconveniente de distinto comportamiento según del tipo de metal del que se trate. El mismo tipo de aplicación tiene los detectores capacitivos, más voluminosos, aunque en este caso los objetos a detectar no precisan ser metálicos. En cambio presentan problemas de trabajo en condiciones húmedas y con puestas a tierra defectuosas.

Los sensores basados en el efecto Hall detectan la presencia de objetos ferromagnéticos por la deformación que éstos provocan sobre un campo magnético. Los captadores ópticos, sin embargo, pueden detectar la reflexión del rayo de luz procedente del emisor sobre el objeto. Una revisión más detallada de estos sensores puede encontrarse en [BARRIENTOS-95].

Tabla 2.7. Sistemas de sujeción para robots

Tipos de sujeción	Accionamiento	Uso
Pinza de presión de desplazamiento angular o lineal	Neumático o eléctrico	Transporte y manipulación de piezas sobre las que no importe presionar
Pinza de enganche	Neumático o eléctrico	Piezas de grandes dimensiones o sobre las que no se puede ejercer presión.
Ventosas de vacío	Neumático	Cuerpos con superficie lisa poco porosa (cristal, plástico, etc.).
Electroimán	Eléctrico	Piezas ferromagnéticas.

2.5. ELEMENTOS TERMINALES

Los elementos terminales, también llamados efectores finales (*end effector*) son los encargados de interaccionar directamente con el entorno del robot. Pueden ser tanto elementos de aprehensión como herramientas.

Si bien un mismo robot industrial es, dentro de unos límites lógicos, versátil y readaptable a una gran variedad de aplicaciones, no ocurre así con los elementos terminales, que son en muchos casos específicamente diseñados para cada tipo de trabajo.

2.5.1. Elementos de sujeción

Se puede establecer una clasificación de los elementos terminales atendiendo a si se trata de un elemento de sujeción o de una herramienta. Los primeros se pueden clasificar según el sistema de sujeción empleado. En la Tabla 2.7 se representan estas opciones, así como los usos más frecuentes.

Los elementos de sujeción más comunes son las denominadas «pinzas» o «garras». Habitualmente, utilizan accionamiento neumático para sujetar las piezas por presión (Figura 2.28). En el mercado se pueden encontrar pinzas neumáticas de diversas características, debiéndose atender en la selección al tipo de movimientos de los dedos (lineal o angular), el recorrido de éstos, la fuerza que ejercen, el número de dedos (por lo general 2 o 3), si se precisa ejercer fuerza tanto en apertura como en cierre y al tiempo de respuesta.

En el cálculo de la fuerza de agarre, debe considerarse no sólo el peso de la pieza a transportar, sino también su forma; el material de que está hecha, que afectará al valor de la fuerza de rozamiento con la superficie con los dedos de la pinza; y las aceleraciones con que se pretende mover a la pieza.

Dada la importancia de conseguir la mayor superficie de contacto entre dedos de la pinza y pieza, suele ser necesario el diseñar unos dedos a medida para la pieza a manipular. Éstos son fijados a los elementos móviles que incorporarán las pinzas.

En ocasiones, la tarea encomendada al robot precisa la manipulación de piezas de diferentes características, para cada una de las cuales es necesario el uso de una pinza diferente. En estos casos hay dos opciones posibles. En la primera, el robot porta un sistema multipinza, cada una de las cuales está preparada para la manipulación de una pieza en concreto. En la segunda, el robot porta un sistema que permite el cambio automático de la pinza. Éstas se encuentran preparadas para ser fijadas, de manera automática, al elemento de acoplamiento transportado por el robot, facilitando la conexión mecánica, neumática y en su caso eléctrica (señales procedentes de sensores incorporados a la pinza).

Una opción usada frecuentemente para la manipulación de piezas en tareas de coger y dejar («*pick & place*»), es la sujeción mediante succión o vacío. Se emplean para ello ventosas de diferentes materiales (caucho, silicona, etc.) sobre las que, una vez en contacto estanco con



Figura 2.28. Pinzas neumáticas para robots: a) dos dedos; b) tres dedos. (Cortesía FESTO).



Figura 2.29. Ventosa para manipulación por vacío. (Cortesía de FESTO).

la pieza, se hace el vacío (Figura 2.29). Éste se consigue mediante el efecto Venturi que un caudal de aire a presión consigue sobre una tobera. El sistema de vacío por Venturi y la ventosa, constituyen una unidad compacta que es transportada por el robot. Lógicamente, este método de sujeción es sólo aplicable a materiales que permitan la estanqueidad. Ejemplos de manipulación por vacío son superficies planas de plástico, vidrio, papel o metal.

Tabla 2.8. Herramientas terminales para robots

Tipo de herramienta	Comentarios
Pinza soldadura por puntos	Dos electrodos que se cierran sobre la pieza a soldar.
Soplete soldadura al arco	Aportan el flujo de electrodo que se funde.
Cucharón para colada	Para trabajos de fundición.
Atornillador	Suelen incluir la alimentación de tornillos.
Fresa-lija	Para perfilar, eliminar rebabas, pulir, etc.
Pistola de pintura	Por pulverización de la pintura.
Cañón láser	Para corte de materiales, soldadura o inspección.
Cañón de agua a presión	Para corte de materiales.



Figura 2.30. Robot IRB 6000ID con pinza de soldadura. (Cortesía ABB).

2.5.2. Herramientas terminales

En muchas aplicaciones el robot ha de realizar operaciones que no consisten en manipular objetos, sino que implican el uso de una herramienta. En general, esta herramienta debe ser construida o adaptada de manera específica para el robot, pero dado que hay aplicaciones ampliamente robotizadas, se comercializan herramientas específicas para su uso por robots. Aplicaciones como la soldadura por puntos, por arco o la pintura son algunas de ellas.

La Figura 2.30 muestra un robot equipado con una pinza de soldadura por puntos. Ésta puede incluir los actuadores para cerrar los electrodos sobre las piezas con la adecuada presión, el transformador de soldadura y el sistema de refrigeración de los electrodos.

En la Figura 2.31 se muestra una antorcha de soldadura al arco, mientras que la Figura 2.32, muestra una pistola de pulverización de pintura.

Normalmente, la herramienta (o la pinza en su caso) está fijada rígidamente al extremo del robot aunque en ocasiones se dota a éste de un dispositivo que, mediante cierto grado de flexibilidad, permite la modificación de su posición ante la presencia de esfuerzos exteriores, facilitando así tareas de contacto, como el ensamblado o el desbaste de material (pulido, desbarbado, etc.) (Véase Figura 2.33).



Figura 2.31. Antorcha de soldadura al arco. (Cortesía de ABB).

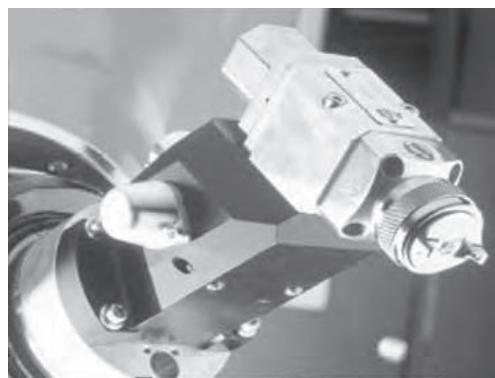


Figura 2.32. Pistola de pulverización neumática de pintura. (Cortesía de ABB).

La Tabla 2.8 enumera algunas de las herramientas más frecuentes. En [FERRATÉ-86] y [GROOVER-89] puede encontrarse un estudio detallado sobre distintas herramientas y pinzas para robots.



Figura 2.33. Sistema con centro de adapabilidad remoto (RCC). (Cortesía de ATI).

2.6. BIBLIOGRAFÍA

- [AN-88] An, C. H., Atkinson, C. G. y Hollerbach, J. M., «Direct Drive Arms», en: *Model-based Control of a Robot Manipulator*, The MIT Press, 1988.
- [ARACIL-06] Aracil, R., Saltarén, R. Sabater, J. N., Reinoso, O. «Robots paralelos: Máquinas con un pasado para una robótica del futuro». *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*. Vol3. Núm. 1, Enero 2006. pp. 16-28. CEA
- [BARRIENTOS-95] Barrientos, A., Peñín, L. F., Carrera, J., *Automatización de la fabricación. Transductores, actuadores y autómatas programables*, Sección de Publicaciones ETSI Industriales de Madrid, Universidad Politécnica de Madrid, 1995.
- [BURDEA-96] G. C. Burdea, *Force and Touch Feedback for Virtual Reality*, Wiley-Interscience, 1996.
- [CORTÉS-89] Cortés Cherta, M., *Curso moderno de máquinas eléctricas rotativas*. Cuatro tomos. Editores Técnicos Asociados, Barcelona, 1989.
- [CYCLO-96] Cyclo Getriebbau, *Catálogo de productos*, 1992.
- [DEPPERT-94] Deppert, W. y Stoll, K., *Dispositivos neumáticos*, Marcombo Boixareu Editores, Barcelona, 1994.
- [ESCALERA-01] de la Escalera, A., *Visión por computador. Fundamentos y métodos*. Ed. Prentice-Hall, 2001
- [FERRANDO-93] Ferrando, F., J. Mercader, «Criterios para la selección de un reductor de velocidad», *Automática e Instrumentación*, 237, pp. 100-106, 1993.
- [FERRATÉ-86] Ferraté, G., *Robótica industrial*, Marcombo Boixareu Editores, Barcelona, 1986.
- [GONZALEZ-92] R. C. González y R. E. Woods, *Digital Image Processing*, Addison Wesley, 1992.
- [GROOVER-89] Groover, M. P. «Robot y efectores finales», en: *Robótica Industrial. Tecnología, Programación y Aplicaciones*, McGraw-Hill, Madrid, 1989.
- [HARMONIC-06] HarmonicDrive, *Catálogo de Productos*, www.HarmonicDrive.net

- [IFR-05] International Federation of Robotics and United Nations, *World Robotics 2005, Statistics, Market Analysis, Forecast, Case Studies and Profitability of Robot Investment*, United Nations Publications, 2005.
- [MONTANO-88] Montano, L., Tardós, J.D., y Saghsés, C., «Accionamientos directos para robots», *Automática e Instrumentación*, 179, pp. 251-261, 1988.
- [NACHTIGAL-90] Nachtigal, C. L., *Instrumentation and control. Fundamentals and applications*, Wiley-Interscience, 1990.
- [PALLÁS-03] Pallás, R., «Transductores de reactancia variable y electromagnéticos», en: *Transductores y acondicionadores de señal*, 4.^a edición, Marcombo, Barcelona, 2003.
- [REULEAUX-1876] Reuleaux, F., *The Kinematics of Machinery*, London: Macmillan, 1876.
- [RUSSEL-90] Russel, R.A., *Robot Tactile Sensing*, Prentice-Hall, 1990.
- [TENREIRO-94] Tenreiro, J. A., *Motores Paso a Paso. Control y Modos de Funcionamiento*. Ed. Publindustria, Oporto, 1994.
- [TORRES-02] Torres, F., Pomares, J., Gil, P., Puente, S., Aracil, R., *Robots y Sistemas sensoriales*, Ed. Prentice Hall, 2002.
- [TSAI-99] Tsai, L. W., *Robot Analysis: the Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*. Wiley Interscience, John Wiley and Sons, 1999.
- [VOCKROTH-94] Vockroth, R. W., *Industrial Hydraulics*, Delmar Publishers, Nueva York, 1994.
- [YOUSCEF-89] Youcef-Toumi, K., «Design and Control of Direct-Drive Robots-a Survey», en: *The Robotics Review 1* (O. Khatib, J. J. Craig y Lozano-Perez, Ed.), pp. 283-302. The MIT Press, Cambridge, 1989.

CAPÍTULO 3

Herramientas matemáticas para la localización espacial

De pequeña centella se levanta gran fuego
Refranero Popular

Para que el robot pueda realizar las tareas de manipulación que le son encomendadas es necesario que conozca la posición y orientación de los elementos a manipular con respecto a la base del robot. Se entiende entonces la necesidad de contar con una serie de herramientas matemáticas que permitan especificar la posición y orientación en el espacio de piezas, herramientas y, en general, de cualquier objeto.

Estas herramientas han de ser lo suficientemente potentes como para permitir obtener de forma sencilla relaciones espaciales entre distintos objetos y en especial entre éstos y el manipulador. Los siguientes epígrafes introducen de forma progresiva estas herramientas, de especial importancia para la adecuada comprensión de desarrollos que aparecerán en capítulos posteriores. Sin embargo, es necesario resaltar que éstas son de aplicación general para el tratamiento de problemas de localización espacial y que, por tanto, no son de aplicación exclusiva en el campo de la robótica.

Los dos primeros apartados presentan los distintos métodos existentes para la representación de la posición y orientación espacial de un cuerpo rígido. Los conceptos se irán introduciendo por orden creciente de dificultad, comenzando con la representación en dos dimensiones, para seguidamente pasar al análisis en tres. En el siguiente epígrafe se introduce el concepto de matriz de transformación homogénea, necesario para la representación conjunta de posición y orientación, junto con sus propiedades y aplicaciones. Se trata de una herramienta muy útil para representar transformaciones espaciales, estando su uso ampliamente extendido en diversos campos además del de la robótica, como por ejemplo, en el de gráficos por computador.

Los denominados cuaternios, al tratarse de una herramienta de uso más restringido a otros campos, como el aeronáutico, no son analizados con el suficiente detalle en la bibliografía existente en robótica. Se trata de un método de gran economía computacional utilizado incluso por algunos robots comerciales para la representación de orientación, y por ello se ha incluido un apartado dedicado a su estudio.

3.1. REPRESENTACIÓN DE LA POSICIÓN

La localización de un cuerpo rígido en el espacio precisa de especificar tanto su posición como su orientación. Ambas deben ser establecidas en relación a un sistema de referencia definido, pudiéndose hacer uso de diferentes modos o herramientas para es-

pecificar la relación entre la posición y orientación del cuerpo rígido y los sistemas de referencia.

La representación de la posición y orientación va a ser tratada inicialmente de manera independiente para después combinar ambas haciendo uso de herramientas matemáticas que faciliten su empleo.

En un plano bidimensional, la posición de un cuerpo rígido precisa de dos grados de libertad y, por tanto, la posición del cuerpo quedará definida por dos componentes independientes. En el caso de espacio tridimensional será necesario emplear tres componentes.

3.1.1. Sistema cartesiano de referencia

Normalmente los sistemas de referencia se definen mediante ejes perpendiculares entre sí con un origen definido. Éstos se denominan **sistemas cartesianos**, y en el caso de trabajar en el plano (2 dimensiones), el sistema de referencia OXY correspondiente queda definido por dos vectores coordenados OX y OY perpendiculares entre sí con un punto de intersección común O (véase Figura 3.1.a).

Si se trabaja en el espacio (tres dimensiones), el sistema cartesiano OXYZ estará compuesto por una terna ortonormal de vectores unitarios OX, OY y OZ, tal y como se ve en la Figura 3.1.b. Se trata de una terna ortonormal a derechas.

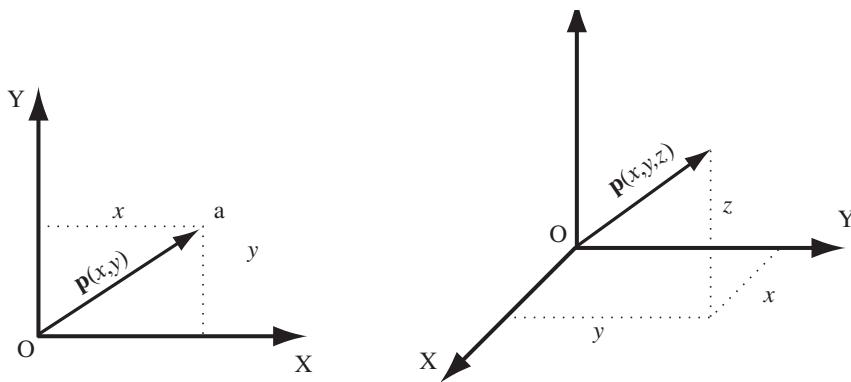


Figura 3.1. Representación de un vector en coordenadas cartesianas en 2 y 3 dimensiones.

3.1.2. Coordenadas cartesianas

Si se trabaja en un plano, con su sistema coordenado OXY de referencia asociado, un punto a vendrá expresado por las componentes (x, y) correspondientes a los ejes coordenados del sistema OXY. Este punto tiene asociado un vector $\mathbf{p}(x, y)$, que va desde el origen O del sistema OXY hasta el punto a (véase Figura 3.1a). Por tanto, la posición del extremo del vector \mathbf{p} está caracterizada por las dos componentes (x, y) , denominadas **coordenadas cartesianas** del vector y que son las proyecciones del vector \mathbf{p} sobre los ejes OX y OY.

En el caso de que se trabaje en tres dimensiones, un vector viene definido con respecto al sistema de referencia OXYZ mediante las coordenadas correspondientes a cada uno de los ejes coordenados. En el caso de la Figura 3.1b, el vector \mathbf{p} estará definido por las componentes cartesianas (x, y, z) .

3.1.3. Coordenadas Polares y cilíndricas

Para un plano, es posible también caracterizar la localización de un punto o vector \mathbf{p} respecto a un sistema de ejes cartesianos de referencia OXY utilizando las denominadas **coordenadas polares** $p(r, \theta)$ (Figura 3.2a). En esta representación, r representa la distancia desde el origen O del sistema hasta el extremo del vector \mathbf{p} , mientras que θ es el ángulo que forma el vector \mathbf{p} con el eje OX.

En el caso de trabajar en tres dimensiones, un vector \mathbf{p} podrá expresarse con respecto a un sistema de referencia OXYZ, mediante las **coordenadas cilíndricas** $p(r, \theta, z)$ (Figura 3.2b). Las componentes r y θ tienen el mismo significado que en el caso de coordenadas polares, aplicando el razonamiento sobre el plano OXY, mientras que la componente z expresa la proyección sobre el eje OZ del vector \mathbf{p} .

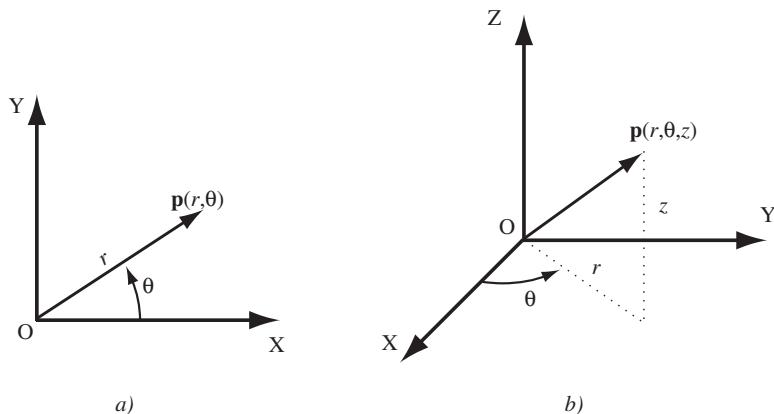


Figura 3.2. Representación de a) coordenadas polares y b) cilíndricas.

3.1.4. Coordenadas Esféricas

También es posible utilizar coordenadas esféricas para realizar la localización de un vector en un espacio de tres dimensiones. Utilizando el sistema de referencia OXYZ, el vector \mathbf{p} tendrá como **coordenadas esféricas** (r, θ, ϕ) , donde la componente r es la distancia desde el origen O hasta el extremo del vector \mathbf{p} ; la componente θ es el ángulo formado por la proyección del vector \mathbf{p} sobre el plano OXY con el eje OX; y la componente ϕ es el ángulo formado por el vector \mathbf{p} con el eje OZ (Figura 3.3).

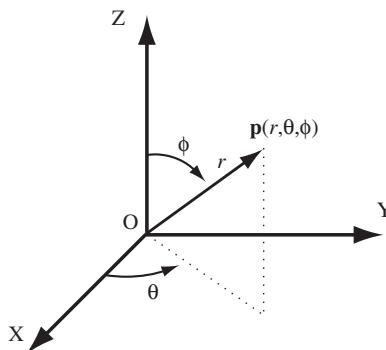


Figura 3.3. Representación de un vector en coordenadas esféricas.

3.2. REPRESENTACIÓN DE LA ORIENTACIÓN

Un punto queda totalmente definido en el espacio a través de los datos de su posición. Sin embargo, para el caso de un sólido rígido, es necesario además definir cuál es su orientación con respecto a un sistema de referencia. En el caso de un robot, no es suficiente con especificar cuál debe ser la posición de su extremo, sino que, en general, es también necesario indicar su orientación. Por ejemplo, en el caso de un robot que tenga que realizar sobre una pieza curva una operación de pulido, no bastaría con especificar los puntos de la superficie para situar adecuadamente la herramienta, sino que será necesario también conocer la orientación con que la herramienta ha de realizar la operación.

Una orientación en el espacio tridimensional viene definida por tres grados de libertad o tres componentes linealmente independientes. Para poder describir de forma sencilla la orientación de un objeto respecto a un sistema de referencia, es habitual asignar solidariamente al objeto un nuevo sistema, y después estudiar la relación espacial existente entre los dos sistemas. De forma general, esta relación vendrá dada por la posición y orientación del sistema asociado al objeto respecto al de referencia. Para el análisis de los distintos métodos de representar orientaciones se supondrá que ambos sistemas coinciden en el origen, y que por tanto, no existe cambio alguno de posición entre ellos.

3.2.1. Matrices de rotación

Las matrices de rotación son el método más extendido para la descripción de orientaciones, debido principalmente a la comodidad que proporciona el uso del álgebra matricial.

Supóngase que se tiene en el plano dos sistemas de referencia OXY y OUV con un mismo origen O, siendo el sistema OXY el de referencia fijo y el sistema OUV el móvil, solidario al objeto (Figura 3.4a). Los vectores unitarios de los ejes coordinados del sistema OXY son $\mathbf{i}_x, \mathbf{j}_y$, mientras que los del sistema OUV son $\mathbf{i}_u, \mathbf{j}_v$.

Un vector \mathbf{p} del plano se puede representar como:

$$\mathbf{P} = p_u \mathbf{i}_u + p_v \mathbf{j}_v \quad [3.1]$$

Además, se verifican las igualdades siguientes (por tratarse de productos escalares).

$$\begin{cases} p_x = \mathbf{i}_x \cdot \mathbf{P} \\ p_y = \mathbf{i}_y \cdot \mathbf{P} \end{cases} \quad [3.2]$$

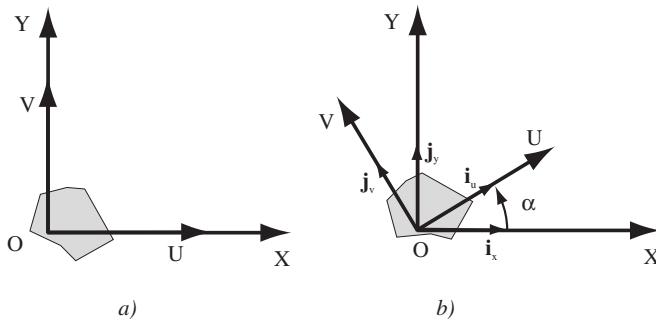


Figura 3.4. Orientación de un sistema OUV respecto a otro OXY en un plano.

Sustituyendo la Expresión [3.1] en [3.2] se obtiene:

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} p_u \\ p_v \end{bmatrix} \quad [3.3]$$

donde:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_x \mathbf{i}_u & \mathbf{i}_x \mathbf{j}_v \\ \mathbf{j}_y \mathbf{i}_u & \mathbf{j}_y \mathbf{j}_v \end{bmatrix} \quad [3.4]$$

es la llamada **matriz de rotación**, que define la orientación del sistema OUV con respecto al sistema OXY, y que sirve para transformar las coordenadas de un vector en un sistema a las del otro. También recibe el nombre de matriz de cosenos directores. Es fácil de comprobar que se trata de una matriz ortonormal, tal que $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T$.

En el caso de dos dimensiones, la orientación viene definida por un único parámetro independiente. Si se considera la posición relativa del sistema OUV girado un ángulo α sobre el OXY (Figura 3.4b), tras realizar los correspondientes productos escalares, la matriz \mathbf{R} será de la forma:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad [3.5]$$

Para el caso en que $\alpha = 0$, en el que los ejes coordenados de ambos sistemas coinciden, la matriz \mathbf{R} corresponderá a la matriz unitaria.

En un espacio tridimensional, el razonamiento a seguir es similar. Supónganse los sistemas OXYZ y OUVW, coincidentes en el origen, siendo el OXYZ el sistema de referencia fijo, y el OUVW el solidario al objeto cuya orientación se desea definir. (Figura 3.5a). Los vectores uni-

tarios del sistema OXYZ serán $\mathbf{i}_x, \mathbf{j}_y, \mathbf{k}_z$, mientras que los del OUVW serán $\mathbf{i}_u, \mathbf{j}_v, \mathbf{k}_w$. Un vector \mathbf{p} del espacio podrá ser referido a cualquiera de los sistemas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\mathbf{p}_{uvw} &= [p_u, p_v, p_w]^T = p_u \cdot \mathbf{i}_u + p_v \cdot \mathbf{j}_v + p_w \cdot \mathbf{k}_w \\ \mathbf{p}_{xyw} &= [p_x, p_y, p_z]^T = p_x \cdot \mathbf{i}_x + p_y \cdot \mathbf{j}_y + p_z \cdot \mathbf{k}_z\end{aligned}\quad [3.6]$$

Y al igual que en dos dimensiones, se puede obtener la siguiente equivalencia:

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} p_u \\ p_v \\ p_w \end{bmatrix} \quad [3.7]$$

donde:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_x \mathbf{i}_u & \mathbf{i}_x \mathbf{j}_v & \mathbf{i}_x \mathbf{k}_w \\ \mathbf{j}_y \mathbf{i}_u & \mathbf{j}_y \mathbf{j}_v & \mathbf{j}_y \mathbf{k}_w \\ \mathbf{k}_z \mathbf{i}_u & \mathbf{k}_z \mathbf{j}_v & \mathbf{k}_z \mathbf{k}_w \end{bmatrix} \quad [3.8]$$

es la **matriz de rotación** que define la orientación del sistema OUVW con respecto al sistema OXYZ. Al igual que en dos dimensiones, también recibe el nombre de matriz de cosenos directores y se trata de un matriz ortonormal, tal que la inversa de la matriz \mathbf{R} es igual a su traspuesta: $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T$.

Es especialmente útil el establecer la expresión de la matriz de rotación correspondiente a sistemas girados únicamente sobre uno de los ejes del sistema de referencia.

En la Figura 3.5b, la orientación del sistema OUVW, con el eje OU coincidente con el eje OX, vendrá representada mediante la matriz:

$$\text{Rot } \mathbf{x}(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad [3.9]$$

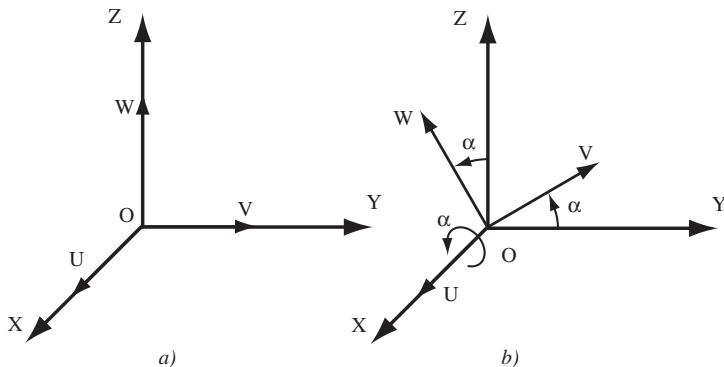


Figura 3.5. Sistema de referencia OXYZ y solidario al objeto OUVW.

En la Figura 3.6a, la orientación del sistema OUVW, con el eje OV coincidente con el eje OY, vendrá representada mediante la matriz:

$$\text{Roty}(\phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \quad [3.10]$$

En la Figura 3.6b la orientación del sistema OUVW, con el eje OW coincidente con el eje OZ, vendrá representada mediante la matriz:

$$\text{Rotz}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.11]$$

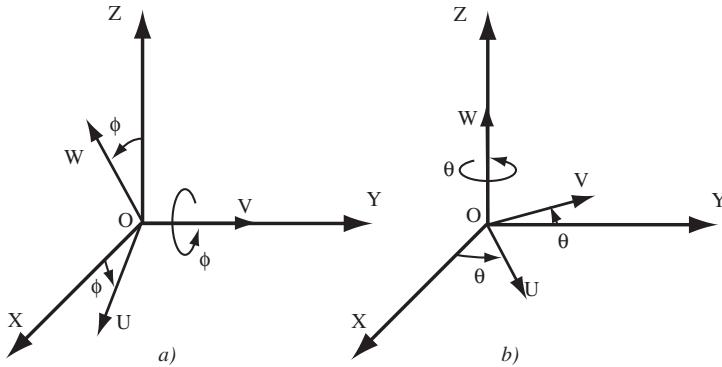


Figura 3.6. Rotación del sistema OUVW con respecto a los ejes OY y OZ.

Estas tres matrices, Ecuaciones [3.9], [3.10] y [3.11], se denominan **matrices básicas de rotación** de un sistema espacial de tres dimensiones.

Composición de rotaciones

Las matrices de rotación pueden componerse para expresar la aplicación continua de varias rotaciones. Así, si al sistema OUVW se le aplica una rotación de ángulo α sobre OX, seguida de una rotación de ángulo ϕ sobre OY y de una rotación de ángulo θ sobre OZ, la rotación global puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} = \text{Rotz}(\theta) \text{Roty}(\phi) \text{Rotx}(\alpha) &= \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\phi & 0 & S\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\phi & 0 & C\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha & -S\alpha \\ 0 & S\alpha & C\alpha \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} C\theta C\phi & -S\theta C\alpha + C\theta S\phi S\alpha & S\theta S\alpha + C\theta S\phi C\alpha \\ S\theta C\phi & C\theta C\alpha + S\theta S\phi S\alpha & -C\theta S\alpha + S\theta S\phi C\alpha \\ -S\phi & C\phi S\alpha & C\phi C\alpha \end{bmatrix} \end{aligned} \quad [3.12]$$

donde $C\theta$ expresa $\cos \theta$ y $S\theta$ expresa $\sin \theta$.

Es importante considerar el orden en que se realizan las rotaciones, pues el producto de matrices no es commutativo. Así, si la rotación se hiciera primero un ángulo θ sobre OZ, seguida de una rotación de ángulo ϕ sobre OY, para finalizar con otra rotación de ángulo α sobre OX, la rotación global vendrá expresada por:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} = \mathbf{Rotx}(\alpha) \mathbf{Roty}(\phi) \mathbf{Rotz}(\theta) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha & -S\alpha \\ 0 & S\alpha & C\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\phi & 0 & S\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\phi & 0 & C\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [3.13] \\ &= \begin{bmatrix} C\phi C\theta & -C\phi S\theta & S\phi \\ S\alpha S\phi C\theta + C\alpha S\theta & -S\alpha S\phi S\theta + C\alpha C\theta & -S\alpha C\phi \\ -C\alpha S\phi C\theta + S\alpha S\theta & C\alpha S\phi S\theta + S\alpha C\theta & C\alpha C\phi \end{bmatrix} \end{aligned}$$

que como se aprecia, difiere en gran medida de la anterior. Obsérvese que, en todos los casos los giros están definidos respecto de los ejes del sistema fijo OXYZ.

Un estudio más detallado sobre la composición de rotaciones, aunque aplicado al caso más general de matrices de transformación homogénea, se puede encontrar en el Epígrafe 3.3.5.

3.2.2. Ángulos de Euler

Para la representación de orientación en un espacio tridimensional mediante un matriz de rotación es necesario definir nueve elementos. Aunque la utilización de las matrices de rotación presente múltiples ventajas, como se verá en el siguiente epígrafe, existen otros métodos de definición de orientación que hacen únicamente uso de tres componentes para su descripción. Éste es el caso de los llamados ángulos de Euler.

Todo sistema OUVW solidario al cuerpo cuya orientación se quiere describir, puede definirse con respecto al sistema OXYZ mediante tres ángulos: ϕ , θ , ψ , denominados **ángulos de Euler** que representan los valores de los giros a realizar sobre tres ejes ortogonales entre sí, de modo que girando sucesivamente el sistema OXYZ sobre estos ejes octonormales los valores de ϕ , θ , ψ , se obtendrá el sistema OUVW. Es necesario, por tanto, conocer además de los valores de los ángulos, cuáles son los ejes sobre los que se realizan los giros. Existen diversas posibilidades, siendo las tres más usuales las que se muestran a continuación:

Ángulos de Euler WUW

Es una de las representaciones más habituales entre las que realizan los giros sobre ejes previamente girados. Se le suele asociar con los movimientos básicos de un giróscopo. Si se parte de los sistemas OXYZ y OUVW, inicialmente coincidentes, se puede colocar al sistema OUVW en cualquier orientación siguiendo los siguientes pasos (Figura 3.7).

1. Girar el sistema OUVW un ángulo ϕ con respecto al eje OZ, convirtiéndose así en el OU'V'W'.

2. Girar el sistema $O'V'W'$ un ángulo θ con respecto al eje OU' , convirtiéndose así en el $O''V''W''$.
3. Girar el sistema $O''V''W''$ un ángulo ψ con respecto al eje OW'' convirtiéndose finalmente en el $O'''V'''W'''$.

Es importante que estas operaciones se realicen en la secuencia especificada, pues las operaciones de giros consecutivos sobre ejes, no son comutativas.

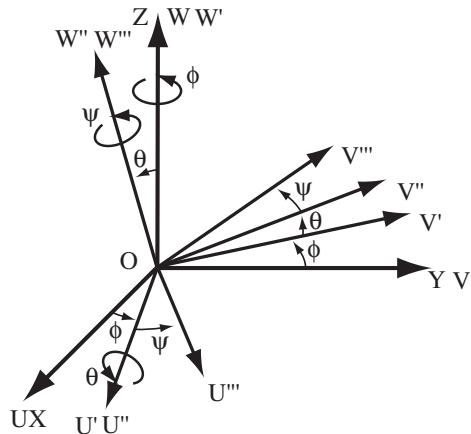


Figura 3.7. Ángulos de Euler WUW.

Ángulos de Euler WWW

Es otra de las representaciones más habituales entre las que realizan los giros sobre ejes previamente girados. Sólo se diferencia del anterior en la elección del eje sobre el que se realiza el segundo giro. Si se parte de los sistemas $OXYZ$ y $OUVW$, inicialmente coincidentes, se puede colocar al sistema $OUVW$ en cualquier orientación siguiendo los siguientes pasos (Figura 3.8).

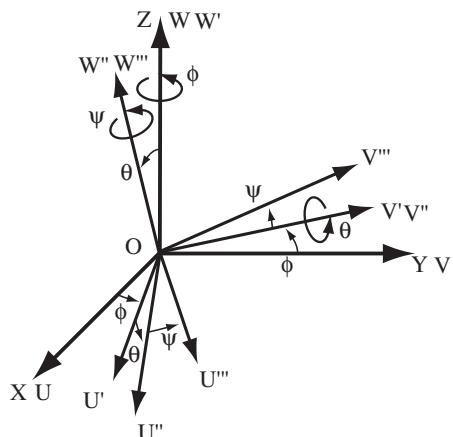


Figura 3.8. Ángulos de Euler WWW.

1. Girar el sistema OUVW un ángulo ϕ con respecto al eje OZ, convirtiéndose así en el OU'V'W'.
2. Girar el sistema OU'V'W' un ángulo θ con respecto al eje OV', convirtiéndose así en el sistema OU''V''W''.
3. Girar el sistema OU''V''W'' un ángulo ψ con respecto al eje OW'', convirtiéndose finalmente en el OU'''V'''W'''.

Como antes, es preciso considerar que el orden de los giros no es comutativo.

Ángulos Euler XYZ

Estos giros sobre los ejes fijos se denominan guiñada, cabeceo y alabeo (Yaw, Pitch y Roll). Se trata de la representación utilizada generalmente en aeronáutica. Es también la más habitual de entre las que se aplican a los giros sobre los ejes del sistema fijo. Si se parte de los sistemas OXYZ y OUVW, al igual que en el caso anterior, se puede colocar al sistema OUVW en cualquier orientación siguiendo los siguientes pasos. (Figura 3.9).

1. Girar el sistema OUVW un ángulo (ϕ con respecto al eje OX. Es el denominado Yaw o guiñada.
2. Girar el sistema OUVW un ángulo (θ con respecto al eje OY. Es el denominado Pitch o cabeceo.
3. Girar el sistema OUVW un ángulo (ψ con respecto al eje OZ. Es el denominado Roll o alabeo.

Al igual que en los casos anteriores, y en general siempre que se concatenan varios giros seguidos, es necesario considerar que no se trata de una transformación comutativa, debiéndose seguir una secuencia determinada de aplicación de los mismos.

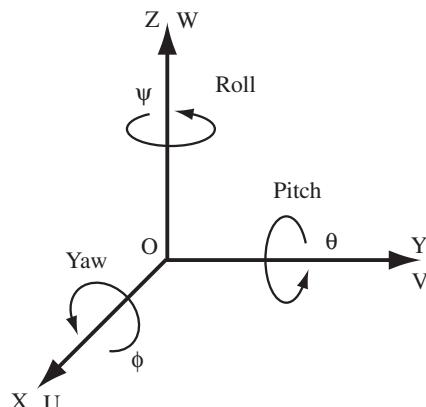


Figura 3.9. Ángulos de Euler XYZ (Yaw, Pitch y Roll).

3.2.3. Par de rotación

La representación de la orientación de un sistema OUVW con respecto al sistema de referencia OXYZ también puede realizarse mediante la definición de un vector $\mathbf{k}(k_x, k_y, k_z)$ y un ángulo de giro θ , tal que el sistema OUVW corresponde al sistema OXYZ girado un ángulo θ sobre el eje \mathbf{k} (Figura 3.10). El eje \mathbf{k} ha de pasar por el origen O de ambos sistemas. Al par (\mathbf{k}, θ) se le denomina par de rotación y se puede demostrar que es único.

Al igual que los ángulos de Euler, no se trata de un método que permita realizar una visualización sencilla de la orientación, salvo en casos muy concretos en los que el vector \mathbf{k} coincida con algunos de los ejes coordenados del sistema OXYZ. La utilidad de este sistema se verá en epígrafes posteriores. Para la definición de orientación con este método, es necesario definir cuatro parámetros distintos: k_x , k_y , k_z y θ . Se puede representar como $\text{Rot}(\mathbf{k}, \theta)$.

La aplicación de un par de rotación que rote un vector \mathbf{p} un ángulo θ alrededor del vector unitario \mathbf{k} se realiza a través de la siguiente expresión:

$$\text{Rot}(\mathbf{k}, \theta) \mathbf{p} = \mathbf{p} \cos \theta + (\mathbf{k} \times \mathbf{p}) \sin \theta + \mathbf{k}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{p})(1 - \cos \theta) \quad [3.14]$$

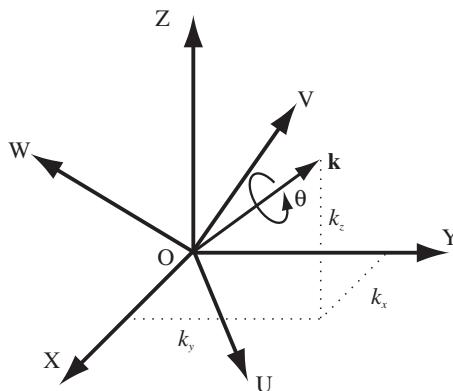


Figura 3.10. Representación de orientación por eje y ángulo de giro (par de rotación).

3.2.4. Cuaternios

Los cuaternios, definidos por Hamilton [HAMILTON-69], pueden ser utilizados como herramienta matemática de gran versatilidad computacional para trabajar con giros y orientaciones. En la bibliografía clásica sobre robótica suelen ser obviados o no tratados con el suficiente detalle, a pesar de ser empleados por algunos robots comerciales (ABB). Para comprender la verdadera utilidad de los cuaternios, es necesario analizar sus propiedades y ver la aplicación práctica de las mismas. Esto se realizará en un epígrafe posterior, exponiéndose aquí únicamente su definición.

Un cuaternion Q está constituido por cuatro componentes (q_0, q_1, q_2, q_3) que representan las coordenadas del cuaternion en una base $\{\mathbf{e}, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$. Es frecuente denominar parte escalar del

cuaternionio a la componente en **e**: q_0 , y parte vectorial al resto de componentes. De modo que un cuaternionio se puede representar como:

$$Q = [q_0, q_1, q_2, q_3] = [s, \mathbf{v}] \quad [3.15]$$

donde s representa la parte escalar, y \mathbf{v} la parte vectorial.

Para la utilización de los cuaternios como metodología de representación de orientaciones se asocia el giro de un ángulo θ sobre el vector **k** al cuaternionio definido por:

$$Q = \text{Rot}(\mathbf{k}, \theta) = \left(\cos \frac{\theta}{2}, \mathbf{k} \sin \frac{\theta}{2} \right) \quad [3.16]$$

De esta asociación aparentemente arbitraria y gracias a las propiedades de los cuaternios que más adelante se verán, se obtiene una importante herramienta analítica para el tratamiento de giros y cambios de orientación.

3.3. MATRICES DE TRANSFORMACIÓN HOMOGÉNEA

En los epígrafes anteriores se han estudiado distintos métodos de representar la posición o la orientación de un sólido en el espacio. Pero ninguno de estos métodos por sí solo permite una representación conjunta de la posición y de la orientación (localización). Las matrices de transformación homogénea, permiten esta representación conjunta, facilitando su uso mediante el álgebra matricial.

3.3.1. Coordenadas y matrices homogéneas

Al objeto de poder representar y tratar conjuntamente la posición y la orientación de un sólido, se introducen las coordenadas homogéneas. Un elemento de un espacio n -dimensional, se encuentra representado en coordenadas homogéneas por $n + 1$ dimensiones, de tal forma que un vector $\mathbf{p}(x, y, z)$ vendrá representado por $\mathbf{p}(wx, wy, wz, w)$, donde w tiene un valor arbitrario y representa un factor de escala. De forma general, un vector $\mathbf{p} = ai + bj + ck$, donde **i**, **j** y **k** son los vectores unitarios de los ejes OX, OY y OZ del sistema de referencia OXYZ, se representa en coordenadas homogéneas mediante el vector columna:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aw \\ bw \\ cw \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ 1 \end{bmatrix} \quad [3.17]$$

Por ejemplo, el vector $2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ se puede representar en coordenadas homogéneas como $[2, 3, 4, 1]^T$, o como $[4, 6, 8, 2]^T$ o también como $[-6, -9, -12, -3]^T$, etc. Los vectores nulo se representan como $[0, 0, 0, n]^T$, donde n es no-nulo. Los vectores de la forma $[a, b, c, 0]^T$ sirven para representar direcciones, pues representan vectores de longitud infinita.

A partir de la definición de las coordenadas homogéneas surge inmediatamente el concepto de matriz de transformación homogénea. Se define como **matriz de transformación homogénea \mathbf{T}** a una matriz de dimensión 4×4 que representa la transformación de un vector de coordenadas homogéneas de un sistema de coordenadas a otro.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{3 \times 3} & \mathbf{p}_{3 \times 1} \\ \mathbf{f}_{1 \times 3} & \mathbf{w}_{1 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Rotación} & \text{Traslación} \\ \text{Perspectiva} & \text{Escalado} \end{bmatrix} \quad [3.18]$$

Se puede considerar que una matriz homogénea se haya compuesta por cuatro submatrices de distinto tamaño: una submatriz $\mathbf{R}_{3 \times 3}$ que corresponde a una matriz de rotación; una submatriz $\mathbf{p}_{3 \times 1}$ que corresponde al vector de traslación; una submatriz $\mathbf{f}_{1 \times 3}$ que representa una transformación de perspectiva, y una submatriz $\mathbf{w}_{1 \times 1}$ que representa un escalado global. En robótica generalmente sólo interesaría conocer el valor de $\mathbf{R}_{3 \times 3}$ y de $\mathbf{p}_{3 \times 1}$, considerándose las componentes de $\mathbf{f}_{1 \times 3}$ nulas y la de $\mathbf{w}_{1 \times 1}$ la unidad, aunque más adelante se estudia su utilidad en otros campos. Al tratarse de una matriz (4×4), los vectores sobre los que se aplique deberán contar con 4 dimensiones, que serán las coordenadas homogéneas del vector tridimensional de que se trate.

3.3.2. Aplicación de matrices homogéneas

Si como se ha mencionado, se considera la transformación de perspectiva nula y el escalado global unitario, la matriz homogénea \mathbf{T} resultará ser de la siguiente forma:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{3 \times 3} & \mathbf{p}_{3 \times 1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Rotación} & \text{Traslación} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.19]$$

Esta expresión puede ser utilizada para representar la orientación y posición de un sistema O'UVW resultado de rotar y trasladar el sistema original OXYZ según $\mathbf{R}_{3 \times 3}$ y $\mathbf{p}_{3 \times 1}$ respectivamente. Asimismo, esta matriz puede servir para conocer las coordenadas (r_x, r_y, r_z) del vector \mathbf{r} en el sistema OXYZ a partir de sus coordenadas (r_u, r_v, r_w) en el sistema O'UVW:

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} r_u \\ r_v \\ r_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad [3.20]$$

También se puede utilizar para expresar la rotación y traslación de un vector respecto de un sistema de referencia fijo OXYZ, de tal manera que un vector \mathbf{r}_{xyz} rotado según $\mathbf{R}_{3 \times 3}$ y trasladado según $\mathbf{P}_{3 \times 1}$ se convierte en el vector \mathbf{r}'_{xyz} dado por:

$$\begin{bmatrix} r'_x \\ r'_y \\ r'_z \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad [3.21]$$

En resumen, una matriz de transformación homogénea se puede aplicar (Figura 3.11):

1. Representar la posición y orientación de un sistema girado y trasladado O'UVW con respecto a un sistema fijo de referencia OXYZ, que es lo mismo que representar una rotación y traslación realizada sobre un sistema de referencia.
2. Transformar un vector \mathbf{r} expresado en coordenadas con respecto a un sistema O'UVW, a su expresión en coordenadas del sistema de referencia OXYZ.
3. Rotar (\mathbf{R}) y trasladar (\mathbf{p}) un vector \mathbf{r} con respecto a un sistema de referencia fijo OXYZ para transformarlo en el \mathbf{r}' .

Se hace notar que se utilizan coordenadas homogéneas con factor de escalado unidad ($w = 1$), por lo que los vectores que intervienen tendrán cuatro componentes tomando la última componente el valor 1.

A continuación, se va a analizar con detalle el empleo de las matrices homogéneas como herramienta para representar la localización de objetos en el espacio tridimensional, así como para realizar proyecciones y escalados.

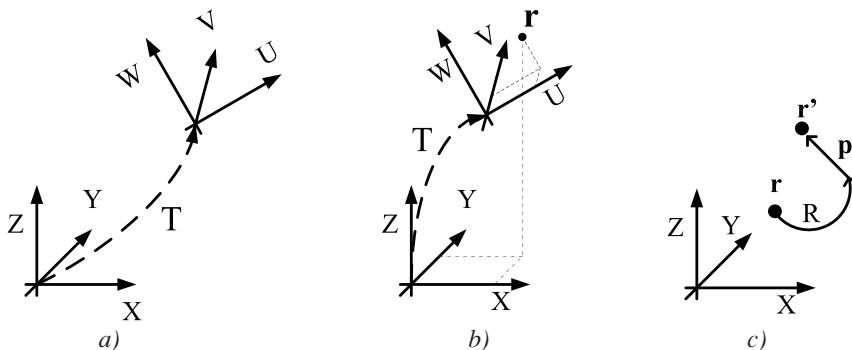


Figura 3.11. Aplicaciones alternativas de las Matrices de Transformación Homogénea.

Traslación

Supóngase que el sistema O'UVW únicamente se encuentra trasladado un vector $\mathbf{p} = p_x \mathbf{i} + p_y \mathbf{j} + p_z \mathbf{k}$ con respecto al sistema OXYZ. La matriz \mathbf{T} entonces corresponderá a una matriz homogénea de traslación:

$$\mathbf{T}(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.22]$$

que es la denominada matriz básica de traslación.

Un vector cualquiera \mathbf{r} , representado en el sistema O'UVW por \mathbf{r}_{uvw} , tendrá como componentes del vector con respecto al sistema OXYZ:

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_u \\ r_v \\ r_w \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_u + p_x \\ r_v + p_y \\ r_w + p_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad [3.23]$$

Y a su vez, un vector \mathbf{r}_{xyz} desplazado según \mathbf{T} tendrá como componentes \mathbf{r}'_{xyz} :

$$\begin{bmatrix} r'_x \\ r'_y \\ r'_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_x + p_x \\ r_y + p_y \\ r_z + p_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad [3.24]$$

EJEMPLO 3.1

Según la Figura 3.12 el sistema O'UVW está trasladado un vector $\mathbf{p}(6, -3, 8)$ con respecto del sistema OXYZ. Calcular las coordenadas del vector \mathbf{r} en el sistema OXYZ, \mathbf{r}_{xyz} , sabiendo que las coordenadas en el sistema O'UVW son $\mathbf{r}_{uvw}(-2, 7, 3)$.

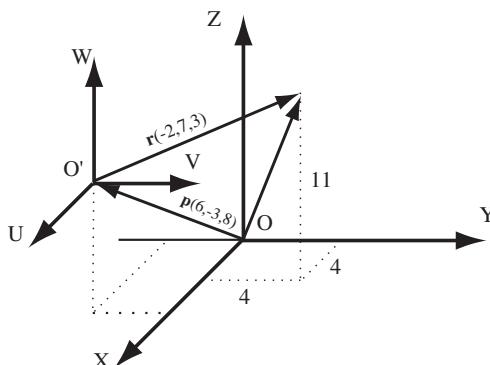


Figura 3.12. Figura del Ejemplo 3.1.

Aplicando la Ecuación [3.23] se obtiene:

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 7 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 11 \\ 1 \end{bmatrix}$$

EJEMPLO 3.2

Calcular el vector \mathbf{r}'_{xyz} resultante de trasladar al vector $\mathbf{r}_{xyz}(4, 4, 11)$ según la transformación $T(p)$ con $p(6, -3, 8)$ (véase Figura 3.13).

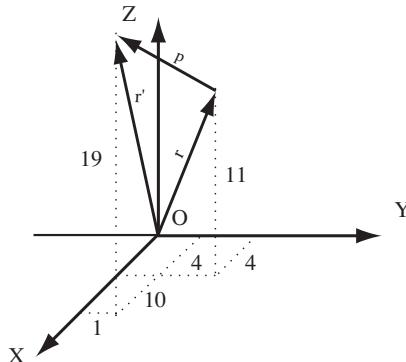


Figura 3.13. Figura del Ejemplo 3.2.

Aplicando la Ecuación [3.24] se obtiene:

$$\begin{bmatrix} r'_x \\ r'_y \\ r'_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 11 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 1 \\ 19 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rotación

Supóngase ahora que el sistema O'UVW sólo se encuentra rotado con respecto al sistema OXYZ. La submatriz de rotación $R_{3 \times 3}$ será la que defina la rotación, y se corresponde al tipo matriz de rotación presentada en el Epígrafe 3.2.1. De igual forma que se hacía allí, se pueden definir tres matrices homogéneas básicas de rotación según se realice ésta alrededor de cada uno de los tres ejes coordinados OX, OY y OZ del sistema de referencia OXYZ:

$$\text{Rot}_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.25]$$

$$\text{Rot}_y(\phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.26]$$

$$\text{Rot } z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.27]$$

Un vector cualquiera \mathbf{r} , representado en el sistema girado O'UVW por $\mathbf{r}_{uvw} = (r_u, r_v, r_w)$, tendrá como componentes en el sistema OXYZ, $\mathbf{r}_{xyz} = (r_x, r_y, r_z)$ dadas por:

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} r_u \\ r_v \\ r_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad [3.28]$$

Y a su vez, un vector \mathbf{r}_{xyz} rotado según \mathbf{T} vendrá expresado por \mathbf{r}'_{xyz} según:

$$\begin{bmatrix} r'_x \\ r'_y \\ r'_z \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad [3.29]$$

EJEMPLO 3.3

Según la Figura 3.14, el sistema OUVW se encuentra girado -90° alrededor del eje OZ con respecto al sistema OXYZ. Calcular las coordenadas del vector \mathbf{r}_{xyz} si sus coordenadas en el sistema OUVW son $\mathbf{r}_{uvw} = (4, 8, 12)^T$:

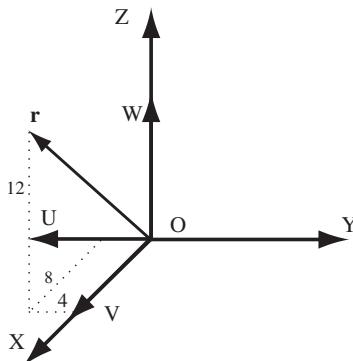


Figura 3.14. Figura del Ejemplo 3.3.

Aplicando la Ecuación [3.28] y la matriz de la Expresión [3.27] se tendrá:

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 12 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -4 \\ 12 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Traslación junto con rotación

La principal ventaja de las matrices homogéneas reside en su capacidad de representación conjunta de posición y orientación. Esta representación se realiza utilizando al mismo tiempo la matriz de rotación $R_{3 \times 3}$ y el vector de traslación $p_{3 \times 1}$ en una misma matriz de transformación homogénea. Es por tanto la aplicación conjunta de lo visto en los dos apartados anteriores.

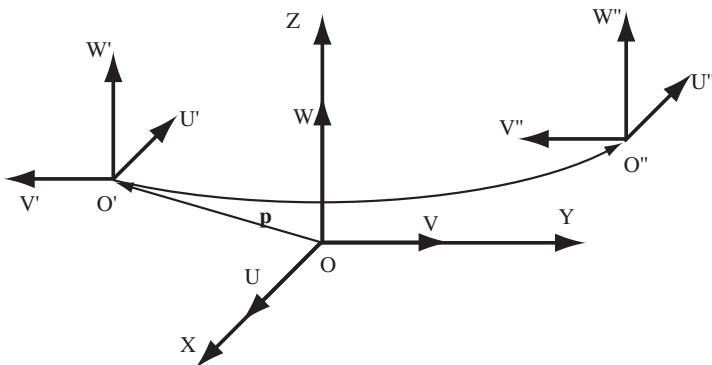


Figura 3.15. Distintos sistemas finales según el orden de las transformaciones.

La translación y la rotación son transformaciones que se realizan en relación a un sistema de referencia. Por tanto, si se quiere expresar la posición y orientación de un sistema $O'UVW$, originalmente coincidente con el de referencia y que ha sido rotado y trasladado según éste, habrá que tener en cuenta si primero se ha realizado la rotación y después la translación o viceversa, pues se trata de transformaciones espaciales no comutativas. En la Figura 3.15 se muestra ésta no comutatividad de forma gráfica. Se parte de un sistema $OUVW$ coincidente con $OXYZ$ al que se va a aplicar una translación según un vector $p_{x,y,z}$ y una rotación de 180° alrededor del eje OZ . Si primero se rota y después se traslada se obtiene un sistema final $O'U'V'W'$. En cambio, si primero se traslada y después se rota se obtiene otro sistema final $O''U''V''W''$, que representa una localización totalmente distinta a la del sistema final anterior. Se tendrá, por tanto, matrices homogéneas distintas según se realice una translación seguida de rotación o una rotación seguida de translación.

Rotación seguida de translación

Para el caso de realizar primero una rotación sobre uno de los ejes coordinados del sistema $OXYZ$ seguida de una translación definida con respecto al sistema $OXYZ$, las matrices homogéneas serán las que a continuación se expresan:

Rotación de un ángulo ϕ sobre el eje OX seguido de una translación de vector $p_{x,y,z}$:

$$T(p) \text{Rot}_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi & p_y \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.30]$$

Rotación de un ángulo θ sobre el eje OY seguido de una traslación de vector $\mathbf{p}_{x,y,z}$:

$$\mathbf{T}(\mathbf{p})\mathbf{Roty}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.31]$$

Rotación de un ángulo ψ sobre el eje OZ seguido de una traslación de vector $\mathbf{p}_{x,y,z}$:

$$\mathbf{T}(\mathbf{p})\mathbf{Rotz}(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 & p_x \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.32]$$

Traslación seguida de rotación

Para el caso de realizar primero una traslación seguida de una rotación sobre los ejes coordenados del sistema OXYZ, las matrices homogéneas resultantes son las siguientes:

Traslación de vector $\mathbf{p}_{x,y,z}$ seguida de rotación de un ángulo ϕ sobre el eje OX.

$$\mathbf{Rotx}(\phi)\mathbf{T}(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi & p_y \cos \phi - p_z \sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi & p_y \sin \phi + p_z \cos \phi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.33]$$

Traslación de vector $\mathbf{p}_{x,y,z}$ seguida de rotación de un ángulo θ sobre el eje OY.

$$\mathbf{Roty}(\theta)\mathbf{T}(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & p_x \cos \theta + p_z \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & p_z \cos \theta - p_x \sin \theta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.34]$$

Traslación de vector $\mathbf{p}_{x,y,z}$ seguida de rotación de un ángulo ψ sobre el eje OZ.

$$\mathbf{Rotz}(\psi)\mathbf{T}(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 & p_x \cos \psi - p_y \sin \psi \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 & p_x \sin \psi + p_y \cos \psi \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.35]$$

Nótese que las transformaciones se definen con respecto al sistema fijo. De definirse con respecto al sistema móvil se deberían intercambiar los resultados.

EJEMPLO 3.4

Un sistema OUVW ha sido girado 90° alrededor del eje OX y, posteriormente, trasladado un vector $\mathbf{p}(8, -4, 12)$ con respecto al sistema OXYZ (Figura 3.16). Calcular las coordenadas (r_x, r_y, r_z) del vector \mathbf{r} con coordenadas $\mathbf{r}_{uvw}(-3, 4, -11)$.

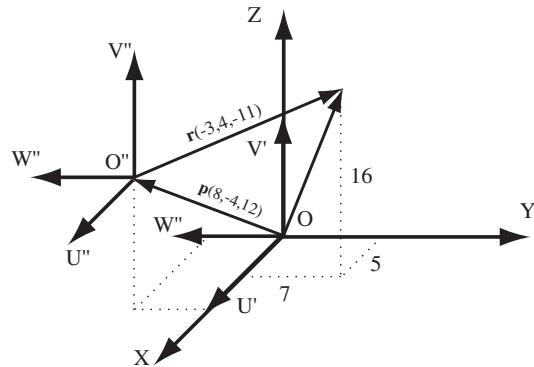


Figura 3.16. Sistemas de referencia del Ejemplo 3.4.

Utilizando la matriz de la Expresión [3.30] se tendrá:

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & -1 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ -11 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 16 \\ 1 \end{bmatrix}$$

EJEMPLO 3.5

Un sistema OUVW ha sido trasladado un vector $\mathbf{p}(8, -4, 12)$ con respecto al sistema OXYZ y girado 90° alrededor del eje OX (Figura 3.17). Calcular las coordenadas (r_x, r_y, r_z) del vector \mathbf{r} de coordenadas $\mathbf{r}_{uvw}(-3, 4, -11)$.

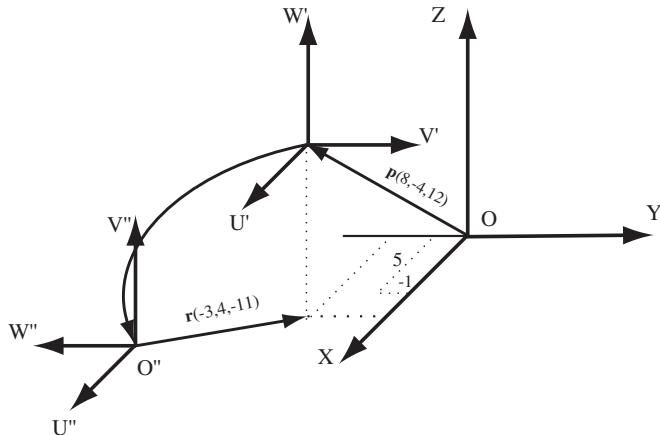


Figura 3.17. Situación de los sistemas de referencia del Ejemplo 3.5.

Utilizando la matriz de la Expresión [3.30] se obtiene:

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & -1 & -12 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ -11 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Perspectiva y escalado

Las matrices homogéneas también se pueden aplicar para la realización de un escalado de las componentes de un vector. Bastará utilizar una matriz \mathbf{T} del tipo:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.36]$$

Cualquier vector $\mathbf{r}(x, y, z)$ puede ser transformado en el vector $\mathbf{r}(ax, by, cz)$. También se puede realizar un escalado global de las tres componentes mediante la matriz:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s \end{bmatrix} \quad [3.37]$$

a través de la cual, utilizando la definición de coordenadas homogéneas, cualquier vector $\mathbf{r}(x, y, z)$ puede ser transformado en un vector $\mathbf{r}(x/s, y/s, z/s)$.

Una aplicación más de las matrices homogéneas es la transformación de perspectiva. Supóngase una lente situada sobre el plano OXZ con distancia focal f situada sobre el eje OY (Figura 3.18). Se puede comprobar que el punto $\mathbf{r}(x, y, z)$ se ve en el plano de la lente como un punto $\mathbf{r}'(x', y', z')$ cuyas coordenadas vienen dadas por la siguiente expresión:

$$x' = \frac{x}{1 - \frac{y}{f}} \quad y' = 0 \quad z' = \frac{z}{1 - \frac{y}{f}} \quad [3.38]$$

Esta transformación, denominada de perspectiva, puede realizarse a través de una matriz homogénea del tipo [FU-88]:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1/f & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad [3.39]$$

Para las aplicaciones en robótica de las matrices homogéneas, se supone que no existe ninguna transformación de perspectiva y que el escalado es siempre unitario.

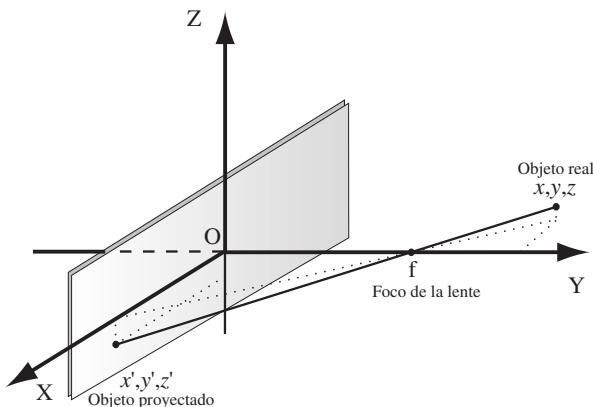


Figura 3.18. Transformación de perspectiva.

3.3.3. Significado geométrico de la matrices homogéneas

Como ya se ha descrito, una matriz homogénea sirve para transformar un vector expresado en coordenadas homogéneas con respecto a un sistema O'UVW, a su expresión en las coordenadas del sistema de referencia OXYZ. También se puede utilizar para rotar y girar un vector referido a un sistema de referencia fijo, y en definitiva sirve para expresar la orientación y posición de un sistema de referencia O'UVW con respecto a otro fijo OXYZ.

La matriz **T** de transformación se suele escribir de la siguiente forma:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \end{bmatrix} \quad [3.40]$$

donde **n**, **o**, **a** es una terna ortonormal que representa la orientación y **p** es un vector que representa la posición.

Si se considera un vector $\mathbf{r}_{uvw} = [0, 0, 0, 1]^T$, es decir, el origen del sistema O'UVW, la aplicación de la matriz **T** que representa la transformación (traslación + rotación) de O'UVW con respecto a OXYZ, se obtiene \mathbf{r}_{xyz} :

$$\mathbf{r}_{xyz} = \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad [3.41]$$

que coincide con el vector columna **p** de **T**. Por tanto, este vector columna representa la posición del origen de O'UVW con respecto del sistema OXYZ.

Si, de igual manera, se considera el vector de coordenadas homogéneas $[1, 0, 0, 1]^T$ con respecto del sistema OUVW, es decir, el vector director del eje coordenado O'U del sistema O'UVW, y suponiendo el vector **p** de traslación nulo, se tendrá:

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad [3.42]$$

Es decir, el vector columna **n** representa las coordenadas del eje O'U del sistema O'UVW con respecto del sistema OXYZ. De igual forma, si se realiza la transformación de los vectores $[0, 1, 0, 1]^T$ y $[0, 0, 1, 1]^T$ referidos al sistema O'UVW, se obtiene que el vector columna **o** representa las coordenadas del eje O'V del sistema O'UVW con respecto del sistema OXYZ, y que el vector columna **a** representa las coordenadas del eje O'W del sistema O'UVW con respecto del sistema OXYZ.

Consecuentemente, los vectores **n**, **o** y **a** definen una terna ortonormal a derechas, lo que significa que:

$$\begin{aligned} \|n\| &= \|o\| = \|a\| = 1 \\ n \times o &= a \end{aligned} \quad [3.43]$$

Como ya se vio cuando se explicó la matriz de rotación, la submatriz de rotación $[\mathbf{n}, \mathbf{o}, \mathbf{a}]$ corresponde a una matriz ortonormal, que cumple que:

$$[noa]^{-1} = [noa]^T \quad [3.44]$$

La matriz inversa de la matriz homogénea de transformación **T** es fácilmente obtenible, y corresponde a la siguiente expresión:

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & -n^T p \\ o_x & o_y & o_z & -o^T p \\ a_x & a_y & a_z & -a^T p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.45]$$

Si se tiene la relación $\mathbf{r}_{xyz} = \mathbf{T} \mathbf{r}_{uvw}$ y se multiplica por la izquierda en ambos miembros por \mathbf{T}^{-1} , se tiene:

$$\mathbf{T}^{-1} \mathbf{r}_{xyz} = \mathbf{r}_{uvw} \quad [3.46]$$

por lo que, realizando el mismo proceso que se hizo anteriormente, se deduce que los vectores fila de la submatriz de rotación de la matriz **T** (vectores columna de la submatriz de rotación de \mathbf{T}^{-1}), representan los ejes principales del sistema de coordenadas de referencia OXYZ con respecto a O'UVW. Por ello, los vectores fila de la matriz $[\mathbf{n} \ \mathbf{o} \ \mathbf{a}]$ representan otra terna ortonormal a derechas.

Si se aplica lo anteriormente indicado a un robot, la matriz de transformación homogénea permite describir la localización (posición y orientación) de su extremo con respecto a su base. Así, asociando a la base del robot un sistema de referencia fijo (OXYZ) y al extremo un sistema de referencia que se mueva con él, cuyo origen se encuentre en el punto **p** y los vectores directores son **n** **o** **a** escogidos de modos que (Figura 3.19):

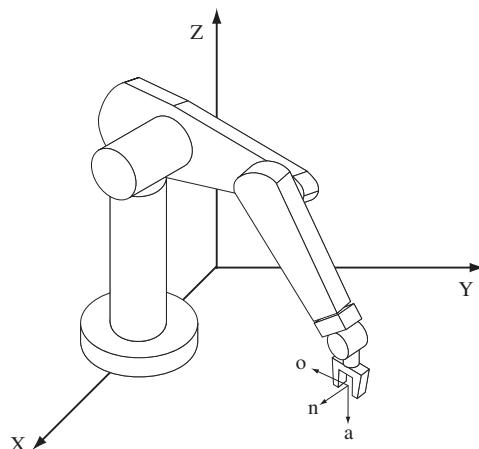


Figura 3.19. Definición de la matriz [noap] de la localización del extremo del robot.

- a: sea un vector en la dirección de aproximación del extremo del robot a su destino.
- o: sea un vector perpendicular a a en el plano definido por la pinza del robot.
- n: sea un vector que forme terna ortogonal con los dos anteriores.

se tendrá que el extremo del robot quede perfectamente localizado por la matriz de transformación homogénea dada por la Expresión [3.40].

3.3.4. Composición de matrices homogéneas

Anteriormente, se ha mencionado que una matriz de transformación homogénea sirve, entre otras cosas, para representar el giro y la traslación realizados sobre un sistema de referencia. Esta utilidad de las matrices homogéneas cobra aún más importancia cuando se componen las matrices homogéneas para describir diversos giros y traslaciones consecutivos sobre un sistema de referencia determinado.

De esta forma, una transformación compleja podrá descomponerse en la aplicación consecutiva de transformaciones simples (giros básicos y traslaciones).

Por ejemplo, una matriz que representa un giro de un ángulo ϕ sobre el eje OX, seguido de un giro de ángulo θ sobre el eje OY y de un giro de un ángulo ψ sobre el eje OZ, puede obtenerse por la composición de las matrices básicas de rotación:

$$\begin{aligned}
 T &= \text{Rotz}(\theta) \text{Roty}(\phi) \text{Rotx}(\alpha) = \\
 &= \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\phi & 0 & S\phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\phi & 0 & C\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha & -S\alpha & 0 \\ 0 & S\alpha & C\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} C\phi C\theta & -S\theta C\alpha + C\theta S\phi S\alpha & S\theta S\alpha + C\theta S\phi C\alpha & 0 \\ S\theta C\phi & C\theta C\alpha + S\theta S\phi S\alpha & -C\theta S\alpha + S\theta S\phi C\alpha & 0 \\ -S\phi & C\phi S\alpha & C\alpha C\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.47]
 \end{aligned}$$

Debido a que el producto de matrices no es commutativo, tampoco lo es la composición de transformaciones. Si se invierte el orden de aplicación de las transformaciones, el resultado es, lógicamente, distinto:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} = \mathbf{Rotx}(\phi) \mathbf{Roty}(\theta) \mathbf{Rotz}(\psi) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\phi & -S\phi & 0 \\ 0 & S\phi & C\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} C\theta C\psi & -C\theta S\psi & S\theta & 0 \\ C\phi S\psi + S\phi S\theta C\psi & C\phi C\psi - S\phi S\theta S\psi & -S\phi C\theta & 0 \\ S\phi S\psi - C\phi S\theta C\psi & S\phi C\psi - C\phi S\theta S\psi & -C\phi C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.48] \end{aligned}$$

EJEMPLO 3.6

Se quiere obtener la matriz de transformación que representa al sistema O'UVW obtenido a partir del sistema OXYZ mediante un giro de ángulo -90° alrededor del eje OX, de una traslación de vector $\mathbf{p}_{xyz}(5, 5, 10)$ y un giro de 90° sobre el eje OZ.

La secuencia de transformaciones es:

$$\mathbf{Rotx}(-90^\circ) \rightarrow \mathbf{T}(\mathbf{p}) \rightarrow \mathbf{Rotz}(90^\circ)$$

Para ello bastará multiplicar en el orden adecuado las diferentes matrices básicas. Puesto que las transformaciones se realizan referidas al sistema fijo (OXYZ) se deberá premultiplicar:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} = \mathbf{Rotz}(90^\circ) \mathbf{T}(\mathbf{p}) \mathbf{Rotx}(-90^\circ) &= \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -5 \\ 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

En los ejemplos vistos anteriormente los ejes sobre los que se realizaban las operaciones correspondían al sistema fijo de referencia OXYZ. También es posible componer matrices de transformación de manera que las operaciones están referidas en todo momento al sistema que está moviéndose. Para ello bastará únicamente con ir concatenando matrices en orden inverso. Por ejemplo, en la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} = \mathbf{Rotx}(\phi) \mathbf{Roty}(\theta) \mathbf{Rotz}(\psi) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\phi & -S\phi & 0 \\ 0 & S\phi & C\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} C\theta C\psi & -C\theta S\psi & S\theta & 0 \\ C\phi S\psi + S\phi S\theta C\psi & C\phi C\psi - S\phi S\theta S\psi & -S\phi C\theta & 0 \\ S\phi S\psi - C\phi S\theta C\psi & S\phi C\psi - C\phi S\theta S\psi & -C\phi C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.49] \end{aligned}$$

se muestra una matriz que se puede interpretar como un giro de ángulo ϕ sobre el eje OX del sistema fijo OXYZ, seguido de un giro de valor θ sobre el eje OV y un giro de ángulo ψ sobre el eje OW del sistema en movimiento O'UVW. Comparar con la matriz de la Ecuación [3.47], que representa las mismas transformaciones referidas a los ejes de un sistema OXYZ fijo de referencia.

EJEMPLO 3.7

Obtener la matriz de transformación que representa las siguientes transformaciones sobre un sistema OXYZ fijo de referencia: traslación de un vector $\mathbf{p}_{xyz}(-3, 10, 10)$; giro de -90° sobre el eje O'U del sistema trasladado y giro de 90° sobre el eje O'V del sistema girado.

La secuencia de transformaciones es:

$$\mathbf{T}(\mathbf{p}) \rightarrow \mathbf{Rot}_u(-90^\circ) \rightarrow \mathbf{Rot}_v(90^\circ)$$

Se escogen las matrices básicas correspondientes y se componen mediante postmultiplicación por estar definidas las transformaciones con referencia al sistema móvil.

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}(\mathbf{p}) \mathbf{Rot}_x(-90^\circ) \mathbf{Rot}_y(90^\circ)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & -1 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

De forma general, a la hora de componer diversas transformaciones mediante matrices homogéneas, se han de tener en cuenta los siguientes criterios:

- Si el sistema fijo OXYZ y el sistema transformado O'UVW son coincidentes, la matriz homogénea de transformación será la matriz 4×4 identidad, \mathbf{I}_4 .
- Si el sistema O'UVW se obtiene mediante rotaciones y traslaciones definidas con respecto al sistema fijo OXYZ, la matriz homogénea que representa cada transformación se deberá premultiplicar sobre las matrices de las transformaciones previas.
- Si el sistema O'UVW se obtiene mediante rotaciones y traslaciones definidas con respecto al sistema móvil, la matriz homogénea que representa cada transformación se deberá postmultiplicar sobre las matrices de las transformaciones previas.

Siguiendo estas indicaciones, cualquier composición de matrices homogéneas puede estudiarse como si se realiza cada transformación con respecto al sistema fijo o se realiza cada transformación con respecto al sistema móvil.

Por ejemplo, la transformación:

$$\mathbf{T} = \mathbf{Rot}_x(\phi) \mathbf{Rot}_z(\psi) \mathbf{Rot}_y(\theta) \quad [3.50]$$

puede verse como una rotación de θ sobre OY, seguida de una rotación ψ sobre OZ y de una rotación ϕ sobre OX del sistema fijo. O también puede verse cómo una rotación ϕ sobre el eje OU, seguida de una rotación ψ sobre el eje OW y de una rotación θ sobre el eje OV del sistema que está siendo transformado.

3.3.5. Gráficos de transformación

Es frecuente encontrar situaciones en las que la localización espacial de un objeto o de su sistema de referencia asociado, pueda realizarse a través de la composición de diversas transformaciones distintas. En la Figura 3.20 se tiene un manipulador cuya base está referida al sistema del mundo OXYZ mediante la transformación ${}^M T_R$. A su vez, para pasar de la base del manipulador a su extremo se utiliza la transformación ${}^R T_E$.

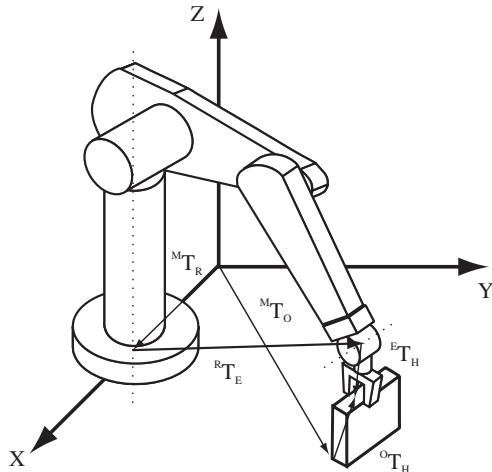


Figura 3.20. Ejemplo de aplicación de diversas transformaciones para localizar un objeto.

El extremo de la herramienta está referido con respecto al extremo del manipulador por la transformación ${}^E T_H$. A su vez, un objeto está referido con respecto al sistema OXYZ mediante la transformación ${}^M T_O$, y por último, el extremo de la herramienta está referido con respecto al objeto a través de la transformación ${}^O T_H$.

Se observa que el final de la herramienta puede ser referido con respecto al sistema OXYZ de dos maneras distintas: a través del manipulador y a través del objeto. De tal manera que se puede escribir:

$${}^M T_R {}^R T_E {}^E T_H = {}^M T_O {}^O T_H \quad [3.51]$$

Esta relación se puede representar mediante un gráfico de transformación como el de la Figura 3.21 [PAUL-81]. De tal manera que si se quiere obtener la relación entre el objeto y la herramienta bastará multiplicar ambos miembros de la ecuación anterior por ${}^M T_O^{-1}$ obteniéndose:

$$({}^M T_O)^{-1} {}^M T_R {}^R T_E {}^E T_H = {}^O T_H \quad [3.52]$$

Cualquier otra relación puede ser obtenida fácilmente a partir del gráfico. Para ello se irá desde el objeto inicial al final multiplicando las matrices de transformación correspondiente a los arcos del gráfico, y considerando que de recorrerse éstos en el sentido inverso a las fle-

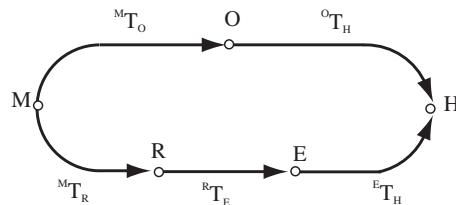


Figura 3.21. Gráfico de transformación.

chas deberá utilizarse una matriz inversa. Así, la relación entre la base del robot y el objeto vendrá dada por:

$${}^R \mathbf{T}_O = {}^R \mathbf{T}_E {}^E \mathbf{T}_H ({}^O \mathbf{T}_H)^{-1} \quad [3.53]$$

o bien por:

$${}^R \mathbf{T}_O = ({}^M \mathbf{T}_R)^{-1} {}^M \mathbf{T}_O \quad [3.54]$$

3.4. APLICACIÓN DE LOS CUATERNIOS

En el Epígrafe 3.2.4 se definió de forma genérica lo que es un cuaternionio. A continuación, se describe el álgebra de cuaternios y las aplicaciones en las que la utilización de cuaternios supone una ventaja sustancial sobre otros métodos de descripción espacial.

3.4.1. Álgebra de cuaternios

Un cuaternionio está formado por cuatro componentes (q_0, q_1, q_2, q_3) que representan las coordenadas del cuaternionio en una base $\{\mathbf{e}, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$.

$$Q = q_0 \mathbf{e} + q_1 \mathbf{i} + q_2 \mathbf{j} + q_3 \mathbf{k} = (s, \mathbf{v}) \quad [3.55]$$

Sobre los elementos de la base se define una ley de composición interna \circ (producto) según se muestra en la Tabla 3.1. De este modo los cuaternios forman un grupo cíclico de orden cuatro. A continuación, se describen algunas propiedades útiles de los cuaternios a la hora de su utilización para realizar transformaciones.

Tabla 3.1. Ley de composición interna de los cuaternios

\circ	\mathbf{e}	\mathbf{i}	\mathbf{j}	\mathbf{k}
\mathbf{e}	\mathbf{e}	\mathbf{i}	\mathbf{j}	\mathbf{k}
\mathbf{i}	\mathbf{i}	$-\mathbf{e}$	\mathbf{k}	$-\mathbf{j}$
\mathbf{j}	\mathbf{j}	$-\mathbf{k}$	$-\mathbf{e}$	\mathbf{i}
\mathbf{k}	\mathbf{k}	\mathbf{j}	$-\mathbf{i}$	$-\mathbf{e}$

Cuaternion conjugado

A todo cuaternion Q se le puede asociar su conjugado Q^* , en el que se mantiene el signo de la parte escalar y se invierte el de la vectorial.

$$Q^* = [q_0, -q_1, -q_2, -q_3] = (s, -\mathbf{v}) \quad [3.56]$$

Operaciones algebraicas

Se definen tres operaciones algebráicas sobre los cuaternios: producto, suma y producto con un escalar.

El producto de dos cuaternios Q_1 y Q_2 , que va a ser muy útil para la composición de transformaciones, puede deducirse de la Tabla 3.1, y viene dado por:

$$Q_3 = Q_1 \circ Q_2 = (s_1, \mathbf{v}_1) \circ (s_2, \mathbf{v}_2) = (s_1 s_2 - \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2 + s_1 \mathbf{v}_2 + s_2 \mathbf{v}_1) \quad [3.57]$$

Se observa que no se trata de un producto comutativo. Si se expresa componente a componente se tiene:

$$\begin{aligned} q_{30} &= q_{10} q_{20} - (q_{11} q_{21} + q_{12} q_{22} + q_{13} q_{23}) \\ q_{31} &= q_{10} q_{21} + q_{11} q_{20} + q_{12} q_{23} - q_{13} q_{22} \\ q_{32} &= q_{10} q_{22} + q_{12} q_{20} + q_{13} q_{21} - q_{11} q_{23} \\ q_{33} &= q_{10} q_{23} + q_{13} q_{20} + q_{11} q_{22} - q_{12} q_{21} \end{aligned} \quad [3.58]$$

La suma de dos cuaternios Q_1 y Q_2 se define como:

$$Q_3 = Q_1 + Q_2 = (s_1, \mathbf{v}_1) + (s_2, \mathbf{v}_2) = (s_1 + s_2, \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2) \quad [3.59]$$

mientras que el producto por un escalar es:

$$Q_3 = a Q_2 = a(s_2, \mathbf{v}_2) = (a s_2, a \mathbf{v}_2) \quad [3.60]$$

El producto de cuaternios es, por tanto, asociativo aunque no comutativo.

Norma e inverso

Al número real $(q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2)$ se le denomina norma de Q y se representa por $\|Q\|$.

Según la definición del cuaternion conjugado y la del producto de cuaternios, se deduce que:

$$Q \circ Q^* = (q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2) \mathbf{e} = \|Q\| \mathbf{e} \quad [3.61]$$

Se cumple que la norma del producto de cuaternios es igual al producto de las normas de cada uno de ellos $\|Q_1 \circ Q_2\| = \|Q_1\| \cdot \|Q_2\|$.

El inverso de un cuaternionio puede hallarse mediante la expresión:

$$Q^{-1} = \frac{Q^*}{\|Q\|} \quad [3.62]$$

siempre y cuando se trate de un cuaternionio no nulo.

Evidentemente $Q \circ Q^{-1} = Q^{-1} \circ Q = (1, 0, 0, 0) = \mathbf{e}$ y $\|Q^{-1}\| = \frac{1}{\|Q\|}$

3.4.2. Utilización de los cuaternios

Las propiedades expuestas propician el uso de los cuaternios para la representación y composición de rotaciones. Para ello, primeramente se define el cuaternionio que representa un giro de valor θ sobre un eje \mathbf{k} como:

$$Q = \text{Rot}(\mathbf{k}, \theta) = \left(\cos \frac{\theta}{2}, \mathbf{k} \sin \frac{\theta}{2} \right) \quad [3.63]$$

EJEMPLO 3.8

Obtener el cuaternionio que representa una rotación de 90° sobre el eje $\mathbf{u} = (3, -2, 1)$.

El eje de giro unitario será $\mathbf{k} = \frac{\mathbf{u}}{\|\mathbf{u}\|} = \frac{1}{\sqrt{14}} (3, -2, 1)$

Con lo que aplicando la Ecuación [3.63]:

$$Q = \text{Rot}(\mathbf{k}, 90^\circ) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{3}{\sqrt{14}} \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{-2}{\sqrt{14}} \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{\sqrt{14}} \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

En segundo lugar, la aplicación de la rotación expresada por el cuaternionio Q a un vector \mathbf{r} , vendrá definida por el producto:

$$Q \circ (0, \mathbf{r}) \circ Q^* \quad [3.64]$$

EJEMPLO 3.9

Obtener el vector \mathbf{r}' resultante de aplicar la misma rotación del Ejemplo 3.8. $\text{Rot}(\mathbf{u}, 90^\circ)$ donde $\mathbf{u} = (3, -2, 1)$, sobre el vector $\mathbf{r} = (5, 2, -6)$.

El eje de giro unitario será $\mathbf{k} = \frac{\mathbf{u}}{\|\mathbf{u}\|} = \frac{1}{\sqrt{14}} (3, -2, 1)$ y el cuaternionio que define el giro

será $Q \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{3}{\sqrt{14}} \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{-2}{\sqrt{14}} \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{\sqrt{14}} \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = (0.70711, 0.56695, -0.37796, 0.18898)$

Con lo que aplicando la Ecuación [3.64] se obtiene que \mathbf{r}' :

$$\mathbf{r}' = (0.70711, 0.56695, -0.37796, 0.18898) \circ (0, 5, 2, -6) \circ (0.70711, -0.56695, 0.37796, -0.18898) = (0, 3.74, 5.43, 4.63)$$

La composición de rotaciones con cuaternios resulta tan sencilla como multiplicar cuaternios entre sí. De tal forma, que el resultado de rotar según el cuaternion Q_1 , para posteriormente rotar según Q_2 , es el mismo que el de rotar según Q_3 , obtenido por la expresión:

$$Q_3 = Q_2 \circ Q_1 \quad [3.65]$$

Es importante tener en cuenta el orden de multiplicación, pues como se ha mencionado, el producto de cuaternios no es conmutativo.

En el caso de componer rotaciones con traslaciones se procede como sigue: el resultado de aplicar una traslación de vector \mathbf{p} seguida de una rotación Q al sistema OXYZ, es un nuevo sistema OUVW, tal que las coordenadas de un vector \mathbf{r} en el sistema OXYZ, conocidas en OUVW, serán:

$$(0, \mathbf{r}_{xyz}) = Q \circ (0, \mathbf{r}_{uvw}) \circ Q^* + (0, \mathbf{p}) \quad [3.66]$$

Donde Q y \mathbf{p} están definidas con respecto a los sistemas de referencia móviles. El resultado de primero rotar y luego trasladar al sistema vendrá dado por:

$$(0, \mathbf{r}_{xyz}) = Q \circ (0, \mathbf{r}_{uvw} + \mathbf{p}) \circ Q^* \quad [3.67]$$

Donde \mathbf{p} y Q están definidos con respecto a los sistemas de referencia móviles. Si se mantiene el sistema OXYZ fijo y se traslada el vector \mathbf{r} según \mathbf{p} y luego se le rota según Q se obtendrá el vector \mathbf{r}' de coordenadas:

$$(0, \mathbf{r}') = Q \circ (0, \mathbf{r} + \mathbf{p}) \circ Q^* \quad [3.68]$$

Y si se aplica primero el giro y después la traslación \mathbf{p} al vector \mathbf{r} , éste se convertirá en el \mathbf{r}' a través de la expresión:

$$(0, \mathbf{r}') = Q \circ (0, \mathbf{r}) \circ Q^* + (0, \mathbf{p}) \quad [3.69]$$

Se observa que el empleo de cuaternios para la composición de rotaciones es un método computacionalmente muy práctico, pues basta multiplicar cuaternios entre sí, lo que corresponde a una expresión de productos y sumas muy simple. Además permiten representar las rotaciones mediante solo 4 elementos, frente a los 9 utilizados en las matrices de rotación. Ésta es su principal ventaja, tal y como se verá en la comparación de los distintos métodos.

3.5. RELACIÓN Y COMPARACIÓN ENTRE LOS DISTINTOS MÉTODOS DE LOCALIZACIÓN ESPACIAL

En los epígrafes anteriores se han explicado una serie de métodos para poder realizar la localización espacial de un sólido y de su sistema de referencia asociado. Cada uno de ellos presenta una serie de características que le hacen más o menos apto para una determinada aplicación. Así, algunos sólo sirven para la representación de orientación, mientras otros, por ejemplo, son especialmente útiles para la composición de rotaciones.

En este apartado se analizan las ventajas e inconvenientes de cada uno de ellos, además de estudiar cómo se puede realizar el paso, cuando éste es posible, de uno a otro.

3.5.1. Comparación de métodos de localización espacial

Todos los métodos expuestos son equivalentes, pero dependiendo del uso que se vaya a hacer, será más adecuado emplear un procedimiento u otro.

La comparación se realiza, fundamentalmente, en razón a su capacidad para representar y manejar conjuntamente posición y orientación y su eficacia computacional.

Matrices de transformación homogénea

Sus principales ventajas residen en su capacidad de representación conjunta de posición y orientación y en la comodidad con la que se puede realizar la composición de transformaciones. Para ello bastará únicamente multiplicar, en el orden adecuado, las matrices de transformación correspondientes. Es posible, además, la aplicación de una transformación sobre un vector referido a un sistema fijo únicamente multiplicando la matriz de transformación correspondiente por el vector.

Como principal inconveniente presenta su alto nivel de redundancia (necesita definir 12 componentes para sólo seis grados de libertad). Debe considerarse, además, que por los inevitables errores de redondeo, la multiplicación sucesiva de varias matrices de transformación homogénea, puede resultar en un matiz que no lo sea (su caja de rotación no sea ortonormal). Esto dificulta su implementación en computador.

Se trata del método más popular, pues al trabajar con matrices permite el uso de su álgebra que es extensamente conocida.

Ángulos de Euler

Los ángulos de Euler, en cualquiera de sus modalidades, sólo son capaces de representar orientación, y aunque permiten una notación compacta (sólo tres números reales), no permiten la composición de rotaciones ni la aplicación sobre un vector de la rotación que definen.

Par de rotación

El par de rotación sólo sirve para la representación de orientaciones. Es una representación compacta, pues únicamente usa 4 parámetros para la definición de orientación de un sistema

con respecto a otro. Se puede aplicar para obtener el efecto de la rotación de un vector \mathbf{r} un ángulo θ alrededor del eje \mathbf{k} . Sin embargo, la composición de rotaciones presenta una expresión complicada, lo que limita su utilización práctica en algunas aplicaciones.

Cuaternios

El cuaternion, como tal, sólo es capaz de representar la orientación relativa de un sistema O'UVW con respecto a otro, a través del uso de cuatro componentes. Sin embargo, como se ha visto en 3.4.2, es posible componer rotaciones junto con traslaciones de forma bastante simple y computacionalmente económica. Puede utilizarse también para obtener la transformación de un vector mediante rotaciones junto con traslaciones.

3.5.2. Relación entre los distintos métodos de localización espacial

Ya que los métodos vistos para la representación espacial son equivalentes, es decir, expresan lo mismo de forma distinta, deberá existir un modo de pasar de un tipo de representación a otro. A continuación, se muestran las relaciones de paso que se utilizan más frecuentemente. A través de ellas es posible pasar de una representación a cualquier otra, aunque en algunos casos sea más cómodo utilizar una representación auxiliar intermedia.

Ángulos de Euler: Matriz de transformación homogénea

Ya se ha mencionado en varias ocasiones que los ángulos de Euler sólo son capaces de realizar una representación de la orientación. Por ello, a la hora de obtener la matriz homogénea equivalente a un conjunto de ángulos de Euler dados, únicamente quedará definida la submatriz de rotación $\mathbf{R}_{3 \times 3}$.

Relación Directa

La obtención de la matriz homogénea correspondiente a cada conjunto de ángulos de Euler es inmediata; bastará con componer las matrices que representan las rotaciones que definen los propios ángulos:

- Sistema WUW

Este sistema responde, según el Epígrafe 3.2.2, a la composición de la siguiente secuencia de rotaciones:

$$\mathbf{T}_{ZXX} = \mathbf{Rotz}(f) \mathbf{Rotx}(q) \mathbf{Rotz}(y) \quad [3.70]$$

que desarrollado en forma matricial:

$$\begin{aligned}
 T_{ZXZ} &= \mathbf{Rotz}(\phi) \mathbf{Rotx}(\theta) \mathbf{Rotz}(\psi) = \begin{bmatrix} C\phi & -S\phi & 0 & 0 \\ S\phi & C\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta & -S\theta & 0 \\ 0 & S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} C\phi C\psi - S\phi C\theta S\psi & -C\phi S\psi - S\phi C\theta C\psi & S\phi S\theta & 0 \\ S\phi C\psi + C\phi C\theta S\psi & -S\phi S\psi + C\phi C\theta C\psi & -C\phi S\theta & 0 \\ S\theta S\psi & S\theta C\psi & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad [3.71]$$

- Sistema WVW

Según el Epígrafe 3.2.2, el paso del sistema fijo al girado se hace realizando la siguiente secuencia de rotaciones:

$$T_{ZYX} = \mathbf{Rotz}(\phi) \mathbf{Roty}(\theta) \mathbf{Rotz}(\psi) \quad [3.72]$$

que desarrollado en forma matricial:

$$\begin{aligned}
 T_{ZYX} &= \mathbf{Rotz}(\phi) \mathbf{Roty}(\theta) \mathbf{Rotz}(\psi) = \begin{bmatrix} C\phi & -S\phi & 0 & 0 \\ S\phi & C\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} C\phi C\theta C\psi - S\phi S\psi & -C\phi C\theta S\psi - S\phi C\psi & C\phi S\theta & 0 \\ S\phi C\theta C\psi + C\phi S\psi & -S\phi C\theta S\psi + C\phi C\psi & S\phi S\theta & 0 \\ -S\theta C\psi & S\theta S\psi & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad [3.73]$$

- Sistema XYZ (Yaw-Pitch-Roll)

De igual forma que en los casos anteriores, estos ángulos de Euler se pueden representar mediante la concatenación de las siguientes rotaciones:

$$T_{ZYX} = \mathbf{Rotz}(\phi) \mathbf{Roty}(\theta) \mathbf{Rotx}(\psi) \quad [3.74]$$

y de forma matricial:

$$\begin{aligned}
 T_{ZYX} &= \mathbf{Rotz}(\phi) \mathbf{Roty}(\theta) \mathbf{Rotx}(\psi) = \begin{bmatrix} C\phi & -S\phi & 0 & 0 \\ S\phi & C\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\psi & -S\psi & 0 \\ 0 & S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} C\phi C\theta & C\phi S\theta S\psi - S\phi C\psi & C\phi S\theta C\psi + S\phi S\psi & 0 \\ S\phi C\theta & S\phi S\theta S\psi + C\phi C\psi & S\phi S\theta C\psi - C\phi S\psi & 0 \\ -S\theta & C\theta S\psi & C\theta C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad [3.75]$$

Relación inversa

El paso de la representación mediante matriz homogénea a cualquiera de los conjuntos de ángulos de Euler puede realizarse a partir de la correspondiente relación directa despejando de ella los valores de ϕ , θ y ψ . Así, en el caso de la Ecuación [3.71], del elemento (3,3) puede obtenerse el valor de θ . Obtenido éste, ψ puede obtenerse tanto del elemento (3,1) como del (3,2). Del mismo modo θ puede obtenerse tanto del (1,3) como del (2,3).

Este modo de operar es sólo válido siempre y cuando θ no valga 0 o π . En este caso el $\sin(\theta)$ valdrá 0 y no será posible obtener θ ni ψ de los elementos (1,3), (2,3) y (3,1), (3,2). Se deberá entonces recurrir al resto de los elementos de la Expresión [3.71], pudiéndose obtener de este modo el valor de la suma $\psi + \theta$ y no los valores individuales.

Par de Rotación: Matriz de transformación homogénea

Al igual que en el caso de los ángulos de Euler, mediante un eje y ángulo de rotación sólo es posible representar orientación; de ahí que únicamente quede definida la submatriz de rotación $\mathbf{R}_{3 \times 3}$ de la matriz homogénea de transformación.

Relación directa

Se quiere descomponer el giro de un ángulo θ alrededor del eje definido por el vector unitario $\mathbf{k}(k_x, k_y, k_z)$ en la composición de rotaciones básicas que se puedan expresar mediante matrices básicas de rotación. Esto se consigue realizando una serie de rotaciones para alinear el eje \mathbf{k} con uno de los ejes coordenados, por ejemplo el OZ, girar el ángulo θ con respecto a él y deshacer las rotaciones previas hasta tener el vector \mathbf{k} en su posición inicial. Viendo la Figura 3.22, esto se consigue mediante la siguiente composición:

$$\mathbf{Rotk}(\theta) = \mathbf{Rotx}(-\alpha) \mathbf{Roty}(\beta) \mathbf{Rotz}(\theta) \mathbf{Roty}(-\beta) \mathbf{Rotx}(\alpha) \quad [3.76]$$

Teniendo en cuenta las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{k_y}{\sqrt{k_y^2 + k_z^2}} & \cos \alpha &= \frac{k_z}{\sqrt{k_y^2 + k_z^2}} \\ \sin \beta &= k_x & \cos \beta &= \sqrt{k_y^2 + k_z^2} \end{aligned} \quad [3.77]$$

Expresándolo en forma matricial y sustituyendo en la Ecuación [3.76] se tiene la matriz homogénea que expresa la rotación alrededor del eje \mathbf{k} de un ángulo θ :

$$\mathbf{Rotk}(\theta) = \begin{bmatrix} k_x^2 V\theta + C\theta & k_x k_y V\theta - k_z S\theta & k_x k_z V\theta + k_y S\theta & 0 \\ k_x k_y V\theta + k_z S\theta & k_y^2 V\theta + C\theta & k_y k_z V\theta - k_x S\theta & 0 \\ k_x k_z V\theta - k_y S\theta & k_y k_z V\theta + k_x S\theta & k_z^2 V\theta + C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.78]$$

donde V representa el término *verseno* definido como $V\theta = 1 - C\theta$.

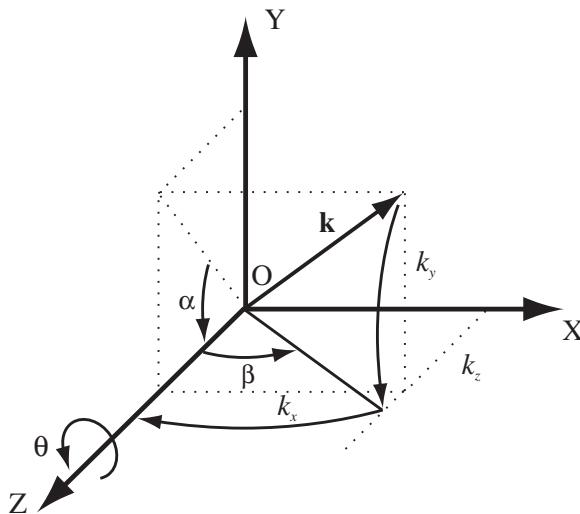


Figura 3.22. Ángulo y eje de rotación.

Relación inversa

Se quiere obtener un eje **k** y un ángulo θ de rotación equivalente a la representación de una rotación mediante la matriz homogénea de rotación:

$$\text{Rot} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & 0 \\ n_y & o_y & a_y & 0 \\ n_z & o_z & a_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [3.79]$$

Se podrán igualar las matrices de las Expresiones [3.78] [3.79] y realizar una equivalencia componente a componente. Considerando el ángulo θ como positivo entre 0° y 180° , se puede llegar a las siguientes expresiones tanto para el ángulo θ como para las componentes del vector:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sqrt{(o_z - a_y)^2 + (a_x - n_z)^2 + (n_y - o_x)^2}}{(n_x + o_y + a_z - 1)} \quad [3.80]$$

$$k_x = \frac{o_z - a_y}{2 \operatorname{sen} \theta} \quad k_y = \frac{a_x - n_z}{2 \operatorname{sen} \theta} \quad k_z = \frac{n_y - o_x}{2 \operatorname{sen} \theta}$$

Cuando el ángulo θ se acerca a 0° o a 180° aparecen problemas de indeterminación en las ecuaciones anteriores. Por ello, en estos casos, es necesario realizar otro tipo de aproximación. Ésta se describe con detalle en [PAUL-81] y consiste en:

Obtener los valores de k_x, k_y, k_z según

$$\begin{aligned} k_x &= \text{Signo}(o_z - a_y) \sqrt{\frac{n_x - C\theta}{V\theta}} \\ k_y &= \text{Signo}(a_x - n_z) \sqrt{\frac{a_y - C\theta}{V\theta}} \\ k_z &= \text{Signo}(n_y - o_x) \sqrt{\frac{a_z - C\theta}{V\theta}} \end{aligned} \quad [3.81]$$

Evaluar cuál es el mayor de los tres y usar este valor como válido, mientras que para los otros dos se deben usar las expresiones siguientes:

Si k_x es el mayor

$$k_y = \frac{n_y + o_x}{2k_x V\theta} \quad k_z = \frac{a_x + n_z}{2k_x V\theta}$$

Si k_y es el mayor

$$k_x = \frac{n_y + o_x}{2k_y V\theta} \quad k_z = \frac{o_z + a_y}{2k_y V\theta} \quad [3.82]$$

Si k_z es el mayor

$$k_x = \frac{a_x + n_z}{2k_z V\theta} \quad k_y = \frac{o_z + a_y}{2k_z V\theta}$$

Par de rotación: Quaternios

Relación directa

Por la propia definición de cuaternios dada en el Epígrafe 3.2.4, un cuaternion Q se puede expresar como:

$$Q = \left(\cos \frac{\theta}{2}, \mathbf{k} \sin \frac{\theta}{2} \right) \quad [3.83]$$

y componente a componente:

$$q_0 = \cos \frac{\theta}{2} \quad q_1 = k_x \sin \frac{\theta}{2} \quad q_2 = k_y \sin \frac{\theta}{2} \quad q_3 = k_z \sin \frac{\theta}{2} \quad [3.84]$$

Relación inversa

La relación inversa se obtiene fácilmente de las anteriores expresiones:

$$\begin{aligned} \theta &= 2 \arccos(q_0) \\ k_x &= \frac{q_1}{\sqrt{1-q_0^2}} \quad k_y = \frac{q_2}{\sqrt{1-q_0^2}} \quad k_z = \frac{q_3}{\sqrt{1-q_0^2}} \end{aligned} \quad [3.85]$$

Cuaternios: Matriz de transformación homogénea

El paso de cuaternios a la matriz de transformación homogénea, y viceversa, se pueden deducir fácilmente utilizando como representación auxiliar intermedia el eje y ángulo de rotación. A continuación, se expresan las relaciones finales, obviando los desarrollos intermedios que se pueden encontrar en [HAMILTON-69].

Relación directa

La representación de la matriz de transformación \mathbf{T} en función de las componentes de un cuaternionio Q viene dada por la siguiente matriz [BEGGS-83]:

$$\mathbf{T} = 2 \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - \frac{1}{2} & q_1q_2 - q_3q_0 & q_1q_3 + q_2q_0 & 0 \\ q_1q_2 + q_3q_0 & q_0^2 + q_2^2 - \frac{1}{2} & q_2q_3 - q_1q_0 & 0 \\ q_1q_3 - q_2q_0 & q_2q_3 + q_1q_0 & q_0^2 + q_3^2 - \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad [3.86]$$

Relación inversa

La relación inversa se puede obtener fácilmente igualando la traza y los elementos de la diagonal principal de la matriz [3.86] con la de la matriz [3.79]:

$$\begin{aligned} q_0 &= \frac{1}{2} \sqrt{(n_x + o_y + a_z + 1)} \\ q_1 &= \operatorname{sgn}(o_z - a_y) \frac{1}{2} \sqrt{(n_x - o_y - a_z + 1)} \\ q_2 &= \operatorname{sgn}(a_x - n_z) \frac{1}{2} \sqrt{(-n_x + o_y - a_z + 1)} \\ q_3 &= \operatorname{sgn}(n_y - o_x) \frac{1}{2} \sqrt{(-n_x - o_y + a_z + 1)} \end{aligned} \quad [3.87]$$

Tabla 3.2. Relación entre los métodos de localización espacial

Entrada \ Salida	Matriz homogénea	Cuaternios	Par de rotación
Matriz homogénea	–	[3.87]	[3.80]
Cuaternios	[3.86]	–	[3.85]
Par de rotación	[3.78]	[3.84]	–
Euler WUW	[3.71]	–	–
Euler WVW	[3.73]	–	–
Euler RPY	[3.75]	–	–

3.6. UTILIZACIÓN DE MATLAB PARA EL MODELADO Y SIMULACIÓN DE ROBOTS

MATLAB® proporciona una valiosa herramienta de apoyo para el desarrollo de cálculos y operaciones habituales en robótica. Su capacidad de manipular de manera natural matrices, facilita cálculos habituales en el modelado de robots.

Estas capacidades se ven aumentadas con dos Toolbox. La primera de ellas es la Toolbox de cálculo simbólico, que será usada al objeto de poder definir y manipular transformaciones de rotación y translación de manera genérica. La segunda es la Toolbox desarrollada por Corke [CORKE-96] específicamente para robótica. Ésta aporta numerosos tipos de datos y operaciones específicas para el modelado de robots, por lo que su empleo supone una apreciable ayuda. La Toolbox de robótica para MATLAB® puede ser descargada gratuitamente de la página <http://www.cat.csiro.au/ict/staff/pic/robot>

La última versión disponible es la versión 7 de abril 2002. El manual de uso de esta Toolbox para MATLAB® se encuentra en el propio fichero descargado de la dirección anterior.

3.7. EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio 3.1

Encontrar los ángulos de Euler WUW asociados al cuaternionio

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, 0, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

Solución:

El cuaternionio asociado a un giro tiene por expresión:

$$Q = \left(\cos \frac{\theta}{2}, \mathbf{k} \sin \frac{\theta}{2} \right)$$

Luego en este caso se trata de un giro de $\pi/2$ en torno al eje Z, por lo que los ángulos de Euler serán $(\pi/2, 0, 0)$.

Ejercicio 3.2

Expresar el cuaternionio asociado a los ángulos de Euler WUW $(0, \pi, 0)$.

Solución:

Se trata de un giro π alrededor del eje X móvil: U, que al no haber giro previo en torno al eje Z, coincide con el eje X fijo. Por tanto, el cuaternionio asociado será:

$$Q = \left(\cos \frac{\theta}{2}, \mathbf{k} \sin \frac{\theta}{2} \right)$$

Con $\theta = 0$, $\mathbf{k} = (1, 0, 0)$ por tanto, el cuaterniono será $(0, 1, 0, 0)$.

Ejercicio 3.3

Obtener el cuaterniono asociado a la rotación definida por la matriz de rotación:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Solución:

La matriz corresponde a una rotación de 45° en torno al eje X, por lo que el cuaterniono asociado tendrá la parte escalar $s = \cos(45^\circ/2)$ y la parte vectorial $\mathbf{v} = (1, 0, 0) \cdot \sin(45^\circ/2)$.

$$Q = (0,9239, 0,3872, 0, 0)$$

Si se hace utilizando los comandos de la Toolbox de Robótica para MATLAB® se tendrá:

```
>> R = [ 1, 0, 0;
          0, 1/sqrt(2), -1/sqrt(2);
          0, 1/sqrt(2), 1/sqrt(2) ]
```

R =

```
1.0000      0      0
      0    0.7071   -0.7071
      0    0.7071    0.7071
```

```
>> quaternion(R)

ans =
0.92388 <0.38268, 0, 0>
```

>>

Ejercicio 3.4

Obtener la terma (Cabeceo, Alabeo, Guiñada) asociada a la rotación definida por la matriz.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Solución:

Como es un giro simple de 45° en torno al eje X se tendrá $(Y \ P \ R) = (45^\circ, 0, 0)$ o en radianes $(0,7854, 0, 0)$.

Haciéndolo con la Toolbox de Robótica para MATLAB®: (Nota: La función tr2rpy retorna los ángulos en este orden (R P Y)).

```
>> R = [ 1, 0, 0;
          0, 1/sqrt(2), -1/sqrt(2);
          0, 1/sqrt(2), 1/sqrt(2) ]

R =
1.0000      0      0
0    0.7071   -0.7071
0    0.7071    0.7071

>> tr2rpy(R)

ans =
0      0    0.7854

>>
```

Ejercicio 3.5

Obtener los ángulos de Euler WVV asociados a la rotación definida por la matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Solución:

La matriz corresponde a una rotación simple de $\pi/4$, en torno al eje X. Se pide el equivalente expresado en giros en torno a los ejes móviles WVV (XYZ fijos). Si se pidiera en torno a los ejes WUW móviles (ZXZ fijos), la respuesta sería inmediata: $(0, \pi/4, 0)$, pero al ser el segundo giro en torno al eje V (Y fijo) es preciso recurrir al siguiente procedimiento que pretende hacer coincidir el eje X con el V, girar en torno a éste y retornar al eje X a su posición inicial. Se tendrá, por tanto, que:

Se gira $-\pi/2$ alrededor del eje Z (coincidente con el W) con lo que el eje V se convierte en el X ($V = X$).

Se gira el ángulo θ en torno al nuevo eje X coincidente con el V.

Se deshace el giro de $\pi/2$ en torno al eje W.

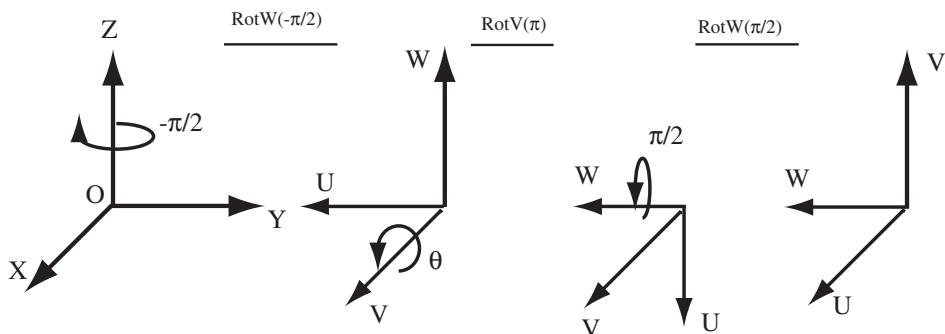


Figura 3.23. Transformaciones Ejercicio 3.5.

Nota: El dibujo se ha tomado $\theta = \pi/2$ para facilitar la verificación.

Por tanto, la terna de ángulos de Euler (WVW) correspondiente al giro de θ alrededor de X es $(-\pi/2, \theta, \pi/2)$, en este caso particular $(-\pi/2, \pi/4, \pi/2)$.

Nota: El mismo efecto se conseguiría mediante los ángulos de Euler WVW dados por $(-\pi/2, -\pi/4, \pi/2)$.

Ejercicio 3.6

Un sistema de coordenadas XYZ se transforma mediante un giro de 30° en torno al eje Z seguido de un desplazamiento a lo largo del nuevo eje X en 1 unidad. Encontrar las ecuaciones que relacionan las coordenadas homogéneas de un punto en el sistema original con sus coordenadas en el nuevo sistema.

Solución

Considerando que las transformaciones se definen con respecto al sistema móvil se tendrá que:

$$\begin{aligned} {}^{XYZ}T_{UVW} &= \text{Rotz}(30^\circ) \cdot T([1, 0, 0]) = \begin{bmatrix} \cos 30 & -\sin 30 & 0 & 0 \\ \sin 30 & \cos 30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 & \sqrt{3}/2 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

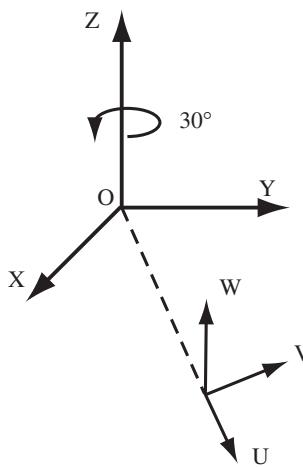


Figura 3.24. Figura Ejercicio 3.6.

Luego se tendrá que:

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & \sqrt{3}/2 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_u \\ p_v \\ p_w \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (p_u+1)\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}p_v \\ (p_u+1)\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}p_v \\ p_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

Por tanto:

$$p_x = (p_u+1)\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}p_v$$

$$p_y = (p_u+1)\frac{1}{2} + \frac{1}{2}p_v$$

$$p_z = p_w$$

Mediante las funciones disponibles en la Toolbox de Robótica para MATLAB® se tendría:

```
>> T=rotz(pi/6)*transl([1 0 0])
```

```
T =
```

0.8660	-0.5000	0	0.8660
0.5000	0.8660	0	0.5000
0	0	1.0000	0
0	0	0	1.0000

```
>> syms pu pv pw real
>> Pxyz = T*[pu pw 1]'
```

```

Pxyz =
[ 1/2*3^(1/2)*pu-1/2*pv+1/2*3^(1/2) ]
[           1/2*pu+1/2*3^(1/2)*pv+1/2]
[                               pw]
[                                     1]
>>

```

Ejercicio 3.7

El sistema de referencia OXYZ se traslada mediante el vector $(4, 2, 8)$, se rota mediante un giro de 30° en torno al vector $(1, 1, 0)$ y se traslada de nuevo según el vector $(1, 0, 1)$, convirtiéndose en el sistema OUVW. Todas las transformaciones están definidas en el sistema de referencia móvil.

Encontrar la matriz de transformación homogénea que relacione los sistemas OXYZ con OUVW.

Encontrar las coordenadas en el sistema OXYZ del punto p cuyas coordenadas en OUVW son $(3, 2, 7)$.

Solución:

Dado que las transformaciones se definen con respecto al sistema móvil el resultado de las 3 transformaciones combinadas se obtendrán post multiplicando las transformaciones simples.

Las transformaciones a realizar son:

- T_1 : Traslación según el vector $p_1 = (4, 2, 8)$
- T_2 : Rotación de 30° en torno al vector $(1, 1, 0)$
- T_3 : Traslación según el vector $p_2 = (1, 0, 1)$

Las expresiones de las transformaciones T_1 y T_3 pueden obtenerse directamente (Expresión [3.22]). No ocurre así con T_2 pues el giro se realiza en torno a un eje distinto a los X, Y o Z. Para obtener esto es preciso recurrir a la Expresión [3.78]. No obstante, puede hacerse uso de la Toolbox de Robótica para MATLAB® con la siguiente secuencia:

```

>> K = [1 1 0]

K =

    1     1     0

>> K = K/norm(K)

K =

    0.7071    0.7071     0

>> Q = quaternion(K,pi/6)

Q =

    0.96593 <0.18301, 0.18301, 0>

```

```
>> T2 = Q.t
T2 =
0.9330  0.0670  0.3536  0
0.0670  0.9330 -0.3536  0
-0.3536  0.3536  0.8660  0
      0       0       0    1.0000
```

En cuanto a T_1 y T_3 se obtienen directamente como:

```
>> T1=transl([4 2 8])
```

```
T1 =
1   0   0   4
0   1   0   2
0   0   1   8
0   0   0   1
```

```
>> T3 = transl([1 0 1])
```

```
T3 =
1   0   0   1
0   1   0   0
0   0   1   1
0   0   0   1
```

Por lo que se puede obtener T como:

```
>> T = T1 * T2 * T3
```

```
T =
0.9330  0.0670  0.3536  5.2866
0.0670  0.9330 -0.3536  1.7134
-0.3536  0.3536  0.8660  8.5125
      0       0       0    1.0000
```

Por tanto, las coordenadas del punto p_{uvw} (3, 2, 7) en el sistema OXYZ serán:

```
>> Puvw = [3 2 7 1]
```

```
Puvw =
3   2   7   1
```

```
>> Pxxyz = T*Puvw'
```

```
Pxxyz =
10.6945
1.3055
14.2211
1.0000
```

```
>>
```

Ejercicio 3.8

En la figura se muestra un robot de 2 grados de libertad (d, θ). La longitud de la única barra que compone el robot es L constante. Un objeto rígido situado en el área de trabajo del robot queda localizado por su sistema de referencia S_p .

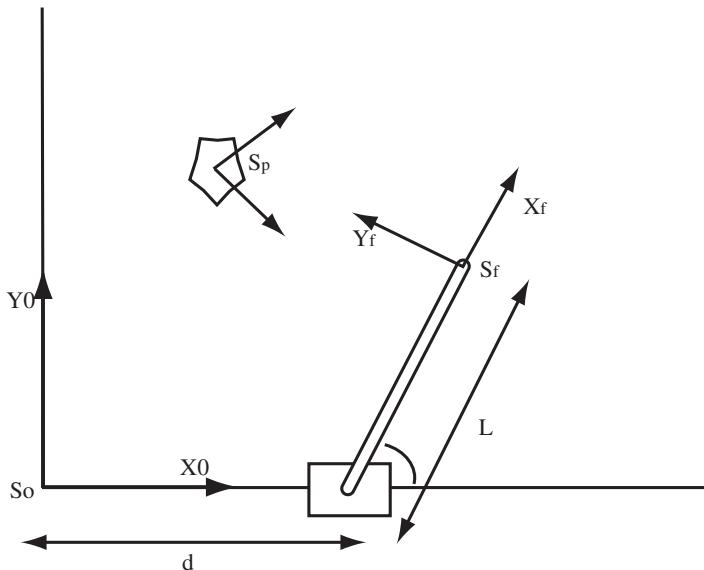


Figura 3.25. Figura Ejercicio 3.8.

El extremo del robot tiene asociado el sistema de referencia S_f y se considera como sistema de referencia absoluto, la base del robot S_o : $\{X_o, Y_o\}$, desde la que se mide la localización del robot (d, θ). En el extremo del robot se dispone de una cámara de visión que mediante el adecuado tratamiento de la imagen es capaz de dar la posición y orientación del objeto (X, Y, α) definidas como la posición del origen de S_p y el ángulo girado medidos todos ellos con respecto al sistema S_f (extremo del robot).

Supuestos conocidos los valores de (X, Y, α) y la localización del robot (d, θ), obtener la localización del objeto S_p en la base de referencia absoluta S_o .

Verificar que el resultado anterior es correcto aplicándolo a:

- El propio sistema de referencia del extremo del robot S_f
- A un objeto orientado como el extremo del robot, pero desplazado 1 unidad en la dirección de la base del robot (eje X_f)

Solución:

Denotando por ${}^o\mathbf{T}_b$ a la matriz de transformación homogénea que permite el cambio genérico de base del sistema S_a al sistema S_b se tendrá que:

$${}^o\mathbf{T}_p = {}^o\mathbf{T}_f \cdot {}^f\mathbf{T}_p$$

Donde ${}^o\mathbf{T}_p$ es la matriz de transformación homogénea que localiza a la pieza con respecto al sistema de referencia absoluto S_o .

${}^o\mathbf{T}_f$ es la matriz de transformación homogénea que localiza al extremo del robot con respecto a S_o (función de (d, θ))

${}^f\mathbf{T}_p$ es la matriz de transformación homogénea que localiza a la pieza con respecto al extremo del robot que soporta a la cámara (función de (X, Y, α)).

Se obtendrán ${}^o\mathbf{T}_f$ y ${}^f\mathbf{T}_p$ en función de (d, θ) y (X, Y, α) respectivamente

$${}^o\mathbf{T}_f = \mathbf{T}([d, 0, 0]) \mathbf{Rotz}(\theta) \mathbf{T}([L, 0, 0])$$

Haciendo uso de las Expresiones [3.22] y [3.27].

$$\begin{aligned} {}^o\mathbf{T}_f &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^o\mathbf{T}_f &= \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 & LC\theta + d \\ S\theta & C\theta & 0 & LS\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Préstese atención a que las transformaciones se definen con respecto a los ejes móviles, por lo que las matrices se post-multiplican.

Por su parte:

$${}^f\mathbf{T}_p = \mathbf{T}([x, y, 0]) \cdot \mathbf{Rotz}(\alpha)$$

Esto es:

$${}^f\mathbf{T}_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\alpha & -S\alpha & 0 & 0 \\ S\alpha & C\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\alpha & -S\alpha & 0 & x \\ S\alpha & C\alpha & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} {}^o\mathbf{T}_f &= {}^o\mathbf{T}_f {}^f\mathbf{T}_p = \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 & LC\theta + d \\ S\theta & C\theta & 0 & LS\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\alpha & -S\alpha & 0 & x \\ S\alpha & C\alpha & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} C(\theta + \alpha) & -S(\theta + \alpha) & 0 & (L + x)C\theta - yS\theta + d \\ S(\theta + \alpha) & C(\theta + \alpha) & 0 & (L + x)S\theta + yC\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Es decir, el objeto se encuentra con respecto al sistema S_o en unas coordenadas:

$$(p_x, p_y) = ((L + x)C\theta - yS\theta + d, (L + x)S\theta + yC\theta)$$

Y girado con respecto al eje Z un ángulo $\theta + \alpha$.

Si se considera al objeto en el propio extremo del robot, se tendrá que $(X, Y, \alpha) = (0, 0, 0)$ con lo que:

$$(p_x, p_y) = (LC\theta + d, LS\theta)$$

Y la orientación corresponderá a un giro respecto al eje Z de θ .

Dada la simplicidad del robot, a esta conclusión podría haberse llegado directamente por consideraciones geométricas (véase Figura 3.26).

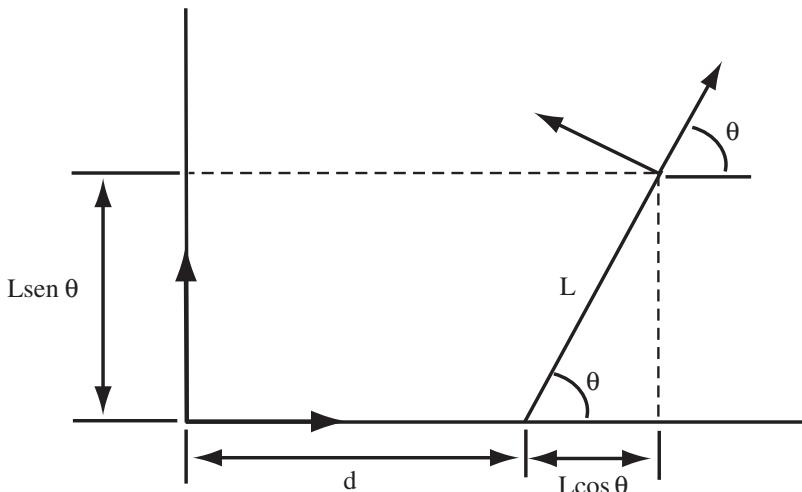


Figura 3.26. Resolución por consideraciones geométricas del Ejercicio 3.8.

Para el caso de que el objeto estuviera desplazado 1 unidad a lo largo de la barra del robot se tendrá que $(X, Y, \alpha) = (1, 0, 0)$ con lo que:

$$(p_x, p_y) = ((L + 1)C\theta + d(L + 1)S\theta)$$

Siendo su orientación la correspondiente ante un giro en Z de θ .

Nota: Las operaciones de los productos de matrices simbólicas pueden hacerse con ayuda de las funciones accesibles en la Toolbox de Robótica para MATLAB®, con la siguiente secuencia de comandos (Entiéndase $t = \theta, a = \alpha$).

Obtención de la expresión general:

```
>> syms d L t x y a real
>> Tof = transl([d 0 0])*rotz(t)*transl([L 0 0])
```

```

Tof =
[    cos(t), -sin(t),      0, cos(t)*L+d]
[    sin(t),  cos(t),      0, sin(t)*L]
[      0,      0,        1,      0]
[      0,      0,        0,      1]

>> Tfp = transl([x y 0])*rotz(a)
Tfp =
[  cos(a), -sin(a),      0,      x]
[  sin(a),  cos(a),      0,      y]
[      0,      0,        1,      0]
[      0,      0,        0,      1]

>> Top = Tof*Tfp
Top =
[  cos(t)*cos(a)-sin(t)*sin(a), -cos(t)*sin(a)-sin(t)*cos(a), 0, cos(t)*x-sin(t)*y+cos(t)*L+d]
[  sin(t)*cos(a)+cos(t)*sin(a),  cos(t)*cos(a)-sin(t)*sin(a), 0, sin(t)*x+cos(t)*y+sin(t)*L]
[      0,          0,        1,      0]
[      0,          0,        0,      1]

>> simple(Top)
ans =
[  cos(t+a), -sin(t+a),      0, cos(t)*x-sin(t)*y+cos(t)*L+d]
[  sin(t+a),  cos(t+a),      0, sin(t)*x+cos(t)*y+sin(t)*L]
[  0,          0,        1,      0]
[  0,          0,        0,      1]

>> x=0
>> x =0
>> y=0
>> y =0
>> t=0
t =0

>> eval(Top)

ans =
[  cos(a), -sin(a),      0,      L+d]
[  sin(a),  cos(a),      0,      0]
[      0,      0,        1,      0]
[      0,      0,        0,      1]

>> x=1
>> y=0
>> t=0
>> eval(Top)

ans =
[  cos(a), -sin(a),      0,      1+L+d]
[  sin(a),  cos(a),      0,      0]
[  0,          0,        1,      0]
[  0,          0,        0,      1]

>>

```

Ejercicio 3.9

Dos robots (A y B) cooperan en una misma tarea. Sus bases, a las que están asociadas sus sistemas de referencia S_a y S_b , están ubicados de modo que la base B está desplazada 2 unidades en la dirección del eje Y del sistema S_a y girada -90° respecto del nuevo eje Z. (véase figura).

El robot B ejecuta un programa con una orden del tipo:

“Deja el objeto en la localización T_{bo} ”

Esta orden implica dejar el objeto en una localización de coordenadas definidas por la matriz de transformación homogénea T_{b0} (las coordenadas se encuentran definidas con respecto al sistema de referencia del robot B, S_b).

Este objeto debe ser recogido por el robot A, para lo que éste tendrá que una orden del tipo:

“*Recoge el objeto en localización T_{ao}* ”

Se pide:

- a) Encontrar la expresión que define el valor que debe tomar T_{ao} en función de T_{bo} .
 b) Aplicarlo al caso concreto de que el robot B deje el objeto a 1 unidad sobre la vertical de su origen y girado $\pi/2$ respecto del eje Z.

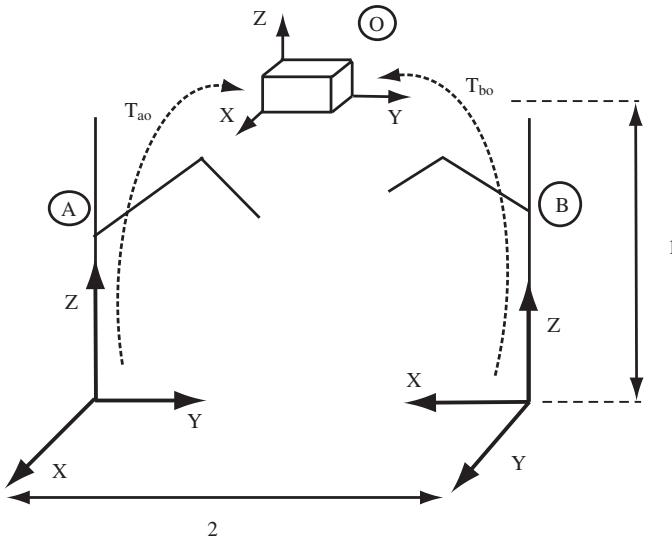


Figura 3.27. Disposición robots Ejercicio 3.9.

Solución:

Se denotará por:

aT_o : Matriz de transformación homogénea que localiza al objeto con respecto del sistema de referencia del robot A. (T_{ao} en el enunciado).

- ${}^b\mathbf{T}_o$: Matriz de transformación homogénea que localiza el objeto con respecto del sistema de referencia del robot B (${}^{T_{bo}}$ en el enunciado).
- ${}^a\mathbf{T}_b$: Matriz de transformación homogénea que localiza al sistema de referencia del robot A con respecto del sistema de referencia del robot B.

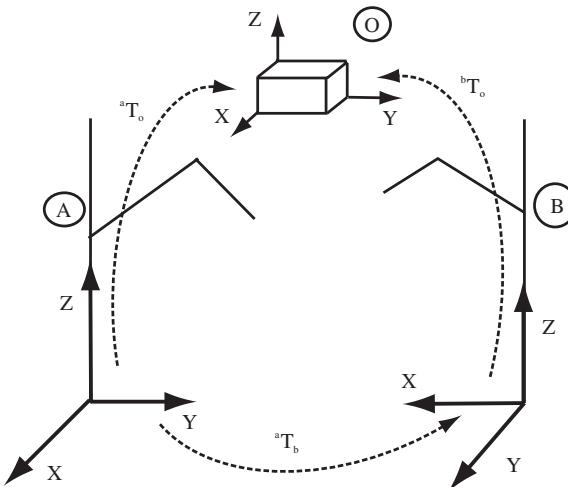


Figura 3.28. Matrices de transformaciones del Ejercicio 3.9.

De acuerdo a los datos del enunciado ${}^a\mathbf{T}_b$ se obtiene mediante las siguientes transformaciones:

- Translación de 2 unidades a lo largo del eje Y: $\mathbf{T}([0, 2, 0, 1])$.
- Rotación de $-\pi/2$ en torno al nuevo eje Z: $\mathbf{RotZ}(-\pi/2)$.

Por lo que:

$${}^a\mathbf{T}_b = \mathbf{T}([0 \ 2 \ 0]) \cdot \mathbf{RotZ}(-\pi/2)$$

$${}^a\mathbf{T}_b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Resultando de esta manera que la expresión general de ${}^a\mathbf{T}_o$ en función de ${}^b\mathbf{T}_o$ será:

$${}^a\mathbf{T}_o = {}^a\mathbf{T}_b \cdot {}^b\mathbf{T}_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot {}^b\mathbf{T}_o$$

Para el caso particular de que el objeto esté situado 1 unidad sobre la vertical del robot B y girado 90° respecto del nuevo eje Z, se tendrá que:

$${}^b\mathbf{T}_o = \mathbf{T}([0 \ 0 \ 1]) \cdot \text{Rotz}(\pi/2)$$

$${}^b\mathbf{T}_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Con lo que:

$${}^b\mathbf{T}_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Este resultado corresponde a un desplazamiento del origen del objeto con respecto al sistema del robot A dado por el vector (0, 2, 1) y una coincidencia en la orientación de los sistemas de referencia, valores que pueden ser confirmados fácilmente en las figuras.

La solución del ejercicio mediante la Toolbox de Robótica para MATLAB® sería:

```
>> Tab=transl([0 2 0])*rotz(-pi/2)

Tab =
0.0000    1.0000      0      0
-1.0000    0.0000      0    2.0000
      0      0    1.0000      0
      0      0      0    1.0000

>> Tbo = transl([0 0 1])*rotz(pi/2)

Tbo =
0.0000   -1.0000      0      0
1.0000    0.0000      0      0
      0      0    1.0000    1.0000
      0      0      0    1.0000

>> Tao = Tab*Tbo
Tao =
1      0      0      0
0      1      0      2
0      0      1      1
0      0      0      1

>>
```

3.7. BIBLIOGRAFÍA

- [BARRIENTOS-86] A. Barrientos, «Software de base para un robot de la segunda generación», en: *Sistema operativo y lenguaje de programación para robots dotados de sensores*, Tesis Doctoral, DISAM, Universidad Politécnica de Madrid, 1986.
- [BEGGS-83] J. S. Beggs, *Kinematics*, Springer Verlag, Berlín, 1983.
- [CORKE-96] P. I. Corke, «A Robotics Toolbox for Matlab», *IEEE Robotics & Automation Magazine*, vol. 3, n.º 1, marzo 1996.
- [FU-88] Fu, K. S., González, R. C. y Lee, C. S. G., «Cinemática del brazo del robot», en: *Robotica: control, detección, visión e inteligencia*, McGraw-Hill, Madrid, 1988.
- [HAMILTON-69] Hamilton, W. R., *Elements of Quaternions*, Chelsea Publishing Co. New York, 1969.
- [PAUL-81] Paul, R.P., «Homogeneous Transformations», en: *Robot Manipulators: Mathematics, Programming and Control*, The MIT Press, Massachussets, 1981.

CAPÍTULO 4

Cinemática del robot

Quien bien ata, bien desata
Refranero popular

La cinemática del robot estudia el movimiento del mismo con respecto a un sistema de referencia sin considerar las fuerzas que intervienen. Así, la cinemática se interesa por la descripción analítica del movimiento espacial del robot como una función del tiempo, y en particular por las relaciones entre la posición y la orientación del extremo final del robot con los valores que toman sus coordenadas articulares.

Existen dos problemas fundamentales a resolver en la cinemática del robot (Figura 4.1); el primero de ellos se conoce como el **problema cinemático directo**, y consiste en determinar cuál es la posición y orientación del extremo final del robot, con respecto a un sistema de coordenadas que se toma como referencia, conocidos los valores de las articulaciones y los parámetros geométricos de los elementos del robot; el segundo, denominado **problema cinemático inverso**, resuelve la configuración que debe adoptar el robot para una posición y orientación del extremo conocidas.

Denavit y Hartenberg propusieron un método sistemático para describir y representar la geometría espacial de los elementos de una cadena cinemática, y en particular de un robot, con respecto a un sistema de referencia fijo. Este método utiliza una matriz de transformación homogénea para describir la relación espacial entre dos elementos rígidos adyacentes, reduciéndose el problema cinemático directo a encontrar una matriz de transformación homogénea 4×4 que relacione la localización espacial del extremo del robot con respecto al sistema de coordenadas de su base.

Por otra parte, la cinemática del robot trata también de encontrar las relaciones entre las velocidades del movimiento de las articulaciones y las del extremo. Esta relación viene dada por el **modelo diferencial** expresado mediante la matriz Jacobiana.



Figura 4.1. Diagrama de relación entre cinemática directa e inversa.

4.1. EL PROBLEMA CINEMÁTICO DIRECTO

La resolución del problema cinemático directo permite conocer cuál es la posición y orientación que adopta el extremo del robot cuando cada una de las variables que fijan la posición u orientación de sus articulaciones toma valores determinados.

Dado que son las variables articulares las que pueden ser leídas directamente de los correspondientes sensores por la unidad de control del robot, el modelo cinemático directo será utilizado por éste, entre otros fines, para presentar al usuario información relativa a la localización del extremo del robot.

Así, si se han escogido coordenadas cartesianas y ángulos de Euler para representar la posición y orientación del extremo de un robot de seis grados de libertad, la solución al problema cinemático directo vendrá dada por las relaciones:

$$\begin{aligned}x &= f_x(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) \\y &= f_y(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) \\z &= f_z(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) \\ \phi &= f_\alpha(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) \\ \theta &= f_\beta(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) \\ \psi &= f_\gamma(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6)\end{aligned}\quad [4.1]$$

La obtención del modelo cinemático directo puede ser abordado mediante dos enfoques diferentes denominados métodos geométricos y métodos basados en cambios de sistemas de referencia.

Los primeros son adecuados para casos simples, pero al no ser sistemáticos, su aplicación queda limitada a robots con pocos grados de libertad. Los métodos basados en cambio de sistemas de referencia, permiten de una manera sistemática abordar la obtención del modelo cinemático directo del robot para robots de n grados de libertad, siendo éstos, por tanto, los más frecuentemente utilizados, en particular los que usan las matrices de transformación homogénea.

4.1.1. Resolución del problema cinemático directo mediante métodos geométricos

La resolución del problema cinemático directo consiste en encontrar las relaciones que permiten conocer la localización espacial del extremo del robot a partir de los valores de sus coordenadas articulares.

La obtención de estas relaciones puede en, ciertos casos (robots de pocos GDL), ser fácil de encontrar mediante simples consideraciones geométricas. Por ejemplo, para los robots de 2GDL de la Figura 4.2 se puede obtener con facilidad:

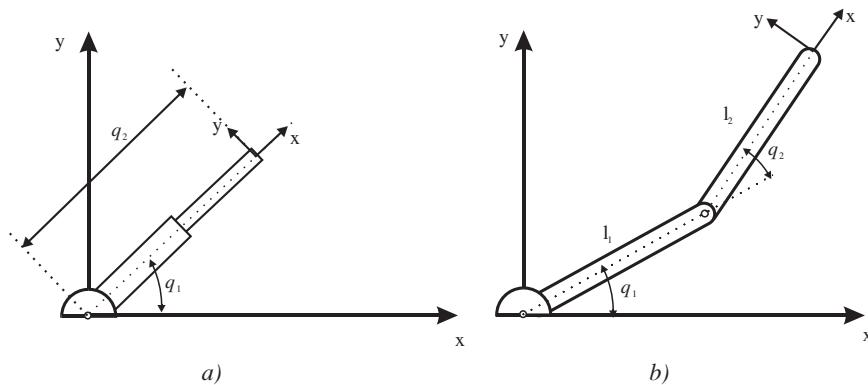


Figura 4.2. Robots planares de 2 grados de libertad.

Así, para el robot polar de la Figura 4.2a se tiene:

$$\begin{aligned} x &= q_2 \cos q_1 \\ y &= q_2 \sin q_1 \\ z &= 0 \\ [\text{noa}] &= \text{Rotz}(q_1) \end{aligned} \quad [4.2]$$

Por su parte, para el robot articulado de la Figura 4.2b:

$$\begin{aligned} x &= l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ y &= l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ z &= 0 \\ [\text{noa}] &= \text{Rotz}(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad [4.3]$$

Para un robot de 3 grados de libertad, como el de la Figura 4.3 en el que todos sus elementos quedan contenidos en un plano, puede trabajarse sobre éste, resultando un robot similar al de la Figura 4.2b obteniéndose:

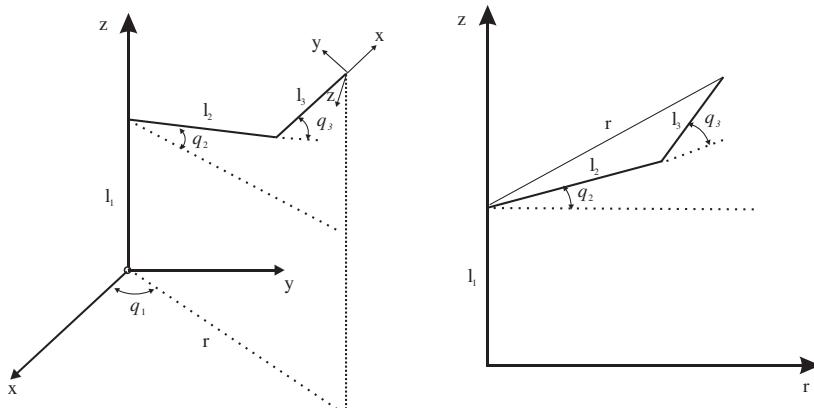


Figura 4.3. Robot de 3 grados de libertad.

$$\begin{aligned}
 r &= l_2 \cos q_2 + l_3 \cos (q_2 + q_3) \\
 z &= l_1 + l_2 \sen q_2 + l_3 \sen (q_2 + q_3) \\
 x &= r \cos q_1 \\
 y &= r \sen q_1 \\
 [\text{noa}] &= \text{Rotz}(q_1) \cdot \text{Roty}(-q_2 - q_3) \cdot \text{Rotx}(\pi / 2)
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

No existe un procedimiento específico para resolver el problema cinemático directo mediante el método geométrico, resultando por ello, por lo general, inoperativo para robots de mayor número de grados de libertad.

Para estos casos y de manera general, puede utilizarse el método basado en cambios de los sistemas de referencia, que se desarrollará en el epígrafe siguiente.

4.1.2. Resolución del problema cinemático directo mediante matrices de transformación homogénea

Como se ha visto en el capítulo anterior, se utiliza, fundamentalmente, el álgebra vectorial y matricial para representar y describir la localización de un objeto en el espacio tridimensional con respecto a un sistema de referencia fijo. Dado que un robot se puede considerar como una cadena cinemática formada por objetos rígidos o *eslabones* unidos entre sí mediante *articulaciones*, se puede establecer un sistema de referencia fijo situado en la base del robot y describir la localización de cada uno de los eslabones con respecto a dicho sistema de referencia. De esta forma, el problema cinemático directo se reduce a encontrar una matriz de transformación homogénea \mathbf{T} que relacione la posición y orientación del extremo del robot respecto del sistema de referencia fijo situado en la base del mismo. Esta matriz \mathbf{T} será función de las coordenadas articulares.

En general, un robot de n grados de libertad está formado por n eslabones unidos por n articulaciones, de forma que cada par articulación-eslabón constituye un grado de libertad. A cada eslabón se le puede asociar un sistema de referencia (Figura 4.4) solidario a él y, utilizando las transformaciones homogéneas, es posible representar las rotaciones y traslaciones relativas entre los distintos eslabones que componen el robot. Normalmente, la matriz de transformación homogénea que representa la posición y orientación relativa entre los sistemas asociados a dos eslabones consecutivos del robot se suele denominar matriz ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$. Así pues, ${}^0\mathbf{A}_1$ describe la posición y orientación del sistema de referencia solidario al primer eslabón con respecto al sistema de referencia solidario a la base, ${}^1\mathbf{A}_2$ describe la posición y orientación del segundo eslabón respecto del primero, etc. Del mismo modo, denominando ${}^0\mathbf{A}_k$ a las matrices resultantes del producto de las matrices ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$ con i desde 1 hasta k , se puede representar de forma total o parcial la cadena cinemática que forma el robot. Así, por ejemplo, la posición y orientación del sistema solidario con el segundo eslabón del robot con respecto al sistema de coordenadas de la base se puede expresar mediante la matriz ${}^0\mathbf{A}_2$:

$${}^0\mathbf{A}_2 = {}^0\mathbf{A}_1 {}^1\mathbf{A}_2 \tag{4.5}$$

De manera análoga, la matriz ${}^0\mathbf{A}_3$ representa la localización del sistema del tercer eslabón:

$${}^0\mathbf{A}_3 = {}^0\mathbf{A}_1 {}^1\mathbf{A}_2 {}^2\mathbf{A}_3 \tag{4.6}$$

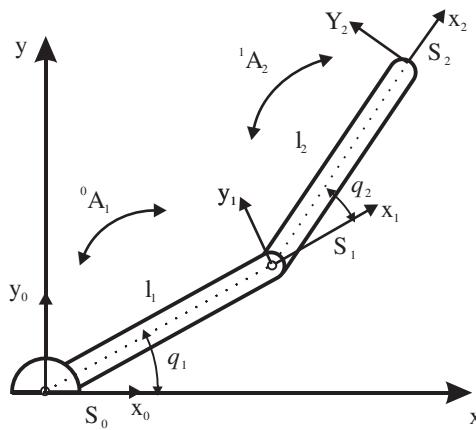


Figura 4.4. Asociación de sistemas de referencia a cada eslabón del robot.

Cuando se consideran todos los grados de libertad, a la matriz ${}^0\mathbf{A}_n$ se le suele denominar **T**. Así, dado un robot de seis grados de libertad, se tiene que la posición y orientación del eslabón final vendrá dada por la matriz **T**:

$$\mathbf{T} = {}^0\mathbf{A}_6 = {}^0\mathbf{A}_1 {}^1\mathbf{A}_2 {}^2\mathbf{A}_3 {}^3\mathbf{A}_4 {}^4\mathbf{A}_5 {}^5\mathbf{A}_6 \quad [4.7]$$

Cada una de las matrices ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$ representa el cambio de base que permite pasar del sistema asociado al eslabón $i-1$ al asociado al eslabón i . Esta matriz dependerá, además de constantes geométricas propias del eslabón, del grado de libertad q_i .

Por tanto, la Expresión [4.7] podrá escribirse como:

$$\mathbf{T}(q_1 \dots q_n) = {}^0\mathbf{A}_1(q_1) \cdot {}^1\mathbf{A}_2(q_2) \cdots {}^{n-1}\mathbf{A}_n(q_n) \quad [4.8]$$

Resultando que la relación entre el sistema de coordenadas de la base y del extremo queda definida por una matriz de transformación homogénea **T** función de las coordenadas articulares, que debe hacerse coincidir con la matriz de transformación homogénea [**noap**] correspondiente a la localización en la que se desea posicionar al robot. De esta igualdad se obtiene la solución al problema cinemático directo.

EJEMPLO 4.1

Para el robot de la Figura 4.4 se tiene que:

El paso de $\{S_0\}$ a $\{S_1\}$ se consigue mediante un giro q_1 entorno al eje **z** y una traslación l_1 a lo largo del nuevo eje **x** con lo que:

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{A}_1 &= \mathbf{Rotz}(q_1) \cdot \mathbf{T}(l_1, 0, 0) = \\ &= \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & l_1 C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & l_1 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

El paso de $\{S_1\}$ a $\{S_2\}$ se consigue mediante un giro de q_2 entorno al eje **z** y un desplazamiento de l_2 a lo largo del nuevo eje **x** con lo que:

$$\begin{aligned} {}^1\mathbf{A}_2 &= \mathbf{Rotz}(q_2) \cdot \mathbf{T}(l_2, 0, 0) = \\ &= \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & 0 \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & l_2 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & l_2 S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Con lo que $\mathbf{T} = {}^0\mathbf{A}_1 {}^1\mathbf{A}_2 =$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} C_1 S_2 - S_1 S_2 & -C_1 S_2 - S_1 C_2 & 0 & l_1 C_1 + l_2 C_{12} \\ S_1 C_2 + C_1 S_2 & -S_1 S_2 + C_1 C_2 & 0 & l_1 S_1 + l_2 S_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l_1 C_1 + l_2 C_{12} \\ S_{12} & C_{12} & 0 & l_1 S_1 + l_2 S_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Si se pretende que el robot alcance la posición dada por el vector **p** y la orientación definida por los vectores **n**, **o**, **a**, se tendrá que:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l_1 C_1 + l_2 C_{12} \\ S_{12} & C_{12} & 0 & l_1 S_1 + l_2 S_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

con lo que:

$$x = l_1 C_1 + l_2 C_{12}$$

$$y = l_1 S_1 + l_2 S_{12}$$

$$z = 0$$

$$[\mathbf{noa}] = \mathbf{Rotz}(q_1 + q_2)$$

Expresión del modelo cinemático directo del robot coincidente con la obtenida por métodos geométricos ([4.3]).

4.1.3. Algoritmo de Denavit Hartenberg para la obtención del modelo cinemático directo

Aunque para describir la relación que existe entre dos elementos contiguos se puede hacer uso de cualquier sistema de referencia ligado a cada elemento, la forma habitual que se suele utilizar en robótica es la representación de Denavit-Hartenberg (D-H). Denavit y Hartenberg [DENAVIT-55] propusieron en 1955 un método matricial que establece la localización que debe tomar cada sistema de coordenadas $\{S_i\}$ ligado a cada eslabón i de una cadena articulada, para poder sistematizar la obtención de las ecuaciones cinemáticas de la cadena completa.

Escogiendo los sistemas de coordenadas asociados a cada eslabón según la representación propuesta por D-H, será posible pasar de uno al siguiente mediante 4 transformaciones básicas que dependen exclusivamente de las características geométricas del eslabón.

Hay que hacer notar que si bien en general una matriz de transformación homogénea queda definida por 6 grados de libertad, el método de Denavit-Hartenberg, permite, en eslabones rígidos, reducir éste a 4 con la correcta elección de los sistemas de coordenadas.

Estas 4 transformaciones básicas consisten en una sucesión de rotaciones y traslaciones que permiten relacionar el sistema de referencia del elemento $i-1$ con el sistema del elemento i . Las transformaciones en cuestión son las siguientes (es importante recordar que el paso del sistema $\{S_{i-1}\}$ al $\{S_i\}$ mediante estas 4 transformaciones está garantizado sólo si los sistemas $\{S_{i-1}\}$ y $\{S_i\}$ han sido definidos de acuerdo a unas normas determinadas que se expondrán posteriormente):

1. Rotación alrededor del eje \mathbf{z}_{i-1} un ángulo θ_i .
2. Traslación a lo largo de \mathbf{z}_{i-1} una distancia d_i ; vector $\mathbf{d}_i(0,0,d_i)$.
3. Traslación a lo largo de \mathbf{x}_i una distancia a_i ; vector $\mathbf{a}_i(a_i,0,0)$.
4. Rotación alrededor del eje \mathbf{x}_i un ángulo α_i .

Donde las transformaciones se refieren al sistema móvil.

Dado que el producto de matrices no es commutativo, las transformaciones se han de realizar en el orden indicado. De este modo se tiene que:

$${}^{i-1}\mathbf{A}_i = \mathbf{Rotz}(\theta_i) \mathbf{T}(0, 0, d_i) \mathbf{T}(a_i, 0, 0) \mathbf{Rotx}(\alpha_i) \quad [4.9]$$

y realizando el producto entre matrices se obtiene que:

$$\begin{aligned} {}^{i-1}\mathbf{A}_i &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}\theta_i & -\mathbf{S}\theta_i & 0 & 0 \\ \mathbf{S}\theta_i & \mathbf{C}\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}\alpha_i & -\mathbf{S}\alpha_i & 0 \\ 0 & \mathbf{S}\alpha_i & \mathbf{C}\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}\theta_i & -\mathbf{C}\alpha_i\mathbf{S}\theta_i & \mathbf{S}\alpha_i\mathbf{S}\theta_i & a_i\mathbf{C}\theta_i \\ \mathbf{S}\theta_i & \mathbf{C}\alpha_i\mathbf{C}\theta_i & -\mathbf{S}\alpha_i\mathbf{C}\theta_i & a_i\mathbf{S}\theta_i \\ 0 & \mathbf{S}\alpha_i & \mathbf{C}\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad [4.10]$$

donde θ_i , d_i , a_i , α_i son los parámetros D-H del eslabón i . De este modo, basta con identificar los parámetros θ_i , d_i , a_i , α_i para obtener las matrices ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$ y relacionar así todos y cada uno los eslabones del robot.

Como se ha indicado, para que la matriz ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$, definida en [4.10] relacione los sistemas $\{S_{i-1}\}$ y $\{S_i\}$, es necesario que los sistemas se hayan escogido de acuerdo a unas determinadas normas. Éstas, junto con la definición de los 4 parámetros de Denavit Hartenberg, conforman el siguiente algoritmo para la resolución del problema cinemático directo:

- DH 1.** Numerar los eslabones comenzando con 1 (primer eslabón móvil de la cadena) y acabando con n (último eslabón móvil). Se numerará como eslabón 0 a la base fija del robot.
- DH 2.** Numerar cada articulación comenzando por 1 (la correspondiente al primer grado de libertad) y acabando en n.
- DH 3.** Localizar el eje de cada articulación. Si ésta es rotativa, el eje será su propio eje de giro. Si es prismática, será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.
- DH 4.** Para i de 0 a $n-1$ situar el eje \mathbf{z}_i sobre el eje de la articulación $i+1$.
- DH 5.** Situar el origen del sistema de la base $\{S_0\}$ en cualquier punto del eje \mathbf{z}_0 . Los ejes \mathbf{x}_0 e \mathbf{y}_0 se situarán de modo que formen un sistema dextrógiro con \mathbf{z}_0 .
- DH 6.** Para i de 1 a $n-1$, situar el origen del sistema $\{S_i\}$ (solidario al eslabón i) en la intersección del eje \mathbf{z}_i con la línea normal común a \mathbf{z}_{i-1} y \mathbf{z}_i . Si ambos ejes se cortasen se situaría $\{S_i\}$ en el punto de corte. Si fuesen paralelos $\{S_i\}$ se situaría en la articulación $i+1$.
- DH 7.** Situar \mathbf{x}_i en la línea normal común a \mathbf{z}_{i-1} y \mathbf{z}_i .
- DH 8.** Situar \mathbf{y}_i de modo que forme un sistema dextrógiro con \mathbf{x}_i y \mathbf{z}_i .
- DH 9.** Situar el sistema $\{S_n\}$ en el extremo del robot de modo que \mathbf{z}_n coincida con la dirección de \mathbf{z}_{n-1} y \mathbf{x}_n sea normal a \mathbf{z}_{n-1} y \mathbf{z}_n .
- DH 10.** Obtener θ_i como el ángulo que hay que girar en torno a \mathbf{z}_{i-1} para que \mathbf{x}_{i-1} y \mathbf{x}_i queden paralelos.
- DH 11.** Obtener d_i como la distancia, medida a lo largo de \mathbf{z}_{i-1} , que habría que desplazar $\{S_{i-1}\}$ para que \mathbf{x}_i y \mathbf{x}_{i-1} quedasen alineados.
- DH 12.** Obtener a_i como la distancia medida a lo largo de \mathbf{x}_i (que ahora coincidiría con \mathbf{x}_{i-1}) que habría que desplazar el nuevo $\{S_{i-1}\}$ para que su origen coincidiese con $\{S_i\}$.
- DH 13.** Obtener α_i como el ángulo que habría que girar entorno a \mathbf{x}_i , para que el nuevo $\{S_{i-1}\}$ coincidiese totalmente con $\{S_i\}$.
- DH 14.** Obtener las matrices de transformación ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$ definidas en [4.10].
- DH 15.** Obtener la matriz de transformación que relaciona el sistema de la base con el del extremo del robot $\mathbf{T} = {}^0\mathbf{A}_1 \cdot {}^1\mathbf{A}_2 \cdot {}^{n-1}\mathbf{A}_n$.
- DH 16.** La matriz \mathbf{T} define la orientación (submatriz de rotación) y posición (submatriz de traslación) del extremo referido a la base, en función de las n coordenadas articulares.

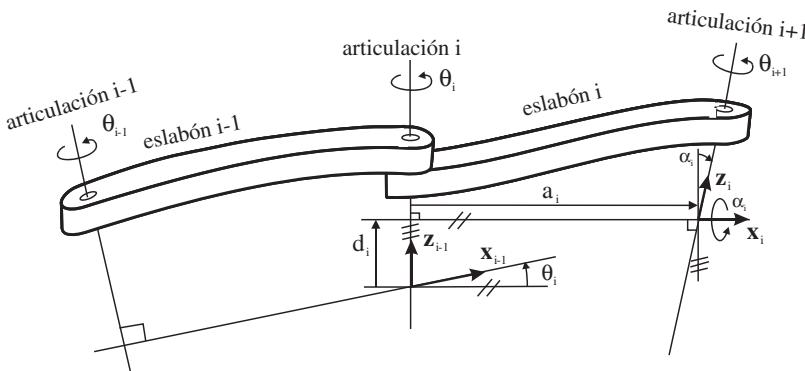


Figura 4.5. Parámetros de D-H para un eslabón giratorio.

Los cuatro parámetros de D-H (θ_i , d_i , a_i , α_i) dependen únicamente de las características geométricas de cada eslabón y de las articulaciones que le unen con el anterior y siguiente. En concreto estos representan (Figura 4.5):

- θ_i Es el ángulo que forman los ejes x_{i-1} y x_i medido en un plano perpendicular al eje z_{i-1} , utilizando la regla de la mano derecha. Se trata de un parámetro variable en articulaciones giratorias.
- d_i Es la distancia a lo largo del eje z_{i-1} desde el origen del sistema de coordenadas $(i-1)$ -ésimo hasta la intersección del eje z_{i-1} con el eje x_i . Se trata de un parámetro variable en articulaciones prismáticas.
- a_i Es la distancia a lo largo del eje x_i que va desde la intersección del eje z_{i-1} con el eje x_i hasta el origen del sistema i -ésimo, en el caso de articulaciones giratorias. En el caso de articulaciones prismáticas, se calcula como la distancia más corta entre los ejes z_{i-1} y z_i .
- α_i Es el ángulo de separación del eje z_{i-1} y el eje z_i , medido en un plano perpendicular al eje x_i , utilizando la regla de la mano derecha.

Una vez obtenidos los parámetros D-H, el cálculo de las relaciones entre los eslabones consecutivos del robot es inmediato, ya que vienen dadas por las matrices ${}^{i-1}A_i$, que se calculan según la Expresión general [4.10]. Las relaciones entre varios eslabones consecutivos dos a dos vienen dadas por las matrices T que, como ya se comentó anteriormente, se obtienen como producto de un conjunto de matrices A [4.8].

Obtenida la matriz T , ésta expresará la orientación (submatriz (3×3) de rotación) y posición (submatriz (3×1) de traslación) del extremo del robot en función de sus coordenadas articulares, con lo que quedará resuelto el problema cinemático directo.

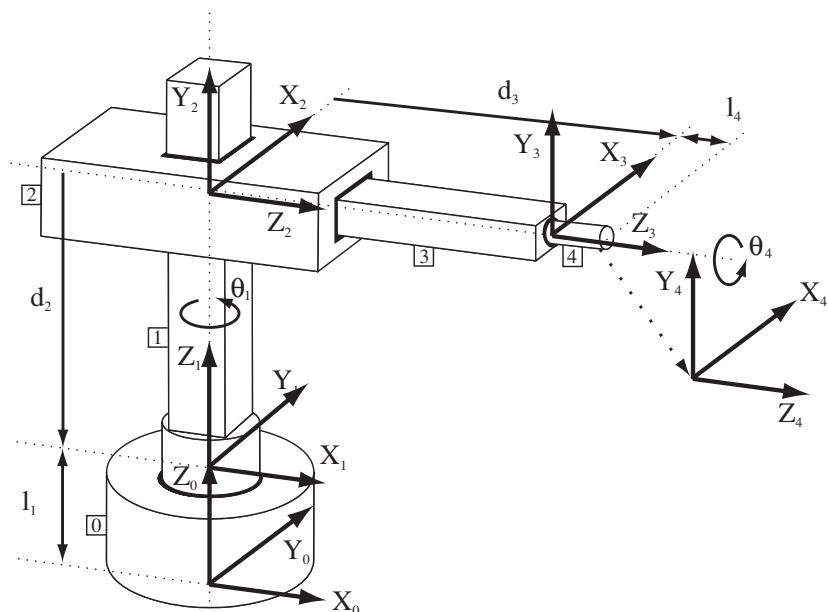


Figura 4.6. Robot cilíndrico del Ejemplo 4.2.

Tabla 4.1. Parámetros de D-H para el robot cilíndrico de la Figura 4.6

Articulación	θ	d	a	α
1	q_1	l_1	0	0
2	90	d_2	0	90
3	0	d_3	0	0
4	q_4	l_4	0	0

EJEMPLO 4.2

Con el fin de ilustrar el método expuesto anteriormente, se va a desarrollar a continuación la resolución completa del problema cinemático directo para un robot cilíndrico.

En primer lugar, se localizan los sistemas de referencia de cada una de las articulaciones del robot (Figura 4.6). Posteriormente, se determinan los parámetros de Denavit-Hartenberg del robot, con los que se construye la Tabla 4.1. Una vez calculados los parámetros de cada eslabón, se calculan las matrices $i^{-1}\mathbf{A}_i$, sustituyendo en la Expresión general [4.10] de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{A}_1 &= \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^1\mathbf{A}_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^2\mathbf{A}_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^3\mathbf{A}_4 &= \begin{bmatrix} C_4 & -S_4 & 0 & 0 \\ S_4 & C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Así pues, se puede calcular la matriz \mathbf{T} que indica la localización del sistema final con respecto al sistema de referencia de la base del robot.

$$\mathbf{T} = {}^0\mathbf{A}_1 {}^1\mathbf{A}_2 {}^2\mathbf{A}_3 {}^3\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} -S_1C_4 & S_1S_4 & C_1 & C_1(d_3 + l_4) \\ C_1C_4 & -C_1S_4 & S_1 & S_1(d_3 + l_4) \\ S_4 & C_4 & 0 & d_2 + l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Tabla 4.2. Parámetros de D-H para un robot IRB6400C

Articulación	θ	d	a	α
1	θ_1	0	0	-90
2	θ_2	l_1	0	90
3	θ_3 -90	0	$-l_2$	90
4	θ_4	l_3	0	-90
5	θ_5	0	0	90
6	θ_6	l_4	0	0

EJEMPLO 4.3

Se va a desarrollar, a continuación, la resolución completa del problema cinemático directo para un robot ABB-IRB6400C.

En primer lugar, y siguiendo el algoritmo de Denavit-Hartenberg, se localizan los sistemas de referencia de cada una de las articulaciones del robot (Figura 4.7). Posteriormente, se determinan los parámetros de Denavit-Hartenberg del robot, con los que se construye la Tabla 4.2. Se calculan ahora las matrices \mathbf{A} , sustituyendo en la expresión general de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} {}^0 \mathbf{A}_1 &= \begin{bmatrix} C_1 & 0 & -S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & C_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^1 \mathbf{A}_2 &= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 & 0 \\ S_2 & 0 & -C_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^2 \mathbf{A}_3 &= \begin{bmatrix} S_3 & 0 & -C_3 & -l_2 S_3 \\ -C_3 & 0 & -S_3 & l_2 C_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^3 \mathbf{A}_4 &= \begin{bmatrix} C_4 & 0 & -S_4 & 0 \\ S_4 & 0 & C_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & l_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^4 \mathbf{A}_5 &= \begin{bmatrix} C_5 & 0 & S_5 & 0 \\ S_5 & 0 & -C_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^5 \mathbf{A}_6 &= \begin{bmatrix} C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

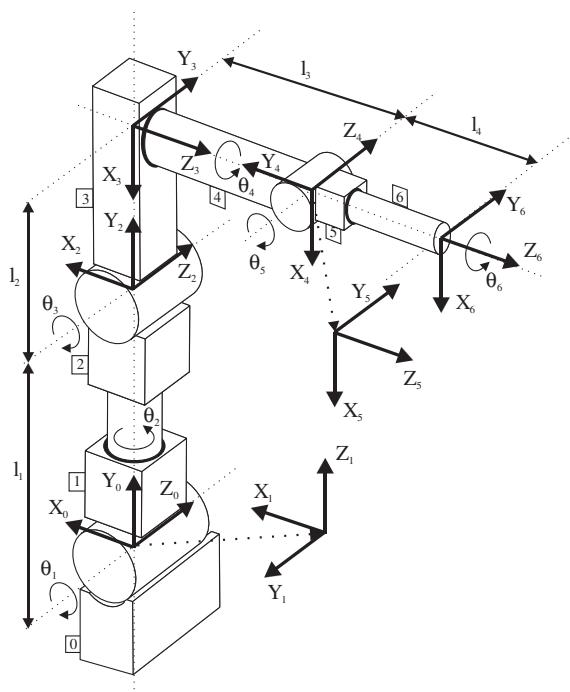


Figura 4.7. Asignación de ejes de referencia para el robot IRB6400C del Ejemplo 4.3.

Así pues, se puede calcular la matriz \mathbf{T} que indica la localización del sistema asociado al extremo del robot con respecto al sistema de referencia de la base del robot:

$$\mathbf{T} = {}^0\mathbf{A}_1{}^1\mathbf{A}_2{}^2\mathbf{A}_3{}^3\mathbf{A}_4{}^4\mathbf{A}_5{}^5\mathbf{A}_6 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A continuación se desarrollan los términos de la matriz \mathbf{T} .

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_x &= (C_1 C_2 S_3 + S_1 C_3)(C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6) + C_1 S_2 (S_4 C_5 C_6 + C_4 S_6) + (-C_1 C_2 C_3 + S_1 S_3) S_5 C_6 \\ \mathbf{n}_y &= (-S_1 C_2 S_3 + S_1 C_3)(C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6) + S_1 S_2 (S_4 C_5 C_6 + C_4 S_6) + (-S_1 C_2 C_3 - C_1 S_3) S_5 C_6 \\ \mathbf{n}_z &= (-S_2 S_3)(C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6) + C_2 (S_4 C_5 C_6 + C_4 S_6) + S_2 C_3 S_5 C_6 \\ \mathbf{o}_x &= (C_1 C_2 S_3 + S_1 C_3)(-C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6) + C_1 S_2 (-S_4 C_5 C_6 + C_4 S_6) + (-C_1 C_2 C_3 + S_1 S_3)(-S_5 C_6) \\ \mathbf{o}_y &= (-S_1 C_2 S_3 + S_1 C_3)(-C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6) + S_1 S_2 (-S_4 C_5 C_6 + C_4 S_6) + (-S_1 C_2 C_3 - C_1 S_3)(-S_5 C_6) \\ \mathbf{o}_z &= (-S_2 S_3)(-C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6) + C_2 (-S_4 C_5 C_6 + C_4 S_6) + S_2 C_3 (-S_5 C_6) \\ \mathbf{p}_x &= (C_1 C_2 S_3 + S_1 C_3)(l_4 C_4 S_5) + C_1 S_2 (l_4 S_4 S_5) + (C_1 C_2 C_3 + S_1 S_3)(-l_4 C_5 + l_3) + \\ &\quad + (-l_2 C_1 C_2 S_3 - l_2 S_1 C_3 - l_1 S_1) \\ \mathbf{p}_y &= (-S_1 C_2 S_3 - C_1 C_3)(l_4 C_4 S_5) + S_1 S_2 (l_4 S_4 S_5) + (-C_1 C_2 C_3 - C_1 S_3)(-l_4 C_5 + l_3) + \\ &\quad + (-l_2 S_1 C_2 S_3 - l_2 C_1 C_3 + l_1 C_1) \\ \mathbf{p}_z &= (-S_2 S_3)(l_4 C_4 C_5) + C_2 (l_4 S_4 S_5) + S_2 C_3 (-l_4 C_5 + l_3) + l_2 S_2 S_3 \end{aligned}$$

Para calcular las ecuaciones anteriores se necesita realizar 12 llamadas a funciones transcendentales, además de numerosas sumas y productos, teniendo en cuenta que el vector \mathbf{a} se calcula como el producto vectorial de los vectores \mathbf{n} y \mathbf{o} ($\mathbf{a} = \mathbf{n} \times \mathbf{o}$).

Como se ve, en estas ecuaciones queda reflejado el valor de la posición (p_x, p_y, p_z) y orientación ($\mathbf{n}, \mathbf{o}, \mathbf{a}$) del extremo del robot en función de las coordenadas articulares ($\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6$).

4.1.4. Solución del problema cinemático directo mediante el uso de cuaternios

Puesto que las matrices de transformación homogénea y los cuaternios son métodos alternativos para representar transformaciones de rotación y desplazamiento, será posible utilizar estos últimos de manera equivalente a las matrices para la resolución del problema cinemático directo de un robot.

Para aclarar el uso de los cuaternios con este fin, se van a utilizar a continuación para resolver el problema cinemático directo de un robot tipo SCARA cuya estructura geométrica se representa en la Figura 4.8.

El procedimiento a seguir será el de obtener la expresión que permite conocer las coordenadas de la posición y orientación del sistema de referencia asociado al extremo del robot

$\{S_4\}$ con respecto al sistema de referencia asociado a la base $\{S_0\}$. Esta relación será función de las longitudes l_1, l_2 y l_3 de los elementos del robot así como de las coordenadas articulares q_1, q_2, q_3 y q_4 . Obsérvese, que los sistemas de coordenadas se han escogido sin seguir necesariamente el convenio de DH

Para obtener la relación entre $\{S_0\}$ y $\{S_4\}$ se irá convirtiendo sucesivamente $\{S_0\}$ en $\{S_1\}, \{S_2\}, \{S_3\}$ y $\{S_4\}$ según la siguiente serie de transformaciones:

1. Desplazamiento de $\{S_0\}$ una distancia l_1 a lo largo del eje z_0 y giro un ángulo q_1 alrededor del eje z_0 , llegándose a $\{S_1\}$.
2. Desplazamiento de $\{S_1\}$ una distancia l_2 a lo largo del eje x_1 y giro un ángulo q_2 alrededor del nuevo eje z , para llegar al sistema $\{S_2\}$.
3. Desplazamiento a lo largo del eje x_2 una distancia l_3 para llegar al sistema $\{S_3\}$.
4. Desplazamiento de $\{S_3\}$ una distancia q_3 a lo largo del eje z_3 y giro en torno a z_4 de un ángulo q_4 , llegándose finalmente a $\{S_4\}$.

De manera abreviada las sucesivas transformaciones quedan representadas por:

$$\begin{aligned}
 S_0 \rightarrow S_1 &: T(z, l_1) & \text{Rotz } (q_1) \\
 S_1 \rightarrow S_2 &: T(x, l_2) & \text{Rotz } (q_2) \\
 S_2 \rightarrow S_3 &: T(x, l_3) & \text{Rotz } (0) \\
 S_3 \rightarrow S_4 &: T(z, -q_3) & \text{Rotz } (q_4)
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

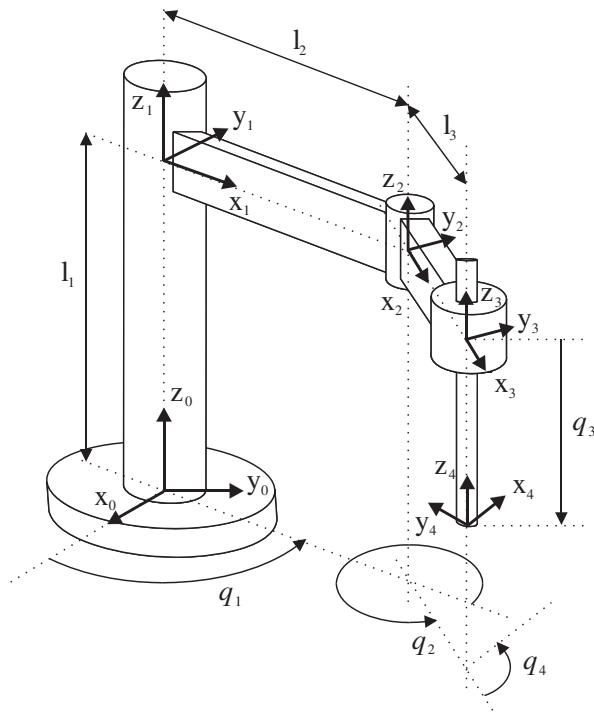


Figura 4.8. Asignación de los sistemas de referencia a un robot SCARA.

donde los desplazamientos quedan definidos por los vectores:

$$\begin{aligned}\mathbf{p}_1 &= (0, 0, l_1) \\ \mathbf{p}_2 &= (l_2, 0, 0) \\ \mathbf{p}_3 &= (l_3, 0, 0) \\ \mathbf{p}_4 &= (0, 0, -q_3)\end{aligned}\quad [4.12]$$

y los giros por los cuaternios:

$$\begin{aligned}Q_1 &= (\hat{C}_1, 0, 0, \hat{S}_1) \\ Q_2 &= (\hat{C}_2, 0, 0, \hat{S}_2) \\ Q_3 &= (1, 0, 0, 0) \\ Q_4 &= (\hat{C}_4, 0, 0, \hat{S}_4)\end{aligned}\quad [4.13]$$

donde:

$$\begin{aligned}\hat{C}_i &= \cos\left(\frac{q_i}{2}\right) \\ \hat{S}_i &= \sin\left(\frac{q_i}{2}\right)\end{aligned}\quad [4.14]$$

Aplicando las Ecuaciones [3.65] y [3.66] de uso de cuaternios, un objeto localizado en el sistema de referencia $\{S_i\}$ por su vector de posición \mathbf{a}_i y su cuaternion de rotación \mathbf{R}_i , tendrá en el sistema de referencia $\{S_{i-1}\}$ el vector de posición \mathbf{a}_{i-1} y el cuaternion \mathbf{R}_{i-1} siguientes¹:

$$\begin{aligned}(0, \mathbf{a}_{i-1}) &= Q_i(0, \mathbf{a}_i) Q_i^* + (0, \mathbf{p}_i) \\ \mathbf{R}_{i-1} &= Q_i \mathbf{R}_i\end{aligned}\quad [4.15]$$

donde \mathbf{p}_i y Q_i son respectivamente el desplazamiento y posterior rotación que permiten convertir $\{S_{i-1}\}$ en $\{S_i\}$. Aplicando reiteradamente la expresión anterior a los sistemas de referencia $\{S_0\}, \{S_1\}, \{S_2\}, \{S_3\}$ y $\{S_4\}$ se tendrá:

$$\begin{aligned}(0, \mathbf{a}_0) &= Q_1(0, \mathbf{a}_1) Q_1^* + (0, \mathbf{p}_1) \\ \mathbf{R}_0 &= Q_1 \mathbf{R}_1 \\ (0, \mathbf{a}_1) &= Q_2(0, \mathbf{a}_2) Q_2^* + (0, \mathbf{p}_2) \\ \mathbf{R}_1 &= Q_2 \mathbf{R}_2 \\ (0, \mathbf{a}_2) &= Q_3(0, \mathbf{a}_3) Q_3^* + (0, \mathbf{p}_3) \\ \mathbf{R}_2 &= Q_3 \mathbf{R}_3 \\ (0, \mathbf{a}_3) &= Q_4(0, \mathbf{a}_4) Q_4^* + (0, \mathbf{p}_4) \\ \mathbf{R}_3 &= Q_4 \mathbf{R}_4\end{aligned}\quad [4.16]$$

¹ Por claridad en la exposición, se ha suprimido el símbolo \circ de producto entre cuaternios, en ésta y siguientes expresiones.

Sustituyendo de manera consecutiva en las expresiones anteriores, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 (0, \mathbf{a}_0) &= Q_1 \left[Q_2 \left[Q_3 \left[Q_4 (0, \mathbf{a}_4) Q_4^* + (0, \mathbf{p}_4) \right] Q_3^* + (0, \mathbf{p}_3) \right] Q_2^* + (0, \mathbf{p}_2) \right] Q_1^* + (0, \mathbf{p}_1) = \\
 &= Q_1 Q_2 Q_3 Q_4 (0, \mathbf{a}_4) Q_4^* Q_3^* Q_2^* Q_1^* + Q_1 Q_2 Q_3 (0, \mathbf{p}_4) Q_3^* Q_2^* Q_1^* + \\
 &\quad + Q_1 Q_2 (0, \mathbf{p}_3) Q_2^* Q_1^* + Q_1 (0, \mathbf{p}_2) Q_1^* + (0, \mathbf{p}_1) = \\
 &= Q_{1234} (0, \mathbf{a}_4) Q_{1234}^* + Q_{123} (0, \mathbf{p}_4) Q_{123}^* + Q_{12} (0, \mathbf{p}_3) Q_{12}^* + Q_1 (0, \mathbf{p}_2) Q_1^* + (0, \mathbf{p}_1)
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

donde se ha tenido en cuenta que:

$$\begin{aligned}
 Q_{1234} &= Q_1 Q_2 Q_3 Q_4 = (\hat{C}_{124}, 0, 0, \hat{S}_{124}) \\
 Q_{123} &= Q_1 Q_2 Q_3 = (\hat{C}_{12}, 0, 0, \hat{S}_{12}) \\
 Q_{12} &= Q_1 Q_2 = (\hat{C}_{12}, 0, 0, \hat{S}_{12})
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

y que:

$$Q_{ij}^* = (Q_i Q_j)^* = Q_j^* Q_i^* \tag{4.19}$$

Desarrollando los productos de cuaternios de la Expresión [4.17] se tiene:

$$\begin{aligned}
 Q_{1234} (0, \mathbf{a}_4) Q_{1234}^* &= Q_{1234} (0, a_{4x}, a_{4y}, a_{4z}) Q_{1234}^* = \\
 &= (-\hat{S}_{124} a_{4z}, \hat{C}_{124} a_{4x} - \hat{S}_{124} a_{4y}, \hat{C}_{124} a_{4y} - \hat{S}_{124} a_{4x}, \hat{C}_{124} a_{4z}) Q_{1234}^* = \\
 &= (0, \hat{C}_{112244} a_{4x} - \hat{S}_{112244} a_{4y}, \hat{C}_{112244} a_{4y} - \hat{S}_{112244} a_{4x}, a_{4z}) \\
 Q_{123} (0, \mathbf{p}_4) Q_{123}^* + Q_{12} (0, \mathbf{p}_3) Q_{12}^* &= Q_{12} (0, \mathbf{p}_4 + \mathbf{p}_3) Q_{12}^* = (0, l_3 \hat{C}_{1122}, l_3 \hat{S}_{1122}, -q_3)
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Asimismo, según [4.12]:

$$(0, \mathbf{p}_1) = (0, 0, 0, l_1) \tag{4.21}$$

con lo que finalmente resulta:

$$\begin{aligned}
 (0, \mathbf{a}_0) &= (0, \mathbf{a}_{4x} \hat{C}_{112244} - \mathbf{a}_{4y} \hat{S}_{112244} + l_3 \hat{C}_{1122}, l_2 \hat{C}_{11}, \\
 &\quad \mathbf{a}_{4y} \hat{C}_{112244} - \mathbf{a}_{4x} \hat{S}_{112244} + l_3 \hat{S}_{1122} + l_2 \hat{S}_{11}, \mathbf{a}_{4z} - q_3 + l_1)
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

En cuanto a la relación entre los cuaternios que definen la orientación de un objeto en los sistemas $\{S_0\}$ y $\{S_4\}$ se tendrá:

$$\mathbf{R}_0 = Q_1 Q_2 Q_3 Q_4 \quad \mathbf{R}_4 = Q_{1234} \mathbf{R}_4 = (\hat{C}_{124}, 0, 0, \hat{S}_{124}) \mathbf{R}_4 \tag{4.23}$$

Las Expresiones [4.22] y [4.23] permiten conocer la posición \mathbf{a}_0 y orientación \mathbf{R}_0 de un objeto en el sistema $\{S_0\}$ conocidas éstas en el sistema $\{S_4\}$.

Si, en particular, este objeto está posicionado y orientado en el extremo del robot, se tendrá que:

$$\begin{aligned}\mathbf{a}_4 &= (0, 0, 0) \\ \mathbf{R}_4 &= (1, 0, 0, 0)\end{aligned}\quad [4.24]$$

con lo que:

$$\begin{aligned}(0, \mathbf{a}_0) &= (0, l_3 \hat{C}_{1122} + l_2 \hat{C}_{11}, l_3 \hat{S}_{1122} + l_2 \hat{S}_{11}, l_1 - q_3) \\ \mathbf{R}_0 &= (\hat{C}_{124}, 0, 0, \hat{S}_{124})\end{aligned}\quad [4.25]$$

lo que indica que el extremo del robot referido al sistema de su base $\{S_0\}$, está posicionado en:

$$\begin{aligned}x = a_{0x} &= l_3 \cos(q_1 + q_2) + l_2 \cos q_1 \\ y = a_{0y} &= l_3 \sin(q_1 + q_2) + l_2 \sin q_1 \\ z = a_{0z} &= l_1 - q_3\end{aligned}\quad [4.26]$$

y está girado respecto al sistema de la base un ángulo $q_1 + q_2 + q_4$ según la rotación en torno al eje z:

$$\text{Rotz } (q_1 + q_2 + q_4) \quad [4.27]$$

Las Expresiones [4.26] y [4.27] permiten conocer la localización del extremo del robot referidas al sistema de la base en función de las coordenadas articulares (q_1, q_2, q_3, q_4) , correspondiendo, por tanto, a la solución del problema cinemático directo.

4.2. CINEMÁTICA INVERSA

El objetivo del problema cinemático inverso consiste en encontrar los valores que deben adoptar las coordenadas articulares del robot $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ para que su extremo se posicione y oriente según una determinada localización espacial $(\mathbf{p}, [\mathbf{n}, \mathbf{o}, \mathbf{a}])$.

Así como es posible abordar el problema cinemático directo de una manera sistemática a partir de la utilización de matrices de transformación homogéneas, e independientemente de la configuración del robot, no ocurre lo mismo con el problema cinemático inverso, siendo el procedimiento de obtención de las ecuaciones fuertemente dependiente de la configuración del robot.

Se han desarrollado algunos procedimientos genéricos susceptibles de ser programados [GOLDENBERG-85], de modo que un computador pueda, a partir del conocimiento de la cinemática del robot (con sus parámetros de Denavit-Hartenberg, por ejemplo) obtener la n-upla de valores articulares que posicionan y orientan su extremo. El inconveniente de estos procedimientos es que se trata de métodos numéricos iterativos, cuya velocidad de convergencia e incluso su convergencia en sí no está siempre garantizada.

A la hora de resolver el problema cinemático inverso es mucho más adecuado encontrar una solución cerrada. Esto es, encontrar una relación matemática explícita de la forma:

$$\begin{aligned} q_k &= f_k(x, y, z, \phi, \theta, \psi) \\ k &= 1 \dots n \quad (\text{GDL}) \end{aligned} \quad [4.28]$$

Este tipo de solución presenta, entre otras, las siguientes ventajas:

1. En muchas aplicaciones, el problema cinemático inverso ha de resolverse en tiempo real (por ejemplo, en el seguimiento de una determinada trayectoria). Una solución de tipo iterativo no garantiza tener la solución en el momento adecuado.
2. Al contrario de lo que ocurría en el problema cinemático directo, con cierta frecuencia la solución del problema cinemático inverso no es única; existiendo diferentes n-uplas $[q_1, \dots, q_n]^T$ que posicionan y orientan el extremo del robot del mismo modo. En estos casos una solución cerrada permite incluir determinadas reglas o restricciones que aseguren que la solución obtenida sea la más adecuada de entre las posibles (por ejemplo, límites en los recorridos articulares).

No obstante, a pesar de las dificultades comentadas, la mayor parte de los robots poseen cinemáticas relativamente simples que facilitan en cierta medida la resolución de su problema cinemático inverso. Por ejemplo, si se consideran sólo los tres primeros grados de libertad de muchos robots, éstos tienen una estructura planar, esto es, los tres primeros elementos quedan contenidos en un plano. Esta circunstancia facilita la resolución del problema. Asimismo, en muchos robots se da la circunstancia de que los tres grados de libertad últimos, dedicados fundamentalmente a orientar el extremo del robot, corresponden a giros sobre ejes que se cortan en un punto. De nuevo esta situación facilita el cálculo de la n-upla $[q_1, \dots, q_n]^T$ correspondiente a la posición y orientación deseadas. Por tanto, para los casos citados y otros, es posible establecer ciertas pautas generales que permitan plantear y resolver el problema cinemático inverso de una manera sistemática.

Los métodos geométricos permiten, normalmente, obtener los valores de las primeras variables articulares, que son las que consiguen posicionar el robot (prescindiendo de la orientación de su extremo). Para ello utilizan relaciones trigonométricas y geométricas sobre los elementos del robot. Se suele recurrir a la resolución de triángulos formados por los elementos y articulaciones del robot.

Como alternativa para resolver el mismo problema se puede recurrir a manipular directamente las ecuaciones correspondientes al problema cinemático directo. Es decir, puesto que éste establece la relación:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{ij} \end{bmatrix} \quad [4.29]$$

donde los elementos t_{ij} son función de las coordenadas articulares $[q_1, \dots, q_n]^T$, es posible pensar que mediante ciertas combinaciones de las 12 ecuaciones planteadas en [4.29] se puedan despejar las n variables articulares q_i en función de las componentes de los vectores **n**, **o**, **a** y **p**. Debe considerarse en este caso que en general las 12 ecuaciones responden a ecuaciones trigonométricas acopladas cuya resolución no es trivial.

Para facilitar esta solución se verá que se puede proceder de manera ordenada, despejando sucesivamente los grados de libertad.

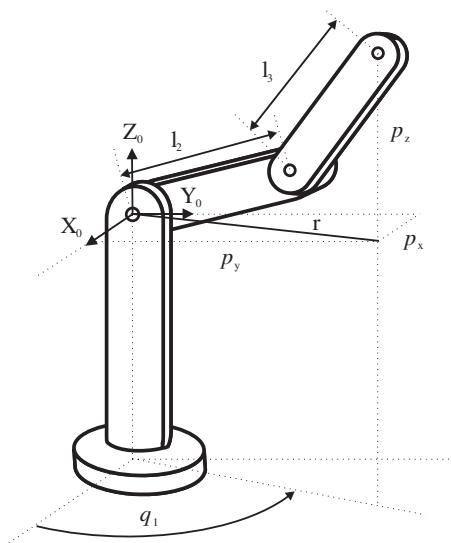


Figura 4.9. Robot articular.

Por último, si se consideran robots con capacidad de posicionar y orientar su extremo en el espacio, esto es, robots con 6 GDL, el método de desacoplamiento cinemático permite, para determinados tipos de robots, resolver los primeros grados de libertad, dedicados al posicionamiento, de manera independiente a la resolución de los últimos grados de libertad, dedicados a la orientación. Cada uno de estos dos problemas más simples podrá ser tratado y resuelto por cualquiera de los procedimientos anteriores.

4.2.1. Resolución del problema cinemático inverso por métodos geométricos

Como se ha indicado, este procedimiento es adecuado para robots de pocos grados de libertad o para el caso de que se consideren sólo los primeros grados de libertad, dedicados a posicionar el extremo.

El procedimiento en sí se basa en encontrar suficiente número de relaciones geométricas en las que intervendrán las coordenadas del extremo del robot, sus coordenadas articulares y las dimensiones físicas de sus elementos.

Para mostrar el procedimiento a seguir se va a aplicar el método a la resolución del problema cinemático inverso de un robot con 3 GDL de rotación (estructura típica articular). La Figura 4.9 muestra la configuración del robot. Los datos de partida son las coordenadas (p_x , p_y , p_z) referidas a $\{S_0\}$ en las que se quiere posicionar su extremo.

Como se ve, este robot posee una estructura planar, quedando este plano definido por el ángulo de la primera variable articular q_1 .

El valor de q_1 se obtiene inmediatamente como:

$$q_1 = \operatorname{arctg} \left(\frac{p_y}{p_x} \right) \quad [4.30]$$

Considerando ahora únicamente los elementos 2 y 3 que están situados en un plano (Figura 4.10), y utilizando el teorema del coseno, se tendrá:

$$\left. \begin{aligned} r^2 &= p_x^2 + p_y^2 \\ r^2 + p_z^2 &= l_2^2 + l_3^2 + 2l_2 l_3 \cos q_3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \quad [4.31]$$

$$\cos q_3 = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2 l_3}$$

Esta expresión permite obtener q_3 en función del vector de posición del extremo \mathbf{p} . No obstante, y por motivos de ventajas computacionales, es más conveniente utilizar la expresión de la arcotangente en lugar del arcoseno.

Puesto que

$$\sin q_3 = \pm \sqrt{1 - \cos^2 q_3} \quad [4.32]$$

se tendrá que

$$q_3 = \operatorname{arctg} \left(\frac{\pm \sqrt{1 - \cos^2 q_3}}{\cos q_3} \right) \quad [4.33]$$

con

$$\cos q_3 = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2 l_3}$$

Como se ve, existen 2 posibles soluciones para q_3 según se tome el signo positivo o el signo negativo en la raíz. Éstas corresponden a las configuraciones de codo arriba (Figura 4.10a) y codo abajo (véase Figura 4.10b) del robot.

El cálculo de q_2 se hace a partir de la diferencia entre β y α :

$$q_2 = \beta - \alpha \quad [4.34]$$

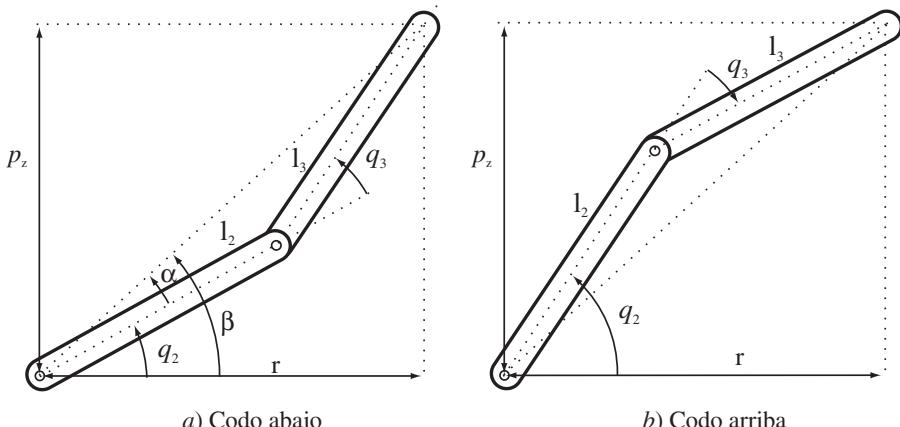


Figura 4.10. Elementos 2 y 3 del robot de la Figura 4.9 contenidos en un plano y en a) configuración codo abajo y b) configuración codo arriba.

Siendo:

$$\beta = \arctg\left(\frac{p_z}{r}\right) = \arctg\left(\frac{p_z}{\pm\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}\right) \quad [4.35]$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{l_3 \sen q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)$$

Luego, finalmente

$$q_2 = \arctg\left(\frac{p_z}{\pm\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}\right) - \arctg\left(\frac{l_3 \sen q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right) \quad [4.36]$$

De nuevo los dos posibles valores según la elección del signo dan lugar a dos valores diferentes de q_2 correspondientes a las configuraciones codo arriba y abajo.

Las Expresiones [4.30], [4.33] y [4.36] resuelven el problema cinemático inverso para el robot de 3 GDL considerado.

4.2.2. Resolución del problema cinemático inverso a partir de la matriz de transformación homogénea

En principio es posible tratar de obtener el modelo cinemático inverso de un robot a partir del conocimiento de su modelo directo. Es decir, suponiendo conocidas las relaciones que expresan el valor de la posición y orientación del extremo del robot en función de sus coordenadas articulares, obtener por manipulación de aquéllas las relaciones inversas.

Sin embargo, en la práctica esta tarea no es trivial siendo en muchas ocasiones tan compleja que obliga a desecharla. Además, puesto que el problema cinemático directo, resuelto a través de la Expresión [4.29] contiene en el caso de un robot de 6 GDL 12 ecuaciones, y se buscan sólo 6 relaciones (una por cada grado de libertad), existirán necesariamente ciertas dependencias entre las 12 expresiones de partida (resultado de la condición de ortonormalidad de los vectores **n**, **o** y **a**) con lo cual la elección de qué Ecuaciones de [4.29] escoger debe hacerse con sumo cuidado.

Se va a aplicar este procedimiento al robot de 3 GDL de configuración esférica (2 giros y un desplazamiento) mostrado en la Figura 4.11. El robot queda siempre contenido en un plano determinado por el ángulo q_1 .

El primer paso a dar para resolver el problema cinemático inverso es obtener la Expresión [4.29] correspondiente a este robot. Es decir, obtener la matriz **T** que relaciona el sistema de referencia $\{S_0\}$ asociado a la base con el sistema de referencia $\{S_3\}$ asociado a su extremo. La Figura 4.12 representa la asignación de sistemas de referencia según los criterios de Denavit-Hartenberg, con el robot situado en su posición de partida ($q_1 = q_2 = 0$), y la Tabla 4.3 muestra los valores de los parámetros de Denavit-Hartenberg.

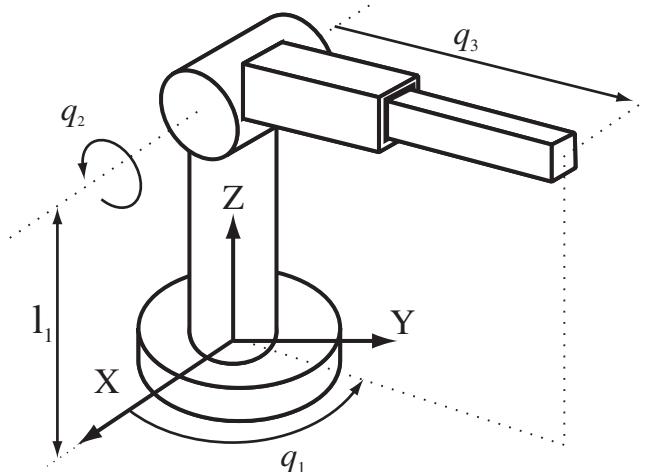


Figura 4.11. Robot polar de 3 GDL.

A partir de éstos es inmediato obtener las matrices \mathbf{A} y la matriz \mathbf{T} .

$$\begin{aligned}
 {}^0\mathbf{A}_1 &= \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^1\mathbf{A}_2 &= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & 0 \\ S_2 & 0 & C_2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^2\mathbf{A}_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 {}^0\mathbf{A}_2 &= \begin{bmatrix} C_1C_2 & -S_1 & -C_1S_2 & 0 \\ S_1C_2 & C_1 & -S_1S_2 & 0 \\ S_2 & 0 & C_2 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \mathbf{T} = {}^0\mathbf{A}_3 &= \begin{bmatrix} C_1C_2 & -S_1 & -C_1S_2 & -q_3C_1S_2 \\ S_1C_2 & C_1 & -S_1S_2 & -q_3S_1S_2 \\ S_2 & 0 & C_2 & q_3C_2 + l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad [4.37]$$

Obtenida la expresión de \mathbf{T} en función de las coordenadas articulares (q_1, q_2, q_3), y supuesta una localización de destino para el extremo del robot definida por los vectores $\mathbf{n}, \mathbf{o}, \mathbf{a}$ y \mathbf{p} se podría intentar manipular directamente las 12 ecuaciones resultantes de \mathbf{T} a fin de despejar q_1, q_2 , y q_3 en función de $\mathbf{n}, \mathbf{o}, \mathbf{a}$ y \mathbf{p} .

Tabla 4.3. Parámetros de D-H del robot de la Figura 4.11

Articulación	θ	d	a	α
1	q_1	l_1	0	90
2	q_2	0	0	-90
3	0	q_3	0	0

Sin embargo, este procedimiento directo es complicado, apareciendo ecuaciones trascendentales. En lugar de ello, suele ser más adecuado aplicar el siguiente procedimiento:

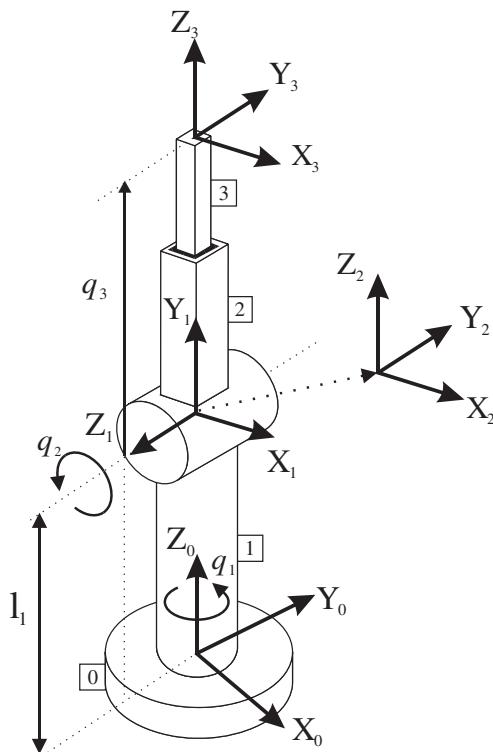


Figura 4.12. Asignación de sistemas de referencia del robot polar de la Figura 4.11.

Puesto que $\mathbf{T} = {}^0\mathbf{A}_1 {}^1\mathbf{A}_2 {}^2\mathbf{A}_3$ se tendrá que:

$$\begin{aligned} \left({}^0\mathbf{A}_1 \right)^{-1} \mathbf{T} &= {}^1\mathbf{A}_2 {}^2\mathbf{A}_3 \\ \left({}^1\mathbf{A}_2 \right)^{-1} \left({}^0\mathbf{A}_1 \right)^{-1} \mathbf{T} &= {}^2\mathbf{A}_3 \end{aligned} \quad [4.38]$$

Puesto que $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ es conocida, los miembros a la izquierda en las Expresiones [4.38] son función de las variables articulares (q_1, \dots, q_k) mientras que los miembros de la derecha lo son de las variables articulares (q_{k+1}, \dots, q_n).

De este modo, de la primera de las Expresiones de [4.38] se tendrá q_1 aislado del resto de las variables articulares y tal vez será posible obtener su valor sin la complejidad que se tendría abordando directamente la manipulación de la Expresión [4.29]. A su vez, una vez obtenida q_1 , la segunda Expresión de [4.38] permitirá obtener el valor de q_2 aislado respecto de q_3 . Por último, conocidos q_1 y q_2 se podrá obtener q_3 de la Expresión [4.29] sin excesiva dificultad.

Para poder aplicar este procedimiento, es necesario, en primer lugar, obtener las inversas de las matrices, ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$. Esto es sencillo si se considera que la inversa de una matriz de transformación homogénea viene dada por [3.45]:

$$\begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & -\mathbf{n}^T \mathbf{p} \\ o_x & o_y & o_z & -\mathbf{o}^T \mathbf{p} \\ a_x & a_y & a_z & -\mathbf{a}^T \mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [4.39]$$

Luego se tiene que:

$${}^0 \mathbf{A}_1^{-1} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -l_1 \\ S_1 & -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [4.40]$$

$${}^1 \mathbf{A}_2^{-1} = \begin{bmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & 0 \\ S_2 & 0 & C_2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} C_2 & S_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [4.40]$$

$${}^2 \mathbf{A}_3^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [4.40]$$

Por tanto, utilizando la primera de las Ecuaciones de [4.38] se tiene que:

$$\begin{aligned} {}^0 \mathbf{A}_1^{-1} {}^0 \mathbf{T}_3 = {}^1 \mathbf{A}_2 {}^2 \mathbf{A}_3 &= \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -l_1 \\ S_1 & -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & 0 \\ S_2 & 0 & C_2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & -S_2 q_3 \\ S_2 & 0 & C_2 & C_2 q_3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad [4.41]$$

De las 12 relaciones establecidas en la Ecuación [4.41] interesan aquellas que expresan q_1 en función de constantes (y no de q_2 y q_3). Así, por ejemplo, tomando el elemento (3,4) se tiene:

$$S_1 p_x - C_1 p_y = 0 \Rightarrow$$

$$\tan(q_1) = \left(\frac{p_y}{p_x} \right) \Rightarrow$$

$$q_1 = \arctan\left(\frac{p_y}{p_x} \right) \quad [4.42]$$

Utilizando ahora la segunda de las Ecuaciones de [4.38] se tendrá:

$$\begin{aligned} & \left({}^1 \mathbf{A}_2 \right)^{-1} \left({}^0 \mathbf{A}_1 \right)^{-1} \mathbf{T} = {}^2 \mathbf{A}_3 = \\ & = \begin{bmatrix} C_2 & S_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -l_1 \\ S_1 & -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [4.43] \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} C_2 C_1 & C_2 S_1 & S_2 & -l_1 S_2 \\ -S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ -S_2 C_1 & -S_2 S_1 & C_2 & -C_2 l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Tomando el elemento (1,4) se tiene:

$$\begin{aligned} C_2 C_1 p_x + C_2 S_1 p_y + S_2 p_z - l_1 S_2 &= 0 \Rightarrow \\ C_2 (C_1 p_x + S_1 p_y) + S_2 (p_z - l_1) &= 0 \Rightarrow \\ \tan(q_2) &= -\frac{C_1 p_x + S_1 p_y}{(p_z - l_1)} \quad [4.44] \end{aligned}$$

y considerando que por [4.42]:

$$\begin{aligned} S_1 p_x - C_1 p_y &= 0 \Rightarrow \\ (S_1 p_x - C_1 p_y)^2 &= S_1^2 p_x^2 + C_1^2 p_y^2 - 2 S_1 C_1 p_x p_y = 0 \Rightarrow \\ (1 - C_1^2) p_x^2 + (1 - S_1^2) p_y^2 &= 2 S_1 C_1 p_x p_y \Rightarrow \quad [4.45] \\ C_1^2 p_x^2 + S_1^2 p_y^2 + 2 S_1 C_1 p_x p_y &= p_x^2 + p_y^2 \Rightarrow \\ C_1 p_x + S_1 p_y &= \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \end{aligned}$$

se tiene finalmente:

$$q_2 = \arctan \frac{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}{l_1 - p_z} \quad [4.46]$$

Por último, tomando de [4.43] el elemento (3,4) se tiene:

$$\begin{aligned} -S_2 C_1 p_x - S_2 S_1 p_y + C_2 p_z - C_2 l_1 &= q_3 \Rightarrow \\ C_2 (p_z - l_1) - S_2 (C_1 p_x + S_1 p_y) &= q_3 \Rightarrow \quad [4.47] \\ q_3 &= C_2 (p_z - l_1) - S_2 \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \end{aligned}$$

Las Expresiones [4.42], [4.46] y [4.47] corresponden a la solución del problema cinemático inverso del robot considerado. A continuación se reproducen estas expresiones.

$$\begin{aligned} q_1 &= \arctan\left(\frac{p_y}{p_x}\right) \\ q_2 &= \arctan \frac{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}{l_1 - p_z} \\ q_3 &= C_2(p_z - l_1) - S_2 \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \end{aligned} \quad [4.48]$$

A los mismos resultados se podría haber llegado mediante consideraciones geométricas.

4.2.3. Desacople cinemático

Los procedimientos vistos en los apartados anteriores permiten obtener los valores de las 3 primeras variables articulares del robot, aquellas que posicionan su extremo en unas coordenadas (p_x, p_y, p_z) determinadas, aunque pueden ser igualmente utilizadas para la obtención de las 6 a cambio de una mayor complejidad.

Ahora bien, como es sabido, en general no basta con posicionar el extremo del robot en un punto del espacio, sino que casi siempre es preciso también conseguir que la herramienta que aquél porta se oriente de una manera determinada. Para ello, los robots cuentan con otros tres grados de libertad, situados al final de la cadena cinemática y cuyos ejes, con frecuencia, se cortan en un punto, que informalmente se denominará *muñeca del robot*. Si bien la variación de estos tres últimos grados de libertad origina un cambio en la posición final del extremo real del robot, su verdadero objetivo es poder orientar la herramienta del robot libremente en el espacio.

El método de desacople cinemático es aplicable a aquellos robots cuyos tres últimos grados de libertad se cortan en un punto, sacando partido de este hecho, separando los problemas de obtención del modelo cinemático inverso de posición y orientación. Para ello, dada una posición y orientación final deseadas, establece las coordenadas del punto de corte de los 3 últimos ejes (*muñeca del robot*) calculándose los valores de las tres primeras variables articulares (q_1, q_2, q_3) que consiguen posicionar este punto. A continuación, a partir de los datos de orientación deseada para el extremo del robot y de los ya calculados (q_1, q_2, q_3) obtiene los valores del resto de las variables articulares.

Tabla 4.4. Parámetros D-H del robot de la Figura 4.13

Articulación	θ	d	a	α
1	θ_1	l_1	0	-90
2	θ_2	0	l_2	0
3	θ_3	0	0	90
4	θ_4	l_3	0	-90
5	θ_5	0	0	90
6	θ_6	l_4	0	0

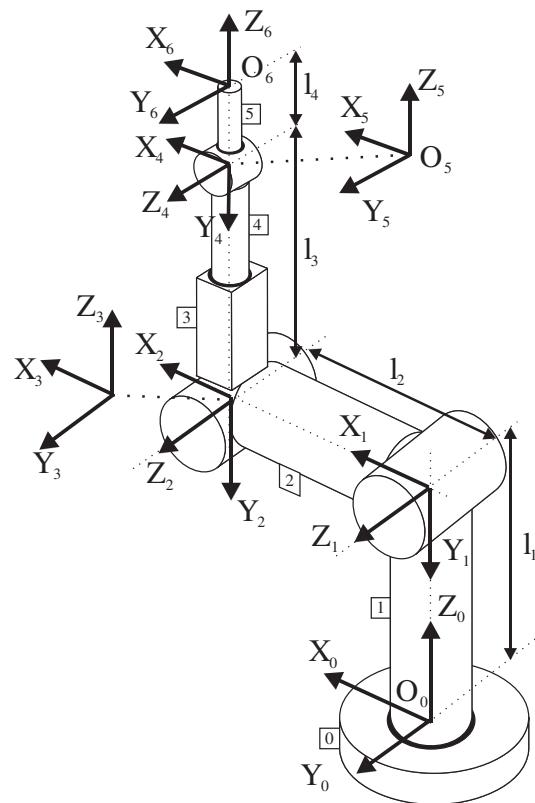


Figura 4.13. Cinemática del robot IRB2400, cuya inversa se puede desacoplar.

En la Figura 4.13 se representa un robot que reúne la citada característica de tener los tres últimos ejes concurrentes en un punto, con indicación de los sistemas de coordenadas asociados según el procedimiento de Denavit-Hartenberg, cuyos parámetros se pueden observar en la Tabla 4.4.

El punto central de la muñeca del robot corresponde al punto de corte de los ejes \mathbf{z}_3 , \mathbf{z}_4 y \mathbf{z}_5 siendo el origen de los sistemas $\{S_4\}$ y $\{S_5\}$: O_4 y O_5 respectivamente.

Como se puede observar, el movimiento de los grados de libertad 4, 5 y 6 no modifica la posición de este punto dependiendo sólo de los 3 primeros, por lo que, fijada su posición se podrán determinar, q_1 , q_2 y q_3 .

Por su parte, el punto final del robot será el origen del sistema $\{S_6\}$: O_6 . En lo que sigue se utilizarán los vectores muñeca (\mathbf{p}_m) y extremo del robot (\mathbf{p}_r):

$$\begin{aligned}\mathbf{p}_m &= \overline{O_0 O_5} \\ \mathbf{p}_r &= \overline{O_0 O_6}\end{aligned}\quad [4.49]$$

que van desde el origen del sistema asociado a la base del robot $\{S_0\}$ hasta los puntos centro de la muñeca y fin del robot, respectivamente.

Puesto que de acuerdo a la regla DH9, la dirección del eje \mathbf{z}_6 debe coincidir con la de \mathbf{z}_5 y la distancia entre O_5 y O_6 medida a lo largo de \mathbf{z}_5 es precisamente $d_4 = l_4$, se tendrá que:

$$\mathbf{p}_m = \mathbf{p}_r - l_4 \mathbf{z}_6 \quad [4.50]$$

estando todos los vectores referidos a las coordenadas del sistema $\{S_0\}$.

En la Expresión [4.50] \mathbf{p}_r son las coordenadas del punto donde se pretende que se posicione el robot expresadas en $\{S_0\}$. Por tanto

$$\mathbf{p}_r = [p_x, p_y, p_z] \quad [4.51]$$

El vector director \mathbf{z}_6 es el vector \mathbf{a} correspondiente a la orientación deseada $\mathbf{z}_6 = [a_x, a_y, a_z]^T$ y l_4 es un parámetro asociado con el robot. Por tanto, las coordenadas del punto central de la muñeca (p_{mx}, p_{my}, p_{mz}) son fácilmente obtenibles.

Los eslabones 1, 2 y 3, que finalizan en \mathbf{p}_m constituyen un robot de 3 gdl equivalente al analizado en el Epígrafe 4.2.1, donde se vio que era posible la obtención de q_1, q_2, q_3 mediante un método geométrico.

Queda ahora obtener los valores de q_4, q_5 y q_6 que consiguen la orientación deseada. Para ello, denominando ${}^0\mathbf{R}_6$ a la submatriz de rotación de ${}^0\mathbf{T}_6$ se tendrá:

$${}^0\mathbf{R}_6 = [\mathbf{n} \ \mathbf{o} \ \mathbf{a}] = {}^0\mathbf{R}_3 {}^3\mathbf{R}_6 \quad [4.52]$$

donde ${}^0\mathbf{R}_6$ es conocida por ser la orientación deseada del extremo del robot, y ${}^0\mathbf{R}_3$ definida por:

$${}^0\mathbf{R}_3 = {}^0\mathbf{R}_1^{-1} {}^1\mathbf{R}_2 {}^2\mathbf{R}_3 \quad [4.53]$$

donde ${}^{i-1}\mathbf{R}_i$ es la submatriz de rotación de la matriz ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$

que también será conocida a partir de los valores ya obtenidos de q_1, q_2 y q_3 . Por tanto:

$${}^3\mathbf{R}_6 = [r_{ij}] = ({}^0\mathbf{R}_3)^{-1} {}^0\mathbf{R}_6 = ({}^0\mathbf{R}_3)^T [\mathbf{n} \ \mathbf{o} \ \mathbf{a}] \quad [4.54]$$

Siendo el término de la derecha una matriz, cuyas componentes numéricas r_{ij} son conocidas.

Por otra parte, ${}^3\mathbf{R}_6$ corresponde con la submatriz (3×3) de rotación de la matriz de transformación homogénea ${}^3\mathbf{T}_6$ que relaciona el sistema $\{S_3\}$ con el $\{S_6\}$. Por tanto:

$${}^3\mathbf{R}_6 = {}^3\mathbf{R}_4 {}^4\mathbf{R}_5 {}^5\mathbf{R}_6 \quad [4.55]$$

donde ${}^{i-1}\mathbf{R}_i$ es la submatriz de rotación de la matriz de Denavit-Hartemberg ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$, cuyos valores son:

$${}^3\mathbf{R}_4 = \begin{bmatrix} C_4 & 0 & -S_4 \\ S_4 & 0 & C_4 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad {}^4\mathbf{R}_5 = \begin{bmatrix} C_5 & 0 & S_5 \\ S_5 & 0 & -C_5 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad {}^5\mathbf{R}_6 = \begin{bmatrix} C_6 & -S_6 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [4.56]$$

Luego se tiene que:

$${}^3\mathbf{R}_6 = \begin{bmatrix} C_4C_5C_6 - S_4S_6 & -C_4C_5S_6 - S_4C_6 & C_4S_5 \\ S_4C_5C_6 + C_4S_6 & -S_4C_5S_6 + C_4C_6 & -S_4C_5 \\ -S_5C_6 & S_5S_6 & C_5 \end{bmatrix} \quad [4.57]$$

Por tanto [4.54] puede escribirse como:

$$\begin{bmatrix} r_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_4C_5C_6 - S_4S_6 & -C_4C_5S_6 - S_4C_6 & C_4S_5 \\ S_4C_5C_6 + C_4S_6 & -S_4C_5S_6 + C_4C_6 & -S_4C_5 \\ -S_5C_6 & S_5S_6 & C_5 \end{bmatrix} \quad [4.58]$$

Donde r_{ij} serán por [4.54] valores numéricos conocidos.

De las nueve relaciones expresadas en [4.58] se pueden tomar las correspondientes a r_{13} , r_{23} , r_{33} , r_{31} y r_{32} :

$$\begin{aligned} r_{13} &= C_4S_5 \\ r_{23} &= -S_4C_5 \\ r_{31} &= -S_5C_6 \quad r_{32} = -S_5S_6 \quad r_{33} = -C_5 \end{aligned} \quad [4.59]$$

Del conjunto de Ecuaciones [4.59] es inmediato obtener los valores de los parámetros articulares (se recomienda convertir todas las funciones trigonométricas inversas en su arco-tangente, por ser ésta computacionalmente más robusta):

$$\begin{aligned} q_4 &= \arcsen \left(-\frac{r_{23}}{r_{33}} \right) \\ q_5 &= \arccos(r_{33}) \\ q_6 &= \arctan \left(-\frac{r_{32}}{r_{31}} \right) \end{aligned} \quad [4.60]$$

Esta expresión, junto con las [4.30], [4.33] y [4.36], y teniendo en cuenta que las posiciones de cero son distintas, constituyen la solución completa del problema cinemático inverso del robot articular de la Figura 4.13.

4.3. MODELO DIFERENCIAL. MATRIZ JACOBIANA

El modelado cinemático de un robot busca las relaciones entre las variables articulares y la posición (expresada normalmente en forma de coordenadas cartesianas) y orientación del extremo del robot (expresada como matrices de rotación, ángulos de Euler o algún otro de los

métodos establecidos en el Capítulo 3). En esta relación no se tienen en cuenta las fuerzas o pares que actúan sobre el robot (actuadores, cargas, fricciones, etc.) y que pueden originar el movimiento del mismo. Sin embargo, sí incumbe a la cinemática del robot el conocer la relación entre las velocidades de las coordenadas articulares y las de la posición y orientación del extremo, o lo que es equivalente, el efecto que un movimiento diferencial de las variables articulares tiene sobre las variables en el espacio de la tarea. Esta relación queda definida por el modelo diferencial. Mediante él, el sistema de control del robot puede establecer qué velocidades debe imprimir a cada articulación (a través de sus respectivos actuadores) para conseguir que el extremo desarrolle una trayectoria temporal concreta, por ejemplo, una línea recta a velocidad constante.

El modelo diferencial queda concretado en la denominada matriz Jacobiana. En general la **matriz Jacobiana** de un robot, relaciona el vector de velocidades articulares ($\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n$) con otro vector de velocidades expresado en un espacio distinto. Existen diferentes posibilidades a la hora de seleccionar este espacio. Una primera elección es la de considerar la relación con las velocidades de la localización del extremo del robot, siendo ésta la posición y orientación expresada en base a sus coordenadas cartesianas y a sus ángulos de Euler ($\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$) (otras representaciones de la orientación pueden ser consideradas). Esta relación viene dada por la denominada **Jacobiana analítica** del manipulador.

Una segunda elección es relacionar las velocidades articulares, con los vectores de velocidad linear y angular ($v_x, v_y, v_z, w_x, w_y, w_z$) con que se mueve el extremo del robot, expresados en un sistema de referencia determinado, por ejemplo el del origen. La relación entre ambas velocidades (articulares y linear-angular del extremo) se obtiene a través de la denominada **matriz Jacobiana geométrica** o simplemente **Jacobiana** del manipulador.

En ambos casos, la matriz **Jacobiana directa** permite conocer una expresión de las velocidades del extremo del robot a partir de los valores de las velocidades de cada articulación. Por su parte, la matriz **Jacobiana inversa** permitirá conocer las velocidades articulares necesarias para obtener un vector concreto de velocidades del extremo.

4.3.1. Jacobiana analítica

Supóngase conocida la posición (x, y, z) del extremo del robot así como su orientación, definida por cualquiera de los procedimientos establecidos en el Capítulo 3, por ejemplo los ángulos de Euler WVV (ϕ, θ, ψ). La Jacobiana analítica relaciona las velocidades articulares ($\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n$) con las velocidades de localización (posición y orientación) del extremo del robot ($\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$) (Figura 4.14).

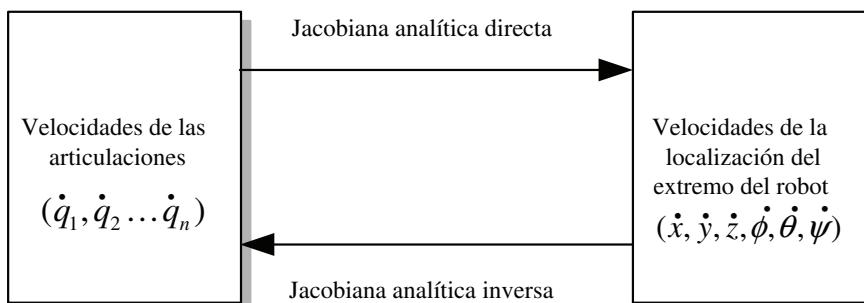


Figura 4.14. Jacobiana analítica directa e inversa.

El método más directo para obtener la relación entre velocidades articulares y del extremo del robot consiste en diferenciar las ecuaciones correspondientes al modelo cinemático directo.

Así, supónganse conocidas las ecuaciones que resuelven el problema cinemático directo de un robot de n GDL:

$$\begin{aligned} x &= f_x(q_1, \dots, q_n) & y &= f_y(q_1, \dots, q_n) & z &= f_z(q_1, \dots, q_n) \\ \phi &= f_\phi(q_1, \dots, q_n) & \theta &= f_\theta(q_1, \dots, q_n) & \psi &= f_\psi(q_1, \dots, q_n) \end{aligned} \quad [4.61]$$

Si se derivan con respecto al tiempo ambos miembros del conjunto de ecuaciones anteriores, se tendrá:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_x}{\partial q_i} \dot{q}_i & \dot{y} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_y}{\partial q_i} \dot{q}_i & \dot{z} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_z}{\partial q_i} \dot{q}_i \\ \dot{\phi} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_\phi}{\partial q_i} \dot{q}_i & \dot{\theta} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_\theta}{\partial q_i} \dot{q}_i & \dot{\psi} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_\psi}{\partial q_i} \dot{q}_i \end{aligned} \quad [4.62]$$

O expresado en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_a \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} \quad \text{con } \mathbf{J}_a = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_x}{\partial q_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_\psi}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_\psi}{\partial q_n} \end{bmatrix} \quad [4.63]$$

La matriz \mathbf{J}_a se denomina matriz **Jacobiana analítica**.

Puesto que el valor numérico de cada uno de los elementos $[j_{pq}]$ de la Jacobiana dependerá de los valores de las coordenadas articulares q_i , el valor de la Jacobiana será diferente en cada uno de los puntos del espacio articular.

EJEMPLO 4.4

Se va a obtener la matriz Jacobiana analítica del robot SCARA de la Figura 4.8, cuyo esquema con la correspondiente asignación de sistemas de coordenadas según DH se muestra en la Figura 4.15.

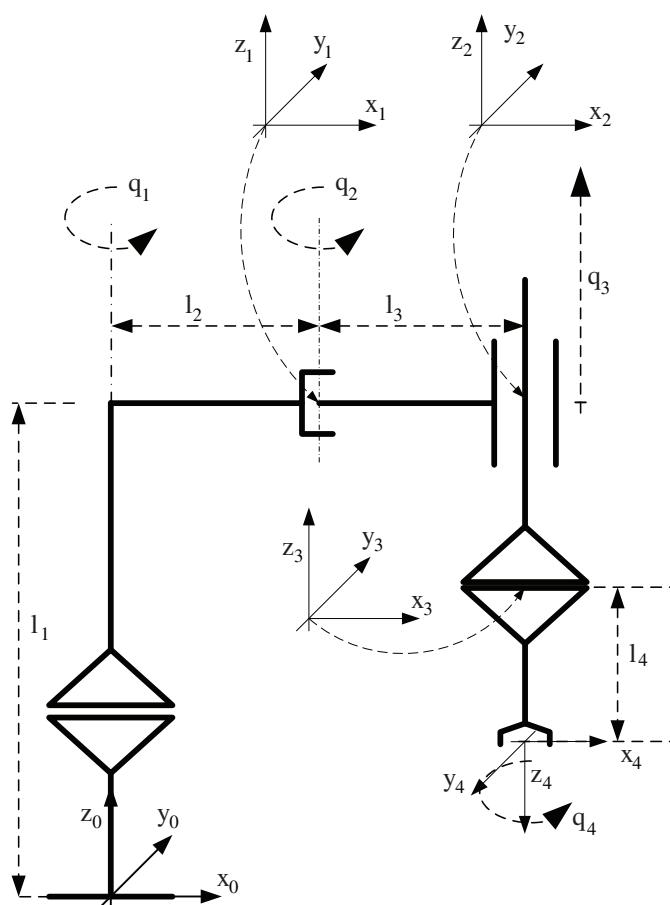


Figura 4.15. Robot Scara Ejemplo 4.4.

La Tabla de parámetros de DH viene dada por:

Tabla 4.5. Parámetros D-H para el robot Scara de la Figura 4.15

Articulación	θ	d	a	α
1	q_1	l_1	l_2	0
2	q_2	0	l_3	0
3	0	q_3	0	0
4	q_4	$-l_4$	0	π

A partir de ella se obtienen las matrices DH:

$$\begin{aligned}
 {}^0\mathbf{A}_1 &= \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & l_2 C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & l_2 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^1\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & l_3 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & l_3 S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 {}^2\mathbf{A}_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^1\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} C_4 & S_4 & 0 & 0 \\ S_4 & -C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -l_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 {}^0\mathbf{A}_2 &= \begin{bmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l_3 C_{12} + l_2 C_1 \\ S_{12} & C_{12} & 0 & l_3 S_{12} + l_2 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^0\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l_3 C_{12} + l_2 C_1 \\ S_{12} & C_{12} & 0 & l_3 S_{12} + l_2 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 + l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{T} = {}^0\mathbf{A}_4 &= \begin{bmatrix} C_{124} & S_{124} & 0 & l_3 C_{12} + l_2 C_1 \\ S_{124} & -C_{124} & 0 & l_3 S_{12} + l_2 S_1 \\ 0 & 0 & -1 & -l_4 + q_3 + l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Las correspondientes al problema cinemático directo viene determinado por las ecuaciones:

$$x = l_3 C_{12} + l_2 C_1$$

$$y = l_3 S_{12} + l_2 S_1$$

$$z = l_1 - l_4 + q_3$$

$$\phi = q_1 + q_2 + q_4$$

$$\theta = \pi$$

$$\psi = \pi$$

Nótese que en ese caso los ángulos de Euler WVV se obtienen fácilmente, correspondiendo a:

$$\mathbf{Rotz}(q_1 + q_2 + q_4) \cdot \mathbf{Rotx}(\pi) = \mathbf{Rotz}(q_1 + q_2 + q_4) \cdot \mathbf{Roty}(\pi) \cdot \mathbf{Rotz}(\pi).$$

La Jacobiana analítica se obtiene por derivación directa de estas relaciones, resultando:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_a \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_a = \begin{bmatrix} -(l_3 S_{12} + l_2 S_1) & -l_3 S_{12} & 0 & 0 \\ l_3 C_{12} + l_2 C_1 & l_3 C_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Si el robot se encuentra en un momento determinado en la posición dada por

$$q_1 = \frac{\pi}{6} \text{ rad}; q_2 = \frac{\pi}{4} \text{ rad}; q_3 = 0.75m; q_4 = 0 \text{ rad}$$

moviéndose a una velocidad articular de valor instantáneo:

$$\dot{q}_1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}; \dot{q}_2 = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}; \dot{q}_3 = 1 \text{ m/s}; \dot{q}_4 = \frac{\pi}{4} \text{ rad/s}$$

y con $l_2 = l_3 = 1 \text{ m}$, la localización de su extremo variará a una velocidad dada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,465 & 0,965 & 0 & 0 \\ 1,124 & 0,258 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi/2 \\ \pi/2 \\ 1 \\ 5\pi/4 \\ \pi/4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3,81 \\ 2,17 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Si, manteniéndose la velocidad articular, el robot se encontrase en la posición

$$q_1 = \frac{\pi}{3} \text{ rad}; q_2 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}; q_3 = 0.75m; q_4 = 0 \text{ rad}, \text{ la velocidad del extremo sería:}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,36 & -0,5 & 0 & 0 \\ -0,366 & -0,866 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi/2 \\ \pi/2 \\ 1 \\ \pi/4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,92 \\ -1,935 \\ 1 \\ 5\pi/4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

4.3.2. Jacobiana geométrica

La Jacobiana analítica presentada en el epígrafe anterior relaciona las velocidades de las articulaciones con la velocidad de variación de la posición y orientación del extremo del robot.

Otra posible relación de interés es la que se establece entre las velocidades articulares y la velocidad lineal (\mathbf{v}) y angular (\mathbf{w}) del extremo del robot expresadas habitualmente en el sistema de referencia de la base del robot $\{S_0\}$.

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = \mathbf{J} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} \quad [4.64]$$

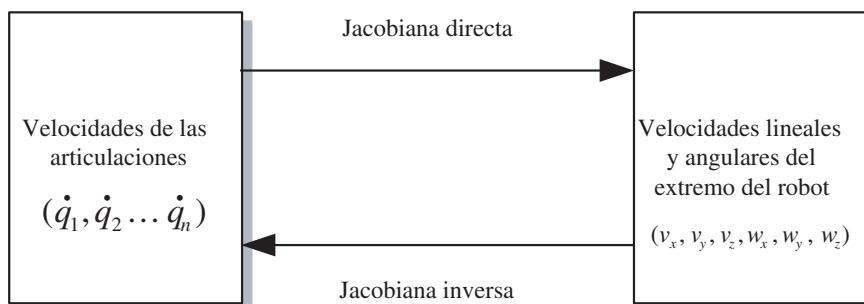


Figura 4.16. Jacobiana geométrica directa e inversa.

Para diferenciarla de la relación anterior, se denominará a ésta **Jacobiana geométrica** o simplemente Jacobiana.

La deducción de esta matriz Jacobiana es menos directa que la Jacobiana analítica, precisando su obtención algunas consideraciones. Se va a presentar aquí el modo en que ésta

puede ser obtenida de manera directa a partir de la matriz de transformación homogénea $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, que define el modelo cinemático directo del robot.

La velocidad lineal del extremo expresada en el sistema $\{S_0\}$, vendrá dada por las derivadas respecto del tiempo de las coordenadas (x, y, z) del extremo del robot, de modo que:

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{dx}{dt} = \dot{x} = \dot{p}_x \\ v_y &= \frac{dy}{dt} = \dot{y} = \dot{p}_y \\ v_z &= \frac{dz}{dt} = \dot{z} = \dot{p}_z \end{aligned} \quad [4.65]$$

Por tanto, la relación de la velocidad lineal del extremo del robot (v_x, v_y, v_z) con las velocidades articulares $(\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n)$ será la misma que la de $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ definida en la Jacobiana analítica (Ecuación [4.63]) pudiendo ser obtenida a partir del vector $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$ de la matriz \mathbf{T} , que expresa la posición del extremo en función de las coordenadas articulares.

Para obtener la relación de la velocidad angular (w_x, w_y, w_z) con las velocidades articulares, se considerará la submatriz (3×3) de rotación $\mathbf{R} = [\mathbf{n} \ \mathbf{o} \ \mathbf{a}]$ de la matriz de transformación homogénea del robot \mathbf{T} .

Como es sabido \mathbf{R} es una matriz ortogonal y por ello:

$$\mathbf{R} \cdot \mathbf{R}^T = \mathbf{I} \quad [4.66]$$

Derivando con respecto del tiempo esta igualdad se tiene:

$$\dot{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{R}^T + \mathbf{R} \cdot \dot{\mathbf{R}}^T = \mathbf{0} \quad [4.67]$$

Se define la matriz $\boldsymbol{\Omega}$ como:

$$\boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{R}^T \quad [4.68]$$

Siendo evidente que:

$$\boldsymbol{\Omega}^T = \mathbf{R} \cdot \dot{\mathbf{R}}^T \quad [4.69]$$

Por tanto, de acuerdo a las relaciones anteriores se cumple que:

$$\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\Omega}^T = \mathbf{0} \quad [4.70]$$

Lo que indica que $\boldsymbol{\Omega}$ es una matriz antisimétrica.

Se puede demostrar [SPONG-06] que sus elementos están dados por el vector de velocidades angulares (w_x, w_y, w_z) , según:

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & -w_z & w_y \\ w_z & 0 & -w_x \\ -w_y & w_x & 0 \end{bmatrix} \quad [4.71]$$

Por tanto, para obtener los valores de las velocidades angulares (w_x, w_y, w_z) en función de las velocidades articulares ($\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n$), se obtendrá $\boldsymbol{\Omega}$ a partir de \mathbf{R} según [4.68], utilizando [4.71] para obtener los valores de \mathbf{w} .

En resumen, es posible obtener la Jacobina geométrica de un robot definida según [4.64] a partir de la expresión de la matriz $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Para ello se obtendrán las tres primeras filas a partir de derivar con respecto del tiempo la expresión de $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$, lo que proporcionará la expresión de (v_x, v_y, v_z) . Por su parte la expresión de (w_x, w_y, w_z) , se obtendrá a partir de la matriz $\boldsymbol{\Omega}$, definida según [4.68] en función de la submatriz de rotación $\mathbf{R} = [\mathbf{n} \, \mathbf{o} \, \mathbf{a}]$.

Este procedimiento de obtención de la matriz Jacobiana a partir de la derivada analítica con respecto del tiempo, no es válido para su implementación computacional, pues precisa de derivar el vector \mathbf{p} y obtener la matriz $\dot{\mathbf{R}}(q)$, lo que, por lo general, es excesivamente complejo. Por ello, se han desarrollado procedimientos numéricos alternativos alguno de los cuales se mostrará en los epígrafes siguientes.

EJEMPLO 4.5

Se va a obtener la Jacobiana geométrica del Robot Scara del Ejemplo 4.4.

Las tres primeras filas de ésta relacionarán las componentes de la velocidad lineal \mathbf{v} con las velocidades articulares, mientras que las tres últimas filas definirán la relación entre las componentes de la velocidad angular $\boldsymbol{\omega}$ y las articulares. De modo que

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = \mathbf{J} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_v \\ \mathbf{J}_w \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}$$

Tal y como se obtuvo en el Ejemplo 4.5 la matriz \mathbf{T} correspondiente al robot viene dada por:

$$\mathbf{T} = {}^0\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} C_{124} & S_{124} & 0 & l_3C_{12} + l_2C_1 \\ S_{124} & -C_{124} & 0 & l_3S_{12} + l_2S_1 \\ 0 & 0 & -1 & -l_4 + q_3 + l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Siendo, por tanto,

$$\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$$

Con

$$p_x = l_3 C_{12} + l_2 C_1$$

$$p_y = l_3 S_{12} + l_2 S_1$$

$$p_z = l_1 + q_3$$

La submatriz \mathbf{J}_v se obtendrá derivando la expresión de \mathbf{p} con respecto de q_1, q_2, q_3 y q_4

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{dp_x}{dt} = -(l_3 S_{12} + l_2 S_1) \dot{q}_1 - l_3 S_{12} \dot{q}_2 \\ v_y &= \frac{dp_y}{dt} = (l_3 C_{12} + l_2 C_1) \dot{q}_1 + l_3 C_{12} \dot{q}_2 \\ v_z &= \frac{dp_z}{dt} = \dot{q}_3 \end{aligned}$$

Por lo que \mathbf{J}_v tomará la forma:

$$\mathbf{J}_v = \begin{bmatrix} -(l_3 S_{12} + l_2 S_1) & -l_3 S_{12} & 0 & 0 \\ l_3 C_{12} + l_2 C_1 & l_3 C_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Para obtener \mathbf{J}_w se obtendrá la matriz antisimétrica $\mathbf{\Omega}$, a partir de la submatriz de rotación \mathbf{R} según la Expresión [4.68]

En este caso la submatriz de rotación \mathbf{R} vale:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} C_{124} & S_{124} & 0 \\ S_{124} & -C_{124} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Su derivada respecto del tiempo será:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{R}} &= \frac{d\mathbf{R}}{dq_1} \dot{q}_1 + \frac{d\mathbf{R}}{dq_2} \dot{q}_2 + \frac{d\mathbf{R}}{dq_3} \dot{q}_3 + \frac{d\mathbf{R}}{dq_4} \dot{q}_4 = \\ &= \begin{bmatrix} -S_{124} & C_{124} & 0 \\ C_{124} & S_{124} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_4) \end{aligned}$$

Por tanto, Ω valdrá:

$$\begin{aligned}\Omega &= \begin{bmatrix} 0 & -w_z & w_y \\ w_z & 0 & -w_x \\ -w_y & w_x & 0 \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{R}^T = (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_4) \cdot \begin{bmatrix} -S_{124} & C_{124} & 0 \\ C_{124} & S_{124} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_{124} & S_{124} & 0 \\ S_{124} & -C_{124} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^T = \\ &= (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_4) \cdot \begin{bmatrix} -S_{124} & C_{124} & 0 \\ C_{124} & S_{124} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_{124} & S_{124} & 0 \\ S_{124} & -C_{124} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \\ &= (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_4) \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

De donde se obtiene que $w = (w_x, w_y, w_z)$ vale:

$$\begin{aligned}w_x &= 0 \\ w_y &= 0 \\ w_z &= \dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_4\end{aligned}$$

Siendo, por tanto, la submatriz \mathbf{J}_w

$$\mathbf{J}_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Resultando que la Jacobiana geométrica para el robot SCARA toma la forma:

$$\mathbf{J}_v = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_v \\ \mathbf{J}_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(l_3S_{12} + l_2S_1) & -l_3S_{12} & 0 & 0 \\ l_3C_{12} + l_2C_1 & l_3C_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Con ella puede conocerse la velocidad lineal y angular del extremo del robot expresada en el sistema de coordenadas $\{\mathbf{S}_0\}$, según:

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = \mathbf{J} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}$$

4.3.3. Obtención numérica de la Jacobiana geométrica

Existen diferentes procedimientos que permiten la obtención numérica de la Jacobiana a partir de la información contenida en las matrices ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$, que definen el modelo cinemática [ORIN-84].

Debe considerarse que puesto que las matrices ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$ tienen, para un robot determinado, una expresión genérica función de q_i (tomando ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$ un valor numérico concreto para un valor numérico de q_i) estos procedimientos pueden ser aplicados tanto de manera analítica, para obtener la expresión general de la Jacobiana, como numérica, para la obtención del valor instantáneo de la Jacobiana en una posición concreta del robot.

El siguiente procedimiento de obtención de la Jacobina, está el basado en la propagación de las velocidades. Este método permite obtener las columnas de la matriz Jacobiana geométrica que relaciona las velocidades articulares con las velocidades lineales y angulares del extremo del robot, medidas con respecto del sistema de base, a partir de las matrices ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$.

Se denomina ${}^0\mathbf{z}_i$ al vector unitario orientado según el eje de la articulación $i+1$, definido en el sistema de coordenadas de la base del robot $\{S_0\}$ (tal como se definió en las reglas DH3 y DH4 del Epígrafe 4.1.3. Algoritmo de Denavit-Hartenberg)

Las matrices ${}^{i-1}\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} {}^{i-1}\mathbf{n}_i & {}^{i-1}\mathbf{o}_i & {}^{i-1}\mathbf{a}_i & {}^{i-1}\mathbf{p}_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ contienen la información de los vectores directores y origen del sistema $\{S_i\}$ en la base $\{S_{i-1}\}$. Por tanto, la matriz ${}^0\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{n}_i & {}^0\mathbf{o}_i & {}^0\mathbf{a}_i & {}^0\mathbf{p}_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ contendrá la información de los vectores directores y origen del sistema $\{S_i\}$ (solidario al eslabón i y con su eje z_i en el eje de la articulación $i+1$) en la base $\{S_0\}$. De modo que ${}^0\mathbf{z}_i$ estará definido por los tres primeros elementos de la tercera columna de ${}^0\mathbf{A}_i$. (Al ser ${}^0\mathbf{A}_0$ la matriz identidad ${}^0\mathbf{z}_0$ será el vector $(0,0,1)$).

$${}^0\mathbf{z}_i = {}^0\mathbf{A}_i (1:3,3) \quad [4.72]$$

Donde la notación $(i:j, k)$ indica los elementos i a j de la columna k .

Se denominará ${}^i\mathbf{p}_n$ al vector que va desde el origen del sistema $\{S_i\}$ hasta el extremo del robot (origen del sistema $\{S_n\}$) expresado en el sistema de la base del robot $\{S_0\}$.

Puesto que la cuarta columna de ${}^0\mathbf{A}_n$ contiene las coordenadas del extremo del robot en el sistema $\{S_0\}$ y la cuarta columna del ${}^0\mathbf{A}_i$ contiene las coordenadas del origen del sistema $\{S_i\}$ en el sistema $\{S_0\}$, ${}^i\mathbf{p}_n$ se obtendrá restando las cuartas columnas de ${}^0\mathbf{A}_n$ y ${}^0\mathbf{A}_i$:

$${}^i\mathbf{p}_n = {}^0\mathbf{A}_n (1:3,4) - {}^0\mathbf{A}_i (1:3,4) \quad [4.73]$$

Definidos los vectores ${}^0\mathbf{z}_i$ y ${}^i\mathbf{p}_n$, la matriz Jacobiana que relaciona las velocidades articulares con las velocidades de traslación y rotación del extremo del robot expresadas en el sistema de coordenadas de la base (relación [4.64]) se puede obtener como una matriz $6 \times n$ (n = número de grados de libertad) expresada por columnas como:

$$\mathbf{J} = [\mathbf{J}_1 \mid \mathbf{J}_2 \mid \dots \mid \mathbf{J}_n] \quad [4.74]$$

Donde

$$\mathbf{J}_i = \begin{cases} \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{z}_{i-1} \times {}^{i-1}\mathbf{p}_n \\ {}^0\mathbf{z}_{i-1} \end{bmatrix} & \text{Si el eslabón } i \text{ es de rotación} \\ \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{z}_{i-1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} & \text{Si el eslabón } i \text{ es de traslación} \end{cases} \quad [4.75]$$

EJEMPLO 4.6

Se va aplicar el procedimiento anterior para obtener la Jacobiana del robot SCARA utilizado en los Ejemplos 4.4 y 4.5 anteriores.

Para él se obtuvo:

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{A}_1 &= \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & \mathbf{0} & \mathbf{l}_2\mathbf{C}_1 \\ S_1 & C_1 & \mathbf{0} & \mathbf{l}_2\mathbf{S}_1 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{l}_1 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} \end{bmatrix}; \quad {}^1\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & l_3C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & l_3S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^2\mathbf{A}_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad {}^1\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} C_4 & S_4 & 0 & 0 \\ S_4 & -C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -l_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^0\mathbf{A}_2 &= \begin{bmatrix} C_{12} & -S_{12} & \mathbf{0} & \mathbf{l}_3\mathbf{C}_{12} + \mathbf{l}_2\mathbf{C}_1 \\ S_{12} & C_{12} & \mathbf{0} & \mathbf{l}_3\mathbf{S}_{12} + \mathbf{l}_2\mathbf{S}_1 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{l}_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad {}^0\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} C_{12} & -S_{12} & \mathbf{0} & \mathbf{l}_3\mathbf{C}_{12} + \mathbf{l}_2\mathbf{C}_1 \\ S_{12} & C_{12} & \mathbf{0} & \mathbf{l}_3\mathbf{S}_{12} + \mathbf{l}_2\mathbf{S}_1 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{q}_3 + \mathbf{l}_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{T} = {}^0\mathbf{A}_4 &= \begin{bmatrix} C_{124} & S_{124} & \mathbf{0} & \mathbf{l}_3\mathbf{C}_{12} + \mathbf{l}_2\mathbf{C}_1 \\ S_{124} & -C_{124} & \mathbf{0} & \mathbf{l}_3\mathbf{S}_{12} + \mathbf{l}_2\mathbf{S}_1 \\ 0 & 0 & -\mathbf{1} & -\mathbf{l}_4 + \mathbf{q}_3 + \mathbf{l}_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Donde se han destacado en negrilla los vectores **z** y **p** de interés en los cálculos siguientes.

A partir de las matrices ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$ se obtiene:

$${}^0\mathbf{z}_0 = {}^0\mathbf{A}_0(1:3,3) = (0,0,1)^T$$

$${}^0\mathbf{z}_1 = {}^0\mathbf{A}_1(1:3,3) = (0,0,1)^T$$

$${}^0\mathbf{z}_2 = {}^0\mathbf{A}_2(1:3,3) = (0,0,1)^T$$

$${}^0\mathbf{z}_3 = {}^0\mathbf{A}_3(1:3,3) = (0,0,1)^T$$

$${}^0\mathbf{z}_4 = {}^0\mathbf{A}_4(1:3,3) = (0,0,-1)^T$$

$${}^0\mathbf{p}_4 = {}^0\mathbf{A}_4(1:3,4) - {}^0\mathbf{A}_0(1:3,4) = (l_3C_{12} + l_2C_1, l_3S_{12} + l_2S_1, -l_4 + q_3 + l_1)^T$$

$${}^1\mathbf{p}_4 = {}^0\mathbf{A}_4(1:3,4) - {}^0\mathbf{A}_1(1:3,4) = (l_3C_{12}, l_3S_{12}, -l_4 + q_3)^T$$

$${}^2\mathbf{p}_4 = {}^0\mathbf{A}_4(1:3,4) - {}^0\mathbf{A}_1(1:3,4) = (0,0,-l_4 + q_3)^T$$

$${}^3\mathbf{p}_4 = {}^0\mathbf{A}_4(1:3,4) - {}^0\mathbf{A}_3(1:3,4) = (0,0,-l_4)^T$$

Los grados de libertad 1, 2 y 4 son de rotación, mientras que el grado de libertad 3 es de traslación, por lo que se tendrá que:

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{z}_0 \times {}^0\mathbf{p}_4 \\ {}^0\mathbf{z}_0 \end{bmatrix}; \mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{z}_1 \times {}^1\mathbf{p}_4 \\ {}^0\mathbf{z}_1 \end{bmatrix}; \mathbf{J}_3 = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{z}_2 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}; \mathbf{J}_4 = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{z}_3 \times {}^3\mathbf{p}_4 \\ {}^0\mathbf{z}_3 \end{bmatrix}$$

Siendo:

$${}^0\mathbf{z}_0 \times {}^0\mathbf{p}_4 = \begin{bmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 1 \\ l_2C_1 + l_3C_{12} & l_2S_1 + l_3S_{12} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_2S_1 - l_3S_{12} \\ l_2C_1 + l_3C_{12} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$${}^0\mathbf{z}_1 \times {}^1\mathbf{p}_4 = \begin{bmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 1 \\ l_3C_{12} & l_3S_{12} & -l_4 + q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_3C_{12} \\ l_3S_{12} \\ -l_4 + q_3 \end{bmatrix}$$

$${}^0\mathbf{z}_3 \times {}^3\mathbf{p}_4 = \begin{bmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -l_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Con lo que:

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} -l_2S_1 - l_3S_{12} \\ l_2C_1 + l_3C_{12} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} -l_3S_{12} \\ l_3C_{12} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \mathbf{J}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{J}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Y, por tanto:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -(l_2 S_1 + l_3 S_{12}) & -l_3 S_{12} & 0 & 0 \\ l_2 C_1 + l_3 C_{12} & l_3 C_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Resultado que coincide con el obtenido en el Ejemplo 4.5.

Se hace notar que a diferencia del procedimiento basado en la derivación del modelo cinemático (\mathbf{p} y \mathbf{R}) que precisa de la obtención explícita de la Jacobiana para su codificación posterior en un programa de ordenador, el procedimiento aquí mostrado permite la obtención numérica de la misma para unos valores concretos de q , a partir de los parámetros de DH del robot.

4.3.4. Relación entre la Jacobiana analítica y la Jacobiana geométrica

Se va a presentar a continuación el modo en que están relacionados los dos conceptos presentados en 4.3.1 y 4.3.2 de la Jacobiana, esto es, la matriz \mathbf{J}_a que relaciona las velocidades articulares con las velocidades de la localización del extremo del robot ($\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$), y la matriz \mathbf{J} que relaciona las velocidades articulares con el vector de velocidad lineal y angular del extremo. La deducción de esta relación puede encontrarse en [SPONG-06].

La relación entre ambas viene dada por la expresión

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{J}_a \quad [4.76]$$

Donde las matrices \mathbf{I} y $\mathbf{0}$ son la matriz identidad y nula de dimensión (3×3) respectivamente, y la matriz \mathbf{Q} , viene definida por la expresión:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & -S_\phi & C_\phi S_\theta \\ 0 & C_\phi & S_\phi S_\theta \\ 1 & 0 & C_\theta \end{bmatrix} \quad [4.77]$$

Donde (ϕ, θ, ψ) son los ángulos de Euler WVV asociados a la submatriz de rotación $\mathbf{R} = [\mathbf{n} \, \mathbf{o} \, \mathbf{a}]$ y que pueden ser obtenidos de ésta por comparación con la caja de rotación de la Expresión [3.73] que se reproduce aquí por comodidad:

$$\mathbf{R} = \text{Rotz}(\phi) \text{Roty}(\theta) \text{Rotz}(\psi) = \begin{bmatrix} C\phi C\theta C\psi - S\phi S\psi & -C\phi C\theta S\psi - S\phi C\psi & C\phi S\theta \\ S\phi C\theta C\psi + C\phi S\psi & -S\phi C\theta S\psi + C\phi C\psi & S\phi S\theta \\ -S\theta C\psi & S\theta S\psi & C\theta \end{bmatrix} \quad [4.78]$$

En el caso de que se pretenda obtener la Jacobiana analítica J_a a partir de la Jacobiana J se invertirá la matriz que las relaciona, resultando

$$\mathbf{J}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{J} \quad [4.79]$$

Es preciso hacer la salvedad de que en el caso de que $\theta = 0$ o $\theta = \pi$, resultan indeterminados los valores de ϕ y ψ y, por tanto, no es posible obtener la matriz \mathbf{Q} , no pudiéndose aplicar la relación anterior.

4.3.5. Jacobiana inversa

Del mismo modo que se ha obtenido la relación directa, que permite obtener las velocidades del extremo a partir de las velocidades articulares, puede obtenerse la relación inversa que permite calcular las velocidades articulares partiendo de las del extremo. En la obtención de la relación inversa pueden emplearse diferentes procedimientos.

En primer lugar, supuesta conocida la relación directa, dada por la matriz Jacobiana [4.63] o [4.64], se puede obtener la relación inversa invirtiendo simbólicamente la matriz

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = \mathbf{J}_a^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} ; \quad \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} \quad [4.80]$$

Esta alternativa, de planteamiento sencillo, es en la práctica de difícil realización. Suponiendo que la matriz Jacobiana sea cuadrada, la inversión simbólica de una matriz 6×6 , cuyos elementos son funciones trigonométricas, es de gran complejidad, siendo este procedimiento inviable.

Como segunda alternativa puede plantearse la evaluación numérica de la matriz Jacobiana para una configuración (q_i) concreta del robot, e invirtiendo numéricamente esta matriz encontrar la relación inversa válida para esa configuración. En este caso, hay que considerar, en primer lugar, que el valor numérico de la Jacobiana va cambiando a medida que el robot se mueve y, por tanto, la Jacobiana inversa ha de ser recalculada constantemente. Además, pueden existir n-uplas (q_1, \dots, q_n) para las cuales la matriz Jacobiana no sea invertible por ser su determinante, denominado Jacobiano, nulo. Estas configuraciones del robot en las que el Jacobiano se anula se denominan configuraciones singulares y serán tratadas más adelante. Una tercera dificultad que puede surgir con éste y otros procedimientos de cómputo de la matriz Jacobiana inversa, se deriva de la circunstancia de que la matriz Jacobiana no sea cuadrada. Esto ocurre cuando el número de grados de libertad del robot no coincide con la dimensión del espacio de la tarea (normalmente seis). En el caso de que el número de grados de libertad sea inferior, la matriz Jacobiana tendrá más filas que columnas. Esto quiere decir que el movimiento del robot está sometido a ciertas restricciones (por ejemplo, no se puede al-

canzar cualquier orientación). En ocasiones esto ocurre en casos en los que esta restricción no tiene importancia, como en robots dedicados a tareas como soldadura por arco, en las que la orientación de la herramienta en cuanto a su giro en torno al vector \mathbf{a} es indiferente, o en algunas tareas de coger y dejar en las que el vector \mathbf{a} siempre toma la dirección vertical. En estos casos se puede eliminar algún grado de libertad del espacio de la tarea, quedando una nueva matriz Jacobiana cuadrada.

En los casos en que el robot sea redundante (más de 6 GDL o más columnas que filas en la matriz Jacobiana) existirán grados de libertad articulares innecesarios, es decir, que no será preciso mover para alcanzar las nuevas posiciones y orientaciones del extremo requeridas. Por ello, la correspondiente velocidad articular podrá ser tomada como cero, o si fuera útil, como un valor constante.

La tercera alternativa de obtención de la Jacobiana inversa, válida para el caso de Jacobiana analítica inversa es repetir el procedimiento seguido para la obtención de la Jacobiana analítica directa, pero ahora partiendo del modelo cinemático inverso. Esto es, conocida la relación:

$$\begin{aligned} q_1 &= f_1(x, y, z, \phi, \theta, \psi,) \\ &\vdots \\ q_n &= f_n(x, y, z, \phi, \theta, \psi,) \end{aligned} \quad [4.81]$$

La matriz jacobiana inversa se obtendrá por diferenciación con respecto del tiempo de ambos miembros de la igualdad:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = \mathbf{J}_a^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \vdots \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad [4.82]$$

con:

$$\mathbf{J}_a^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial \psi} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x} & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial \psi} \end{bmatrix} \quad [4.83]$$

Como en el caso de la primera alternativa, este método puede ser algebraicamente complicado.

4.3.6. Jacobiana pseudoinversa

En general, en el caso de que la Jacobiana tenga más filas que columnas, es decir, el número de ejes del robot sea inferior a la dimensión del espacio de la tarea, se tendrá que en las Expresiones [4.63] y [4.64] habrá más ecuaciones que incógnitas, es decir, no existirá un vector de velocidades $\dot{\mathbf{q}}$ que satisfaga simultáneamente todas las Ecuaciones [4.63] o [4.64].

El vector $\dot{\mathbf{q}}$ que consigue ajustar de la mejor manera posible (con un criterio de mínimos cuadrados) todas las Ecuaciones de [4.63] y [4.64] se puede encontrar haciendo uso de la pseudoinversa por la izquierda, definida por

$$\mathbf{J}_i^+ = (\mathbf{J}^T \cdot \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \quad [4.84]$$

Cumpliendo de que:

$$\mathbf{J}_i^+ \cdot \mathbf{J} = \mathbf{I} \quad [4.85]$$

Debe entenderse que, en este caso, las velocidades en el espacio de la tarea obtenidas de [4.63] o [4.64] no serán exactamente las deseadas, pero serán las que más se aproximan a ellas, dando lugar a un error cuadrático mínimo.

En el caso opuesto, esto es, si la matriz Jacobiana tiene más columnas que filas, se estará ante un robot redundante, con más ejes que la dimensión del espacio de la tarea. En este caso, habrá infinitos vectores de velocidades articulares $\dot{\mathbf{q}}$ que satisfagan las expresiones [4.63] o [4.64] para unas velocidades definidas en el espacio de la tarea.

De todas ellas, la que minimiza la norma del vector de velocidades $\dot{\mathbf{q}}$, puede obtenerse mediante la pseudoinversa por la derecha, definido como:

$$\mathbf{J}_d^+ = \mathbf{J}^T (\mathbf{J} \cdot \mathbf{J}^T)^{-1} \quad [4.86]$$

Cumpliendo de que:

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{J}_d^+ = \mathbf{I} \quad [4.87]$$

4.3.7. Configuraciones singulares

Se denominan configuraciones singulares de un robot a aquéllas en las que el determinante de su matriz Jacobiana (Jacobiano) se anula. Por esta circunstancia, en las configuraciones singulares no existe Jacobiana inversa.

Al anularse el Jacobiano, un incremento infinitesimal de las coordenadas cartesianas supondría un incremento infinito de las coordenadas articulares, lo que en la práctica se traduce en que en las inmediaciones de las configuraciones singulares, el pretender que el extremo del robot se mueva a velocidad constante, obligaría a movimientos de las articulaciones a velocidades inabordables por sus actuadores.

Por ello, en las inmediaciones de las configuraciones singulares se pierde alguno de los grados de libertad del robot, siendo imposible que su extremo se mueva en una determinada dirección cartesiana. Las diferentes configuraciones singulares del robot pueden ser clasificadas como:

- Singularidades en los límites del espacio de trabajo del robot. Se presentan cuando el extremo del robot está en algún punto del límite de trabajo interior o exterior. En esta situación resulta obvio que el robot no podrá desplazarse en las direcciones que lo alejan de este espacio de trabajo.

- Singularidades en el interior del espacio de trabajo del robot. Ocurren dentro de la zona de trabajo y se producen, generalmente, por el alineamiento de dos o más ejes de las articulaciones del robot.

EJEMPLO 4.7

Para el robot SCARA del que se obtuvo la matriz Jacobiana en el Ejemplo 4.5 se tiene, considerando sólo la parte de traslación y prescindiendo del grado de libertad q_4 , que:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_v \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_v = \begin{bmatrix} -(l_3S_{12} + l_2S_1) & -l_3S_{12} & 0 \\ l_3C_{12} + l_2C_1 & l_3C_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

por lo que el Jacobiano será:

$$|\mathbf{J}| = -[-l_3C_{12}(l_3S_{12} + l_2S_1) + l_3S_{12}(l_3C_{12} + l_2C_1)]$$

que se anula para:

$$l_3C_{12}(l_3S_{12} + l_2S_1) = l_3S_{12}(l_3C_{12} + l_2C_1)$$

lo que se cumple siempre que $q_2 = 0$ o π , pues entonces la igualdad anterior se verifica para cualquier q_1 :

$$l_3C_1(l_3S_1 + l_2S_1) = l_3S_1(l_3C_1 + l_2C_1)$$

Esta situación definida por $q_2 = 0$ o π corresponde a los puntos límite del espacio de trabajo del robot:

- $q_2 = 0$: Límite exterior del espacio de trabajo.
- $q_2 = \pi$: Límite interior del espacio de trabajo.

Se debe prestar especial atención a la localización de las configuraciones singulares del robot para que sean tenidas en cuenta en su control, evitándose solicitar a los actuadores movimientos a velocidades inabordables o cambios bruscos de las mismas.

La Figura 4.17 muestra el resultado de intentar realizar con un robot tipo SCARA, una trayectoria en línea recta a velocidad constante que pasa por una configuración singular. Obsérvese la brusca variación de la velocidad articular \dot{q}_2 que crece hasta valores inalcanzables en la práctica.

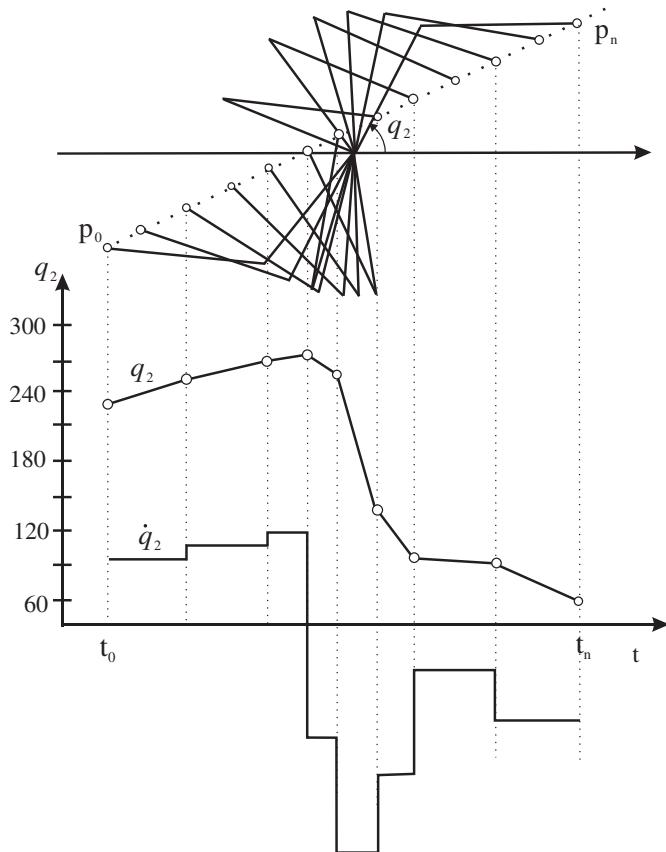


Figura 4.17. Ejemplo de punto singular para un robot tipo SCARA.

Para evitar la aparición de configuraciones singulares debe considerarse su existencia desde la propia fase de diseño mecánico, imponiendo restricciones al movimiento del robot o utilizando robots redundantes (lo que conlleva otro tipo de problemas). Finalmente, el sistema de control debe detectar y tratar estas configuraciones evitando pasar precisamente por ellas.

Un posible procedimiento para resolver la presencia de una singularidad interior al espacio de trabajo, en la que se pierde la utilidad de alguna articulación (pérdida de algún grado de libertad) sería el siguiente:

1. Identificar la articulación correspondiente al grado de libertad perdido (causante de que el determinante se anule).
2. Eliminar la fila de la Jacobiana correspondiente al grado de libertad perdido y la columna correspondiente a la articulación causante.
3. Con la nueva Jacobiana reducida (rango $n-1$) obtener las velocidades de todas las articulaciones, a excepción de la eliminada, necesarias para conseguir las velocidades cartesianas deseadas. La velocidad de la articulación eliminada se mantendrá a cero.

4.4. EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio 4.1

La figura representa un robot polar de 2 GDL consistentes en un giro q_1 alrededor del eje **z** seguido de una traslación q_2 medida a partir de una distancia l_1 .

- 1) Obtener el modelo cinemático directo mediante
 - a. Métodos geométricos
 - b. Algoritmo de Denavit-Hartenberg
- 2) Escribir la función MATLAB® (MDH) que devuelve la matriz de Denavit-Hartenberg asociada a los correspondientes parámetros. Utilizar dicha función para:
 - a. Obtener el modelo cinemático directo de manera simbólica: matriz de transformación homogénea que define la localización del extremo a partir de las coordenadas articulares $\mathbf{q} = (q_1, q_2)$.
 - b. Escribir la función `mcdrej41(q)` (modelo cinemático directo del robot del Ejercicio 4.1) que para una dupla de coordenadas articulares $\mathbf{q} = (q_1, q_2)$ devuelve la matriz de transformación homogénea que define la localización del extremo del robot (tomar para l_1 el valor 10).

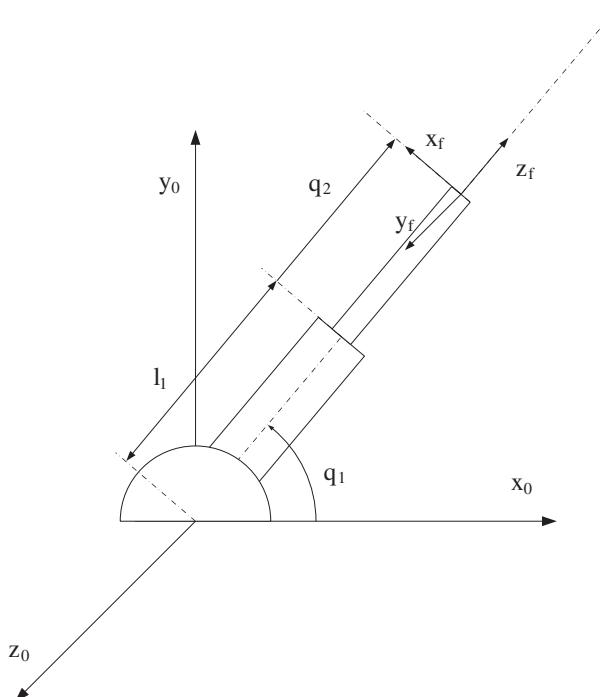


Figura 4.18. Robot Ejercicio 4.1.

Solución

1. a. Modelo cinemático directo por métodos geométricos:

A partir de la figura es inmediato deducir que la posición y orientación del sistema asociado al extremo del robot $\{S_f\}$ quedan definidos en el sistema de la base $\{S_0\}$ por:

$$x = (l_1 + q_2) \cos (q_1)$$

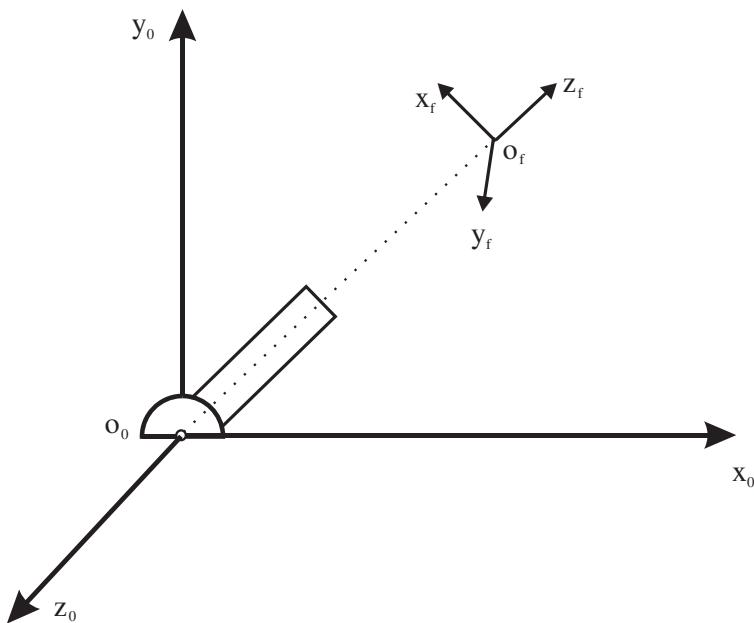
$$y = (l_1 + q_2) \operatorname{sen} (q_1)$$

$$z = 0$$

$$\psi = \pi / 2$$

$$\theta = 0$$

$$\phi = q_1 + \pi / 2$$



Donde ψ, θ, ϕ son los ángulos de guiñada, cabeceo y alabeo (giros entorno a los ejes del sistema fijo $\{S_0\} = \{\mathbf{o}_0, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0\}$) que definen la orientación del sistema final

$$\{S_f\} = \{\mathbf{o}_f, \mathbf{x}_f, \mathbf{y}_f, \mathbf{z}_f\}.$$

1. b. Modelo cinemático directo mediante el algoritmo de Denavit-Hartenberg:

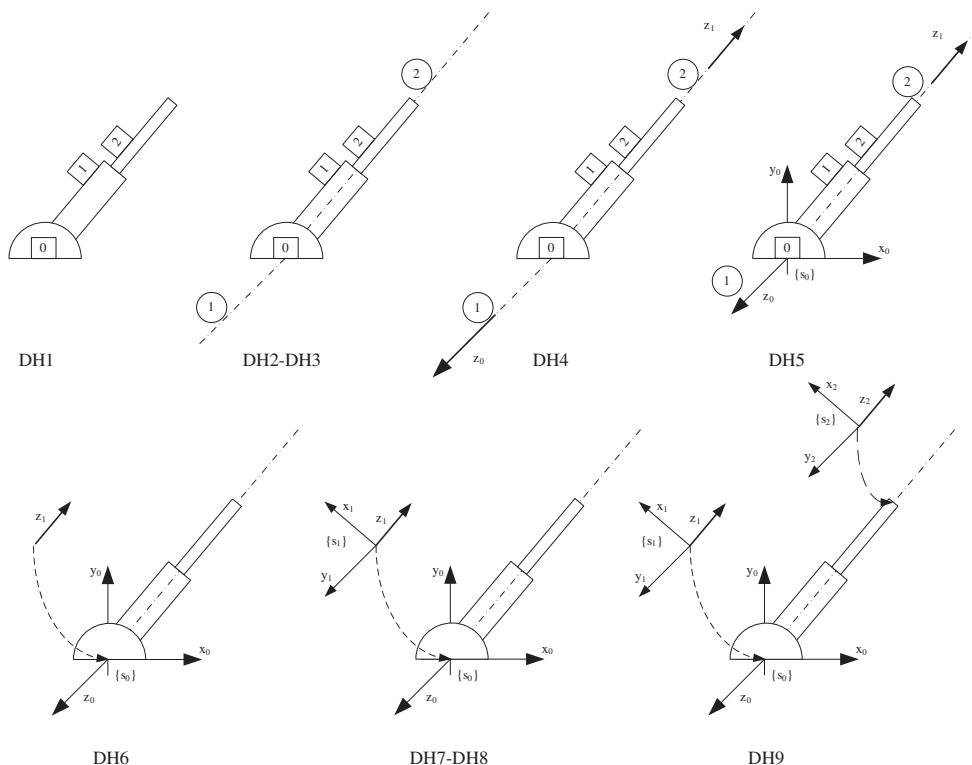


Figura 4.19. Secuencia del algoritmo de D-H para el robot del Ejercicio 4.1.

La secuencia representada en la figura recoge los pasos DH1 a DH9 del algoritmo Denavit-Hartenberg.

Se destaca en el mismo que:

- El numero de grados de libertad es 2: $n = 2$.
- En el paso DH4 se definen los ejes sobre los que se sitúan los vectores z_0 y z_1 , pero no los orígenes de éstos, que no quedan fijados hasta los pasos DH5 y DH6.
- En el paso DH6, los ejes z_0 y z_1 se cortan, luego el origen de $\{S_1\}$ se sitúa en el punto de corte (que en este caso particular coincide con el origen de coordenadas del sistema $\{S_0\}$). Para clarificar el dibujo, $\{S_1\}$ se ha dibujado desplazado, indicando su origen real mediante línea de puntos.
- x_1 se define en el paso DH7, quedando perpendicular al plano definido por z_0 y z_1 . Se escoge como sentido positivo el que define la regla del pulgar de z_0 a z_1 (dirección del dedo pulgar de la mano derecha, cuando el resto de los dedos giran de z_0 a z_1).
- y_1 queda definido en el paso DH8, resultando en este caso coincidente con z_0 .
- En el paso DH9, x_2 queda situado sobre el plano perpendicular al eje del robot, escogiéndose sobre éste la dirección coincidente con x_1 .

Una vez obtenidos los 3 sistemas de coordenadas $\{S_0\}$, $\{S_1\}$ y $\{S_2\}$, se obtiene los parámetros DH que permiten pasar de un sistema al de acuerdo a lo indicado en los pasos DH10, DH11, DH12 y DH13 del algoritmo, resultando la Tabla 4.6.

Tabla 4.6. Parámetros de D-H del robot de la figura

Articulación	θ	d	a	α
1	$q_1 + \pi/2$	0	0	$\pi/2$
2	0	$l_1 + q_2$	0	0

A partir de ella y de acuerdo a [4.10] se obtienen las matrices:

$${}^0\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -S_1 & 0 & C_1 & 0 \\ C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^1\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 + q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Donde se ha tenido en cuenta en la primera de ellas que:

$$\cos(\theta) = \cos(q_1 + \pi/2) = -\sin(q_1)$$

$$\sin(\theta) = \sin(q_1 + \pi/2) = \cos(q_1)$$

$$\cos(\alpha) = \cos(\pi/2) = 0$$

$$\sin(\alpha) = \sin(\pi/2) = 1$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \end{bmatrix} = {}^0\mathbf{A}_1 \cdot {}^1\mathbf{A}_2 &= \begin{bmatrix} -S_1 & 0 & C_1 & 0 \\ C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 + q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} -S_1 & 0 & C_1 & (l_1 + q_2)C_1 \\ C_1 & 0 & S_1 & (l_1 + q_2)S_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Esta matriz de transformación homogénea indica que la localización del robot corresponde a:

$$x = (l_1 + q_2)C_1$$

$$y = (l_1 + q_2)S_1$$

$$z = 0$$

$$[\mathbf{n}, \mathbf{o}, \mathbf{a}] = \text{Rotz}(q_1 + \pi/2) \cdot \text{Roty}(0) \cdot \text{Rotx}(\pi/2)$$

Nota: Para la expresión de la matriz de rotación $[n, o, a]$ ver la Expresión [3.79] correspondiente a los ángulos de Euler XYZ o guinada, cabeceo y alabeo.

Se comprueba que los valores de la posición y orientación del sistema asociado coinciden a los obtenidos por el método geométrico.

2. a. Se comenzará escribiendo la función MDH:

```
function dh=MDH(teta,d,a,alfa)
dh=[cos(teta) -cos(alfa)*sin(teta) sin(alfa)*sin(teta) a*cos(teta);
    sin(teta) cos(alfa)*cos(teta) -sin(alfa)*cos(teta) a*sin(teta);
    0 sin(alfa) cos(alfa) d;
    0 0 0 1];
```

A continuación se definen las variables simbólicas y se obtienen las matrices ${}^{i-1}A_i$:
Del producto de ambas se obtiene $T = {}^0A_2 = A_{01} * A_{12}$

```
>> syms q1 q2 l1
>> pil=sym(pi);
>> A01=MDH(q1+pil/2,0,0,pil/2)

A01=
```

$$\begin{bmatrix} -\sin(q1), & 0, & \cos(q1), & 0 \\ \cos(q1), & 0, & \sin(q1), & 0 \\ 0, & 1, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 1 \end{bmatrix}$$

```
>> A12=MDH(0,l1+q2,0,0)
```

```
A12=
```

$$\begin{bmatrix} 1, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 1, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 1, & l1+q2 \\ 0, & 0, & 0, & 1 \end{bmatrix}$$

```
>> T=A01*A12
```

```
T=
```

$$\begin{bmatrix} -\sin(q1), & 0, & \cos(q1), & \cos(q1)*(l1+q2) \\ \cos(q1), & 0, & \sin(q1), & \sin(q1)*(l1+q2) \\ 0, & 1, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 1 \end{bmatrix}$$

Que como se ve coincide con el resultado obtenido algebraicamente.

3. b) La función mcdrej41 hará uso de la función MDH para calcular las matrices A_{01} y A_{02} .

```
% mcdrej41 Modelo cinematico directo del robot ejercicio 4.1
% Robot polar de 2 gdl
% Recibe coordenadas articulares (q1,q2) retorna matriz T
function T=mcdrej41(q1,q2)
l1=10; % Longitud de la barra 1 (modificar al valor real en cada caso)
A01=MDH(q1+pi/2,0,0,pi/2);
A12=MDH(0,l1+q2,0,0);
T=A01*A12;
```

Se puede probar que éste es correcto utilizándose para algunos puntos de fácil verificación.

```
>> mcdrej41(0,0)

ans =

0.0000   -0.0000    1.0000   10.0000
1.0000    0.0000   -0.0000   -0.0000
0         1.0000    0.0000    0.0000
0         0           0       1.0000

>> mcdrej41(pi/2,0)

ans =

-1.0000   -0.0000    0.0000    0.0000
0.0000   -0.0000    1.0000   10.0000
0         1.0000    0.0000    0.0000
0         0           0       1.0000

>>
```

Ejercicio 4.2

1. Obtener mediante el algoritmo de Denavit-Hartenberg el modelo cinemático directo del robot de la Figura 4.20 (el modelo cinemático de este robot se obtuvo mediante método geométrico, en el Apartado 4.1.1).
2. Comprobar que el resultado obtenido es correcto en los casos particulares definidos por las ternas de valores de (q_1, q_2, q_3) : $(0, 0, 0)$, $(\pi/2, 0, \pi/2)$, $(\pi/2, \pi/2, \pi)$.
3. Utilizar las funciones **link**, **robot**, **fkine** y **drivebot** de la Toolbox de Robótica de MATLAB® [CORKE-96] y contrastar los resultados para los casos particulares antes definidos. (Tomar en este caso lo siguientes dimensiones para las longitudes de barras: $l_1 = 0.1$, $l_2 = 0.2$ y $l_3 = 0.3$.)

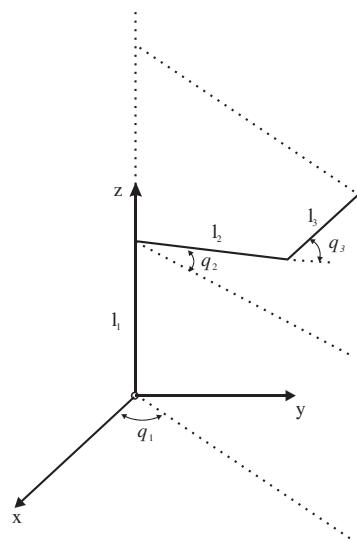


Figura 4.20. Figura Ejercicio 4.2.

Solución

1. Las siguientes figuras representan la secuencia de pasos DH1 a DH9 de algoritmo de Denavit-Hartenberg

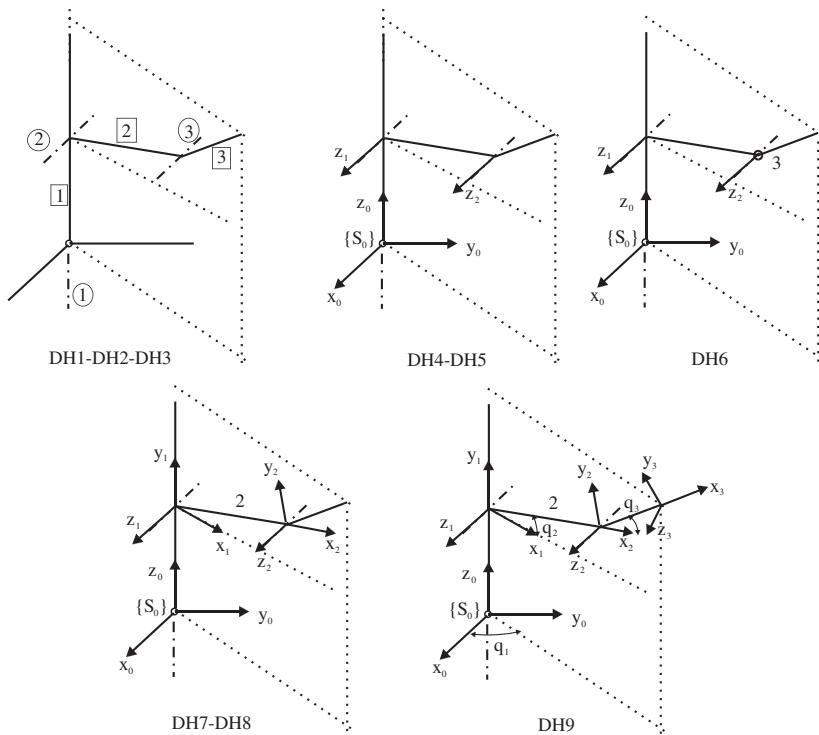


Figura 4.21. Secuencia del algoritmo de D-H para el robot del ejercicio 4.2.

Se hace notar en la misma que:

- En el paso DH6, los ejes \mathbf{z}_0 y \mathbf{z}_1 , se cortan, por lo que el origen de $\{S_1\}$ se sitúa en el punto de corte. Por su parte los ejes \mathbf{z}_1 y \mathbf{z}_2 son paralelos, por lo que el origen de $\{S_2\}$ se sitúa en la articulación 3.
- En el paso DH7, el eje \mathbf{x}_1 (normal a \mathbf{z}_0 y \mathbf{z}_1) queda situado sobre el plano que contiene al robot (en la dirección del producto vectorial de $\mathbf{z}_0 \times \mathbf{z}_1$). En cuanto al eje \mathbf{x}_2 queda situado en la dirección del eslabón 2 del robot (\mathbf{z}_1 y \mathbf{z}_2 son perpendiculares al plano del robot)
- En el paso DH8, el eje \mathbf{x}_3 queda situado en la dirección del eslabón 3 (de nuevo \mathbf{z}_3 es perpendicular al plano del robot).

A partir de los sistemas de coordenadas definidos en los pasos DH1 a DH9 del algoritmo, se obtiene la tabla de parámetros DH (pasos DH10 a DH13) (Tabla 4.7) y a partir de ella las matrices, ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$, según [4.10].

Tabla 4.7. Parámetros de D-H para el robot del Ejercicio 4.2

Articulación	θ	d	a	α
1	q_1	l_1	0	$\pi/2$
2	q_2	0	l_2	0
3	q_3	0	l_3	0

$${}^0\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ -S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^1\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & l_2 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & l_2 S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^2\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & l_3 C_3 \\ S_3 & C_3 & 0 & l_3 S_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Obteniéndose finalmente la matriz T

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \end{bmatrix} = {}^0\mathbf{A}_3 = {}^0\mathbf{A}_1 {}^1\mathbf{A}_2 {}^2\mathbf{A}_3 = \\ &= \begin{bmatrix} C_1 C_{23} & -C_1 S_{23} & S_1 & l_3 C_1 C_{23} + l_2 C_1 C_2 \\ S_1 C_{23} & -S_1 S_{23} & -C_1 & l_3 S_1 C_{23} + l_2 S_1 C_2 \\ S_{23} & C_{23} & 0 & l_3 S_{23} + l_2 S_2 + l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Lo que indica que el sistema $\{S_3\}$ asociando al extremo del robot se encuentra posicionado en:

$$x = l_3 C_1 C_{23} + l_2 C_1 C_2$$

$$y = l_3 S_1 C_{23} + l_2 S_1 C_2$$

$$z = l_3 S_{23} + l_2 S_2 + l_1$$

Y está orientado según la submatriz de rotación $[n \ o \ a]$ que, como puede comprobarse, corresponde a la siguiente composición de rotaciones simples (Expresión [3.75]):

$$[n \ o \ a] = \text{Rotz}(q_1) \cdot \text{Roty}(-(q_2 + q_3)) \cdot \text{Rotx}(\pi / 2)$$

Este resultado coincide con el obtenido en [4.4].

2. Por simple observación de la geometría del robot, se obtiene la localización asociada a cada una de las ternas de coordenadas articulares indicadas (Tabla 4.8).

Sustituyendo los valores propuestos de \mathbf{q} en la expresión de \mathbf{T} puede comprobarse la coincidencia de los resultados.

Tabla 4.8. Solución para las diferentes posiciones articulares del robot del Ejercicio 4.2

\mathbf{q}		x	y	z	$[n \ o \ a]$
(0, 0, 0)		$l_2 + l_3$	0	l_1	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
($\pi/2, 0, \pi/2$)		0	l_2	$l_1 + l_3$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
($\pi/2, \pi/2, \pi$)		0	0	$l_1 + l_2 - l_3$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Estas operaciones pueden ser realizadas con la ayuda de MATLAB® mediante la siguiente secuencia de comandos.

```
syms q1 q2 q3 l1 l2 l3;
pi1 = sym ('pi');
A01 = MDH(q1,l1,0,pi1/2);
A12 = MDH(q2,0,l2,0);
A23 = MDH(q3,0,l3,0);
A13 = simple(A12*A23);
A03 = simple(A01*A13);
T = A03
q1 = 0; q2=0; q3=0;
eval(T)
q1 = pi1/2; q2=0; q3=pi1/2;
eval(T)
q1 = pi1/2; q2=pi1/2; q3=pi1;
eval(T)
```

3. La Toolbox Robótica de MATLAB® incluye la función *link* para la definición de las características cinemáticas (mediante los parámetros de Denavit-Hartenberg) y dinámicas de cada eslabón y la función *robot* para la concatenación de las mismas para formar un robot.

Una vez definido éste, es posible hacer uso de las múltiples instrucciones incluidas en la Toolbox, en particular la función *fkine* resuelve el modelo cinemático directo. Se remite al lector al manual de la Toolbox para una información completa de las funciones citadas.

Hay que hacer notar que la función *link* recibe los parámetros de DH en el orden (α , a, θ , d) en lugar del habitual (θ , d, a, α).

Asimismo, se debe prestar atención a los parámetros *sigma* y *offset* de la citada función. El primero permite indicar si se trata de una articulación de rotación (0) o de traslación (1). El parámetro *offset* permite indicar los posibles desfases en la medida del parámetro correspondiente al grado de libertad de la articulación.

Con todo, la construcción del robot se hará de la siguiente manera:

```
>> L1=link([pi/2 0 0 10])
L1=
 1.570796 0.000000      0.000000      10.000000  R      (std)

>> L2=link([0 20 0 0])
L2=
 0.000000 20.000000      0.000000      0.000000  R      (std)

>> L3=link([0 30 0 0])
L3=
```

```

0.000000 30.000000      0.000000      0.000000 R      (std)

>> Rej_4_2=robot ({L1,L2,L3}, 'Robot Ejercicio 4.2')

Rej_4_2=

Robot Ejercicio 4.2 (3 axis, RRR)
grav=[0.00 0.00 9.81] standard D&H parameters

alpha          A          theta          D          R/P
1.570796     0.000000   0.000000   10.000000 R  (std)
0.000000     20.000000   0.000000   0.000000 R  (std)
0.000000     30.000000   0.000000   0.000000 R  (std)

```

Una vez definido el robot es posible utilizar la función *fkine* para obtener la matriz de transformación homogénea que localiza al extremo del robot para una terna de coordenadas articulares determinadas.

```

>> fkine(Rej_4_2, [0 0 0])

ans =

1.0000      0      0    50.0000
0    0.0000  -1.0000      0
0    1.0000      0.0000  10.0000
0      0      0    1.0000

>> fkine(Rej_4_2, [pi/2 0 pi/2])

ans =

-0.0000  -0.0000    1.0000  -0.0000
0.0000  -1.0000  -0.0000  20.0000
1.0000    0.0000    0.0000  40.0000
0      0      0    1.0000

>> fkine(Rej_4_2, [pi/2 pi/2 pi])

ans =

0.0000    0.0000    1.0000    0.0000
-0.0000    1.0000  -0.0000  -0.0000
-1.0000  -0.0000    0.0000      0
0      0      0    1.0000

```

Comprobándose que se obtienen los mismos resultados que los obtenidos anteriormente.

Por ultimo, puede hacerse uso de la función *drivebot* que proporciona una representación grafica simplificada del robot (Figura 4.22), pudiéndose variar interactivamente las coorde-

nadas articulares y mostrándose simultáneamente el valor de éstas y las correspondientes coordenadas cartesianas.

drivebot (Rej_4_2)

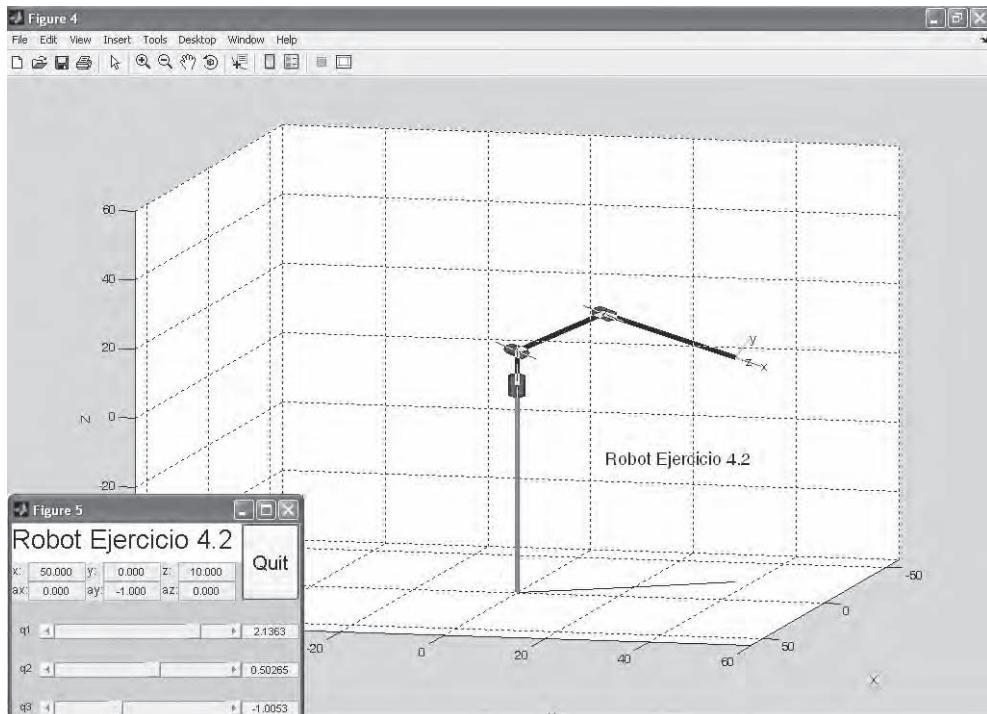


Figura 4.22. Imagen de la función drivebot de la Toolbox de Robótica MATLAB®.

Ejercicio 4.3

Encontrar el modelo cinemático directo del robot de 4 GDL de la Figura 4.23.

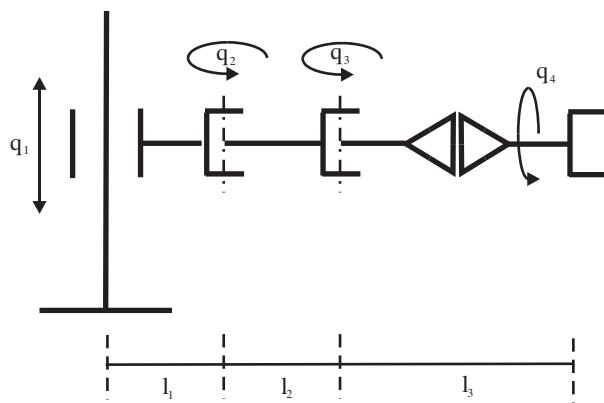


Figura 4.23. Figura del Ejercicio 4.3.

Tomar como longitudes de las barras: $l_1 = 0.3$, $l_2 = 0.2$, $l_3 = 0.1$

Solución

Se representan a continuación la secuencia de pasos del algoritmo de D-H que permite definir los sistemas de coordenadas asociados a cada eslabón.

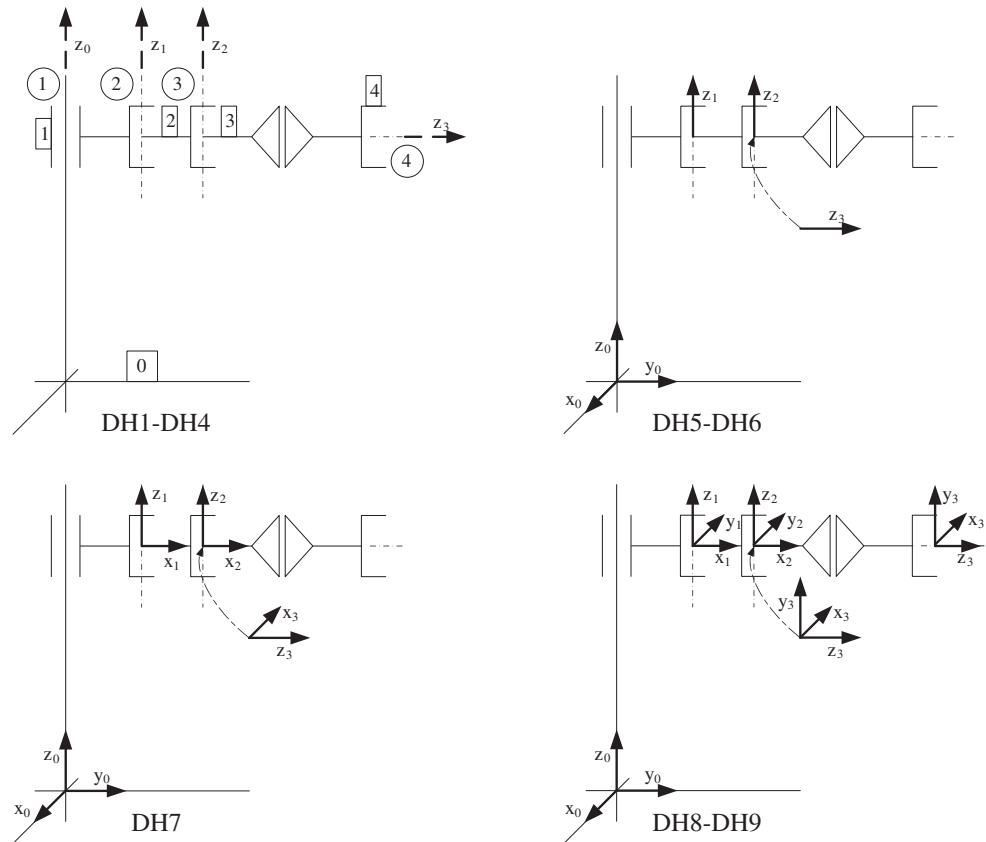


Figura 4.24. Secuencia del algoritmo de D-H para el robot del ejercicio 4.3.

A partir de ella puede obtenerse la tabla de parámetros de Denavit-Hartenberg (Tabla 4.9) y de ésta las matrices $i^{-1}A_i$ y la matriz T .

Tabla 4.9. Parámetros de D-H del robot del Ejercicio 4.3

Articulación	θ	d	a	α
1	$\pi/2$	q_1	l_1	0
2	q_2	0	l_2	0
3	$q_3 + \pi/2$	0	0	$\pi/2$
4	q_4	l_3	0	0

$$\begin{aligned}
 {}^0 \mathbf{A}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 1 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad {}^1 \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & l_2 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & l_2 S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\
 {}^2 \mathbf{A}_3 &= \begin{bmatrix} -S_3 & 0 & C_3 & 0 \\ C_3 & 0 & S_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad {}^3 \mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} C_4 & -S_4 & 0 & 0 \\ S_4 & C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{T} = {}^0 \mathbf{A}_4 &= \begin{bmatrix} -C_4 C_{23} & S_4 C_{23} & -S_{23} & -l_3 S_{23} - l_2 S_2 \\ -C_4 S_{23} & S_4 S_{23} & C_{23} & l_3 C_{23} + l_2 C_2 + l_1 \\ S_4 & C_4 & 0 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Resultando, por tanto, que el modelo cinemático responde a (véase Expresión [3.71] para la justificación de la matriz [**noa**]):

$$x = -l_3 S_{23} - l_2 S_2$$

$$y = l_3 C_{23} + l_2 C_2 + l_1$$

$$z = q_1$$

$$[\mathbf{n} \quad \mathbf{o} \quad \mathbf{a}] = \mathbf{Rotz}(\pi + q_2 + q_3) \cdot \mathbf{Rotx}(\pi/2) \cdot \mathbf{Rotz}(q_4)$$

Si se utiliza la herramienta de cálculo simbólico de MATLAB® para ayudar en la obtención de esta expresión se tendrá:

```

syms q1 q2 q3 q4 l1 l2 l3
pi1=sym(pi);
A01=MDH(pi1/2,q1,l1,0);

A12=MDH(q2,0,l2,0)
A23=MDH(q3+pi1/2,0,0,pi1/2);
A34=MDH(q4,l3,0,0);
T=A01*A12*A23*A34

```

Dando los valores deseados a q_1, q_2, q_3, q_4 y a l_1, l_2, l_3 y utilizando la función $eval(T)$ puede obtenerse la posición y orientación del extremo del robot para cada configuración.

El uso de la Robótica Toolbox para MATLAB® para este caso sería:

```

l1=0.3; l2=0.2; l3=0.1;
L1=link([0 l1 pi/2 0 1])
L2=link([0 l2 0 0])
L3=link([pi/2 0 0 0 0 pi/2])
L4=link([0 0 0 l3])
Rej_4_3=robot({L1,L2,L3,L4}, 'Robot Ejercicio 4.2')

```

Donde se han dado a las barras las longitudes indicadas en el enunciado. Es importante observar en la definición del link L1 el paso de un parámetro adicional a los 4 parámetros correspondientes a los valores α, a, θ, d , que toma el valor de 1 y que permite especificar que la articulación correspondiente es de translación.

Asimismo, en la definición del link L3 aparecen tras el quinto parámetro, que toma el valor de 0 para indicar que se trata de una articulación de rotación, un sexto parámetro que toma el valor de $\pi/2$ y que refleja el «*offset*» que presenta el correspondiente grado de libertad, cuyo parámetro de DH asociado es $q_3 + \pi/2$.

La función *fkine* para diferentes configuraciones da como resultado:

```
fkine(Rej_4_3, [0 0 0 0])
```

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0,6 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
fkine(Rej_4_3, [0 pi/2 pi/2 0])
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -0,2 \\ 0 & 0 & -1 & 0,2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
fkine(Rej_4_3, [0 pi 0 pi/2])
```

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
fkine(Rej_4_3, [0.5 pi/3 pi/6 pi/4])
```

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -0,273 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 & 0,4 \\ \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Puede compararse con los resultados obtenidos anteriormente.

Ejercicio 4.4

Obtener el modelo cinemático directo del robot de 5 GDL de la Figura 4.25.

Tomar $l_1 = 10$, $l_2 = 0.5$, $l_3 = 1$, $l_4 = 0.5$

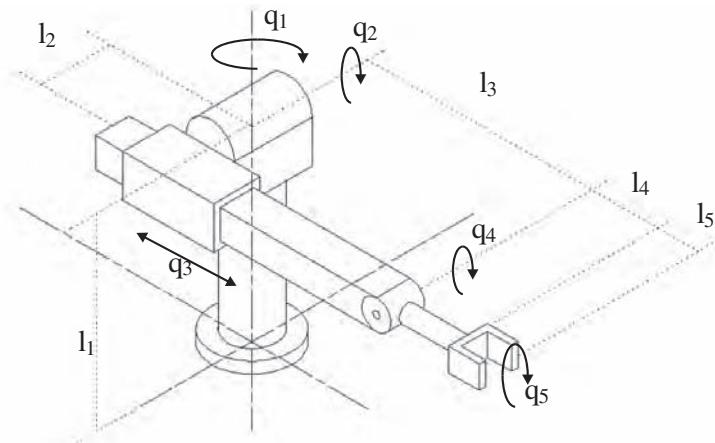


Figura 4.25. Robot del Ejercicio 4.4.

Solución

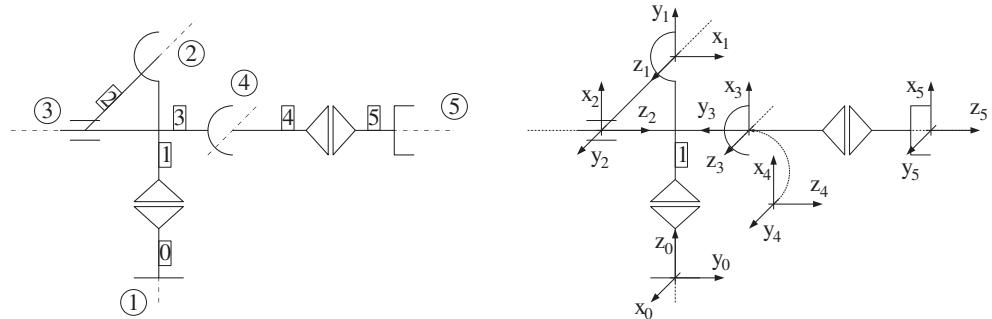


Figura 4.26. Secuencia algorítmica de DH para el robot del Ejercicio 4.4.

Las figuras y la tabla recogen el desarrollo del algoritmo de D-H que permite obtener los valores de las matrices $i^{-1}A_i$.

Tabla 4.10. Parámetros de D-H para el robot del Ejercicio 4.4

Articulación	θ	d	a	α
1	$q_1 + \pi/2$	l_1	0	$\pi/2$
2	$q_2 + \pi/2$	l_2	0	$\pi/2$
3	0	q_3	0	$-\pi/2$
4	q_4	0	0	$\pi/2$
5	q_5	$l_4 + l_5$	0	0

$$\begin{aligned}
 {}^0\mathbf{A}_1 &= \begin{bmatrix} -S_1 & 0 & C_1 & 0 \\ C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^1\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -S_2 & 0 & C_2 & 0 \\ C_2 & 0 & S_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 {}^2\mathbf{A}_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^3\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} C_4 & 0 & S_4 & 0 \\ S_4 & 0 & -C_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 {}^4\mathbf{A}_5 &= \begin{bmatrix} C_5 & -S_5 & 0 & 0 \\ S_5 & C_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_4 + l_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{T} = {}^0\mathbf{A}_5 &= {}^0\mathbf{A}_1 \cdot {}^1\mathbf{A}_2 \cdot {}^2\mathbf{A}_3 \cdot {}^3\mathbf{A}_4 \cdot {}^4\mathbf{A}_5 \\
 &= \begin{bmatrix} S_1 S_{24} C_5 + C_1 S_5 & -S_1 S_{24} S_5 + C_1 C_5 & -S_1 C_{24} & -S_1 C_{24} (l_4 + l_5) + C_1 l_2 - S_1 C_2 q_3 \\ -C_1 S_{24} C_5 + S_1 S_5 & -C_1 S_{24} S_5 + S_1 C_5 & C_1 C_{24} & C_1 C_{24} (l_4 + l_5) + S_1 l_2 + C_1 C_2 q_3 \\ C_{24} C_5 & -C_{24} S_5 & S_{24} & S_{24} (l_4 + l_5) + l_1 + S_2 q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Si se hace uso de la Robotics Toolbox de MATLAB®, se tendrá:

```

L1=link([pi/2 0 0 11 0 pi/2])
L2=link([pi/2 0 0 12 0 pi/2])
L3=link([-pi/2 0 0 0 1 0])
L4=link([pi/2 0 0 0 0 0])
L5=link([0 0 0 14+15 0 0])

```

Donde se deben dar valores concretos a las longitudes de las barras, tomándose para ello:

$$l_1 = 10; \quad l_2 = 0.5; \quad l_4 = 1; \quad l_5 = 0.5$$

```
Rej_4_4=robot({L1,L2,L3,L4,L5})
```

Pudiéndose entonces usar la función *fkine* para resolver el modelo cinemático directo. Por ejemplo:

```
fkine(Rej_4_4,[0 0 0 0 0]) o fkine(Rej_4_4,[pi/2,0,10,-pi/2,0])
```

Ejercicio 4.5

Obtener mediante la ayuda de las matrices de transformación homogénea de D-H, el modelo cinemático inverso del robot del 2 GDL de la Figura 4.27

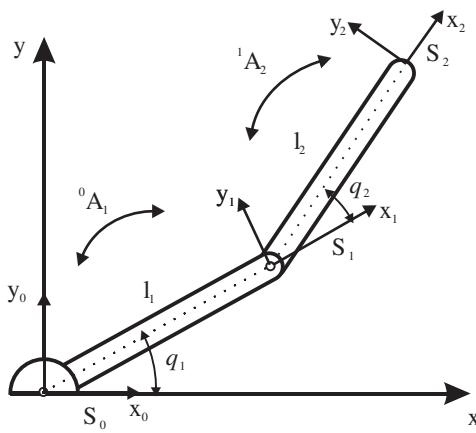


Figura 4.27. Robot Ejercicio 4.5.

Solución

Tal y como se obtuvo en el Ejemplo 4.5 , para este robot se tiene:

Tabla 4.11. Parámetros de D-H para el robot del Ejercicio 4.4

Articulación	θ	d	a	α
1	q_1	0	l_1	0
2	q_2	0	l_2	0

$${}^0\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & l_1 C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & l_1 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^1\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & l_2 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & l_2 S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0\mathbf{A}_2 = {}^0\mathbf{A}_1 {}^1\mathbf{A}_2 = \mathbf{T} = \begin{bmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l_1 C_1 + l_2 C_{12} \\ S_{12} & C_{12} & 0 & l_1 S_1 + l_2 S_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

El objeto del modelo cinemático inverso es obtener los valores de \mathbf{q} que dan lugar a una matriz $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ determinada, siendo, por tanto, esta última el dato desconocido.

Puede escribirse que:

$${}^0\mathbf{A}_2 = \mathbf{T} = \begin{bmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l_1C_1 + l_2C_{12} \\ S_{12} & C_{12} & 0 & l_1S_1 + l_2S_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Se dispone así de 12 ecuaciones (prescindiendo de las 4 identidades asociadas a la última fila) con 2 incógnitas (q_1 y q_2) debiéndose seleccionar de entre ellas alguna que permita despejar las incógnitas.

En este caso, seleccionando las ecuaciones correspondientes a igualar los términos (1,4) y (2,4) se tiene:

$$l_1C_1 + l_2C_{12} = p_x$$

$$l_1S_1 + l_2S_{12} = p_y$$

Elevando al cuadrado ambas igualdades:

$$l_1^2C_1^2 + l_2^2C_{12}^2 + 2l_1l_2C_1C_{12} = p_x^2$$

$$l_1^2S_1^2 + l_2^2S_{12}^2 + 2l_1l_2S_1S_{12} = p_y^2$$

Y sumando término a término:

$$l_1^2 + l_2^2 + 2l_1l_2(C_{12}C_1 + S_{12}S_1) = p_x^2 + p_y^2$$

$$l_1^2 + l_2^2 + 2l_1l_2C_2 = p_x^2 + p_y^2$$

$$C_2 = \frac{p_x^2 + p_y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2}$$

De donde se puede obtener q_2 .

Para obtener q_1 se manipulará la igualdad matricial:

$${}^0\mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Premultiplicando por la inversa de ${}^0\mathbf{A}_1$ se tiene:

$${}^1\mathbf{A}_2 = ({}^0\mathbf{A}_1)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matriz $({}^0\mathbf{A}_1)^{-1}$ puede obtenerse a partir de ${}^0\mathbf{A}_1$ mediante la relación definida en [3.45] resultando:

$$({}^0\mathbf{A}_1)^{-1} = {}^1\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 & -l_1 \\ -S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Con lo que:

$$\begin{aligned} ({}^0\mathbf{A}_1)^{-1} \cdot \mathbf{T} = {}^1\mathbf{A}_2 &\Rightarrow \begin{bmatrix} C_1 n_x + S_1 n_y & C_1 o_x + S_1 o_y & C_1 a_x + S_1 a_y & C_1 p_x + S_1 p_y - l_1 \\ -S_1 n_x + C_1 n_y & -S_1 o_x + C_1 o_y & -S_1 a_x + C_1 a_y & -S_1 p_x + C_1 p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & l_2 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & l_2 S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Tomando de las 12 igualdades posibles los elementos (1,4) y (2,4):

$$\begin{aligned} C_1 p_x + S_1 p_y - l_1 &= l_2 C_2 \Rightarrow C_1 p_x + S_1 p_y = l_2 C_2 + l_1 \\ -S_1 p_x + C_1 p_y &= l_2 S_2 \quad -S_1 p_x + C_1 p_y = l_2 S_2 \end{aligned}$$

Dividiendo término a término la segunda igualdad entre la primera, se obtiene:

$$\frac{l_2 S_2}{l_2 C_2 + l_1} = \frac{C_1 p_y - S_1 p_x}{C_1 p_x + S_1 p_y}$$

Dividiendo numerador y denominador del segundo miembro por $C_1 p_x$

$$\frac{l_2 S_2}{l_2 C_2 + l_1} = \frac{\frac{p_y}{p_x} - T_1}{1 + T_1 \frac{p_y}{p_x}}$$

y teniendo en cuenta que

$$T(a-b) = \frac{Ta - Tb}{1 + TaTb}$$

$$\frac{l_2 S_2}{l_2 C_2 + l_1} = T \left(\operatorname{arctg} \frac{p_y}{p_x} - q_1 \right)$$

de donde

$$\operatorname{arctg} \frac{l_2 S_2}{l_2 C_2 + l_1} = \operatorname{arctg} \frac{p_y}{p_x} - q_1$$

Resultando finalmente que:

$$q_1 = \operatorname{arctg} \frac{p_y}{p_x} - \operatorname{arctg} \frac{l_2 S_2}{l_2 C_2 + l_1}$$

Por tanto, el modelo cinemático inverso viene dado por las ecuaciones:

$$q_1 = \operatorname{arctg} \frac{p_y}{p_x} - \operatorname{arctg} \frac{l_2 S_2}{l_2 C_2 + l_1}$$

$$q_2 = \arccos \frac{p_x^2 + p_y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2}$$

Al mismo resultado podría llegarse por razonamientos geométricos (se deja al lector la comprobación, pudiéndose basar en el desarrollo utilizado en el Apartado 4.2.1) resultando en este caso más simple aquel procedimiento.

Ejercicio 4.6

Obtener mediante el uso de matrices de transformación homogénea el modelo cinemático inverso del robot de la Figura 4.9, cuyo esquema simplificado se muestra en la Figura 4.28.

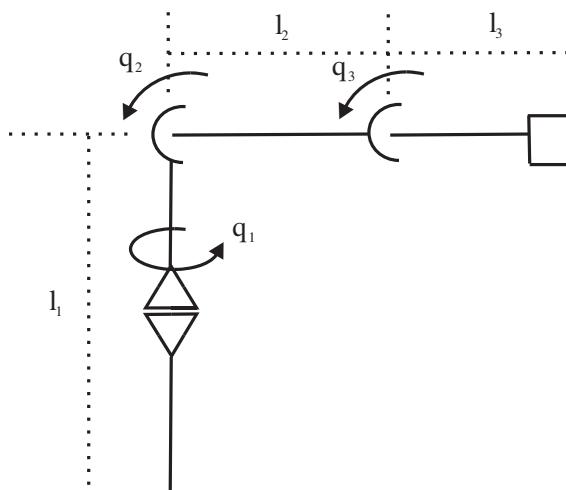


Figura 4.28. Modelo simplificado del robot de la Figura 4.9.

Se comenzará obteniéndose la tabla de parámetros de D-H.

Tabla 4.12. Parámetros de D-H del robot del Ejercicio 4.6

Articulación	θ	d	a	α
1	q_1	l_1	0	$\pi/2$
2	q_2	0	l_2	0
3	q_3	0	l_3	0

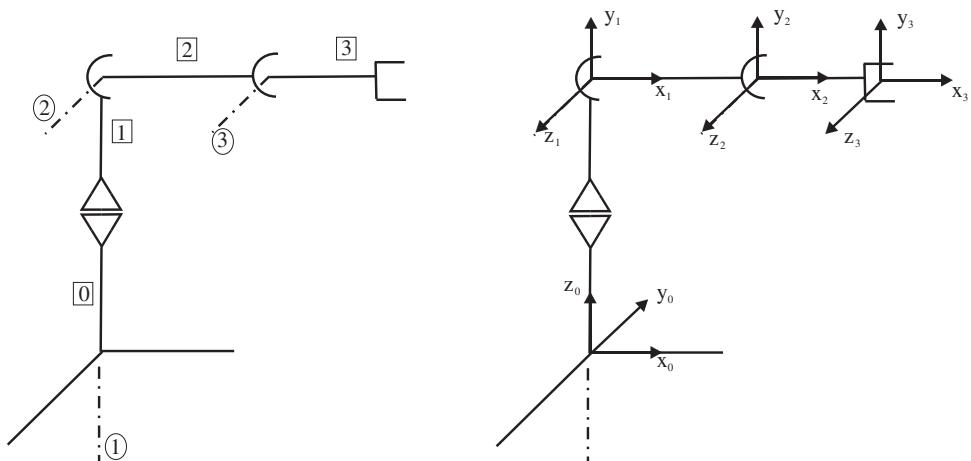


Figura 4.29. Secuencia de D-H para el robot del Ejercicio 4.6.

Y a partir de ella las matrices ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$ y sus inversas ${}^i\mathbf{A}_{i-1}$

$${}^0\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad {}^1\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -l_1 \\ S_1 & -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & l_2 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & l_2 S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad {}^2\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} C_2 & S_2 & 0 & -l_2 \\ -S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & l_3 C_3 \\ S_3 & C_3 & 0 & l_3 S_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad {}^3\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 & -l_3 \\ -S_3 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Con lo que la matriz T que resuelve el problema cinemático directo será:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= {}^0\mathbf{A}_3 = {}^0\mathbf{A}_1 \cdot {}^1\mathbf{A}_2 \cdot {}^2\mathbf{A}_3 = \\ &= \begin{bmatrix} C_1C_2C_3 - C_1S_2S_3 & -C_1C_2S_3 - C_1S_2C_3 & S_1 & C_1C_2C_3l_3 - C_1S_2S_3l_3 + C_1C_2l_2 \\ S_1C_2C_3 - S_1S_2S_3 & -S_1C_2S_3 - S_1S_2C_3 & -C_1 & S_1C_2C_3l_3 - S_1S_2S_3l_3 + S_1C_2l_2 \\ S_2C_3 + C_2S_3 & -S_2S_3 + C_2C_3 & 0 & S_2C_3l_3 + C_2S_3l_3 + l_2S_2 + l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C_1C_{23} & -C_1S_{23} & S_1 & l_3C_1C_{23} + l_2C_1C_2 \\ S_1C_{23} & -S_1S_{23} & -C_1 & l_3S_1C_{23} + l_2S_1C_2 \\ S_{23} & C_{23} & 0 & l_3S_{23} + l_2S_2 + l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Suponiendo que se pretenda localizar al extremo del robot según la matriz de valor

$$\begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Se deberá verificar que:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= {}^0\mathbf{A}_1 \cdot {}^1\mathbf{A}_2 \cdot {}^2\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^1\mathbf{A}_2 \cdot {}^2\mathbf{A}_3 &= {}^1\mathbf{A}_0 \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Siendo el primer miembro de la igualdad:

$${}^1\mathbf{A}_2 \cdot {}^2\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} C_{23} & -S_{23} & 0 & l_3C_{23} + l_2C_2 \\ S_{23} & C_{23} & 0 & l_3S_{23} + l_2S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Por su parte el segundo miembro de la igualdad vale:

$${}^1\mathbf{A}_0 \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1n_x + S_1n_y & C_1o_x + S_1o_y & C_1a_x + S_1a_y & C_1p_x + S_1p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z - l_1 \\ S_1n_x - C_1n_y & S_1o_x - C_1o_y & S_1a_x - C_1a_y & S_1p_x - C_1p_y \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Igualando el término (3,4) de ambos miembros se obtiene:

$$0 = S_1p_x - C_1p_y \Rightarrow T_1 = \frac{p_y}{p_x} \Rightarrow q_1 = \arctg\left(\frac{p_y}{p_x}\right)$$

Para obtener q_2 y q_3 se pasa la matriz ${}^1\mathbf{A}_2$ al otro miembro resultando:

$${}^2\mathbf{A}_3 = {}^2\mathbf{A}_1 \cdot {}^1\mathbf{A}_0 \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Siendo

$$\begin{aligned} {}^2\mathbf{A}_1 \cdot {}^1\mathbf{A}_0 &= \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} C_1C_2n_x + S_1C_2n_y + S_2n_z & C_1C_2o_x + S_1C_2o_y + S_2o_z & C_1C_2a_x + S_1C_2a_y + S_2a_z & C_1C_2p_x + S_1C_2p_y + S_2p_z - S_2l_1 - l_2 \\ -C_1S_2n_x - S_1S_2n_y + C_2n_z & -C_1C_2o_x - S_1S_2o_y + C_2o_z & -C_1S_2a_x - S_1S_2a_y + C_2a_z & -C_1S_2p_x - S_1S_2p_y + C_2p_z - C_2l_1 \\ S_1n_x - C_1n_y & S_1o_x - C_1o_y & S_1a_x - C_1a_y & S_1p_x - C_1p_y \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Utilizando los términos (1,4) y (2,4) se tiene:

$$\begin{aligned} l_3C_3 &= C_2(C_1p_x + S_1p_y) + S_2(p_z - l_1) - l_2 \\ l_3S_3 &= -S_2(C_1p_x + S_1p_y) + C_2(p_z - l_1) \end{aligned}$$

Llamando

$$A = C_1p_x + S_1p_y$$

$$B = p_z - l_1$$

Se puede escribir

$$l_3 C_3 = AC_2 + BS_2 - l_2$$

$$l_3 S_3 = -AS_2 + BC_2$$

Elevando al cuadrado ambas igualdades

$$(l_3 C_3 + l_2)^2 = (AC_2 + BS_2)^2$$

$$(l_3 S_3)^2 = (-AS_2 + BC_2)^2$$

$$l_3^2 C_3^2 + l_2^2 + 2l_2 l_3 C_3 = A^2 C_2^2 + B^2 S_2^2 + 2AB S_2 C_2$$

$$l_3^2 S_3^2 = A^2 S_2^2 + B^2 C_2^2 - 2AB S_2 C_2$$

Y sumando miembro a miembro:

$$l_3^2 (S_3^2 + C_3^2) + l_2^2 + 2l_2 l_3 C_3 = A^2 (S_2^2 + C_2^2) + B^2 (S_2^2 + C_2^2)$$

$$l_3^2 + l_2^2 + 2l_2 l_3 C_3 = A^2 + B^2$$

$$C_3 = \frac{A^2 + B^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2 l_3}$$

Y teniendo en cuenta que:

$$\begin{aligned} A^2 &= (C_1 p_x + S_1 p_y)^2 = C_1^2 p_x^2 + S_1^2 p_y^2 + 2C_1 S_1 p_x p_y \\ &= (1 - S_1^2) p_x^2 + (1 - C_1^2) p_y^2 + 2C_1 S_1 p_x p_y \\ &= -S_1^2 p_x^2 - C_1^2 p_y^2 + 2C_1 S_1 p_x p_y + p_x^2 + p_y^2 \\ &= -(S_1 p_x - C_1 p_y)^2 + p_x^2 + p_y^2 \\ &= p_x^2 + p_y^2 \end{aligned}$$

Donde se ha utilizado la relación definida por el elemento (3,4) de la igualdad

$${}^1\mathbf{A}_2 {}^2\mathbf{A}_3 = {}^1\mathbf{A}_0 \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Según la cual $S_1 p_x - C_1 p_y = 0$

Por lo que finalmente se tiene que:

$$C_3 = \frac{p_x^2 + p_y^2 + (p_z - l_1)^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2 l_3}$$

Por ultimo, para obtener q_2 se divide miembro a miembro las igualdades de los términos (1,4) y (2,4) resultando:

$$\begin{aligned} l_3C_3 + l_2 &= AC_2 + BS_2 \\ l_3S_3 &= -AS_2 + BC_2 \\ \frac{l_3C_3 + l_2}{l_3S_3} &= \frac{AC_2 + BS_2}{-AS_2 + BC_2} \end{aligned}$$

Dividiendo el segundo miembro por C_2 :

$$\begin{aligned} \frac{l_3C_3 + l_2}{l_3S_3} &= \frac{A + BT_2}{-AT_2 + B} \\ (l_3C_3 + l_2)(-AT_2 + B) &= (A + BT_2)l_3S_3 \\ (l_3C_3 + l_2)B - l_3S_3A &= [l_3S_3B + (l_3C_3 + l_2)A]T_2 \\ T_2 &= \frac{(l_3C_3 + l_2)B - l_3S_3A}{(l_3C_3 + l_2)A + l_3S_3B} \end{aligned}$$

Dividiendo numerador y denominador por A ($l_3C_3 + l_2$)

$$T_2 = \frac{\frac{B}{A} - \frac{l_3S_3}{l_2 + l_3C_3}}{1 + \frac{B}{A} \cdot \frac{l_3S_3}{l_2 + l_3C_3}}$$

Teniendo en cuenta que

$$T(a-b) = \frac{Ta-Tb}{1+TaTb}$$

Se obtiene

$$T_2 = T \left(\operatorname{arctg} \left(\frac{B}{A} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{l_3S_3}{l_2 + l_3C_3} \right) \right)$$

Con lo que finalmente:

$$q_2 = \operatorname{arctg} \left(\frac{p_z - l_1}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{l_3S_3}{l_2 + l_3C_3} \right)$$

Las expresiones anteriores permiten obtener q_1 , q_2 y q_3 en función de los elementos de la matriz $\begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, resolviendo el problema cinemático inverso.

Como puede comprobarse, los resultados obtenidos haciendo uso de las matrices de transformación homogénea, coinciden con los obtenidos por métodos geométricos en el Apartado 4.2.1 con la matización que en aquél se tomó el origen del sistema de referencia de la base en el eje de la articulación 2, mientras que aquí se ha tomado en la base del robot, por lo que ahora a p_z hay que restarle la longitud de la primera barra l_1 : ($p_z - l_1$).

Ejercicio 4.7

Resolver el modelo cinemático inverso del robot de la Figura 4.30 mediante:

1. Procedimientos geométricos
2. Uso de las matrices de transformación homogénea
3. Uso de la Toolbox de Robótica de MATLAB® (tomar para l_1 y l_2 los valores de 20 y 15 respectivamente).

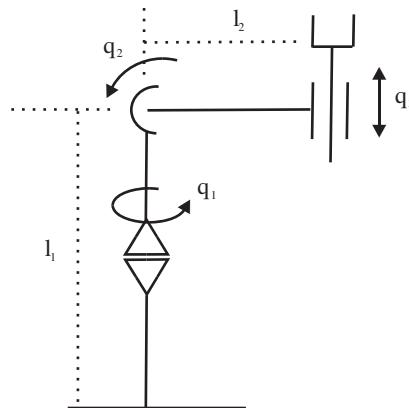


Figura 4.30. Robot del Ejercicio 4.7.

Solución

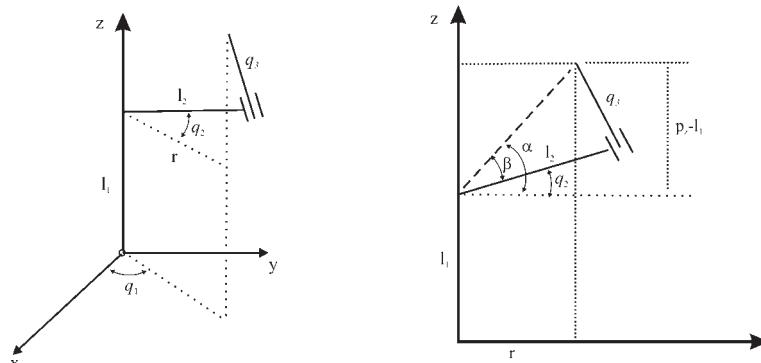


Figura 4.31. Solución mediante métodos geométricos del robot del Ejercicio 4.7.

1. Resolución mediante métodos geometricos:

De la figura se obtiene:

$$r^2 = p_x^2 + p_y^2$$

Ángulo q_1 :

$$q_1 = \arctg\left(\frac{p_y}{p_x}\right)$$

Distancia q_3 :

$$\begin{aligned} r^2 + (p_z - l_1)^2 &= l_2^2 + q_3^2 \\ q_3 &= \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + (p_z - l_1)^2 - l_2^2} \end{aligned}$$

Ángulo q_2 :

$$q_2 = \alpha - \beta \Rightarrow T_2 = T(\alpha - \beta) = \frac{T_\alpha - T_\beta}{1 + T_\alpha T_\beta}$$

Siendo

$$T_\alpha = \frac{p_z - l_1}{r}$$

$$T_\beta = \frac{q_3}{l_2}$$

Con lo que:

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{\frac{p_z - l_1}{r} - \frac{q_3}{l_2}}{1 + \frac{p_z - l_1}{r} \cdot \frac{q_3}{l_2}} = \frac{(p_z - l_1)l_2 - rq_3}{rl_2 + (p_z - l_1)q_3} \\ q_2 &= \arctg\left(\frac{(p_z - l_1)l_2 - \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \cdot q_3}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2} \cdot l_2 + (p_z - l_1)q_3}\right) \end{aligned}$$

2. Para resolver el problema cinemático inverso mediante el uso de las matrices de transformación homogénea se seguirán los pasos siguientes:

- Obtención de los parámetros de Denavit-Hartenberg.
- Obtención de las matrices $i^{-1}\mathbf{A}_i$ y sus inversas así como de la matriz \mathbf{T} .
- Obtención consecutiva de las expresiones de las coordenadas articulares en función de la matriz de localización del extremo del robot.

Se desarrollan a continuación estos pasos:

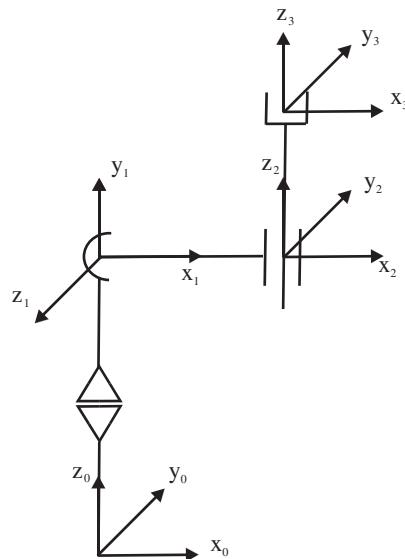


Figura 4.32. Sistemas de D-H para el robot de Ejercicio 4.7.

Tabla 4.13. Parámetros de D-H para el robot de Ejercicio 4.7

Articulación	θ	d	a	α
1	q_1	l_1	0	$\pi/2$
2	q_2	0	l_2	$-\pi/2$
3	0	q_3	0	0

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{A}_1 &= \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; & {}^1\mathbf{A}_0 &= \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -l_1 \\ S_1 & -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^1\mathbf{A}_2 &= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & l_2 C_2 \\ S_2 & 0 & C_2 & l_2 S_2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; & {}^2\mathbf{A}_1 &= \begin{bmatrix} C_2 & S_2 & 0 & -l_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}^2\mathbf{A}_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; & {}^3\mathbf{A}_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{T} = {}^0\mathbf{A}_1 \cdot {}^1\mathbf{A}_2 \cdot {}^2\mathbf{A}_3 &= \begin{bmatrix} C_1C_2 & -S_1 & -C_1S_2 & -C_1S_2q_3 + C_1C_2l_2 \\ S_1C_2 & C_1 & -S_1S_2 & -S_1S_2q_3 + S_1C_2l_2 \\ S_2 & 0 & C_2 & C_2q_3 + S_2l_2 + l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$${}^1\mathbf{A}_2 \cdot {}^2\mathbf{A}_3 = {}^1\mathbf{A}_0 \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & l_2C_2 \\ S_2 & 0 & C_2 & l_2S_2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -l_1 \\ S_1 & -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & -S_2q_3 + C_2l_2 \\ S_2 & 0 & C_2 & C_2q_3 + S_2l_2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1n_x + S_1n_y & C_1o_x + S_1o_y & C_1a_x + S_1a_y & C_1p_x + S_1p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z - l_1 \\ S_1n_x - C_1n_y & S_1o_x - C_1o_y & S_1a_x - C_1a_y & S_1p_x - C_1p_y \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Tomando el elemento (3,4) se tiene:

$$0 = S_1p_x - C_1p_y \Rightarrow T_1 = \frac{p_y}{p_x} \Rightarrow q_1 = \arctg\left(\frac{p_y}{p_x}\right)$$

Tomando los elementos (1,4) y (2,4) se tiene:

$$\begin{cases} -S_2q_3 + C_2l_2 = C_1p_x + S_1p_y \\ C_2q_3 + S_2l_2 = (p_z - l_1) \end{cases}$$

Sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas (q_2 y q_3) que es preciso resolver, para ello se llamará:

$$A = C_1p_x + S_1p_y$$

$$B = p_z - l_1$$

Y puesto que:

$$\begin{aligned}
 A^2 &= (C_1 p_x + S_1 p_y)^2 = C_1^2 p_x^2 + S_1^2 p_y^2 + 2C_1 S_1 p_x p_y \\
 &= (1 - S_1^2) p_x^2 + (1 - C_1^2) p_y^2 + 2C_1 S_1 p_x p_y \\
 &= -S_1^2 p_x^2 - C_1^2 p_y^2 + 2C_1 S_1 p_x p_y + p_x^2 + p_y^2 \\
 &= -(S_1 p_x - C_1 p_y)^2 + p_x^2 + p_y^2 \\
 &= p_x^2 + p_y^2
 \end{aligned}$$

Donde se ha tenido en cuenta que $S_1 p_x - C_1 p_y = 0$.

Se tiene, por tanto, que:

$$A = C_1 p_x + S_1 p_y = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$$

$$B = p_z - l_1$$

Ambos valores, A y B , son, por tanto, conocidos en función de los datos p_x , p_y , p_z , pudiéndose entonces escribir el sistema de ecuaciones como:

$$\begin{cases} -S_2 q_3 + C_2 l_2 = A \\ C_2 q_3 + S_2 l_2 = B \end{cases}$$

Para despejar q_3 , se elevará al cuadrado y se sumarán ambas ecuaciones, obteniéndose:

$$\begin{aligned}
 S_2^2 q_3^2 + C_2^2 l_2^2 - 2S_2 C_2 q_3 l_1 + C_2^2 q_3^2 + S_2^2 l_1^2 + 2S_2 C_2 q_3 l_1 &= A^2 + B^2 \\
 q_3^2 + l_2^2 &= A^2 + B^2 \\
 q_3 = \sqrt{A^2 + B^2 - l_2^2} &= \sqrt{(p_x^2 + p_y^2) + (p_z^2 - l_1^2)^2 - l_2^2}
 \end{aligned}$$

Para obtener q_2 y tratando de que ésta se exprese en términos de arctg, se obtendrá de la segunda de las ecuaciones del sistema:

$$\begin{aligned}
 S_2 &= \frac{B - C_2 q_3}{l_2} \\
 C_2 &= \frac{B - S_2 l_2}{q_3}
 \end{aligned}$$

Y sustituyendo S_2 en la primera:

$$\begin{aligned}
 -\frac{B - C_2 q_3}{l_2} q_3 + C_2 l_2 &= A \Rightarrow -B q_3 + C_2 q_3^2 + C_2 l_2^2 = A l_2 \\
 \Rightarrow C_2 &= \frac{A l_2 + B q_3}{q_3^2 + l_2^2}
 \end{aligned}$$

De la misma manera sustituyendo C_2 en la primera ecuación del sistema:

$$\begin{aligned} -S_2 q_3 + \frac{B - S_2 l_2}{q_3} l_2 = A &\Rightarrow Bl_2 - S_2 l_2^2 - S_2 q_3^2 = Aq_3 \\ \Rightarrow S_2 &= \frac{Bl_2 - Aq_3}{q_3^2 + l_2^2} \end{aligned}$$

Dividiendo las expresiones de S_2 y C_2 , se obtiene:

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{S_2}{C_2} = \frac{Bl_2 - Aq_3}{Bq_3 + Al_2} = \frac{(p_z - l_1)l_2 - q_3\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}{(p_z - l_1)q_3 + l_2\sqrt{p_x^2 + p_y^2}} \\ q_2 &= \arctg \left(\frac{(p_z - l_1)l_2 - q_3\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}{(p_z - l_1)q_3 + l_2\sqrt{p_x^2 + p_y^2}} \right) \end{aligned}$$

Los valores obtenidos mediante el uso de las matrices de transformación homogénea para las coordenadas articulares q_1 , q_2 y q_3 coinciden con los obtenidos por procedimientos geométricos.

3. La Toolbox de Robótica de MATLAB® dispone de la función *ikine* que mediante métodos iterativos, resuelve el problema cinemático inverso de un robot. Debe considerarse que por utilizar un algoritmo iterativo y no una solución cerrada (como sería la utilización de las formulas antes encontradas) puede en ocasiones tardar en converger a una solución o incluso no converger y en el caso de haber soluciones múltiples proporcionará una de ellas, sin que se pueda seleccionar cuál.

Se toman los valores siguientes: $l_1 = 20$ y $l_2 = 15$

La secuencia de comandos Matlab sería la siguiente:

```
11=20
12 =15
L1=link([pi/2,0,0,11,0,0])
L2=link([pi/2,12,0,0,0,0])
L3=link([0,0,0,0,1,0])
Rej_4_7=robot({L1,L2,L3})
drivebot(Rej_4_7)
NOAP1=fkine(Rej_4_7,[0 0 0])
ikine(Rej_4_7,NOAP1,[0 0 0],[1 1 1 0 0 0])
NOAP2=fkine(Rej_4_7,[0 pi 20])
ikine(Rej_4_7,NOAP2,[0 0 0],[1 1 1 0 0 0])
```

Donde se ha utilizado, complementariamente, la función *drivebot* que ayuda a comprobar la correcta definición del robot y la función *fkine* que permite verificar el correcto resultado de la función *ikine* para los diferentes valores.

La función *ikine* resuelve el problema cinemático inverso mediante métodos iterativos y precisa, además del nombre del robot (Rej_4_7) y de la matriz de transformación homogénea

que define la localización del robot (NOAP1 y NOAP2 en el ejemplo), definir optativamente el punto inicial para la iteración (se ha tomado [0 0 0] en ambos casos) y para el caso, como el presente, en que el robot tenga menos de 6 grados de libertad, aquellos valores en el espacio cartesiano que serán utilizados (véase la ayuda de la función *ikine* en Matlab), que en este caso son x,y,z.

Puede comprobarse que dependiendo del valor inicial a tomar, la función *ikine* puede dar valores diferentes:

```
>> ikine(Rej_4_7,NOAP1,[pi 0 0],[1 1 1 0 0 0])
```

O incluso no converger:

```
>> ikine(Rej_4_7,NOAP1,[0 pi 0],[1 1 1 0 0 0])
```

Puede probarse, asimismo, la combinación de expresiones *fkine*, *ikine* para diferentes valores. En particular, se puede observar cómo las coordenadas articulares correspondientes a los puntos situados sobre el eje z son independientes del valor q_1 , es decir, en estas condiciones el grado de libertad q_1 no contribuye a posicionar el extremo del robot. Obsérvese, que para estas situaciones ($p_x = p_y = 0$) la expresión obtenida en los apartados 1 o 2 para q_1 , queda indeterminada. Las configuraciones en cuestión corresponden a puntos singulares.

Ejercicio 4.8

Resolver el modelo cinemático inverso para el robot de 6 GDL de la Figura 4.33.

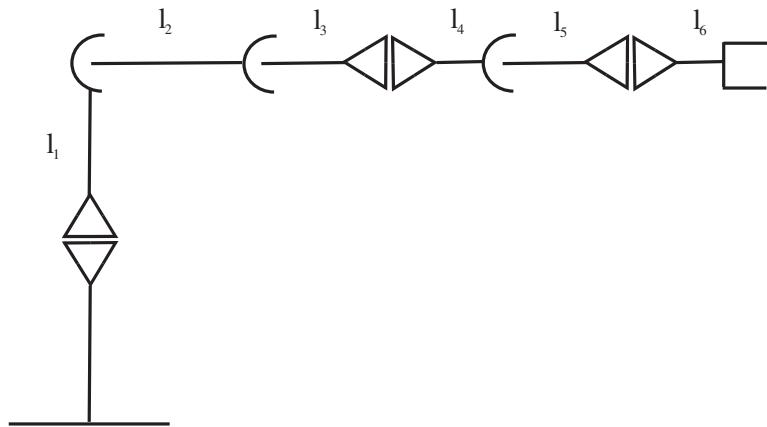


Figura 4.33. Robot de 6 GDL del Ejercicio 4.8.

Solución

Se utilizará el desacoplamiento cinemático, posicionando la muñeca del robot mediante los 3 primeros GDL y posteriormente encontrando los 3 últimos grados de libertad en función de la orientación deseada del extremo.

Se comenzará obteniendo la tabla de parámetros de Denavit-Hartenberg.

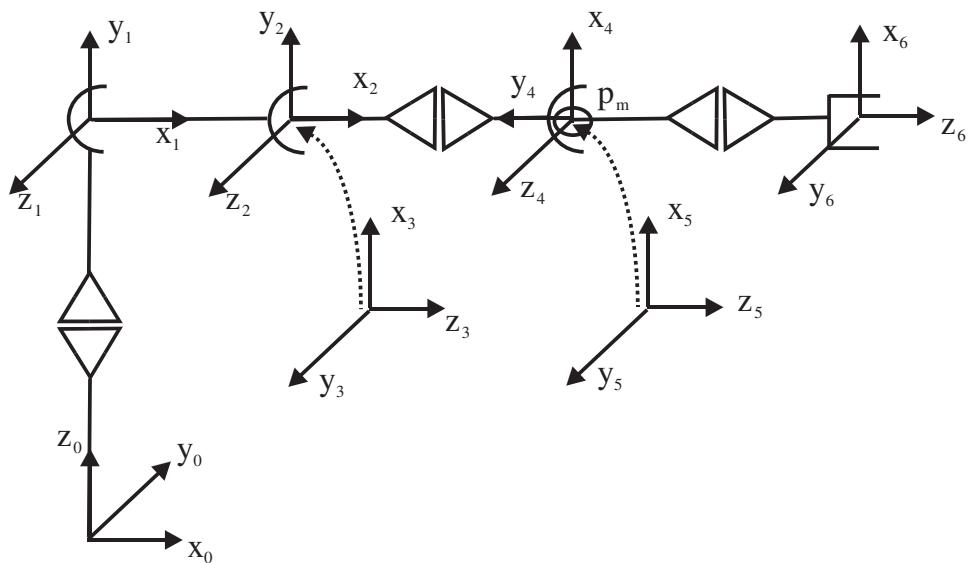


Figura 4.34. Sistemas de referencia de D-H para el robot del Ejercicio 4.8.

Tabla 4.14. Parámetros de D-H para el robot del Ejercicio 4.8

Articulación	θ	d	a	α
1	q_1	l_1	0	$\pi/2$
2	q_2	0	l_2	0
3	$q_3 + \pi/2$	0	0	$\pi/2$
4	q_4	$l_3 + l_4$	0	$-\pi/2$
5	q_5	0	0	$\pi/2$
6	q_6	$l_5 + l_6$	0	0

El centro de la muñeca \mathbf{p}_m es el punto de corte de los ejes \mathbf{z}_4 , \mathbf{z}_5 y \mathbf{z}_6 que coincide en este caso con el origen del sistema $\{S_5\}:O_5$. Es importante observar que el movimiento de los 3 últimos grados de libertad q_4 , q_5 y q_6 no afecta a la posición de \mathbf{p}_m .

Se desea localizar el extremo del robot en:

$$\mathbf{T} = {}^0 \mathbf{A}_6 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Siendo esta matriz el dato de partida.

La posición del extremo del robot \mathbf{p} , se puede obtener trasladando el centro de la muñeca \mathbf{p}_m una distancia $l_5 + l_6$ a lo largo del eje \mathbf{z}_5 que coincide con \mathbf{z}_6 . Es decir:

$$\mathbf{p}_m = \mathbf{p} - (l_5 + l_6) \mathbf{z}_6$$

$$\begin{bmatrix} p_{mx} \\ p_{my} \\ p_{mz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_x - (l_5 + l_6) a_x \\ p_y - (l_5 + l_6) a_y \\ p_z - (l_5 + l_6) a_z \end{bmatrix}$$

Por tanto, es posible conocer \mathbf{p}_m en función de \mathbf{T} (vectores \mathbf{p} y \mathbf{a}). Se trata ahora de encontrar los valores de q_1 , q_2 y q_3 que consiguen posicionar la muñeca en \mathbf{p}_m . Para ello se considera al robot mostrado en la Figura 4.35, formado únicamente por los tres primeros grados de libertad.

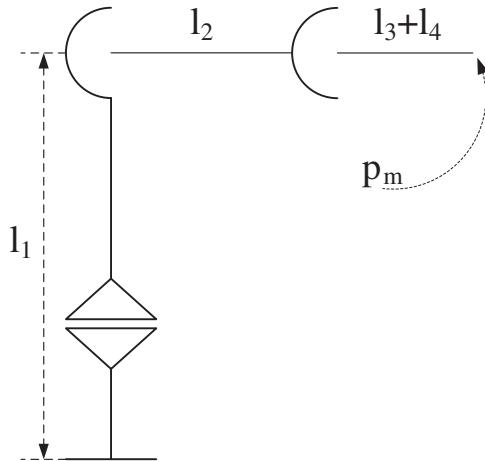


Figura 4.35. Primeros tres grados de libertad del robot del Ejercicio 4.8.

La cinemática inversa de este robot ha sido resuelta en el Apartado 4.2.1 mediante métodos geométricos y en el Ejercicio 4.6 mediante matrices de transformación homogénea. En aquellos casos la longitud del ultimo eslabón era l_3 , mientras aquí es $l_3 + l_4$.

Asimismo, como ocurría en el robot del Ejercicio 4.6, el sistema $\{S_0\}$, se toma en la base del robot a diferencia del robot del Apartado 4.2.1, por lo que la \mathbf{p}_z en este caso vale $(\mathbf{p}_{mz} - l_1)$.

Debe considerarse que en este robot, el grado de libertad 4 no modifica la posición de p_m , por lo que no se representa aun cuando se tiene en cuenta la longitud de la barra l_4 .

La cinemática inversa de este robot viene dada por las relaciones [4.30] [4.33] [4.36], con las salvedades antes realizadas sobre \mathbf{p}_z y l_3

$$q_1 = \arctg \left(\frac{p_{my}}{p_{mx}} \right)$$

$$q_3 = \arctg \left(\frac{\pm \sqrt{1 - \cos^2 q_3}}{\cos q_3} \right)$$

con

$$\cos q_3 = \frac{p_{mx}^2 + p_{my}^2 + (p_{mz} - l_1)^2 - l_2^2 - (l_3 + l_4)^2}{2l_2(l_3 + l_4)}$$

$$q_2 = \arctg \left(\frac{p_{mx} - l_1}{\pm \sqrt{p_{mx}^2 + p_{my}^2}} \right) - \arctg \left(\frac{(l_3 + l_4) \sin q_3}{l_2 + (l_3 + l_4) \cos q_3} \right)$$

Resueltos los 3 primeros grados de libertad, se resolverán los siguientes. Para ello se debe considerar que las orientaciones de los sistemas $\{S_6\}$ y $\{S_3\}$ vienen relacionados por:

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{R}_6 &= {}^0\mathbf{R}_3 \cdot {}^3\mathbf{R}_6 \\ {}^3\mathbf{R}_6 &= ({}^0\mathbf{R}_3)^{-1} \cdot {}^0\mathbf{R}_6 = {}^0\mathbf{R}_3^T \cdot {}^0\mathbf{R}_6 \end{aligned}$$

La matriz ${}^0\mathbf{R}_6$ es la submatriz de rotación de la matriz \mathbf{T} y, por tanto, es conocida

$${}^0\mathbf{R}_6 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x \\ n_y & o_y & a_y \\ n_z & o_z & a_z \end{bmatrix}$$

La matriz ${}^0\mathbf{R}_3$ puede obtenerse a partir de las matrices ${}^0\mathbf{R}_1$, ${}^1\mathbf{R}_2$ y ${}^2\mathbf{R}_3$, submatrices de rotación de ${}^0\mathbf{A}_1$, ${}^1\mathbf{A}_2$ y ${}^2\mathbf{A}_3$, tomando los valores:

$${}^0\mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 \\ S_1 & 0 & -C_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad {}^1\mathbf{R}_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 \\ S_2 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad {}^2\mathbf{R}_3 = \begin{bmatrix} -S_3 & 0 & C_3 \\ C_3 & 0 & S_3 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Resultando

$${}^0\mathbf{R}_3 = {}^0\mathbf{R}_1 {}^1\mathbf{R}_2 {}^2\mathbf{R}_3 = \begin{bmatrix} -C_1 S_{23} & S_1 & C_1 C_{23} \\ -S_1 S_{23} & -C_1 & S_1 C_{23} \\ C_{23} & 0 & S_{23} \end{bmatrix}$$

Con lo que

$$({}^3\mathbf{R}_0) = ({}^0\mathbf{R}_3)^{-1} = {}^0\mathbf{R}_3^T = \begin{bmatrix} -C_1 S_{23} & -S_1 S_{23} & C_{23} \\ S_1 & -C_1 & 0 \\ C_1 C_{23} & S_1 C_{23} & S_{23} \end{bmatrix}$$

Por último, la matriz ${}^3\mathbf{R}_6$ será función de q_4 , q_5 y q_6 y se obtendrá a partir de los parámetros de Denavit-Hartenberg por:

$${}^3\mathbf{R}_6 = {}^3\mathbf{R}_4 {}^4\mathbf{R}_5 {}^5\mathbf{R}_6$$

Siendo

$${}^3\mathbf{R}_4 = \begin{bmatrix} C_4 & 0 & -S_4 \\ S_4 & 0 & C_4 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}; \quad {}^4\mathbf{R}_5 = \begin{bmatrix} C_5 & 0 & S_5 \\ S_5 & 0 & -C_5 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad {}^5\mathbf{R}_6 = \begin{bmatrix} C_6 & -S_6 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3\mathbf{R}_6 = {}^3\mathbf{R}_4 \cdot {}^4\mathbf{R}_5 \cdot {}^5\mathbf{R}_6 = \begin{bmatrix} C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6 & -C_4 C_5 S_6 - S_4 C_6 & C_4 S_5 \\ S_4 C_5 C_6 + C_4 S_6 & -S_4 C_5 S_6 + C_4 C_6 & S_4 S_5 \\ -S_5 C_6 & S_5 S_6 & C_5 \end{bmatrix}$$

Obtenidas por tanto las expresiones de ${}^0\mathbf{R}_3^T$ y ${}^0\mathbf{R}_6$, como datos conocidos y la de ${}^3\mathbf{R}_6$ en función de q_4, q_5, q_6 se tendrá que la expresión ${}^3\mathbf{R}_6 = ({}^0\mathbf{R}_3)^T \cdot {}^0\mathbf{R}_6$ proporciona 9 ecuaciones con 3 incógnitas.

$$\begin{bmatrix} C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6 & -C_4 C_5 S_6 - S_4 C_6 & C_4 S_5 \\ S_4 C_5 C_6 + C_4 S_6 & -S_4 C_5 S_6 + C_4 C_6 & S_4 S_5 \\ -S_5 C_6 & S_5 S_6 & C_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_1 C_{23} & -S_1 S_{23} & C_{23} \\ S_1 & -C_1 & 0 \\ C_1 C_{23} & S_1 C_{23} & S_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x \\ n_y & o_y & a_y \\ n_z & o_z & a_z \end{bmatrix}$$

Se van a usar en primer lugar las ecuaciones correspondientes a la última columna y, posteriormente, las que corresponden con la última fila:

$$\begin{aligned} C_4 S_5 &= -C_1 S_{23} a_x - S_1 S_{23} a_y + C_{23} a_z \\ S_4 S_5 &= S_1 a_x - C_1 a_y \\ C_5 &= C_1 C_{23} a_x + S_1 C_{23} a_y + S_{23} a_z \end{aligned}$$

De la tercera es posible obtener q_5 , que usando la expresión del arcotangente toma como valor:

$$q_5 = \operatorname{arctg} \frac{\pm \sqrt{1 - C_5^2}}{C_5}$$

Con

$$C_5 = C_1 C_{23} a_x + S_1 C_{23} a_y + S_{23} a_z$$

Dividiendo ahora la segunda ecuación entre la primera se obtiene

$$q_4 = \operatorname{arctg} \frac{S_1 a_x - C_1 a_y}{-C_1 S_{23} a_x - S_1 S_{23} a_y + C_{23} a_z}$$

Se toman ahora las ecuaciones correspondientes a la última fila resultando:

$$\begin{aligned} -S_5 C_6 &= C_1 C_{23} n_x + S_1 C_{23} n_y + S_{23} n_z \\ S_5 S_6 &= C_1 C_{23} o_x + S_1 C_{23} o_y + S_{23} o_z \end{aligned}$$

Dividiendo la segunda entre la primera se obtiene:

$$q_6 = \operatorname{arctg} \frac{-(C_1 C_{23} o_x + S_1 C_{23} o_y + S_{23} o_z)}{C_1 C_{23} n_x + S_1 C_{23} n_y + S_{23} n_z}$$

Es importante considerar que estos valores obtenidos para q_4 y q_6 son sólo válidos si $q_5 \neq 0$. En caso contrario ($q_5 = 0$) se tiene que

$${}^3\mathbf{R}_6 = \begin{bmatrix} C_{46} & -S_{46} & 0 \\ S_{46} & C_{46} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Resultando inservibles las ecuaciones procedentes de la última fila y la última columna antes usadas.

Al tratar de usar las 4 ecuaciones restantes (términos de ${}^3\mathbf{R}_6$ donde aparecen q_4 y q_6) se encuentra que en todas ellas aparecen q_4 y q_6 sumados, por tanto, sólo será posible obtener la expresión de la suma ($q_4 + q_6$). Es decir, habrá infinitas soluciones correspondientes a que $q_4 + q_6$ tomen un valor concreto. Para resolver el modelo cinemático inverso será preciso fijar arbitrariamente uno de los 2 grados de libertad.

Esta situación ($q_5 = 0$) corresponde a un punto singular y en él desaparece un grado de libertad, pues q_4 y q_6 consiguen el mismo efecto.

Ejercicio 4.9

Obtener la matriz Jacobiana geométrica mediante la propagación de las velocidades del robot cilíndrico de la Figura 4.36.

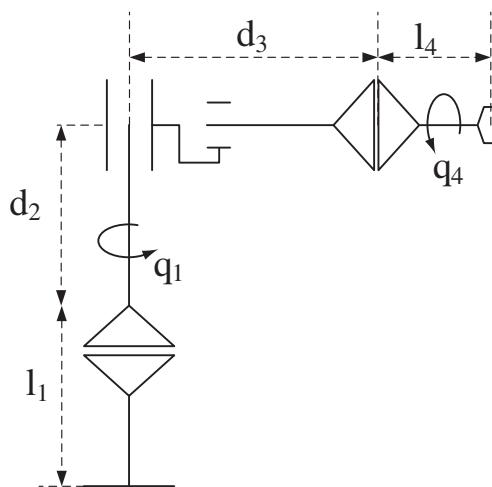


Figura 4.36. Robot cilíndrico del Ejercicio 4.9.

Solución

Este robot coincide con el del Ejemplo 4.2 (Figura 4.6), para el que se obtuvo:

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{A}_1 &= \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^1\mathbf{A}_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^2\mathbf{A}_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^3\mathbf{A}_4 &= \begin{bmatrix} C_4 & -S_4 & 0 & 0 \\ S_4 & C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

De donde se obtienen las matrices ${}^0\mathbf{A}_i = {}^0\mathbf{A}_1 \dots {}^{i-1}\mathbf{A}_i$

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{A}_2 &= \begin{bmatrix} -S_1 & 0 & C_1 & 0 \\ C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 + d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad {}^0\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} -S_1 & 0 & C_1 & C_1 d_3 \\ C_1 & 0 & S_1 & S_1 d_3 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 + d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^0\mathbf{A}_4 &= \begin{bmatrix} -S_1 C_4 & S_1 C_4 & C_1 & C_1(l_4 + d_3) \\ C_1 C_4 & -C_1 S_4 & S_1 & S_1(l_4 + d_3) \\ S_4 & C_4 & 0 & l_1 + d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Se obtienen a partir de ellas los vectores ${}^0\mathbf{z}_i$ y ${}^i\mathbf{p}_n$, según [4.72] y [4.73] y sus productos vectoriales (sólo q_1 y q_4 corresponden a rotaciones):

$${}^0\mathbf{z}_0 = [0 \ 0 \ 1]^T; {}^0\mathbf{z}_1 = [0 \ 0 \ 1]^T; {}^0\mathbf{z}_2 = [C_1 \ S_1 \ 0]; {}^0\mathbf{z}_3 = [C_1 \ S_1 \ 0]$$

$${}^0\mathbf{p}_4 = \begin{bmatrix} C_1(l_4 + d_3) \\ S_1(l_4 + d_3) \\ l_1 + d_2 \end{bmatrix}; \quad {}^1\mathbf{p}_4 = \begin{bmatrix} C_1(l_4 + d_3) \\ S_1(l_4 + d_3) \\ l_1 + d_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1(l_4 + d_3) \\ S_1(l_4 + d_3) \\ d_2 \end{bmatrix}$$

$${}^2\mathbf{p}_4 = \begin{bmatrix} C_1(l_4 + d_3) \\ S_1(l_4 + d_3) \\ l_1 + d_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 + d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1(l_4 + d_3) \\ S_1(l_4 + d_3) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$${}^3\mathbf{p}_4 = \begin{bmatrix} C_1(l_4 + d_3) \\ S_1(l_4 + d_3) \\ l_1 + d_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_1 d_3 \\ S_1 d_3 \\ l_1 + d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 l_4 \\ S_1 l_4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$${}^0\mathbf{z}_0 \times {}^0\mathbf{p}_4 = \begin{bmatrix} -S_1(l_4 + d_3) \\ C_1(l_4 + d_3) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$${}^0\mathbf{z}_3 \times {}^3\mathbf{p}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

De donde se pueden obtener las columnas de la matriz Jacobiana

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} -S_1(l_4 + d_3) \\ C_1(l_4 + d_3) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{J}_3 = \begin{bmatrix} C_1 \\ S_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{J}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ C_1 \\ S_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Y, por tanto, la matriz Jacobiana será:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -S_1(l_4 + d_3) & 0 & C_1 & 0 \\ C_1(l_4 + d_3) & 0 & S_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_1 \\ 0 & 0 & 0 & S_1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 4.10

Para el robot esférico de la Figura 4.37.

- 1.a) Obtener la expresión de la matriz Jacobiana geométrica, por derivación de \mathbf{p} y \mathbf{R} .
- 1.b) Obtener la Jacobiana geométrica y por propagación de las velocidades.
- 2) Obtener la Jacobiana analítica derivando directamente las ecuaciones que definen el modelo cinemática directo con la orientación expresada mediante los ángulos de Euler WVW.
- 3) Comprobar que el resultado es correcto, obteniendo la Jacobiana geométrica a partir de la Jacobiana analítica.

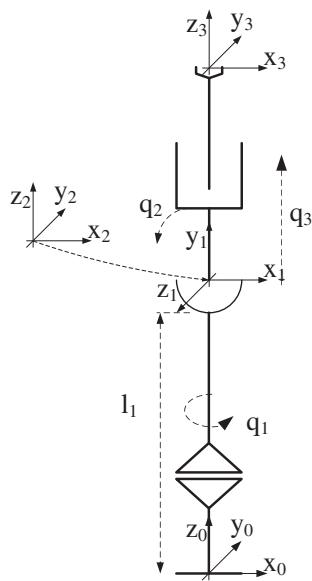


Figura 4.37. Robot esférico del Ejercicio 4.10.

Solución

1.a) Jacobiana geométrica por derivación de \mathbf{p} y \mathbf{R} :

Para este robot se tiene la siguiente tabla de parámetros DH y las correspondientes matrices (véase Epígrafe 4.4.2):

Tabla 4.15. Parámetros de D-H para el robot del Ejercicio 4.9

Articulación	θ	d	a	α
1	q_1	l_1	0	$\pi/2$
2	q_2	0	0	$-\pi/2$
3	0	q_3	0	0

$${}^0\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & 0 \\ S_2 & 0 & C_2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^2\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} C_1C_2 & -S_1 & -C_1S_2 & 0 \\ S_1C_2 & C_1 & -S_1S_2 & 0 \\ S_2 & 0 & C_2 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{T} = {}^0\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} C_1C_2 & -S_1 & -C_1S_2 & -q_3C_1S_2 \\ S_1C_2 & C_1 & -S_1S_2 & -q_3S_1S_2 \\ S_2 & 0 & C_2 & q_3C_2 + l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

El vector de posición \mathbf{p} es (\mathbf{T} (1:3,4))

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_3 C_1 S_2 \\ -q_3 S_1 S_2 \\ q_3 C_2 + l_1 \end{bmatrix}$$

Derivándole respecto del tiempo se obtiene la expresión de las velocidades lineales:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} = \dot{p}_x = S_1 S_2 q_3 \dot{q}_1 - C_1 C_2 q_3 \dot{q}_2 - C_1 S_2 \dot{q}_3$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} = \dot{p}_y = -C_1 S_2 q_3 \dot{q}_1 - S_1 C_2 q_3 \dot{q}_2 - S_1 S_2 \dot{q}_3$$

$$v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} = \dot{p}_z = -S_2 q_3 \dot{q}_2 + C_2 \dot{q}_3$$

Por lo que la submatriz de la Jacobiana correspondiente a las velocidades lineales es:

$$\mathbf{J}_v = \begin{bmatrix} S_1 S_2 q_3 & -C_1 C_2 q_3 & -C_1 S_2 \\ -C_1 S_2 q_3 & -S_1 C_2 q_3 & -S_1 S_2 \\ 0 & -S_2 q_3 & C_2 \end{bmatrix}$$

Para obtener la parte de la Jacobiana correspondiente a la velocidad angular se considera la submatriz de rotación de \mathbf{T} :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} C_1 C_2 & -S_1 & -C_1 S_2 \\ S_1 C_2 & C_1 & -S_1 S_2 \\ S_2 & 0 & C_2 \end{bmatrix}$$

Y su derivada con respecto del tiempo:

$$\dot{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} -S_1 C_2 & -C_1 & S_1 S_2 \\ C_1 C_2 & -S_1 & -C_1 S_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{q}_1 + \begin{bmatrix} -C_1 S_2 & 0 & -C_1 C_2 \\ -S_1 S_2 & 0 & -S_1 C_2 \\ C_2 & 0 & -S_2 \end{bmatrix} \dot{q}_2$$

Con lo que la matriz $\boldsymbol{\Omega}$, vendrá dada por:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega} &= \begin{bmatrix} 0 & -w_z & w_y \\ w_z & 0 & -w_x \\ -w_y & w_x & 0 \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{R}^T = \\ &= \begin{bmatrix} -S_1 C_2 & -C_1 & S_1 S_2 \\ C_1 C_2 & -S_1 & -C_1 S_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 C_2 & S_1 C_2 & S_2 \\ -S_1 & C_1 & 0 \\ -C_1 S_2 & -S_1 S_2 & C_2 \end{bmatrix} \cdot \dot{q}_1 + \begin{bmatrix} -C_1 S_2 & 0 & -C_1 C_2 \\ -S_1 S_2 & 0 & -S_1 C_2 \\ C_2 & 0 & -S_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 C_2 & S_1 C_2 & S_2 \\ -S_1 & C_1 & 0 \\ -C_1 S_2 & -S_1 S_2 & C_2 \end{bmatrix} \cdot \dot{q}_2 = \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \dot{q}_1 + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -C_1 \\ 0 & 0 & -S_1 \\ C_1 & S_1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \dot{q}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{q}_1 & -C_1 \dot{q}_2 \\ \dot{q}_1 & 0 & -S_1 \dot{q}_2 \\ C_1 \dot{q}_2 & S_1 \dot{q}_2 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Y por tanto:

$$w_x = S_1 \dot{q}_2$$

$$w_y = -C_1 \dot{q}_2$$

$$w_z = \dot{q}_1$$

Siendo, por tanto, \mathbf{J}_w :

$$\mathbf{J}_w = \begin{bmatrix} 0 & S_1 & 0 \\ 0 & -C_1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Con lo que la matriz Jacobiana toma en su conjunto la forma:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} S_1 S_2 q_3 & -C_1 C_2 q_3 & -C_1 S_2 \\ -C_1 S_2 q_3 & -S_1 C_2 q_3 & -S_1 S_2 \\ 0 & -S_2 q_3 & C_2 \\ 0 & S_1 & 0 \\ 0 & -C_1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Nota: Puede hacerse uso de MATLAB® para realizar los cálculos anteriores. En concreto la secuencia de comandos siguiente obtiene el vector \mathbf{w} :

```
%Obtencion del vector de velocidades angulares w =(wx,wy,wz)
syms q1 q2 q3 l1 qp1 qp2 qp3 real;
R=[ cos(q1)*cos(q2), -sin(q1), -cos(q1)*sin(q2)
    sin(q1)*cos(q2), cos(q1), -sin(q1)*sin(q2)
    sin(q2), 0, cos(q2) ];
Rp1=diff(R,q1);
Rp2=diff(R,q2);
Rp3=diff(R,q3);

Omega1=simple(Rp1*R');
Omega2=simple(Rp2*R');
Omega3=simple(Rp3*R');

Omega=Omega1*qp1+Omega2*qp2+Omega3*qp3
wx=Omega(3,2)
wy=Omega(1,3)
wz=Omega(2,1)
```

1.b Jacobiana geométrica por propagación de las velocidades.

Se va ahora ha obtener la matriz Jacobiana mediante el método de propagación de las velocidades expuesto en 4.3.3.

De las matrices ${}^0\mathbf{A}_i$ se obtienen los vectores ${}^0\mathbf{z}_i$ y ${}^i\mathbf{p}_n$:

$${}^0\mathbf{z}_i = {}^0\mathbf{A}_i [1:3,3]; {}^i\mathbf{p}_n = {}^0\mathbf{A}_n [1:3,4] - {}^0\mathbf{A}_i [1:3,4]$$

$${}^0\mathbf{z}_0 = {}^0\mathbf{A}_0 [1:3,3] = [0, 0, 1]^T$$

$${}^0\mathbf{z}_1 = {}^0\mathbf{A}_1 [1:3,3] = [S_1, -C_1, 0]^T$$

$${}^0\mathbf{z}_2 = {}^0\mathbf{A}_2 [1:3,3] = [-C_1 S_2, -S_1 S_2, C_2]^T$$

$${}^0\mathbf{p}_3 = {}^0\mathbf{A}_3 [1:3,4] - {}^0\mathbf{A}_0 [1:3,4] = [-q_3 C_1 S_2, -q_3 S_1 S_2, q_3 C_2 + l_1]^T$$

$${}^1\mathbf{p}_3 = {}^0\mathbf{A}_3 [1:3,4] - {}^0\mathbf{A}_1 [1:3,4] = [-q_3 C_1 S_2, -q_3 S_1 S_2, q_3 C_2]^T$$

$${}^2\mathbf{p}_3 = {}^0\mathbf{A}_3 [1:3,4] - {}^0\mathbf{A}_2 [1:3,4] = [-q_3 C_1 S_2, -q_3 S_1 S_2, q_3 C_2]^T$$

Y a partir de éstas se obtiene las columnas de la matriz Jacobiana $\mathbf{J} = [\mathbf{J}_1 \mid \mathbf{J}_2 \mid \mathbf{J}_3]$ con

$$\mathbf{J}_i = \begin{cases} \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{z}_{i-1} \times {}^{i-1}\mathbf{p}_n \\ {}^0\mathbf{z}_{i-1} \end{bmatrix} & \text{Si el eslabón } i \text{ es de rotación} \\ \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{z}_{i-1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} & \text{Si el eslabón } i \text{ es de traslación} \end{cases}$$

Siendo en este caso:

Columna \mathbf{J}_1 :

$${}^0\mathbf{z}_0 \times {}^0\mathbf{p}_3 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 1 \\ -q_3 C_1 S_2 & -q_3 S_1 S_2 & q_3 C_2 + l_1 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} q_3 S_1 S_2 \\ -q_3 C_1 S_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Con lo que

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} q_3 S_1 S_2 \\ -q_3 C_1 S_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Columna \mathbf{J}_2 :

$${}^0\mathbf{z}_1 \times {}^1\mathbf{p}_3 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ S_1 & -C_1 & 0 \\ -q_3 C_1 S_2 & -q_3 S_1 S_2 & q_3 C_2 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} -C_1 C_2 q_3 \\ -S_1 C_2 q_3 \\ -q_3 S_2 \end{bmatrix}$$

Con lo que:

$$\mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} -C_1 C_2 q_3 \\ -S_1 C_2 q_3 \\ -q_3 S_2 \\ S_1 \\ -C_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Columna \mathbf{J}_3 :

Obsérvese que este grado de libertad es de traslación, por lo que

$$\mathbf{J}_3 = \begin{bmatrix} -C_1 S_2 \\ -S_1 S_2 \\ C_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resultando finalmente que la Jacobiana es:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} q_3 S_1 S_2 & -C_1 C_2 q_3 & -C_1 S_2 \\ -q_3 C_1 S_2 & -S_1 C_2 q_3 & -S_1 S_2 \\ 0 & -q_3 S_2 & C_2 \\ 0 & S_1 & 0 \\ 0 & -C_1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Idéntico resultado al obtenido derivando \mathbf{p} y \mathbf{R} y que define la relación entre las velocidades articulares y las velocidades lineal y angular del extremo del robot, expresadas en los ejes del sistema de la base, de modo que:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \\ \dot{w}_x \\ \dot{w}_y \\ \dot{w}_z \end{bmatrix} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$

Los cálculos anteriores pueden ser realizados con ayuda de MATLAB®, mediante la siguiente secuencia de comandos:

```
%Obtencion de la Jacobiana por propagación de las velocidades
syms q1 q2 q3 l1 real;
A00=sym(eye(4));
A01 =[cos (q1),0,sin(q1),0;sin(q1),0,-cos (q1),0;0,1,0,11;0,0,0,1];
A12 =[cos (q2),0,-sin(q2),0;sin(q2),0,cos (q2),0;0,-1,0,0;0,0,0,1];
A23=sym(eye(4)); A23(3,4)=q3;
A02=A01*A12; A03=A02*A23;
z00=A00(1:3,3);
z01=A01(1:3,3);
z02=A02(1:3,3);

p03=A03(1:3,4)-A00(1:3,4);
p13=A03(1:3,4)-A01(1:3,4);
p23=A03(1:3,4)-A02(1:3,4);

J1=simple([cross(z00,p03);z00])
J2=simple([cross(z01,p13);z01])
J3=simple([z02;0; 0; 0])

J=[J1 J2 J3]
```

2. Jacobiana analítica

Se obtendrá a continuación la Jacobiana analítica derivando el modelo cinemático directo, estando éste expresado como:

$$\begin{aligned} x &= f_x(q_1, \dots, q_n) & y &= f_y(q_1, \dots, q_n) & z &= f_z(q_1, \dots, q_n) \\ \phi &= f_\phi(q_1, \dots, q_n) & \theta &= f_\theta(q_1, \dots, q_n) & \psi &= f_\psi(q_1, \dots, q_n) \end{aligned}$$

En este caso, las expresiones de la posición (x, y, z) son directamente el vector \mathbf{p} de la matriz \mathbf{T} , que tal y como se ha expresado anteriormente

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_3 C_1 S_2 \\ -q_3 S_1 S_2 \\ q_3 C_2 + l_1 \end{bmatrix}$$

Los ángulos de Euler WVV (ϕ, θ, ψ), deben obtenerse a partir de la submatriz de rotación, teniendo en cuenta que ésta vale:

$$\mathbf{R} = \mathbf{Rotz}(\phi) \mathbf{Roty}(\theta) \mathbf{Rotz}(\psi) = \begin{bmatrix} C\phi C\theta C\psi - S\phi S\psi & -C\phi C\theta S\psi - S\phi C\psi & C\phi S\theta \\ S\phi C\theta C\psi + C\phi S\psi & -S\phi C\theta S\psi + C\phi C\psi & S\phi S\theta \\ -S\theta C\psi & S\theta S\psi & C\theta \end{bmatrix}$$

Por tanto, al ser en este caso

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} C_1C_2 & -S_1 & -C_1S_2 \\ S_1C_2 & C_1 & -S_1S_2 \\ S_2 & 0 & C_2 \end{bmatrix}$$

Se tendrá que:

$$\phi = q_1$$

$$\theta = -q_2$$

$$\psi = 0$$

Obsérvese que también sería válido:

$$\phi = q_1 + \pi$$

$$\theta = q_2$$

$$\psi = \pi$$

Por tanto, en conjunto se tiene que el modelo cinemático directo viene recogido en las ecuaciones:

$$x = -q_3C_1S_2$$

$$y = -q_3S_1S_2$$

$$z = q_3C_2 + l_1$$

$$\dot{\phi} = q_1$$

$$\dot{\theta} = -q_2$$

$$\dot{\psi} = 0$$

Derivando estas expresiones se obtiene:

$$\dot{x} = S_1S_2q_3\dot{q}_1 - C_1C_2q_3\dot{q}_2 - C_1S_2\dot{q}_3$$

$$\dot{y} = -C_1S_2q_3\dot{q}_1 - S_1C_2q_3\dot{q}_2 - S_1S_2\dot{q}_3$$

$$\dot{z} = -S_2q_3\dot{q}_2 + C_2\dot{q}_3$$

$$\dot{\phi} = \dot{q}_1$$

$$\dot{\theta} = -\dot{q}_2$$

$$\dot{\psi} = 0$$

Y por tanto, la Jacobiana analítica será

$$\mathbf{J}_a = \begin{bmatrix} q_3 S_1 S_2 & -C_1 C_2 q_3 & -C_1 S_2 \\ -q_3 C_1 S_2 & -S_1 C_2 q_3 & -S_1 S_2 \\ 0 & -q_3 S_2 & C_2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Obtención de la Jacobiana geométrica a partir de la analítica.

Por último, se va a obtener la Jacobiana geométrica a partir de la analítica utilizando de la relación [4.76].

Se comenzará obteniendo la matriz \mathbf{Q} , definida por [4.77]

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & -S_\phi & C_\phi S_\theta \\ 0 & C_\phi & S_\phi S_\theta \\ 1 & 0 & C_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -S_1 & -C_1 S_2 \\ 0 & C_1 & -S_1 S_2 \\ 1 & 0 & C_2 \end{bmatrix}$$

Donde se han tenido en cuenta los valores obtenidos para los ángulos de Euler:

$$\phi = q_1; \theta = -q_2; \psi = 0$$

Entonces la relación entre ambas Jacobianas viene dada por [4.76], siendo:

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{J}_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -S_1 & -C_1 S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_1 & -S_1 S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & C_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_3 S_1 S_2 & -C_1 C_2 q_3 & -C_1 S_2 \\ -q_3 C_1 S_2 & -S_1 C_2 q_3 & -S_1 S_2 \\ 0 & -q_3 S_2 & C_2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} q_3 S_1 S_2 & -C_1 C_2 q_3 & -C_1 S_2 \\ -q_3 C_1 S_2 & -S_1 C_2 q_3 & -S_1 S_2 \\ 0 & -q_3 S_2 & C_2 \\ 0 & S_1 & 0 \\ 0 & -C_1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Que como se observa, coincide con el valor de la Jacobiana geométrica obtenido en los apartados anteriores.

4.5. BIBLIOGRAFÍA

- [CORKE-96] P. I. Corke, «A Robotics Toolbo for Matlab», IEEE Robotics & Automation Magazine, vol. 3. n.º 1, marzo, 1996
- [DENAVIT-55] J. Denavit y R. S Hartenberg, «A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices», *Journal of Applied Mechanics*, junio 1955.
- [FU-88] K. S. Fu et al., «Cinemática del brazo del robot», en: *Robótica. Control, detección, visión e inteligencia*, McGraw-Hill, Madrid, 1988.
- [GOLDENBERG-85] A. A. Goldenberg, B. Benhabib y R. G. Fenton, «A complete generalized solution to the inverse kinematics of robots», *IEEE Journal of Robotics and Automation*, RA-1, 1, 1985.
- [ORIN-84] D. E Orin y W. W. Schrader, «Eficcient Jacobian Determination for Robot Manipulators», en *Robotics Research. The first International Symposium*. MIT Press, Massachusetts, 1984.
- [PAUL-81] R. P. Paul, *Robot Manipulators: Mathematics, Programming and Control*, The MIT Press, Massachusetts, 1981.
- [SPONG-06] Mark W. Spong, Seth Hutchinson, M. Vidyasagar, *Robot Modeling and Control*, John Wiley & Sons, Ltd, 2006.

CAPÍTULO 5

Dinámica del robot

Díjole el perro al hueso: Si tu eres duro, yo tengo tiempo
Refranero popular

La dinámica se ocupa de la relación entre las fuerzas que actúan sobre un cuerpo y el movimiento que en él se origina. Por tanto, el modelo dinámico de un robot tiene por objetivo conocer la relación entre el movimiento del robot y las fuerzas implicadas en el mismo.

Esta relación se obtiene mediante el denominado **modelo dinámico**, que establece la relación matemática entre:

1. La localización del robot definida por sus variables articulares o por las coordenadas de localización de su extremo, y sus derivadas: velocidad y aceleración.
2. Las fuerzas y pares aplicados en las articulaciones (o en el extremo del robot).
3. Los parámetros dimensionales del robot, como longitud, masas e inercias de sus elementos.

La obtención de este modelo para mecanismos de uno o dos grados de libertad no es excesivamente compleja, pero a medida que el número de grados de libertad aumenta, el planteamiento y obtención del modelo dinámico se complica enormemente. Por este motivo no siempre es posible obtener un modelo dinámico expresado de una forma cerrada, esto es, mediante una serie de ecuaciones, normalmente de tipo diferencial de 2.^º orden, cuya integración permita conocer qué movimiento surge al aplicar unas fuerzas o qué fuerzas hay que aplicar para obtener un movimiento determinado. El modelo dinámico debe ser resuelto entonces de manera iterativa mediante la utilización de un procedimiento numérico.

El problema de la obtención del modelo dinámico de un robot es, por tanto, uno de los aspectos más complejos de la robótica, lo que ha llevado a ser obviado en numerosas ocasiones. Sin embargo, el modelo dinámico es imprescindible para conseguir los siguientes fines:

1. Simulación del movimiento del robot.
2. Diseño y evaluación de la estructura mecánica del robot.
3. Dimensionamiento de los actuadores.
4. Diseño y evaluación del control dinámico del robot.

Este último fin es evidentemente de gran importancia, pues de la calidad del control dinámico del robot depende la precisión y velocidad de sus movimientos. La gran complejidad ya comentada existente en la obtención del modelo dinámico del robot, ha motivado que se realicen ciertas simplificaciones, de manera que pueda así ser utilizado no sólo en el diseño

del controlador, sino también en línea con el control, cuando así lo requiera la técnica de control empleada.

Es importante hacer notar que el modelo dinámico completo de un robot debe incluir no sólo la dinámica de sus elementos (barras o eslabones) sino también la propia de sus sistemas de transmisión, de los actuadores y sus equipos electrónicos de mando. Estos elementos incorporan al modelo dinámico nuevas inercias, rozamientos, saturaciones de los circuitos electrónicos, etc., aumentando aún más su complejidad.

Por último, es preciso señalar que si bien en la mayor parte de las aplicaciones reales de la robótica, las cargas e inercias manejadas no son suficientes como para originar deformaciones en los eslabones del robot, en determinadas ocasiones no ocurre así, siendo preciso considerar al robot como un conjunto de eslabones no rígidos. Aplicaciones de este tipo pueden encontrarse en la robótica espacial o en robots de grandes dimensiones, entre otras. Un estudio del modelado de robots con estas características puede encontrarse en [AMARIS-95] y [FELIU-06].

Este capítulo presta atención a la obtención del modelo dinámico de robots de eslabones rígidos, realizándose posteriormente algunas consideraciones sobre la dinámica de los actuadores más habituales en robótica.

5.1. MODELO DINÁMICO DE LA ESTRUCTURA MECÁNICA DE UN ROBOT RÍGIDO

La obtención del modelo dinámico de un mecanismo, y en particular de un robot, se basa fundamentalmente en el planteamiento del equilibrio de fuerzas establecido en la segunda ley de Newton, o su equivalente para movimientos de rotación, la denominada ley de Euler:

$$\begin{aligned}\sum \mathbf{F} &= \frac{d}{dt}(mv) \\ \sum \mathbf{T} &= \frac{d}{dt}(\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}) = \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega})\end{aligned}\quad [5.1]$$

Así, en el caso simple de un robot monoarticular como el representado en la Figura 5.1, el equilibrio de fuerzas-pares daría como resultado la ecuación:

$$\begin{aligned}\tau - MgL\cos\theta &= I \frac{d^2\theta}{dt^2} \Rightarrow \\ \tau &= ML^2\ddot{\theta} + MgL\cos\theta\end{aligned}\quad [5.2]$$

En donde se ha supuesto que toda la masa se encuentra concentrada en el centro de gravedad del elemento, que no existe rozamiento alguno y que no se manipula ninguna carga.

Para un par motor τ determinado, la integración de la Ecuación [5.2] daría lugar a la expresión de $\theta(t)$ y de sus derivadas $\dot{\theta}(t)$ y $\ddot{\theta}(t)$, con lo que sería posible conocer la evolución de la coordenada articular del robot y de su velocidad y aceleración.

De forma inversa, si se pretende que $\theta(t)$ evolucione según una determinada función del tiempo, sustituyendo en [5.2] podría obtenerse el par $\tau(t)$ que sería necesario aplicar. Si el robot tuviese que ejercer alguna fuerza en su extremo, ya sea al manipular una carga o, por

ejemplo, realizar un proceso sobre alguna pieza, bastaría con incluir esta condición en la Ecuación [5.2] y proceder del mismo modo.

Se tiene así, que del planteamiento del equilibrio de fuerzas y pares que intervienen sobre el robot se obtienen los denominados modelos dinámicos directo e inverso:

- **Modelo dinámico directo:** expresa la evolución temporal de las coordenadas articulares del robot en función de las fuerzas y pares que intervienen $\theta(t) = f(\tau(t))$.
- **Modelo dinámico inverso:** determina las fuerzas y pares necesarios para conseguir una evolución de las coordenadas articulares determinada $\tau(t) = g(\theta(t))$.

El planteamiento del equilibrio de fuerzas en un robot real de 5 o 6 grados de libertad, es mucho más complicado que el ejemplo de la Figura 5.1. Debe tenerse en cuenta que junto con las fuerzas de inercia y gravedad, aparecen fuerzas centrípetas debido a la rotación y fuerzas de Coriolis, ocasionadas por el movimiento relativo existente entre los diversos elementos, que dependen de la configuración instantánea del manipulador.

Como planteamiento alternativo para la obtención del modelo se puede usar la formulación Lagrangiana, basada en consideraciones energéticas. Este planteamiento es más sistemático que el anterior, y por tanto, facilita enormemente la formulación de un modelo tan complejo como el de un robot.

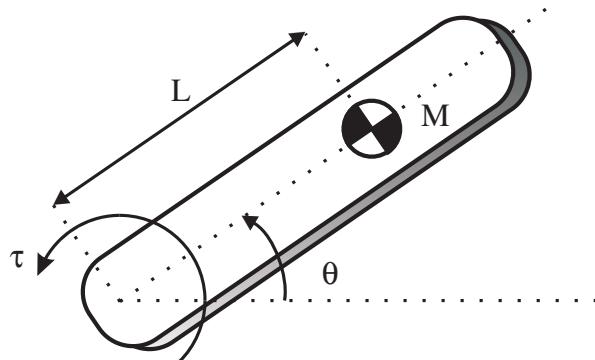


Figura 5.1. Modelo de eslabón con masa concentrada.

La formulación Lagrangiana establece la ecuación:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= E_c - E_p \\ \tau_i &= \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i}\end{aligned}\quad [5.3]$$

Con

\mathcal{L} : Función Lagrangiana.

E_c : energía cinética.

E_p : energía potencial.

q_i : coordenadas generalizadas (en este caso las articulares).

τ_i : fuerza o pares aplicado sobre el grado de libertad q_i .

En el caso del robot monoarticular de la Figura 5.1 se tendría:

$$E_c = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \quad [5.4]$$

donde $I = ML^2$.

Además:

$$E_p = Mgh = MgL\sin\theta \quad [5.5]$$

luego:

$$L = Ec - Ep = \frac{1}{2} ML^2 \dot{\theta}^2 - MgL\sin\theta \quad [5.6]$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -MgL\cos\theta$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = ML^2\dot{\theta} \quad [5.7]$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = ML^2\ddot{\theta}$$

y sustituyendo en [5.3] se obtiene:

$$\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgL\cos\theta \quad [5.8]$$

ecuación que coincide con la [5.2].

Aunque, para el caso simple del ejemplo, la obtención del modelo mediante la formulación Lagrangiana ha resultado más tediosa que mediante la formulación Newtoniana, la primera muestra sus ventajas a medida que aumenta el número de grados de libertad. En los ejercicios al final del capítulo, pueden encontrarse varios ejemplos de la obtención analítica del modelo dinámico de un robot por ambos procedimientos.

Sea cual sea el procedimiento seguido para la obtención del modelo dinámico del robot, éste presenta la forma:

$$\tau = D\ddot{q} + H + C \quad [5.9]$$

Donde:

q: vector de coordenadas articulares.

τ: vector de fuerzas o pares que se aplica a cada articulación.

D(q): la matriz de inercias, de dimensión $(n \times n)$, cuyos elementos son función de q .

H(q, ̇q): matriz $(n \times 1)$ de fuerzas de Coriolis, dependiente de q y \dot{q} .

C(q): matriz $(n \times 1)$ de fuerzas de gravedad, dependiente de q .

n: número de grados de libertad del robot.

Hay que tener presente que el vector de pares **τ**, presupone pares efectivos, por lo que de existir pares perturbadores o de rozamiento (viscoso o seco) éstos deberán ser tenidos en cuenta, siendo:

$$\tau = \tau_{motor} - \tau_{perturbador} - \tau_{rozamiento viscoso} - \tau_{rozamiento seco} \quad [5.10]$$

Los elementos de $\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, h_i , pueden obtenerse a partir de los elementos de $\mathbf{D}(\mathbf{q})$, d_{ij} , según la expresión [SPONG-06]:

$$h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n h_{ijk} \dot{q}_j \dot{q}_k \quad [5.11]$$

con

$$h_{ijk} = \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial d_{jk}}{\partial q_i}$$

La obtención del modelo dinámico de un robot ha sido y es objeto de estudio e investigación. Numerosos investigadores han desarrollado formulaciones alternativas, basadas fundamentalmente en la mecánica Newtoniana y Lagrangiana, con el objeto de obtener modelos manejables por los sistemas de cálculo de una manera más eficiente.

Algunos de estos planteamientos son los debidos a:

- Uicker-1965: basado en la formulación Lagrangiana.
- Lu-1980: basado en la formulación Newtoniana.
- Lee-1983.

Un estudio completo de éstos y otros planteamientos puede encontrarse en [FU-88], [PAUL-81], [CRAIG-89] o [SPONG-06] entre otros. Aquí se expondrán únicamente los resultados finales de estos planteamientos, que expresados en forma de algoritmo, permiten obtener el modelo dinámico del robot. En ambos casos se aplica la metodología a seguir sobre un robot de 2 grados de libertad.

5.2. OBTENCIÓN DEL MODELO DINÁMICO DE UN ROBOT MEDIANTE LA FORMULACIÓN DE LAGRANGE

Uicker en 1965 [UICKER-65] [UICKER-64] utilizó la representación de Denavit-Hartenberg basada en las matrices de transformación homogénea, para formular el modelo dinámico de un robot mediante la ecuación de Lagrange.

Este planteamiento utiliza, por tanto, las matrices ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$ que relacionan el sistema de coordenadas de referencia del elemento i con el del elemento $i-1$. Se realizan en este caso operaciones de producto y suma innecesarias (recuérdese la información redundante contenida en las matrices ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$ debido a la ortonormalidad de la submatriz de rotación), tratándose por ello de un procedimiento ineficiente desde el punto de vista computacional. Puede comprobarse que el algoritmo es de un orden de complejidad computacional $O(n^4)$, es decir, el número de operaciones a realizar crece con la potencia 4 del número de grados de libertad. Sin embargo, conduce a unas ecuaciones finales bien estructuradas donde aparecen de manera clara los diversos pares y fuerzas que intervienen en el movimiento (inercia, Coriolis, gravedad).

Se presenta, a continuación, al algoritmo a seguir para obtener el modelo dinámico del robot por el procedimiento de Lagrange (L).

5.2.1. Algoritmo computacional de Lagrange para el modelado dinámico de un robot

L 1. Asignar a cada eslabón un sistema de referencia de acuerdo a las normas de DH.

L 2. Obtener las matrices de transformación ${}^0\mathbf{A}_i$ para cada elemento i .

L 3. Obtener las matrices \mathbf{U}_{ij} definidas por:

$$\mathbf{U}_{ij} = \frac{\partial {}^0\mathbf{A}_i}{\partial q_j} \quad (\text{véase nota 1}) \quad [5.12]$$

L 4. Obtener las matrices \mathbf{U}_{ijk} definidas por:

$$\mathbf{U}_{ijk} = \frac{\partial \mathbf{U}_{ij}}{\partial q_k} \quad (\text{véase nota 2}) \quad [5.13]$$

L 5. Obtener las matrices de pseudoinercias \mathbf{J}_i para cada elemento, que vienen definidas por:

$$\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} \int_i x_i^2 dm & \int_i x_i y_i dm & \int_i x_i z_i dm & \int_i x_i dm \\ \int_i y_i x_i dm & \int_i y_i^2 dm & \int_i y_i z_i dm & \int_i y_i dm \\ \int_i z_i x_i dm & \int_i z_i y_i dm & \int_i z_i^2 dm & \int_i z_i dm \\ \int_i x_i dm & \int_i y_i dm & \int_i z_i dm & \int_i dm \end{bmatrix} \quad [5.14]$$

donde las integrales están extendidas al elemento i considerado, y (x_i, y_i, z_i) son las coordenadas del diferencial de masa dm respecto al sistema de coordenadas del elemento.

L 6. Obtener la matriz de inercias $\mathbf{D} = [d_{ij}]$ cuyos elementos vienen definidos por:

$$d_{ij} = \sum_{k=(\max i, j)}^n \text{Trazo}(\mathbf{U}_{kj} \mathbf{J}_k \mathbf{U}_{ki}^T) \quad [5.15]$$

con $i, j = 1, 2, \dots, n$

n : número de grados de libertad

L 7. Obtener los términos h_{ikm} definidos por:

$$h_{ikm} = \sum_{j=\max(i,k,m)}^n \text{Trazo}(\mathbf{U}_{jkm} \mathbf{J}_j \mathbf{U}_{ji}^T) \quad [5.16]$$

con $i, k, m = 1, 2, \dots, n$

L 8. Obtener la matriz columna de fuerzas de Coriolis y centrípeta $\mathbf{H} = [h_i]^T$ cuyos elementos vienen definidos por:

$$h_i = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n h_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m \quad [5.17]$$

L 9. Obtener la matriz columna de fuerzas de gravedad $\mathbf{C} = [c_i]^T$ cuyos elementos están definidos por:

$$c_i = \sum_{j=1}^n (-m_j \mathbf{g} \mathbf{U}_{ji}^j \mathbf{r}_j) \quad [5.18]$$

con $i = 1, 2, \dots, n$

- g: es el vector de gravedad expresado en el sistema de la base $\{S_0\}$ y viene expresado por $(g_{x0}, g_{y0}, g_{z0}, 0)$.
- $^i\mathbf{r}_j$: es el vector de coordenadas homogéneas del centro de masas del elemento j expresado en el sistema de referencia del elemento i .

L 10. La ecuación dinámica del sistema será:

$$\tau = \mathbf{D}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H} + \mathbf{C} \quad [5.19]$$

donde τ es el vector de fuerzas y pares motores efectivos aplicados sobre cada coordenada q_i .

Notas

1. La derivada de la matriz de D-H ${}^0\mathbf{A}_i$ respecto de la coordenada q_j puede obtenerse fácilmente de manera computacional, mediante la expresión:

$$\frac{\partial {}^0\mathbf{A}_i}{\partial q_j} = \begin{cases} {}^0\mathbf{A}_{j-1} \mathbf{Q}_j^{j-1} \mathbf{A}_i & \text{si } j \leq i \\ [0] & \text{si } j > i \end{cases}$$

con:

$$\mathbf{Q}_i = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{si la articulación } i \text{ es de rotación}$$

$$\mathbf{Q}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{si la articulación } i \text{ es de translación}$$

2. Análogamente:

$$\frac{\partial \mathbf{U}_{ij}}{\partial q_k} = \frac{\partial}{\partial q_k} \left(\frac{\partial^0 \mathbf{A}_i}{\partial q_j} \right) = \begin{cases} {}^0 \mathbf{A}_{j-1} \mathbf{Q}_j^{j-1} \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{Q}_k^{k-1} \mathbf{A}_i & \text{si } i \geq k \geq j \\ {}^0 \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{Q}_k^{k-1} \mathbf{A}_{j-1} \mathbf{Q}_j^{j-1} \mathbf{A}_i & \text{si } i \geq j \geq k \\ [0] & \text{si } k > i \text{ o } j > i \end{cases}$$

3. Las matrices \mathbf{J}_i y \mathbf{D} son simétricas y semidefinidas positivas.
4. El término h_{ikm} representa el efecto, en cuanto a fuerza o par, generado sobre el eslabón i como consecuencia del movimiento relativo entre los eslabones k y m . Se cumple que $h_{ikm} = h_{imk}$ y que $h_{iii} = 0$.
5. En la obtención de las matrices de pseudoinercia \mathbf{J}_i , las integrales están extendidas al elemento i , de modo que ésta se evalúa para cada punto del elemento de masa dm y coordenadas (x_i, y_i, z_i) referidas al sistema de coordenadas del elemento.
6. La Expresión [5.11] de la matriz de pseudoinercias \mathbf{J}_i equivale a:

$$\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(-Ix_i + Iy_i + Iz_i) & Ix_i y_i & Ix_i z_i & \int_i m_i x_i \\ Ix_i y_i & \frac{1}{2}(Ix_i - Iy_i + Iz_i) & Iy_i z_i & \int_i m_i y_i \\ Ix_i z_i & Iy_i z_i & \frac{1}{2}(Ix_i + Iy_i - Iz_i) & \int_i m_i z_i \\ \int_i m_i x_i & \int_i m_i y_i & \int_i m_i z_i & \int_i m_i \end{bmatrix}$$

con

$$\begin{aligned} Ix_i &= \int_i (y_i^2 + z_i^2) dm & Iy_i &= \int_i (x_i^2 + z_i^2) dm & Iz_i &= \int_i (x_i^2 + y_i^2) dm \\ Ipq &= \int_i p q dm & p \neq q & p, q = x_i, y_i, z_i \end{aligned}$$

EJEMPLO 5.1

Se va a aplicar el algoritmo computacional de Lagrange para la obtención del modelo dinámico del robot de 2 grados de libertad (θ_1, d_2) con base fija de la Figura 5.2.

L 1. Se asignan los sistemas de referencia y parámetros de Denavit-Hartenberg según la Figura 5.3 y la Tabla 5.1.

Tabla 5.1. Parámetros DH del robot polar del Ejemplo 5.1

Articulación	θ_i	\mathbf{d}_i	\mathbf{a}_i	α_i
1	θ_1	0	0	-90
2	0	d_2	0	0

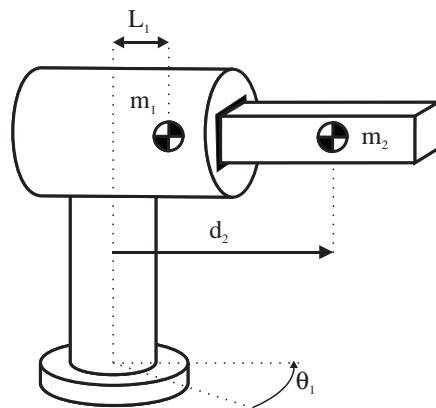


Figura 5.2. Robot polar de 2 grados de libertad del Ejemplo 5.1.

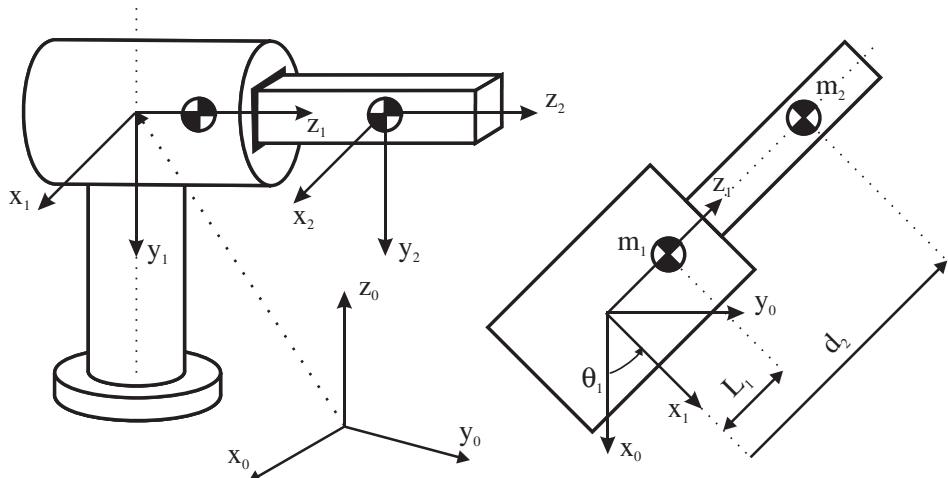


Figura 5.3. Sistemas de referencia del robot polar del Ejemplo 5.1.

L 2. Matrices de transformación ${}^0\mathbf{A}_i$

$${}^0\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & -S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & C_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0 \mathbf{A}_2 = {}^0 \mathbf{A}_1 {}^1 \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & -S_1 & -d_2 S_1 \\ S_1 & 0 & C_1 & d_2 C_1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

L 3. Matrices \mathbf{U}_{ij}

$$\mathbf{U}_{11} = \frac{\partial {}^0 \mathbf{A}_1}{\partial \theta_1} = \begin{bmatrix} -S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ C_1 & 0 & -S_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{U}_{12} = \frac{\partial {}^0 \mathbf{A}_1}{\partial d_2} = [0]$$

$$\mathbf{U}_{21} = \frac{\partial {}^0 \mathbf{A}_2}{\partial \theta_1} = \begin{bmatrix} -S_1 & 0 & -C_1 & -d_2 C_1 \\ C_1 & 0 & -S_1 & -d_2 S_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{U}_{22} = \frac{\partial {}^0 \mathbf{A}_2}{\partial d_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -S_1 \\ 0 & 0 & 0 & C_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

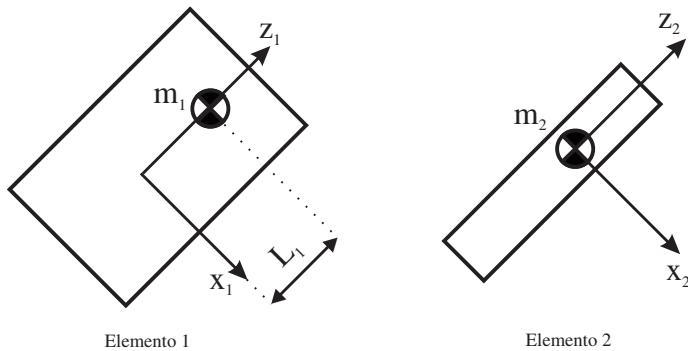
L 4. Matrices \mathbf{U}_{ijk}

$$\mathbf{U}_{111} = \frac{\partial \mathbf{U}_{11}}{\partial \theta_1} = \begin{bmatrix} -C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ -S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{U}_{112} = \frac{\partial \mathbf{U}_{11}}{\partial d_2} = [0]$$

$$\mathbf{U}_{121} = \frac{\partial \mathbf{U}_{12}}{\partial \theta_1} = [0] \quad \mathbf{U}_{122} = \frac{\partial \mathbf{U}_{12}}{\partial d_2} = [0]$$

$$\mathbf{U}_{211} = \frac{\partial \mathbf{U}_{21}}{\partial \theta_1} = \begin{bmatrix} -C_1 & 0 & S_1 & d_2 S_1 \\ -S_1 & 0 & -C_1 & -d_2 C_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{U}_{212} = \frac{\partial \mathbf{U}_{21}}{\partial d_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -C_1 \\ 0 & 0 & 0 & -S_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U}_{221} = \frac{\partial \mathbf{U}_{22}}{\partial \theta_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -C_1 \\ 0 & 0 & 0 & -S_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{U}_{222} = \frac{\partial \mathbf{U}_{22}}{\partial d_2} = [0]$$

L 5. Matrices de pseudoinercia \mathbf{J}_i **Figura 5.4.** Elementos del robot polar del Ejemplo 5.1.*Elemento 1*

$$\begin{aligned} \int_1 x_1^2 dm &= 0 & \int_1 x_1 y_1 dm &= \int_1 y_1 x_1 dm = 0 \\ \int_1 y_1^2 dm &= 0 & \int_1 y_1 z_1 dm &= \int_1 z_1 y_1 dm = 0 \\ \int_1 z_1^2 dm &= m_1 L_1^2 & \int_1 z_1 x_1 dm &= \int_1 x_1 z_1 dm = 0 \\ \int_1 x_1 dm &= 0 & \int_1 y_1 dm &= 0 & \int_1 z_1 dm &= 0 & \int_1 dm &= 0 \end{aligned}$$

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & m_1 L_1 \\ 0 & 0 & m_1 L_1 & m_1 \end{bmatrix}$$

Elemento 2

Puesto que se considera la masa concentrada en el centro de masas y el origen del sistema de coordenadas del elemento 2 se toma en el mismo centro de masas, la matriz \mathbf{J}_2 toma la forma:

$$\mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix}$$

L 6. Matriz de inercias $\mathbf{D} = [d_{ij}]$

$$d_{11} = \sum_{k=\max(1,1)}^2 \text{Trazo}(\mathbf{U}_{k1} \mathbf{J}_k \mathbf{U}_{k1}^T) = \text{Tr}(\mathbf{U}_{11} \mathbf{J}_1 \mathbf{U}_{11}^T) + \text{Tr}(\mathbf{U}_{21} \mathbf{J}_2 \mathbf{U}_{21}^T) =$$

$$= \text{Tr} \begin{bmatrix} C_1^2 L_1^2 m_1 & S_1 C_1 L_1^2 m_1 & 0 & 0 \\ C_1 S_1 L_1^2 m_1 & S_1^2 L_1^2 m_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \text{Tr} \begin{bmatrix} C_1^2 d_2^2 m_2 & S_1 C_1 d_2^2 m_2 & 0 & 0 \\ S_1 C_1 d_2^2 m_2 & S_1^2 d_2^2 m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= (C_1^2 + S_1^2) m_1 L_1^2 + (C_1^2 + S_1^2) d_2^2 m_2 = m_1 L_1^2 + m_2 d_2^2$$

$$d_{12} = \sum_{k=\max(1,2)}^2 \text{Trazo}(\mathbf{U}_{k2} \mathbf{J}_k \mathbf{U}_{k1}^T) = \text{Tr}(\mathbf{U}_{22} \mathbf{J}_2 \mathbf{U}_{21}^T) =$$

$$= \text{Tr} \begin{bmatrix} S_1 C_1 d_2 m_2 & S_1^2 d_2 m_2 & 0 & 0 \\ -C_1^2 d_2 m_2 & -S_1 C_1 d_2 m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = S_1 C_1 d_2 m_2 - S_1 C_1 d_2 m_2 = 0$$

$$d_{21} = \sum_{k=\max(2,1)}^2 \text{Trazo}(\mathbf{U}_{k1} \mathbf{J}_k \mathbf{U}_{k2}^T) = \text{Tr}(\mathbf{U}_{21} \mathbf{J}_2 \mathbf{U}_{22}^T) =$$

$$= \text{Tr} \begin{bmatrix} S_1 C_1 d_2 m_2 & -C_1^2 d_2 m_2 & 0 & 0 \\ S_1^2 d_2 m_2 & -S_1 C_1 d_2 m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = S_1 C_1 d_2 m_2 - S_1 C_1 d_2 m_2 = 0$$

$$d_{22} = \sum_{k=\max(2,2)}^2 \text{Trazo}(\mathbf{U}_{k2} \mathbf{J}_k \mathbf{U}_{k2}^T) = \text{Tr}(\mathbf{U}_{22} \mathbf{J}_2 \mathbf{U}_{22}^T) =$$

$$= \text{Tr} \begin{bmatrix} S_1^2 m_2 & -S_1 C_1 m_2 & 0 & 0 \\ -S_1 C_1 m_2 & C_1^2 m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = S_1^2 m_2 + C_1^2 m_2 = m_2$$

luego:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 L_1^2 + m_2 d_2^2 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}$$

L 7. Términos en h_{ikm}

$$\begin{aligned}
 h_{111} &= \sum_{j=\max(1,1,1)}^2 \text{Traza}\left(\mathbf{U}_{j11} \mathbf{J}_j \mathbf{U}_{j1}^T\right) = \text{Tr}\left(\mathbf{U}_{111} \mathbf{J}_1 \mathbf{U}_{11}^T\right) + \text{Tr}\left(\mathbf{U}_{211} \mathbf{J}_2 \mathbf{U}_{21}^T\right) = \\
 &= \text{Tr} \begin{bmatrix} -C_1 S_1 m_1 L_1^2 & -S_1^2 m_1 L_1^2 & 0 & 0 \\ C_1^2 m_1 L_1^2 & C_1 S_1 m_1 L_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \text{Tr} \begin{bmatrix} -S_1 C_1 d_2^2 m_2 & -S_1^2 d_2^2 m_2 & 0 & 0 \\ C_1^2 d_2^2 m_2 & S_1 C_1 d_2^2 m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \\
 &= -C_1 S_1 m_1 L_1^2 + C_1 S_1 m_1 L_1^2 - d_2^2 S_1 C_1 m_2 + d_2^2 S_1 C_1 m_2 = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h_{112} &= \sum_{j=\max(1,1,2)}^2 \text{Traza}\left(\mathbf{U}_{j12} \mathbf{J}_j \mathbf{U}_{j1}^T\right) = \text{Tr}\left(\mathbf{U}_{212} \mathbf{J}_2 \mathbf{U}_{21}^T\right) = \\
 &= \text{Tr} \begin{bmatrix} C_1^2 d_2 m_2 & S_1 C_1 d_2 m_2 & 0 & 0 \\ S_1 C_1 d_2 m_2 & S_1^2 d_2 m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = C_1^2 d_2 m_2 + S_1^2 d_2 m_2 = d_2 m_2
 \end{aligned}$$

$$h_{121} = \sum_{j=\max(1,2,1)}^2 \text{Traza}\left(\mathbf{U}_{j21} \mathbf{J}_j \mathbf{U}_{j1}^T\right) = \text{Tr}\left(\mathbf{U}_{221} \mathbf{J}_2 \mathbf{U}_{21}^T\right)$$

como:

$$\mathbf{U}_{221} = \mathbf{U}_{212} \Rightarrow h_{121} = h_{112} = d_2 m_2$$

$$\begin{aligned}
 h_{211} &= \sum_{j=\max(2,1,1)}^2 \text{Traza}\left(\mathbf{U}_{j11} \mathbf{J}_j \mathbf{U}_{j2}^T\right) = \text{Tr}\left(\mathbf{U}_{211} \mathbf{J}_2 \mathbf{U}_{22}^T\right) = \\
 &= \text{Tr} \begin{bmatrix} -S_1^2 d_2 m_2 & S_1 C_1 d_2 m_2 & 0 & 0 \\ S_1 C_1 d_2 m_2 & -C_1^2 d_2 m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = S_1^2 d_2 m_2 - C_1^2 d_2 m_2 = -d_2 m_2
 \end{aligned}$$

$$h_{122} = \sum_{j=\max(1,2,2)}^2 \text{Traza}\left(\mathbf{U}_{j22} \mathbf{J}_j \mathbf{U}_{j1}^T\right) = \text{Tr}\left(\mathbf{U}_{222} \mathbf{J}_2 \mathbf{U}_{21}^T\right) = 0$$

$$h_{212} = \sum_{j=\max(2,1,2)}^2 \text{Trazo}(\mathbf{U}_{j12} \mathbf{J}_j \mathbf{U}_{j2}^T) = \text{Tr}(\mathbf{U}_{212} \mathbf{J}_2 \mathbf{U}_{22}^T) =$$

$$= \text{Tr} \begin{bmatrix} S_1 C_1 m_2 & -C_1^2 m_2 & 0 & 0 \\ S_1^2 m_2 & -S_1 C_1 m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = S_1 C_1 m_2 - C_1 S_1 m_2 = 0$$

$$h_{221} = \sum_{j=\max(2,2,1)}^2 \text{Trazo}(\mathbf{U}_{j21} \mathbf{J}_j \mathbf{U}_{j2}^T) = \text{Tr}(\mathbf{U}_{221} \mathbf{J}_2 \mathbf{U}_{22}^T)$$

como:

$$\mathbf{U}_{221} = \mathbf{U}_{212} \Rightarrow h_{221} = h_{212} = 0$$

$$h_{222} = \sum_{j=\max(2,2,2)}^2 \text{Trazo}(\mathbf{U}_{j22} \mathbf{J}_j \mathbf{U}_{j2}^T) = \text{Tr}(\mathbf{U}_{222} \mathbf{J}_2 \mathbf{U}_{22}^T) = 0$$

L 8. Matriz columna de fuerzas de Coriolis y centrífugas $\mathbf{H} = [h_i]^T$

$$h_1 = \sum_{k=1}^2 \sum_{m=1}^2 h_{1km} \dot{q}_k \dot{q}_m = h_{111} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_1 + h_{112} \dot{\theta}_1 \dot{d}_2 + h_{121} \dot{d}_2 \dot{\theta}_1 + h_{122} \dot{d}_2 \dot{d}_2 =$$

$$= 0 \cdot \dot{\theta}_1^2 + (d_2 m_2 + d_2 m_2) \dot{\theta}_1 \dot{d}_2 + 0 \cdot \dot{d}_2^2 = 2 d_2 m_2 \dot{\theta}_1 \dot{d}_2$$

$$h_2 = \sum_{k=1}^2 \sum_{m=1}^2 h_{2km} \dot{\mathbf{q}}_k \dot{\mathbf{q}}_m = h_{211} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_1 + h_{212} \dot{\theta}_1 \dot{d}_2 + h_{221} \dot{d}_2 \dot{\theta}_1 + h_{222} \dot{d}_2 \dot{d}_2 =$$

$$= -d_2 m_2 \dot{\theta}_1^2 + (0 + 0) \dot{\theta}_1 \dot{d}_2 + 0 \cdot \dot{d}_2^2 = -d_2 m_2 \dot{\theta}_1^2$$

luego

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 2 d_2 m_2 \dot{\theta}_1 \dot{d}_2 \\ -d_2 m_2 \dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix}$$

Nota: Como ejercicio, el lector puede obtener alternativamente la matriz \mathbf{H} , a partir de la matriz \mathbf{D} , mediante las expresiones definidas en [5.11]

L 9. Matriz columna de fuerzas de gravedad $\mathbf{C} = [c_i]^T$

$$c_i = \sum_{j=1}^N (-m_j \mathbf{g} \mathbf{U}_{j1}{}^j \mathbf{r}_j)$$

con:

\mathbf{g} vector de gravedad expresado en el sistema de la base del robot $\{S_0\}$.

$$\mathbf{g} = [0, 0, -g, 0]$$

${}^j \mathbf{r}_j$ vector de coordenadas homogéneas de posición del centro de masas del eslabón j expresado en el sistema $\{S_j\}$.

$${}^1 \mathbf{r}_1 = [0, 0, L_1, 1]^T$$

$${}^2 \mathbf{r}_2 = [0, 0, 0, 1]^T$$

luego:

$$c_1 = \sum_{j=1}^2 (-m_j \mathbf{g} \mathbf{U}_{j1}{}^j \mathbf{r}_j) = -m_1 \mathbf{g} \mathbf{U}_{11}{}^1 \mathbf{r}_1 - m_2 \mathbf{g} \mathbf{U}_{21}{}^2 \mathbf{r}_2 = \\ = -m_1 [0 \ 0 \ -g \ 0] \begin{bmatrix} -S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ C_1 & 0 & -S_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_1 \\ 1 \end{bmatrix} - m_2 [0 \ 0 \ -g \ 0] \begin{bmatrix} -S_1 & 0 & -C_1 & -d_2 C_1 \\ C_1 & 0 & -S_1 & -d_2 S_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$c_2 = \sum_{j=1}^2 (-m_j \mathbf{g} \mathbf{U}_{j2}{}^j \mathbf{r}_j) = -m_1 \mathbf{g} \mathbf{U}_{12}{}^1 \mathbf{r}_1 - m_2 \mathbf{g} \mathbf{U}_{22}{}^2 \mathbf{r}_2 = \\ = -m_1 [0 \ 0 \ -g \ 0] [0] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_1 \\ 1 \end{bmatrix} - m_2 [0 \ 0 \ -g \ 0] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -S_1 \\ 0 & 0 & 0 & C_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

Por tanto:

$$\mathbf{C} = [c_i]^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

L 10. La ecuación dinámica del robot será:

$$\tau = \mathbf{D}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H} + \mathbf{C}$$

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 L_1^2 + m_2 d_2^2 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2d_2 m_2 \dot{\theta}_1 \dot{d}_2 \\ -d_2 m_2 \dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} T_1 = (m_1 L_1^2 + m_2 d_2^2) \ddot{\theta}_1 + 2d_2 m_2 \dot{\theta}_1 \dot{d}_2 \\ F_2 = m_2 \ddot{d}_2 - d_2 m_2 \dot{\theta}_1^2 \end{cases} \quad [5.20]$$

Donde T_1 es el par motor efectivo (incluyendo rozamiento y otras perturbaciones) que actúa sobre la articulación 1 y F_2 es la fuerza motora efectiva que actúa sobre la articulación 2.

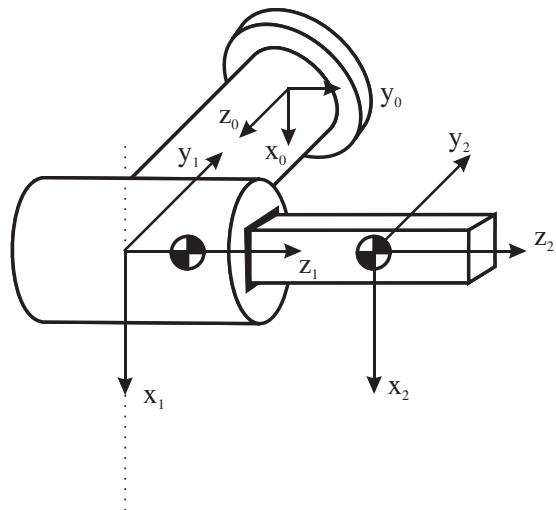


Figura 5.5. Robot polar del Ejemplo 5.1 en configuración tumbada.

Como se ve, el modelo dinámico responde a un sistema de 2 ecuaciones diferenciales de 2.^o orden no lineales y acopladas. Se observa también, cómo el término gravedad \mathbf{C} no aparece en el modelo. Esto es debido a que la estructura horizontal del robot permite que las fuerzas de gravedad se proyecten sobre los apoyos, no siendo necesario aportación de par o fuerza para vencerla. Si se considerase al robot en posición tumbada, tal y como aparece en la Figura 5.5, manteniéndose la definición de los sistemas de referencia de la Figura 5.3, las expresiones de las matrices y vectores \mathbf{A} , \mathbf{U} , \mathbf{J} , \mathbf{D} y \mathbf{H} resultarán iguales que en el caso anterior. Sin embargo, el vector \mathbf{C} sí se vería afectado, pues ahora el vector de gravedad \mathbf{g} expresado en el sistema de referencia de la base $\{S_0\}$ sería:

$$\mathbf{g} = [g, 0, 0, 0]$$

con lo que:

$$c_1 = -m_1 \begin{bmatrix} g & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -C_1 L_1 \\ -S_1 L_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - m_2 \begin{bmatrix} g & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -C_1 d_2 \\ -S_1 d_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = m_1 g L_1 C_1 + m_2 g d_2 C_1$$

$$c_2 = -m_1 \begin{bmatrix} g & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [0] - m_2 \begin{bmatrix} g & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -S_1 \\ C_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = m_2 g S_1$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} m_1 g L_1 C_1 + m_2 g d_2 C_1 \\ m_2 g S_1 \end{bmatrix}$$

De modo que las ecuaciones correspondientes al modelo dinámico tomarán ahora la siguiente forma:

$$\begin{cases} T_1 = (m_1 L_1^2 + m_2 d_2^2) \ddot{\theta}_1 + 2d_2 m_2 \dot{\theta}_1 \dot{d}_2 + m_1 g L_1 \cos \theta_1 + m_2 g d_2 \cos \theta_1 \\ F_2 = m_2 \ddot{d}_2 - d_2 m_2 \dot{\theta}_1^2 + m_2 g \sin \theta_1 \end{cases} \quad [5.21]$$

5.3. OBTENCIÓN DEL MODELO DINÁMICO DE UN ROBOT MEDIANTE LA FORMULACIÓN RECURSIVA DE NEWTON EULER

La obtención del modelo dinámico de un robot a partir de la formulación Lagrangiana conduce a un algoritmo con un coste computacional de orden $O(n^4)$. Es decir, el número de operaciones a realizar crece con la potencia cuarta del número de grados de libertad. En el caso habitual de robots de 6 grados de libertad, este número de operaciones hace al algoritmo presentado en el epígrafe anterior materialmente inutilizable para ser utilizado en tiempo real.

La formulación de Newton-Euler parte del equilibrio de fuerzas y pares para cada elemento:

$$\begin{aligned} \sum F_i &= \frac{d}{dt}(m_i v_i) = m_i \dot{v}_i \\ \sum T_i &= \frac{d}{dt}(I_i \omega_i) = I_i \dot{\omega}_i + \omega_i \times (I_i \omega_i) \end{aligned} \quad [5.22]$$

Donde:

F_i son las fuerzas ejercidas sobre la barra i .

T_i son los pares ejercidos sobre la barra i en torno a su centro de masas.

m_i es la masa de la barra i .

I_i es el tensor de inercia de la barra i en torno a su centro de masas, expresado en el sistema de referencia $\{S_i\}$.

v_i, \dot{v}_i son la velocidad y aceleración lineal del centro de masas de la articulación i .

$\omega_i, \dot{\omega}_i$ son la velocidad y aceleración angular de la articulación i .

Un adecuado desarrollo de estas ecuaciones conduce a una formulación recursiva en la que se obtienen la posición, velocidad y aceleración del eslabón i referidos a la base del robot a partir de los correspondientes del eslabón $i - 1$ y del movimiento relativo de la articulación i . De este modo, partiendo del eslabón 1 se llega al eslabón n . Con estos datos se procede a obtener las fuerzas y pares actuantes sobre el eslabón i referidos a la base del robot a partir de los correspondientes al eslabón $i + 1$, recorriendo de esta forma todos los eslabones desde el eslabón n al eslabón 1.

El algoritmo se basa en operaciones vectoriales (con productos escalares y vectoriales entre magnitudes vectoriales, y productos de matrices con vectores) siendo más eficiente en comparación con las operaciones matriciales asociadas a la formulación Lagrangiana. De hecho, el orden de complejidad computacional de la formulación recursiva de Newton-Euler es $O(n)$ lo que indica que depende directamente del número de grados de libertad.

El algoritmo se desarrolla en los siguientes pasos.

5.3.1. Algoritmo computacional de Newton-Euler para el modelado dinámico de un robot

N-E 1. Asignar a cada eslabón un sistema de referencia de acuerdo con las normas de D-H.

N-E 2. Establecer las condiciones iniciales.

Para el sistema de la base $\{S_0\}$:

${}^0\boldsymbol{\omega}_0$: velocidad angular = $[0, 0, 0]^T$

${}^0\boldsymbol{\dot{\omega}}_0$: aceleración angular = $[0, 0, 0]^T$

${}^0\mathbf{v}_0$: velocidad lineal = $[0, 0, 0]^T$

${}^0\dot{\mathbf{v}}_0$: aceleración lineal = $-[g_{x0}, g_{y0}, g_{z0}]^T$

${}^0\boldsymbol{\omega}_0, {}^0\boldsymbol{\dot{\omega}}_0, {}^0\mathbf{v}_0, {}^0\dot{\mathbf{v}}_0$, son típicamente nulos salvo que la base del robot esté en movimiento.

$[g_{x0}, g_{y0}, g_{z0}]$ es el vector de gravedad expresado en el sistema $\{S_0\}$ (habitualmente toma el valor $[0, 0, -9,8]$ pues \mathbf{z}_0 se sitúa vertical hacia arriba).

Para el extremo del robot se conocerá la fuerza y el par ejercidos externamente ${}^{n+1}\mathbf{f}_{n+1}$ y ${}^{n+1}\mathbf{n}_{n+1}$.

$$\mathbf{z}_0 = [0, 0, 1]^T$$

${}^i\mathbf{p}_i$ = Vector que une el origen $\{S_{i-1}\}$ con el de $\{S_i\}$ expresadas en $\{S_i\} = [a_i, d_i \operatorname{sen}(\alpha_i), d_i \cos(\alpha_i)]$

${}^i\mathbf{s}_i$ = Coordenadas del centro de masas del eslabón i respecto del sistema $\{S_i\}$

${}^i\mathbf{I}_i$ = Matriz de inercia del eslabón i expresado en un sistema paralelo al $\{S_i\}$ y con el origen en el centro de masas del eslabón.

N-E 3. Obtener las matrices de rotación ${}^{i-1}\mathbf{R}_i$ y sus inversas ${}^i\mathbf{R}_{i-1} = ({}^{i-1}\mathbf{R}_i)^{-1} = ({}^{i-1}\mathbf{R}_i)^T$, siendo:

$${}^{i-1}\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i \end{bmatrix}$$

Para $i = 1 \dots n$ realizar los pasos 4 a 7:

N-E 4. Obtener la velocidad angular del sistema $\{S_i\}$.

$${}^i\boldsymbol{\omega}_i = \begin{cases} {}^i\mathbf{R}_{i-1} \left({}^{i-1}\boldsymbol{\omega}_{i-1} + \mathbf{z}_0 \dot{\mathbf{q}}_i \right) & \text{si el eslabón } i \text{ es de rotación} \\ {}^i\mathbf{R}_{i-1} {}^{i-1}\boldsymbol{\omega}_{i-1} & \text{si el eslabón } i \text{ es de traslación} \end{cases} \quad [5.23]$$

N-E 5. Obtener la aceleración angular del sistema $\{S_i\}$.

$${}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i = \begin{cases} {}^i\mathbf{R}_{i-1} \left({}^{i-1}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1} + \mathbf{z}_0 \ddot{\mathbf{q}}_i \right) + {}^{i-1}\boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \mathbf{z}_0 \dot{\mathbf{q}}_i & \text{si el eslabón } i \text{ es de rotación} \\ {}^i\mathbf{R}_{i-1} {}^{i-1}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1} & \text{si el eslabón } i \text{ es de traslación} \end{cases} \quad [5.24]$$

N-E 6. Obtener la aceleración lineal del sistema i :

$${}^i\dot{\mathbf{v}}_i = \begin{cases} {}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times {}^i\mathbf{p}_i + {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times ({}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\mathbf{p}_i) + {}^i\mathbf{R}_{i-1} {}^{i-1}\dot{\mathbf{v}}_{i-1} & \text{si el eslabón } i \text{ es de rotación} \\ {}^i\mathbf{R}_{i-1} (\mathbf{z}_0 \ddot{\mathbf{q}}_i + {}^{i-1}\dot{\mathbf{v}}_{i-1}) + {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\mathbf{p}_i + \\ 2{}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\mathbf{R}_{i-1} \mathbf{z}_0 \dot{\mathbf{q}}_i + {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times ({}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\mathbf{p}_i) & \text{si el eslabón } i \text{ es de traslación} \end{cases} \quad [5.25]$$

N-E 7. Obtener la aceleración lineal del centro de gravedad del eslabón i :

$${}^i\mathbf{a}_i = {}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times {}^i\mathbf{s}_i + {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times ({}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\mathbf{s}_i) + {}^i\dot{\mathbf{v}}_i \quad [5.26]$$

Para $i = n \dots 1$ realizar los pasos 8 a 10.

N-E 8. Obtener la fuerza ejercida sobre el eslabón i :

$${}^i\mathbf{f}_i = {}^i\mathbf{R}_{i+1} {}^{i+1}\mathbf{f}_{i+1} + m_i {}^i\mathbf{a}_i \quad [5.27]$$

N-E 9. Obtener el par ejercido sobre el eslabón i :

$$\begin{aligned} {}^i\mathbf{n}_i &= {}^i\mathbf{R}_{i+1} \left[{}^{i+1}\mathbf{n}_{i+1} + \left({}^{i+1}\mathbf{R}_i {}^i\mathbf{p}_i \right) \times {}^{i+1}\mathbf{f}_{i+1} \right] + \\ &+ \left({}^i\mathbf{p}_i + {}^i\mathbf{s}_i \right) \times m_i {}^i\mathbf{a}_i + {}^i\mathbf{I}_i {}^i\boldsymbol{\omega}_i + {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times ({}^i\mathbf{I}_i {}^i\boldsymbol{\omega}_i) \end{aligned} \quad [5.28]$$

N-E 10. Obtener la fuerza o par aplicado a la articulación i

$$\tau_i = \begin{cases} {}^i \mathbf{n}_i^T {}^i \mathbf{R}_{i-1} \mathbf{z}_0 & \text{si el eslabón } i \text{ es de rotación} \\ {}^i \mathbf{f}_i^T {}^i \mathbf{R}_{i-1} \mathbf{z}_0 & \text{si el eslabón } i \text{ es de traslación} \end{cases} \quad [5.29]$$

Donde τ es el par o fuerza efectivo (par motor menos pares de rozamiento o perturbación).

Tabla 5.2. Parámetros DH del robot polar del Ejemplo 5.2

Articulación	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	θ_1	0	0	-90
2	0	d_2	0	0

EJEMPLO 5.2

En el epígrafe anterior, se obtuvo el modelo dinámico del robot de la Figura 5.2 a través de la formulación de Lagrange. Se va a obtener aquí el modelo dinámico del mismo robot, utilizando la formulación de Newton-Euler.

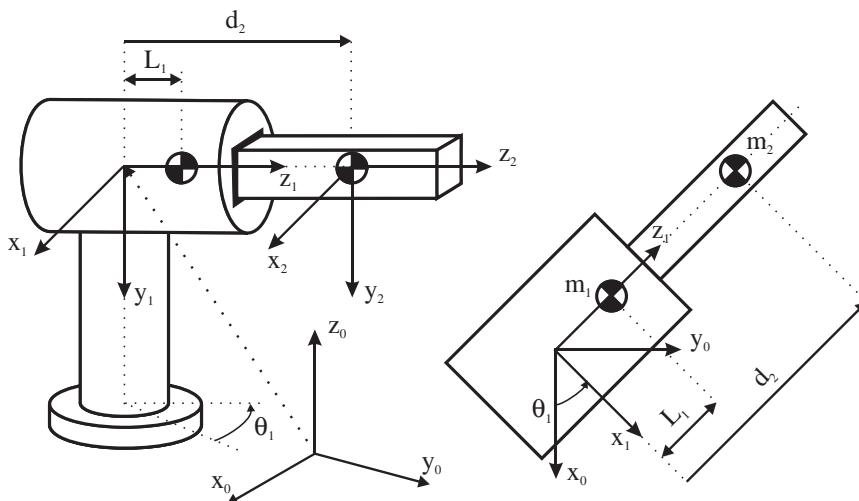


Figura 5.6. Configuración y Sistemas de referencia del robot polar del Ejemplo 5.2.

N-E 1. La asignación de los sistemas de referencia según D-H es la mostrada en la Figura 5.6. Los correspondientes parámetros de D-H se muestran en la Tabla 5.2.

N-E 2.

$${}^0 \boldsymbol{\omega}_0 = [0, 0, 0]^T \quad {}^0 \boldsymbol{\omega}_0 = [0, 0, 0]^T$$

$${}^0 \mathbf{v}_0 = [0, 0, 0]^T \quad {}^0 \mathbf{v}_0 = -[g_{x0}, g_{y0}, g_{z0}]^T = -[0, 0, -g]^T = [0, 0, g]^T$$

con $g = 9,8$ (obsérvese que la gravedad está orientada según el eje z_0 negativo)

y como no se ejercen fuerzas externas en el extremo del robot: ${}^3\mathbf{f}_3 = {}^3\mathbf{n}_3 = 0$

$$\mathbf{z}_0 = [0, 0, 1]^T$$

$${}^1\mathbf{p}_1 = [0, 0, 0]^T \quad {}^2\mathbf{p}_2 = [0, 0, d_2]^T$$

$${}^1\mathbf{s}_1 = [0, 0, L_1] \quad {}^2\mathbf{s}_2 = [0, 0, 0]$$

y por estar toda la masa de los elementos 1 y 2 concentrada en sus respectivos centros de gravedad:

$${}^1\mathbf{I}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad {}^2\mathbf{I}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

N-E 3. Las matrices de rotación ${}^{i-1}\mathbf{R}_i$ y sus inversas son:

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{R}_1 &= \begin{bmatrix} C_1 & 0 & -S_1 \\ S_1 & 0 & C_1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} & {}^1\mathbf{R}_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^0\mathbf{R}_2 &= \begin{bmatrix} C_1 & 0 & -S_1 \\ S_1 & 0 & C_1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \\ {}^1\mathbf{R}_0 &= \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -S_1 & C_1 & 0 \end{bmatrix} & {}^2\mathbf{R}_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^2\mathbf{R}_0 &= \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -S_1 & C_1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

N-E 4.

$${}^1\dot{\boldsymbol{\omega}}_1 = {}^1\mathbf{R}_0 \left({}^0\boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{z}_0 \dot{\theta}_1 \right) = \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -S_1 & C_1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$${}^2\dot{\boldsymbol{\omega}}_2 = {}^2\mathbf{R}_1 {}^1\dot{\boldsymbol{\omega}}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

N-E 5.

$$\begin{aligned} {}^1\ddot{\boldsymbol{\omega}}_1 &= {}^1\mathbf{R}_0 \left({}^0\dot{\boldsymbol{\omega}}_0 + \mathbf{z}_0 \ddot{\theta}_1 \right) + {}^0\boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{z}_0 \dot{\theta}_1 = \\ &= \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -S_1 & C_1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\ddot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$${}^2\dot{\boldsymbol{\omega}}_2 = {}^2\mathbf{R}_1 {}^1\dot{\boldsymbol{\omega}}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -\ddot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\ddot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

N-E 6.

$$\begin{aligned} {}^1\dot{\mathbf{v}}_1 &= {}^1\dot{\boldsymbol{\omega}}_1 \times {}^1\mathbf{p}_1 + {}^1\boldsymbol{\omega}_1 \times ({}^1\boldsymbol{\omega}_1 \times {}^1\mathbf{p}_1) + {}^1\mathbf{R}_0 {}^0\dot{\mathbf{v}}_0 = \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ -\ddot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -S_1 & C_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{bmatrix} \\ {}^2\dot{\mathbf{v}}_2 &= {}^2\mathbf{R}_1 (\mathbf{z}_0 \ddot{d}_2 + {}^1\dot{\mathbf{v}}_1) + {}^2\dot{\boldsymbol{\omega}}_2 \times {}^2\mathbf{p}_2 + 2{}^2\boldsymbol{\omega}_2 \times ({}^2\mathbf{R}_1 \mathbf{z}_0 \dot{d}_2) + {}^2\boldsymbol{\omega}_2 \times ({}^2\boldsymbol{\omega}_2 \times {}^2\mathbf{p}_2) = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} 0 \\ -\ddot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_2 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ -\ddot{\theta}_1 d_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ -g \\ \ddot{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\ddot{\theta}_1 d_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\theta}_1^2 d_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{d}_2 - \dot{\theta}_1^2 d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\ddot{\theta}_1 d_2 - 2\dot{\theta}_1 \dot{d}_2 \\ -g \\ \ddot{d}_2 - \dot{\theta}_1^2 d_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

N-E 7.

$$\begin{aligned} {}^1\mathbf{a}_1 &= {}^1\dot{\boldsymbol{\omega}}_1 \times {}^1\mathbf{s}_1 + {}^1\boldsymbol{\omega}_1 \times ({}^1\boldsymbol{\omega}_1 \times {}^1\mathbf{s}_1) + {}^1\dot{\mathbf{v}}_1 = \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ -\ddot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_1 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\ddot{\theta}_1 L_1 \\ -g \\ -\dot{\theta}_1^2 L_1 \end{bmatrix} \\ {}^2\mathbf{a}_2 &= {}^2\boldsymbol{\omega}_2 \times {}^2\mathbf{s}_2 + {}^1\boldsymbol{\omega}_2 \times ({}^2\boldsymbol{\omega}_2 \times {}^2\mathbf{s}_2) + {}^2\dot{\mathbf{v}}_2 = \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ -\ddot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} -\ddot{\theta}_1 d_2 - 2\dot{\theta}_1 d_2 \\ -g \\ \ddot{d}_2 - \dot{\theta}_1^2 d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\ddot{\theta}_1 d_2 - 2\dot{\theta}_1 d_2 \\ -g \\ \ddot{d}_2 - \dot{\theta}_1^2 d_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

N-E 8.

$${}^2\mathbf{f}_2 = {}^2\mathbf{R}_3 {}^3\mathbf{f}_3 + m_2 {}^2\mathbf{a}_2 = {}^2\mathbf{R}_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + m_2 \begin{bmatrix} -\ddot{\theta}_1 d_2 - 2\dot{\theta}_1 \dot{d}_2 \\ -g \\ \ddot{d}_2 - \dot{\theta}_1^2 d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\ddot{\theta}_1 d_2 m_2 - 2\dot{\theta}_1 \dot{d}_2 m_2 \\ -g m_2 \\ \ddot{d}_2 m_2 - \dot{\theta}_1^2 d_2 m_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} {}^1\mathbf{f}_1 &= {}^1\mathbf{R}_2 {}^2\mathbf{f}_2 + m_1 {}^1\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\ddot{\theta}_1 d_2 m_2 - 2\dot{\theta}_1 \dot{d}_2 m_2 \\ -g m_2 \\ \ddot{d}_2 m_2 - \dot{\theta}_1^2 d_2 m_2 \end{bmatrix} + m_1 \begin{bmatrix} -\ddot{\theta}_1 l_1 \\ -g \\ -\dot{\theta}_1^2 l_1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} -\ddot{\theta}_1 d_2 m_2 - 2\dot{\theta}_1 \dot{d}_2 m_2 - \ddot{\theta}_1 l_1 m_1 \\ -g(m_1 + m_2) \\ \ddot{d}_2 m_2 - \dot{\theta}_1^2 d_2 m_2 - \dot{\theta}_1^2 l_1 m_1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

N-E 9.

$$\begin{aligned} {}^2\mathbf{n}_1 &= {}^2\mathbf{R}_3 \left[{}^3\mathbf{n}_3 + \left({}^3\mathbf{R}_2 {}^2\mathbf{p}_2 \right) \times {}^3\mathbf{f}_3 \right] + \left({}^2\mathbf{p}_2 + {}^2\mathbf{s}_2 \right) \times m_2 {}^2\mathbf{a}_2 + {}^2\mathbf{I}_2 {}^2\dot{\mathbf{\omega}}_2 + {}^2\mathbf{\omega}_2 \times \left({}^2\mathbf{I}_2 \cdot {}^2\mathbf{\omega}_2 \right) = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) + \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \times m_2 \begin{bmatrix} -\ddot{\theta}_1 d_2 - 2\dot{\theta}_1 \dot{d}_2 \\ -g \\ \ddot{d}_2 - \dot{\theta}_1^2 d_2 \end{bmatrix} + \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -\ddot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} d_2 m_2 g \\ (-\ddot{\theta}_1 d_2^2 - 2\dot{\theta}_1 \dot{d}_2 d_2) m_2 \\ 0 \end{bmatrix} \\ {}^1\mathbf{n}_1 &= {}^1\mathbf{R}_2 \left[{}^2\mathbf{n}_2 + \left({}^2\mathbf{R}_1 {}^1\mathbf{p}_1 \right) \times {}^2\mathbf{f}_2 \right] + \left({}^1\mathbf{p}_1 + {}^1\mathbf{s}_1 \right) \times m_1 {}^1\mathbf{a}_1 + {}^1\mathbf{I}_1 {}^1\dot{\mathbf{\omega}}_1 + {}^1\mathbf{\omega}_1 \times \left({}^1\mathbf{I}_1 {}^1\mathbf{\omega}_1 \right) = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} d_2 m_2 g \\ (-\ddot{\theta}_1 d_2^2 - 2\dot{\theta}_1 \dot{d}_2 d_2) m_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\ddot{\theta}_1 d_2 m_2 - 2\dot{\theta}_1 \dot{d}_2 m_2 \\ -g m_2 \\ \ddot{d}_2 m_2 - \dot{\theta}_1^2 d_2 m_2 \end{bmatrix} \right) + \\ &\quad + \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_1 \end{bmatrix} \right) \times \begin{bmatrix} -\ddot{\theta}_1 L_1 m_1 \\ -g m_1 \\ -\dot{\theta}_1^2 L_1 m_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -\ddot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \\ &= \begin{bmatrix} d_2 m_2 g \\ (-\ddot{\theta}_1 d_2^2 - 2\dot{\theta}_1 \dot{d}_2 d_2) m_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 m_1 g \\ -\ddot{\theta}_1 L_1^2 m_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (d_2 m_2 + L_1 m_1) g \\ (-\ddot{\theta}_1 d_2^2 - 2\dot{\theta}_1 \dot{d}_2 d_2) m_2 - \ddot{\theta}_1 L_1^2 m_1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

N-E 10.

$$F_2 = {}^2\mathbf{f}_2^T {}^2\mathbf{R}_1 \mathbf{z}_0 = \begin{bmatrix} -\ddot{\theta}_1 d_2 m_2 - 2\dot{\theta}_1 \dot{d}_2 m_2 \\ -g m_2 \\ \ddot{d}_2 m_2 - \dot{\theta}_1^2 d_2 m_2 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \ddot{d}_2 m_2 - \dot{\theta}_1^2 d_2 m_2$$

$$T_1 = {}^1\mathbf{n}_1^T {}^1\mathbf{R}_0 \mathbf{z}_0 = \begin{bmatrix} (d_2 m_2 + L_1 m_1) g \\ (-\ddot{\theta}_1 d_2^2 - 2\dot{\theta}_1 \dot{d}_2 d_2) m_2 - \ddot{\theta}_1 L_1^2 m_1 \\ 0 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \\ = (\ddot{\theta}_1 d_2^2 + 2\dot{\theta}_1 \dot{d}_2 d_2) m_2 + \ddot{\theta}_1 L_1^2 m_1$$

Por tanto, las ecuaciones que componen el modelo dinámico son :

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_1 &= (\ddot{\theta}_1 d_2^2 + 2\dot{\theta}_1 \dot{d}_2 d_2) m_2 + \ddot{\theta}_1 L_1^2 m_1 \\ \mathbf{F}_2 &= m_2 \ddot{d}_2 - m_2 d_2 \dot{\theta}_1^2 \end{aligned} \quad [5.30]$$

Ecuaciones que coinciden con las obtenidas [5.20] mediante el algoritmo de Lagrange. Para considerar la posición tumbada del robot mostrada en la Figura 5.5, se debería tomar

$${}^0\dot{\mathbf{v}}_0 = -[g_{x0}, g_{y0}, g_{z0}]^T = -[g, 0, 0]^T = [-g, 0, 0]^T$$

5.4. MODELO DINÁMICO EN VARIABLES DE ESTADO

La Ecuación [5.9] establece el modelo dinámico inverso de un robot, dando los pares y fuerzas que deben proporcionar los actuadores para que las variables articulares sigan una determinada trayectoria $\mathbf{q}(t)$:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{D}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H} + \mathbf{C} \quad [5.31]$$

En esta expresión, conviene recordar que la matriz de inercias \mathbf{D} y la matriz columna de gravedad \mathbf{C} dependen de los valores de \mathbf{q} , y que la matriz columna de fuerzas de Coriolis y centrípetas \mathbf{H} depende de \mathbf{q} y $\dot{\mathbf{q}}$.

La Expresión [5.31] es, por tanto, no lineal, no siendo trivial su integración para así obtener el modelo dinámico directo que proporciona la trayectoria seguida como consecuencia de la aplicación de unos pares determinados $\boldsymbol{\tau}$. Para obtener este modelo directo, así como por su utilidad posterior en el desarrollo de alguna técnica concreta de control, puede ser conveniente obtener el modelo dinámico en variables de estado.

Las variables de estado naturales del sistema serán las posiciones y velocidades de cada una de las articulaciones, siendo, por tanto, el vector de estado $[\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}]^T$. La Ecuación [5.28] puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H} + \mathbf{C} &= \boldsymbol{\tau} \Rightarrow \mathbf{D}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{N} = \boldsymbol{\tau} \Rightarrow \\ \ddot{\mathbf{q}} &= \mathbf{D}^{-1} [\boldsymbol{\tau} - \mathbf{N}] \end{aligned} \quad [5.32]$$

con $\mathbf{N} = \mathbf{H} + \mathbf{C}$. Y haciendo uso del vector de estado:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ -\mathbf{D}^{-1} \mathbf{N} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{D}^{-1} \end{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \quad [5.33]$$

donde \mathbf{D}^{-1} es función de \mathbf{q} y \mathbf{N} es función de \mathbf{q} y $\dot{\mathbf{q}}$. La Expresión [5.31] puede ponerse también de la forma:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \cdot \mathbf{u}$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{D}^{-1}(\boldsymbol{\tau} - \mathbf{N}) \quad [5.34]$$

Esta representación responde a una ecuación de estado lineal, habiéndose trasladado la no linealidad a la entrada \mathbf{u} . En la Figura 5.7 se representa el correspondiente diagrama de bloques, donde:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ matriz } (2n \times 2n) \quad \text{y} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \text{ matriz } (2n \times n)$$

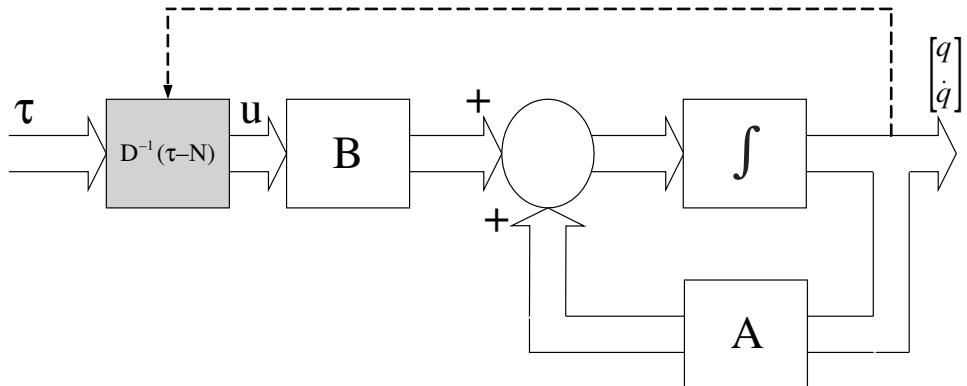


Figura 5.7. Diagrama de bloques de la dinámica de un robot en el espacio de estado.

El bloque sombreado es un bloque no lineal que depende del estado $[\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}]$, lo que se representa mediante línea discontinua.

El uso de esta Expresión [5.34] permite encontrar la trayectoria $\mathbf{q}(t)$ a partir de los pares $\boldsymbol{\tau}(t)$ de manera iterativa. Así, suponiendo conocidas las condiciones iniciales $\mathbf{q}(0), \dot{\mathbf{q}}(0), \boldsymbol{\tau}(0)$, se puede evaluar los incrementos de $\mathbf{q}(0)$ y $\dot{\mathbf{q}}(0)$ por unidad de tiempo y partir de estos el valor de $[\mathbf{q} \text{ y } \dot{\mathbf{q}}]$ en el siguiente instante. Repitiendo este proceso puede obtenerse $\mathbf{q}(t)$ durante todo el intervalo de interés.

EJEMPLO 5.3

Para el robot del Ejemplo 5.1 en su disposición tumbada, se obtuvo el modelo dinámico inverso dado por la Ecuación [5.21]:

$$T_1 = (m_1 L_1^2 + m_2 d_2^2) \ddot{\theta}_1 + 2d_2 m_2 \dot{\theta}_1 \dot{d}_2 + m_1 g L_1 \cos \theta_1 + m_2 g d_2 \cos \theta_1$$

$$F_2 = m_2 \ddot{d}_2 - d_2 m_2 \dot{\theta}_1^2 + m_2 g \sin \theta_1 \quad [5.35]$$

o expresadas en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \mathbf{D} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{d}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{N}$$

con

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} m_1 L_1^2 + m_2 d_2^2 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 2d_2 m_2 \dot{\theta}_1 \dot{d}_2 + m_1 g L_1 \cos \theta_1 + m_2 g d_2 \cos \theta_1 \\ -d_2 m_2 \dot{\theta}_1^2 + m_2 g \sin \theta_1 \end{bmatrix}$$

Se tomará como vector de estado $\begin{bmatrix} \theta_1, d_2, \dot{\theta}_1, \dot{d}_2 \end{bmatrix}^T$, resultando:

$$\mathbf{D}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1 L_1^2 + m_2 d_2^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}^{-1} (\mathbf{N} - \tau) = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1 L_1^2 + m_2 d_2^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2d_2 m_2 \dot{\theta}_1 \dot{d}_2 + m_1 g L_1 \cos \theta_1 + m_2 g d_2 \cos \theta_1 - T_1 \\ -d_2 m_2 \dot{\theta}_1^2 + m_2 g \sin \theta_1 - F_2 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{2d_2 m_2 \dot{\theta}_1 \dot{d}_2 + m_1 g L_1 \cos \theta_1 + m_2 g d_2 \cos \theta_1 - T_1}{m_1 L_1^2 + m_2 d_2^2} \\ \frac{-d_2 m_2 \dot{\theta}_1^2 + m_2 g \sin \theta_1 - F_2}{m_2} \end{bmatrix}$$

La ecuación de estado tomará la forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{d}_2 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{d}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} \theta_1 \\ d_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{d}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}$$

[5.36]

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} -\frac{2d_2 m_2 \dot{\theta}_1 \dot{d}_2 + m_1 g L_1 \cos \theta_1 + m_2 g d_2 \cos \theta_1 - T_1}{m_1 L_1^2 + m_2 d_2^2} \\ -\frac{-d_2 m_2 \dot{\theta}_1^2 + m_2 g \sin \theta_1 - F_2}{m_2} \end{bmatrix}$$

con:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Esta expresión permitiría resolver computacionalmente el modelo dinámico directo. Partiendo de unas condiciones iniciales de posición $[\theta_1, d_2]^T$ y velocidad $[\dot{\theta}_1, \dot{d}_2]^T$ y de una secuencia de pares y fuerzas (T_1, F_2) a lo largo del tiempo, se evaluaría para el instante inicial el vector \mathbf{u} y a partir de él, mediante [5.34], el vector derivada del estado $[\dot{\theta}_1, \dot{d}_2, \ddot{\theta}_2, \ddot{d}_2]$.

Puesto que:

$$\begin{aligned}\theta_1(k) &= \dot{\theta}_1(k-1)\Delta t + \theta_1(k-1) \\ d_2(k) &= \dot{d}_2(k-1)\Delta t + \theta_2(k-1)\end{aligned}$$

podrían evaluarse los valores de la posición $[\theta_1, d_2]^T$ en un instante Δt posterior, y conocidos éstos y los nuevos valores de las velocidades $[\dot{\theta}_1, \dot{d}_2]^T$, se repetiría el proceso para el instante siguiente.

5.5. MODELO DINÁMICO EN EL ESPACIO DE LA TAREA

El modelo dinámico obtenido relaciona coordenadas articulares con pares o fuerzas desarrolladas en las articulaciones. En ocasiones, es conveniente tener el modelo dinámico expresado como una relación entre la trayectoria del extremo del robot y las fuerzas y pares que en él se aplican, referidos todos a un sistema de coordenadas cartesianas fijo del entorno de trabajo. Cuando los datos (trayectorias, fuerzas, pares, etc.) se dan en estas coordenadas, se dice que se trabaja en el espacio de la tarea.

Para obtener esta expresión del modelo dinámico se partirá de la Expresión [5.9] y de la Relación [4.64] que establece la relación entre velocidades lineales y angulares del extremo del robot con las velocidades articulares haciendo uso de la matriz Jacobiana. Según ésta:

$$\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}} \quad [5.37]$$

donde $\dot{\mathbf{v}}$ representa el vector de velocidades cartesianas del extremo del robot referidas al sistema de coordenadas asociado a su base $\dot{\mathbf{v}} = [v_x, v_y, v_z, w_x, w_y, w_z]^T$. Derivando esta expresión respecto del tiempo se obtiene:

$$\ddot{\mathbf{v}} = \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J} \ddot{\mathbf{q}} \Rightarrow \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1} \ddot{\mathbf{v}} - \mathbf{J}^{-1} \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}} \quad [5.38]$$

Expresiones que relacionan las aceleraciones cartesianas y articulares de manera directa e inversa. Por otra parte, partiendo del hecho de que la potencia consumida por el robot debe ser la misma tanto si se evalúa en el espacio cartesiano como en el articular, se tiene:

$$\text{Potencia} = \text{Par} \cdot \text{velocidad} \Rightarrow \mathbf{T}^T \dot{\mathbf{v}} = \boldsymbol{\tau}^T \dot{\mathbf{q}} \quad [5.39]$$

donde \mathbf{T}^T es el vector de fuerzas y pares ejercidos en el extremo del robot expresado en el sistema de coordenadas de la base y $\boldsymbol{\tau}^T$ el vector de fuerzas y pares ejercidas en las articulaciones. De [5.37] y [5.39] se obtiene:

$$\mathbf{T}^T \dot{\mathbf{v}} = \boldsymbol{\tau}^T \dot{\mathbf{q}} \Rightarrow \mathbf{T}^T \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau}^T \dot{\mathbf{q}} \Rightarrow \mathbf{T}^T \mathbf{J} = \boldsymbol{\tau}^T \Rightarrow \boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}^T \mathbf{T} \quad [5.40]$$

Expresión, de destacable utilidad, que relaciona los pares generalizados ejercidos en el extremo del robot con los ejercidos en cada una de las articulaciones.

Sustituyendo [5.38] y [5.40] en la ecuación del modelo dinámico [5.9] se obtiene:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= \mathbf{D} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H} + \mathbf{C} \Rightarrow \\ \mathbf{J}^T \mathbf{T} &= \mathbf{D} \mathbf{J}^{-1} \ddot{\mathbf{v}} - \mathbf{D} \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{J}} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{H} + \mathbf{C} \Rightarrow \\ \mathbf{T} &= (\mathbf{J}^T)^{-1} \mathbf{D} \mathbf{J}^{-1} \ddot{\mathbf{v}} - (\mathbf{J}^T)^{-1} \mathbf{D} \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{J}} \dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{J}^T)^{-1} \mathbf{H} + (\mathbf{J}^T)^{-1} \mathbf{C} \Rightarrow \\ \mathbf{T} &= \mathbf{D}_j \ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{H}_j + \mathbf{C}_j \end{aligned} \quad [5.41]$$

con

$$\begin{cases} \mathbf{D}_j = (\mathbf{J}^T)^{-1} \mathbf{D} \mathbf{J}^{-1} \\ \mathbf{H}_j = (\mathbf{J}^T)^{-1} (\mathbf{H} - \mathbf{D} \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{J}} \dot{\mathbf{q}}) \\ \mathbf{C}_j = (\mathbf{J}^T)^{-1} \mathbf{C} \end{cases} \quad [5.42]$$

Las Expresiones [5.41] y [5.42] definen el modelo dinámico en coordenadas cartesianas o de la tarea de un robot a partir de su modelo dinámico en el espacio articular o de la configuración y de su matriz Jacobiana.

En general puede expresarse el modelo dinámico en cualquier otro conjunto de variables que definan la localización del extremo del robot, utilizando para ello la correspondiente matriz Jacobiana que relaciona las velocidades articulares con las velocidades del extremo expresadas en las variables escogidas (por ejemplo $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$).

5.6. MODELO DINÁMICO DE LOS ACTUADORES

Como se ha indicado en la introducción de este capítulo, el modelo dinámico de un robot se compone por una parte del modelo de su estructura mecánica, que relaciona su movimiento con las fuerzas y pares que lo originan, y por otra parte del modelo de su sistema de accionamiento, que relaciona las órdenes de mando generadas en la unidad de control con las fuerzas y pares utilizados para producir el movimiento.

En el Capítulo 2, dedicado a la morfología del robot, se indicó que son los actuadores eléctricos de corriente continua los más utilizados en la actualidad, si bien es notable la tendencia a sustituir éstos por motores sin escobillas. En un caso u otro, el modelo dinámico del actuador responde a ecuaciones similares, por lo que a efectos de establecerlo se considerará el de motor de corriente continua.

Por su parte, si bien los primeros robots utilizaron actuadores hidráulicos, en la actualidad la presencia de estos en los robots industriales comerciales es prácticamente nula. No obstante, algunos desarrollos especiales, en particular en los que la relación peso manipulable/peso del robot deba ser elevada utilizan este tipo de actuador. El modelo dinámico de un actuador hidráulico es significativamente más complejo que el de un actuador eléctrico. A las características dinámicas del conjunto servo-válvula cilindro (o motor) se le debe incorporar el comportamiento no invariante del fluido (aceite), cuyas constantes dinámicas (índice de Bulk, viscosidad, etc.) varían notablemente con la temperatura. Por último, las propias líneas de transmisión, tuberías o mangueras, que canalizan al fluido desde la bomba a las servo-válvulas y de éstas a los actuadores, pueden influir en el comportamiento dinámico del conjunto.

Se van a exponer a continuación los modelos dinámicos que son admitidos para trabajar con ambos tipos de actuadores, debiendo quedar claro que en ambos casos se han realizado cierto número de simplificaciones que, por lo general, son válidas.

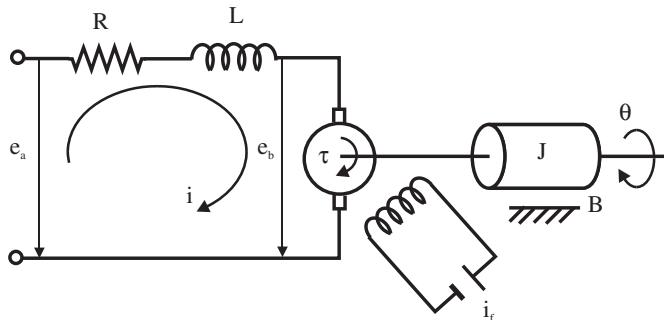


Figura 5.8. Esquema de funcionamiento de un motor de corriente continua controlado por inducido.

5.6.1. Motor eléctrico de corriente continua

Un accionamiento eléctrico de corriente continua consta de un motor de corriente continua alimentado por una etapa de potencia y controlado por un dispositivo analógico o digital. El modelado del motor de corriente continua controlado por inducido (Figura 5.8) responde a las ecuaciones que a continuación se deducen.

Cuando el rotor gira, se induce en él una tensión e_b directamente proporcional a la velocidad angular y que se conoce como fuerza contraelectromotriz:

$$e_b = k_b \dot{\theta} \quad [5.43]$$

La velocidad de giro se controla mediante la tensión e_a , salida del amplificador de potencia. La ecuación diferencial del circuito del rotor es:

$$L_a \dot{i} + Ri + e_b = e_a \quad [5.44]$$

Por otra parte, el motor desarrolla un par proporcional al producto del flujo en el entrehierro ψ y la intensidad i , siendo el flujo en el entrehierro:

$$\psi = k_f i_f \quad [5.45]$$

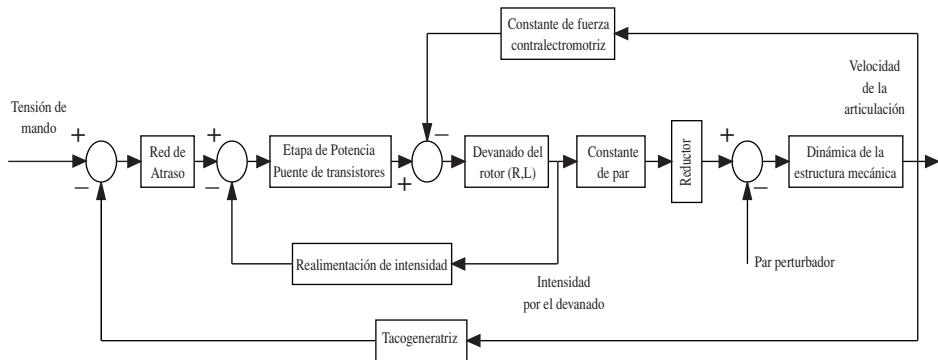


Figura 5.9. Esquema de bloques del modelo de un motor eléctrico de corriente continua.

donde i_f es la corriente de campo. De esta manera, la expresión del par desarrollado por el motor es la siguiente:

$$\tau = k_i i \psi \quad [5.46]$$

Para una corriente de campo i_f constante, el flujo se vuelve constante, y el par es directamente proporcional a la corriente que circula por el rotor:

$$\tau = k_p i \quad [5.47]$$

Este par se emplea en vencer la inercia y la fricción, además de posibles pares perturbadores:

$$J\ddot{\theta} + B\dot{\theta} = \tau - \tau_p \quad [5.48]$$

Por tanto, las ecuaciones del motor de corriente continua controlado por inducción son:

$$\begin{aligned} e_b &= k_b \dot{\theta} \\ (Ls + R)i + e_b &= e_a \\ \tau &= k_p i \\ \dot{\theta} &= \frac{\tau - \tau_p}{Js + B} \end{aligned} \quad [5.49]$$

donde todas las variables son en transformada de Laplace.

Para el control del motor se incluyen las etapas de potencia y control, utilizando realimentación de intensidad y velocidad, tal y como se representa en la Figura 5.9.

En la Figura 5.10 se ha representado el diagrama de bloques correspondiente haciendo uso de funciones de transferencia [OGATA-03] y [D'AZZO-95], donde pueden realizarse ciertas simplificaciones:

$$G_1 = k \frac{s + a}{s + b} \approx k_1$$

$$G_2 = k_2$$

$$L \approx 0$$

J, B : Inercia y rozamiento viscoso equivalentes vistos a la salida del eje del rotor

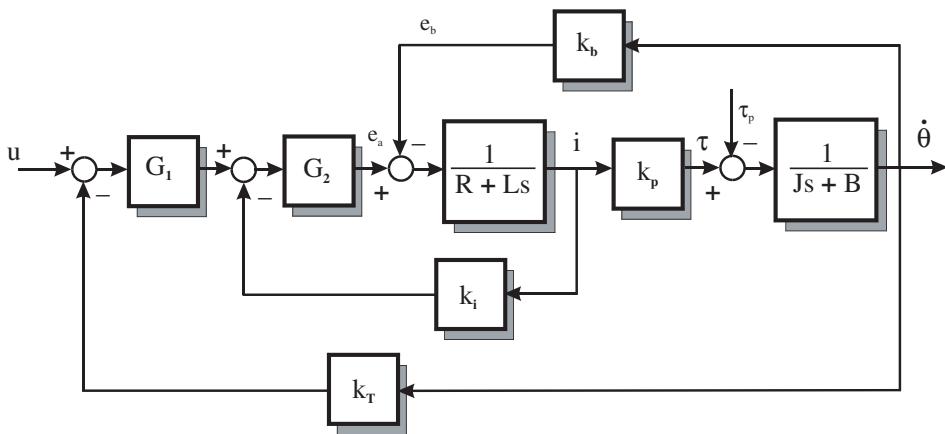


Figura 5.10. Diagrama de bloques del modelo de motor eléctrico de corriente continua.

Las simplificaciones del anterior diagrama permiten obtener (en ausencia de perturbaciones):

$$\frac{\dot{\theta}(s)}{u(s)} = \frac{k_p k_1 k_2}{(R + k_i k_2)(Js + B) + k_p (k_b + k_T k_1 k_2)} = \frac{k_m}{T_m s + 1} \quad [5.50]$$

$$\frac{\tau(s)}{u(s)} = \frac{k_p k_1 k_2 (Js + B)}{(R + k_i k_2)(Js + B) + k_p (k_b + k_T k_1 k_2)} = \hat{k}_m \frac{\hat{T}_m s + 1}{T_m s + 1} \quad [5.51]$$

donde se tiene que:

$$k_m = \frac{k_p k_1 k_2}{k_p (k_b + k_T k_1 k_2) + B(R + k_i k_2)} \quad [5.52]$$

$$\hat{k}_m = \frac{B k_p k_1 k_2}{k_p (k_b + k_T k_1 k_2) + B(R + k_i k_2)}$$

$$T_m = \frac{J(R + k_i k_2)}{k_p (k_b + k_T k_1 k_2) + B(R + k_i k_2)} \quad [5.53]$$

$$\hat{T}_m = \frac{J}{B}$$

Se observa, por tanto, que el comportamiento tensión-velocidad del motor de corriente continua responde al de un sistema de primer orden. En cuanto a la relación tensión-par, responde a un par polo-cero. En la práctica, la calidad de los motores utilizados en servoaccionamientos y las elevadas prestaciones de sus sistemas de control, hace que esta relación pueda considerarse casi constante (sin la dinámica propia de los polos y ceros).

5.6.2. Motor hidráulico con servoválvula

La introducción de sistemas electrónicos analógicos, y recientemente digitales, para el control de las válvulas de distribución de caudal utilizadas en los accionamiento hidráulicos (lineales o rotativos), ha permitido la evolución de las válvulas proporcionales a las servoválvulas, consiguiendo que el comportamiento dinámico de los actuadores hidráulicos tenga la calidad adecuada para ser usados en servomecanismos, y en especial en robótica.

El conjunto equipo electrónico, servoválvula y motor hidráulico (Figura 5.11) puede ser modelado en una versión simplificada según las siguientes ecuaciones:

Equilibrio de pares:

$$\tau = J\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + \tau_p \quad [5.54]$$

Par desarrollado por el motor:

$$\tau = k_p \Delta P \quad [5.55]$$

Continuidad de caudales:

$$Q_1 = \dot{v}_1 + Q_f + Q_c \quad [5.56]$$

Caudal de fuga:

$$Q_f = k_f \Delta P \quad [5.57]$$

Pérdida de caudal por compresión del fluido:

$$Q_c = k_c \Delta \dot{P} \quad [5.58]$$

Electrónica de mando de la corredera de la servoválvula:

$$y = g(u) \quad [5.59]$$

Caudal suministrado por la servoválvula:

$$Q_1 = f(y) \cdot \sqrt{\Delta P} \quad [5.60]$$

donde:

- θ : ángulo girado por la paleta (y el eje) del rotor.
- τ : par proporcionado por el motor.
- τ_p : par externo perturbador.
- J, B : inercia y constante de rozamiento viscoso (de motor y carga) asociados a la articulación.
- ΔP : diferencia de presión entre las dos cámaras del motor.
- Q_1 : caudal proporcionado por la servoválvula (entrada al motor).
- Q_f : caudal que se fuga entre las dos cámaras del motor (*leakage*).
- Q_c : caudal perdido por la compresibilidad del fluido (depende del índice de Bulk, del volumen y de la diferencia de presiones).

- v_1 : volumen en la cámara de entrada al motor.
 y : posición de la corredera de la servoválvula.
 u : tensión de referencia a la electrónica de mando de la servoválvula.
 k_p, k_f y k_c se considerarán constantes.

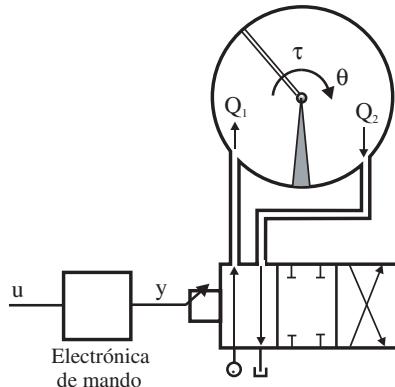


Figura 5.11. Esquema de un actuador hidráulico rotativo.

El dispositivo electrónico de mando de la corredera de la válvula se diseña con el objetivo de que la relación entre señal de mando ‘ u ’ y posición de la corredera ‘ y ’ sea lo más parecida posible a una constante. Si bien este objetivo no es del todo alcanzable, existiendo siempre una cierta dinámica en dicha relación, la velocidad de la misma es muy superior a la dinámica propia del accionamiento hidráulico y de la articulación, por lo que puede ser considerada como constante.

Por este motivo, la Relación [5.59] se sustituye por:

$$y = k'_1 \cdot u \quad [5.61]$$

Por otra parte, la relación entre la posición de la corredera de la válvula, la diferencia de presiones y el caudal suministrado [5.60] es en principio no lineal. Linealizando en torno a un punto de funcionamiento se obtiene:

$$Q_1 = k'_2 - k_i \Delta P \quad [5.62]$$

Por tanto, la relación entre la señal de mando ‘ u ’, el caudal Q_1 y la presión diferencial ΔP será:

$$Q_1 = k_1 u - k_i \Delta P \quad [5.63]$$

Por último, la velocidad de variación de volumen en la cámara del motor \dot{v}_1 será proporcional a la velocidad de giro de la paleta, luego:

$$\dot{v}_1 = k_b \dot{\theta} \quad [5.64]$$

Con lo que las Ecuaciones [5.56], [5.57] y [5.58] podrán agruparse como:

$$Q_1 = k_b \dot{\theta} + k_f \Delta P + k_c \dot{\Delta P} \quad [5.65]$$

Transformando por Laplace las Ecuaciones [5.54], [5.55], [5.63] y [5.65] se obtiene el diagrama de bloques de la Figura 5.12, que como se observa presenta una absoluta analogía con el correspondiente a un accionamiento eléctrico (Figura 5.10) salvo por la realimentación de velocidad de giro del actuador presente en aquél. Esta última puede ser incluida en la electrónica de mando, siendo entonces el modelado de ambos actuadores equivalente aunque con características dinámicas y posibilidades diferentes.

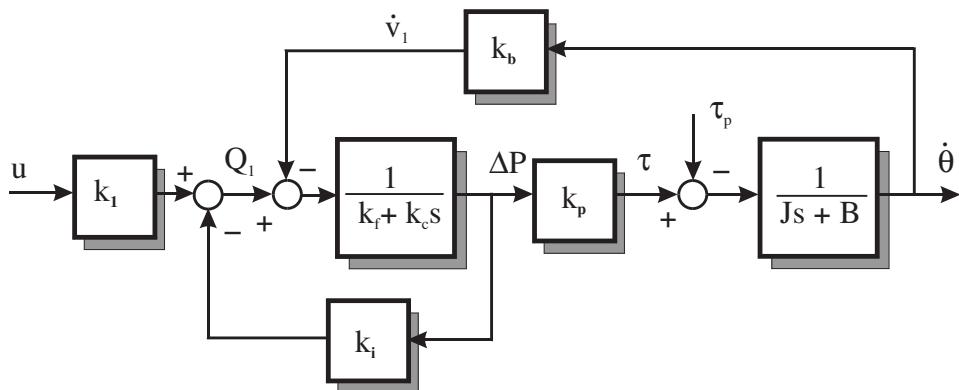


Figura 5.12. Diagrama de bloques del modelo de actuador hidráulico.

En el caso de utilizar un cilindro hidráulico el modelado se hace más complicado, motivado entre otras razones por la diferencia de áreas del émbolo en ambas cámaras, lo que hace que su funcionamiento a extensión y retracción sea notablemente diferente.

Estudios más detallados del modelado de accionamientos hidráulicos pueden encontrarse en [WATTON-89].

5.7. EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio 5.1

La Figura 5.13 representa un robot cartesiano de 2 grados de libertad en el que se suponen las masas concentradas tal y como se recoge en la figura (la masa m_1 se mueve solidaria al eslabón 1 sin verse arrastrada por el eslabón 2).

Obtener su modelo dinámico mediante las formulaciones de Newton y de Lagrange.

Solución:

Formulación de Newton:

La aplicación de las ecuaciones de Newton_Euler son en este caso triviales, tratándose de 2 movimientos de traslación pura.

La fuerza a aplicar en el grado de libertad 1 debe vencer a la inercia y a la gravedad originada por ambas masas, mientras que la fuerza del eje 2 sólo debe vencer a la inercia de la masa 2 (Figura 5.14).

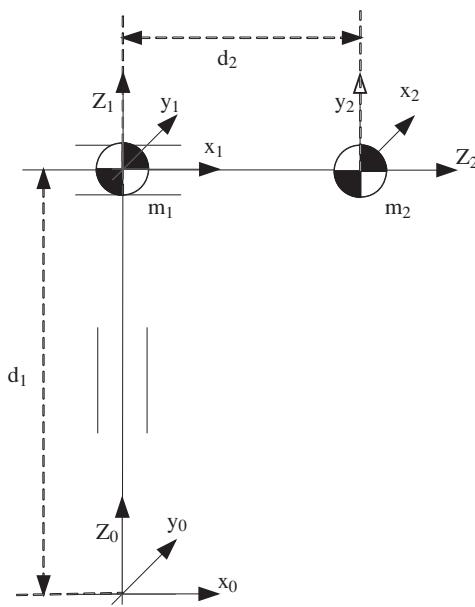


Figura 5.13. Robot cartesiano del Ejercicio 5.1.

Por tanto:

$$\begin{cases} F_1 = (m_1 + m_2)\ddot{d}_1 + g(m_1 + m_2) \\ F_2 = m_2\ddot{d}_2 \end{cases}$$

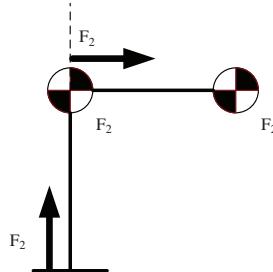


Figura 5.14. Fuerzas de los actuadores del robot del Ejercicio 5.1.

Formulación de Lagrange:

De acuerdo al principio de Lagrange, se cumple la relación definida en [5.3]:

$$\mathcal{L} = E_c - E_p$$

$$\tau_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i}$$

Donde E_c y E_p son respectivamente la energía cinética y potencial del sistema. Se deberán, por tanto, encontrar estos 2 términos.

La Energía cinética se obtiene como:

$$E_c = E_{c1} + E_{c2}$$

siendo

$$E_{c1} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 + \dot{z}_1^2)$$

$$E_{c2} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 + \dot{z}_2^2)$$

Donde se ha utilizado \dot{x}_i , \dot{y}_i , \dot{z}_i , para las derivadas respecto del tiempo de las coordenadas x_i , y_i , z_i , del centro de masas del elemento i , referidas al sistema de la base.

Por tanto, se tiene que:

$$(\dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1) = (0, 0, \dot{d}_1)$$

$$(\dot{x}_2, \dot{y}_2, \dot{z}_2) = (\dot{d}_2, 0, \dot{d}_1)$$

Siendo en consecuencia:

$$E_{c1} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 + \dot{z}_1^2) = \frac{1}{2} m_1 \dot{d}_1^2$$

$$E_{c2} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 + \dot{z}_2^2) = \frac{1}{2} m_2 (\dot{d}_1^2 + \dot{d}_2^2)$$

$$E_c = E_{c1} + E_{c2} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{d}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{d}_2^2$$

Por su parte, la Energía potencial toma el valor:

$$E_p = E_{p1} + E_{p2} = m_1 g h_1 + m_2 g h_2 = m_1 g d_1 + m_2 g d_1 = g(m_1 + m_2) d_1$$

A partir de la Energía cinética y potencial puede establecerse la función Lagrangiana como:

$$\mathcal{L} = E_c - E_p = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{d}_1^2 + m_2 \dot{d}_2^2 - g(m_1 + m_2) d_1$$

Se deben obtener a continuación los términos $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i}$ y $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i}$ que aparecen en la Expresión [5.3], donde en este caso q_i corresponde con d_1 y d_2 :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{d}_1} = (m_1 + m_2) \dot{d}_1 \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial d_1} = -g(m_1 + m_2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{d}_2} = m_2 \dot{d}_2 \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial d_2} = 0$$

Con lo que la Expresión [5.3] toma la forma:

$$\tau_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} F_1 = (m_1 + m_2)\ddot{d}_1 + g(m_1 + m_2) \\ F_2 = m_2\ddot{d}_2 \end{cases}$$

Como se observa, ambas formulaciones conducen al mismo resultado.

Ejercicio 5.2

Obtener, mediante la formulación de Lagrange, el modelo dinámico del robot planar de 2 grados de libertad de la Figura 5.15.

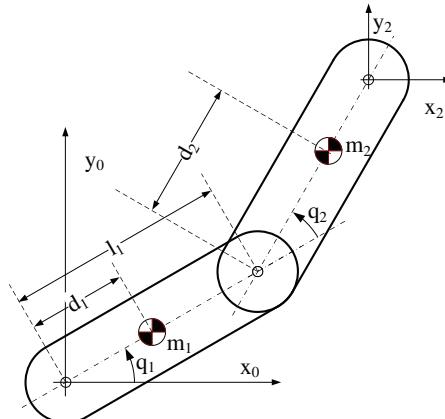


Figura 5.15. Robot planar de 2 grados de libertad del Ejercicio 5.2.

Solución:

Coordenadas y velocidades de los centros de masas:

Masa elemento 1:

$$\begin{cases} x_1 = d_1 C_1 \\ y_1 = d_1 S_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = -d_1 S_1 \dot{q}_1 \\ \dot{y}_1 = d_1 C_1 \dot{q}_1 \end{cases} \Rightarrow v_1^2 = \dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 = d_1^2 \dot{q}_1^2$$

Masa elemento 2:

$$\begin{cases} x_2 = l_1 C_1 + d_2 C_{12} \\ y_2 = l_1 S_1 + d_2 S_{12} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_2 = -(l_1 S_1 + d_2 S_{12}) \dot{q}_1 - d_2 S_{12} \dot{q}_2 \\ \dot{y}_2 = (l_1 C_1 + d_2 C_{12}) \dot{q}_1 + d_2 C_{12} \dot{q}_2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$v_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 = (l_1^2 + d_2^2 + 2l_1 d_2 C_2) \dot{q}_1^2 + d_2^2 \dot{q}_2^2 + 2d_2(l_1 C_2 + d_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2$$

Energía cinética:

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2}(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2) = \frac{1}{2} [m_1 d_1^2 + m_2 (l_1^2 + d_2^2 + 2l_1 d_2 C_2)] \dot{q}_1^2 + \\ &+ \frac{1}{2} [m_2 d_2^2] \dot{q}_2^2 + \frac{1}{2} [m_2 2d_2 (l_1 C_2 + d_2)] \dot{q}_1 \dot{q}_2 \end{aligned}$$

Energía potencial:

$$E_p = g(m_1 h_1 + m_2 h_2) = g(m_1 y_1 + m_2 y_2) = g(m_1 d_1 S_1 + m_2 l_1 S_1 + m_2 d_2 S_{12})$$

Lagrangiana:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= E_c - E_p = \frac{1}{2} [m_1 d_1^2 + m_2 (l_1^2 + d_2^2 + 2l_1 d_2 C_2)] \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} [m_2 d_2^2] \dot{q}_2^2 + \\ &+ \frac{1}{2} [m_2 2d_2 (l_1 C_2 + d_2)] \dot{q}_1 \dot{q}_2 - g(m_1 d_1 S_1 + m_2 l_1 S_1 + m_2 d_2 S_{12}) \end{aligned}$$

Derivadas respecto de \dot{q}_i y sus derivadas respecto del tiempo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_1} &= [m_1 d_1^2 + m_2 (l_1^2 + d_2^2 + 2l_1 d_2 C_2)] \ddot{q}_1 + [m_2 d_2 (l_1 C_2 + d_2)] \ddot{q}_2 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_1} &= [m_1 d_1^2 + m_2 (l_1^2 + d_2^2 + 2l_1 d_2 C_2)] \ddot{q}_1 + [-m_2 (2l_1 d_2 S_2 \dot{q}_2)] \dot{q}_1 + [m_2 d_2 (l_1 C_2 + d_2)] \ddot{q}_2 + [-m_2 d_2 (l_1 S_2 \dot{q}_2)] \dot{q}_2 = \\ &= [m_1 d_1^2 + m_2 (l_1^2 + d_2^2 + 2l_1 d_2 C_2)] \ddot{q}_1 - [m_2 d_2 (l_1 C_2 + d_2)] \ddot{q}_2 - [2m_2 l_1 d_2 S_2] \dot{q}_1 \dot{q}_2 - [m_2 d_2 l_1 S_2] \dot{q}_2^2 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_2} &= [m_2 d_2^2] \ddot{q}_2 + [m_2 d_2 (l_1 C_2 + d_2)] \dot{q}_1 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_2} &= [m_2 d_2^2] \ddot{q}_2 + [m_2 d_2 (l_1 C_2 + d_2)] \ddot{q}_1 + [-m_2 d_2 (l_1 S_2 \dot{q}_2)] \dot{q}_1 = \\ &= [m_2 d_2^2] \ddot{q}_2 + [m_2 d_2 (l_1 C_2 + d_2)] \ddot{q}_1 - [m_2 d_2 l_1 S_2] \dot{q}_1 \dot{q}_2 \end{aligned}$$

Derivadas respecto de q_i :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_1} &= -g [(m_1 d_1 + m_2 l_1) C_1 + m_2 d_2 C_{12}] \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2} &= -[m_2 l_1 d_2 S_2] \dot{q}_1^2 - [m_2 d_2 l_1 S_2] \dot{q}_1 \dot{q}_2 - g m_2 d_2 C_{12} \end{aligned}$$

Expresión de Lagrange [5.3]

$$\tau_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1 = [m_1 d_1^2 + m_2 (l_1^2 + d_2^2 + 2l_1 d_2 C_2)] \ddot{q}_1 + [m_2 d_2 (l_1 C_2 + d_2)] \ddot{q}_2 - [2m_2 l_1 d_2 S_2] \dot{q}_1 \dot{q}_2 - \\ - [m_2 d_2 l_1 S_2] \dot{q}_2^2 + \\ + g [(m_1 d_1 + m_2 l_1) C_1 + m_2 d_2 C_{12}] \\ T_2 = [m_2 d_2 (l_1 C_2 + d_2)] \ddot{q}_1 + [m_2 d_2^2] \ddot{q}_2 - [m_2 d_2 l_1 S_2] \dot{q}_1 \dot{q}_2 + [m_2 l_1 d_2 S_2] \dot{q}_1^2 + \\ + [m_2 d_2 l_1 S_2] \dot{q}_1 \dot{q}_2 + g m_2 d_2 C_{12} \end{array} \right.$$

Estas expresiones pueden escribirse en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 d_1^2 + m_2 (l_1^2 + d_2^2 + 2l_1 d_2 C_2) & m_2 d_2 (l_1 C_2 + d_2) \\ m_2 d_2 (l_1 C_2 + d_2) & m_2 d_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} -2m_2 l_1 d_2 S_2 \dot{q}_2 & -m_2 d_2 l_1 S_2 \dot{q}_2 \\ m_2 l_1 d_2 S_2 \dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} g [(m_1 d_1 + m_2 l_1) C_1 + m_2 d_2 C_{12}] \\ g m_2 d_2 C_{12} \end{bmatrix}$$

Donde se aprecian claramente los términos correspondientes a la inercia, las fuerzas centrípetas y de Coriolis y las de gravedad.

Obsérvese, como al considerar la masa de la barra 2 concentrada en su centro de masas, la longitud de la barra (l_2) no influye en el modelo dinámico.

Ejercicio 5.3

Obtener, mediante la formulación de Newton-Euler, el modelo dinámico del robot polar de 2 grados de libertad de la Figura 5.16, suponiendo en este caso que la masa m_1 no existe tal y como aparece en la figura simplificada.

Solución:

Habrá 2 ecuaciones de equilibrio de fuerzas y pares correspondientes a cada uno de los grados de libertad $q_1 = \theta_1$ y $q_2 = d_2$, correspondiendo el primero a un grado de libertad de rotación y el segundo a una traslación.

Las expresiones de Newton-Euler definidas por:

$$\sum \mathbf{F} = \frac{d}{dt} (\mathbf{mv})$$

$$\sum \mathbf{T} = \frac{d}{dt} (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega})$$

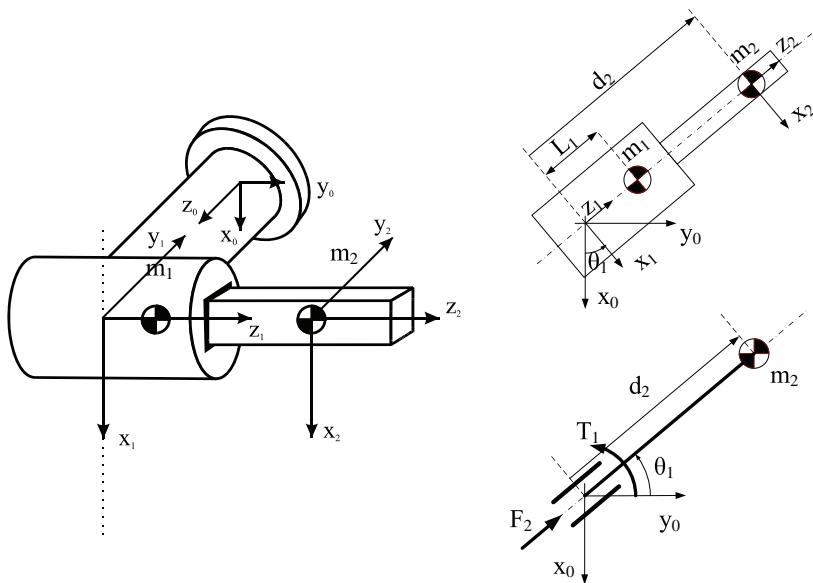


Figura 5.16. Robot Polar de 2 grados de libertad en disposición tumbada del Ejercicio 5.3.

Tomarán en este caso la forma:

$$T_1 = \frac{d}{dt}(I\dot{\theta}_1) + m_2gd_2C_1$$

$$F_2 = m_2\ddot{d}_2 + m_2gS_1 - m_2d_2\dot{\theta}_1^2$$

Donde se debe considerar que $\sum F$ y $\sum T$ deben incluir tanto las fuerzas y pares de los actuadores como los de la gravedad y centrífugas (deberían también incluir rozamientos y fuerzas o pares externos en caso de que estos existieran).

El momento de Inercia I de la masa m_2 tiene el valor:

$$I = m_2d_2^2$$

Por lo que se tendrá:

$$\frac{d}{dt}(I\dot{\theta}_1) = \frac{d}{dt}(m_2d_2^2\dot{\theta}_1) = 2m_2d_2\dot{\theta}_1\dot{d}_2 + m_2d_2^2\ddot{\theta}_1$$

Quedando la expresión de los pares a aplicar:

$$T_1 = 2m_2d_2\dot{\theta}_1\dot{d}_2 + m_2d_2^2\ddot{\theta}_1 + m_2gd_2C_1$$

$$F_2 = m_2\ddot{d}_2 + m_2gS_1 - m_2d_2\dot{\theta}_1^2$$

O expresado en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_2 d_2^2 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2m_2 d_2 \dot{\theta}_1 \\ -m_2 d_2 \dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_2 g d_2 C_1 \\ m_2 g S_1 \end{bmatrix}$$

Obsérvese la coincidencia de estas ecuaciones con las obtenidas para el robot del Ejemplo 5.1 en su disposición horizontal (Figura 5.5), para el caso de $m_1=0$

Ejercicio 5.4

Obtener, mediante la formulación de Lagrange, el modelo dinámico del robot polar de 2 grados de libertad de la Figura 5.16, suponiendo en este caso que la masa m_1 no existe tal y como aparece en la figura simplificada.

Solución:

Coordenadas y velocidades de la masa m_2 :

$$\begin{aligned} \begin{cases} x_2 = -d_2 S_1 \\ y_2 = d_2 C_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_2 = -(S_1 \dot{d}_2 + C_1 d_2 \dot{\theta}_1) \\ \dot{y}_2 = C_1 \dot{d}_2 - S_1 d_2 \dot{\theta}_1 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow v_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 = (S_1 \dot{d}_2 + C_1 d_2 \dot{\theta}_1)^2 + (C_1 \dot{d}_2 - S_1 d_2 \dot{\theta}_1)^2 \\ = S_1^2 \dot{d}_2^2 + C_1^2 d_2^2 \dot{\theta}_1^2 + 2S_1 \dot{d}_2 C_1 d_2 \dot{\theta}_1 + C_1^2 \dot{d}_2^2 + S_1^2 d_2^2 \dot{\theta}_1^2 - 2C_1 \dot{d}_2 S_1 d_2 \dot{\theta}_1 \\ = \dot{d}_2^2 + d_2^2 \dot{\theta}_1^2 \end{aligned}$$

Energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_2 (\dot{d}_2^2 + d_2^2 \dot{\theta}_1^2)$$

Energía potencial:

$$E_p = g m_2 h_2 = g m_2 y_2 = g m_2 d_2 S_1$$

Lagrangiana:

$$\mathcal{L} = E_c - E_p = \frac{1}{2} m_2 (\dot{d}_2^2 + d_2^2 \dot{\theta}_1^2) - g m_2 d_2 S_1$$

Derivadas respecto de \dot{q}_i y sus derivadas respecto del tiempo:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_1} &= m_2 d_2^2 \dot{\theta}_1 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_1} &= m_2 d_2^2 \ddot{\theta}_1 + 2m_2 d_2 \dot{\theta}_1 \dot{d}_2 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{d}_2} &= m_2 \dot{d}_2 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_2} &= m_2 \ddot{d}_2\end{aligned}$$

Derivadas respecto de \dot{q}_i :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_1} &= -g m_2 d_2 C_1 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial d_2} &= m_2 d_2 \dot{\theta}_1^2 - g m_2 S_1\end{aligned}$$

Expresión de Lagrange [5.3]

$$\begin{aligned}\tau_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} \Rightarrow \\ \begin{cases} T_1 = m_2 d_2^2 \ddot{\theta}_1 + 2m_2 d_2 \dot{\theta}_1 \dot{d}_2 + g m_2 d_2 C_1 \\ F_2 = m_2 \ddot{d}_2 - m_2 d_2 \dot{\theta}_1^2 + g m_2 S_1 \end{cases}\end{aligned}$$

O forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_2 d_2^2 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2m_2 d_2 \dot{\theta}_1 \\ -m_2 d_2 \dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_2 g d_2 C_1 \\ m_2 g S_1 \end{bmatrix}$$

Expresión coincidente con la obtenida mediante la formulación de Newton-Euler en el Ejercicio 5.3

Ejercicio 5.5

Desarrollar un programa que implemente el algoritmo computacional de Lagrange para el robot del Ejemplo 5.1 en su configuración tumbada (Figura 5.5 y Figura 5.17), tomando como valores dimensionales L1 = 10; m1 = 20; m2 = 10.

El programa graficará los pares necesarios para que el extremo describa una determinada trayectoria, definida analíticamente en el mismo programa. Probar el algoritmo para trayectorias en las que alternativamente se pretende que el eje 1 o el 2 permanezcan parados.

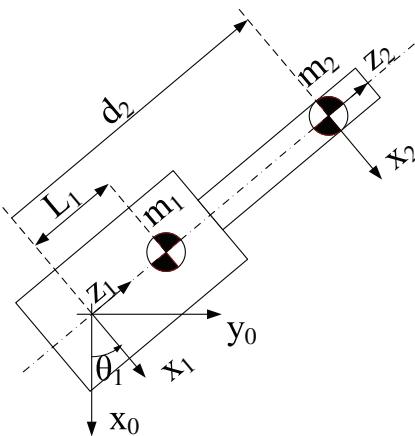


Figura 5.17. Robot polar de 2 gdl en configuración horizontal del Ejercicio 5.5.

Solución:

El siguiente código matlab (que puede ser guardado en un fichero de nombre **md_L_Rej5_5.m** para su posterior ejecución) recoge la implementación del algoritmo de Lagrange para el robot de las Figura 5.5 y Figura 5.17, que permite obtener los pares necesarios que hay que dar a cada actuador del robot para conseguir una trayectoria articular deseada.

La trayectoria se define simbólicamente y a partir de ella se obtiene la velocidad y aceleración de manera simbólica, para después ser evaluada en 50 puntos entre 0 y 5 segundos.

Se puede cambiar la trayectoria a evaluar cambiando las instrucciones:

```
% Definición simbólica de la posición
st1='sin(t)*t+pi/2';
sd2='sin(5*t)+t+1';
```

Como resultado se obtienen y se representan gráficamente los pares y las correspondientes trayectorias de posición.

Adicionalmente, se obtienen los pares utilizando directamente la expresión analítica obtenida en [5.20] y representando estos de manera superpuesta mediante ‘x’ a los obtenidos por el algoritmo, al objeto de comparar el resultado numérico con el analítico.

md_L_Rej5_5.m

% Algoritmo de Lagrange para la solución del modelo dinámico inverso

% Robot polar de 2 GDL ejercicio 5.5

% Definición de la trayectoria

% Definición simbólica de la trayectoria de posición
sql='sin(t)*t+pi/2';
sq2='sin(5*t)+t+1';

```
% Obtención simbólica de la velocidad y aceleración
sqd1=diff(sq1,'t');sqdd1=diff(sqd1,'t');
sqd2=diff(sq2,'t');sqdd2=diff(sqd2,'t');

% Parámetros dimensionales
%
L1=10;
m1=20;
m2=10;
g=9.8;
G=[g 0 0 0];
r11=[0 0 L1 1]';
r22=[0 0 0 1]';

%Matrices de Derivación
%
Qr=zeros(4);Qr(1,2)=-1;Qr(2,1)=1;
Qd=zeros(4);Qd(3,4)=1;

% Bucle de paso de tiempo
%
for tk=1:1:50;
t=(tk-1)/10;

% Evaluación numérica de posición, velocidad y aceleración
%
q1=eval(sq1);Q1=tk=q1 ;qd1=eval(sqd1) ;qdd1=eval(sqdd1);
q2=eval(sq2);Q2=tk=q2 ;qd2=eval(sqd2) ;qdd2=eval(sqdd2);

% PASOS 1 y 2 Obtención de las matrices de transformación Aij
%
% Matrices A00 y A11 son la identidad
A00=eye(4);
A11=eye(4);

%Evalua las matrices A01 y A02
A01 =[cos(q1) 0 -sin(q1) 0;sin(q1) 0 cos(q1) 0;0 0 -1 0 0;0 0 0 1];
A12 =[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 q2;0 0 0 1];

%Evalua la matriz A02=A011*A2
A02=A01*A12;

% PASO 3 Evaluacion matrices Uij
%
U11=A00*Qr*A01;
U12=zeros(4);
U21=A00*Qr*A02;
U22=A01*Qd*A12;

%PASO 4 Evaluación de las matrices Uijk
%
U111=A00*Qr*A00*Qr*A01;
U112=zeros(4);
U121=zeros(4);
```



```

F2=m2 *qdd2-q2*m2*qd1^2+m2*g*sin(q1);

PARES2(1,tk)=T1;
PARES2(2,tk)=F2;
%-----%
end % fin del bucle de paso de tiempo

% Presentación Gráfica de los resultados
%-----
figure(1);clf

subplot(2,2,1),plot(Q1),grid,legend(strcat('Q1:',sq1),0)
subplot(2,2,2),hold,
plot(PARES(1,:)),plot(PARES2(1,:),'rx')
grid,title(' PAR Q1 Alg.Lagrange'),hold

subplot(2,2,3),plot(Q2),grid,legend(strcat('Q2:',sq2),0)
subplot(2,2,4),hold
plot(PARES(2,:)),plot(PARES2(2,:),'rx')
grid,title(' PAR Q2 Alg.Lagrange'),hold

```

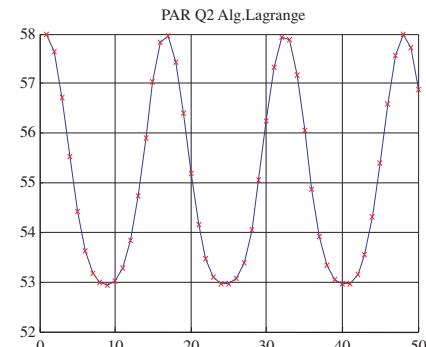
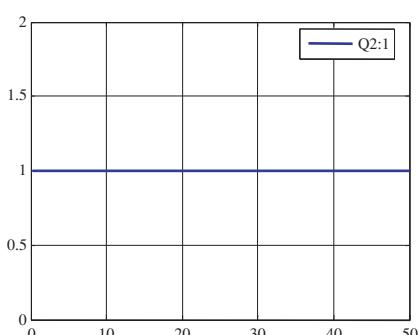
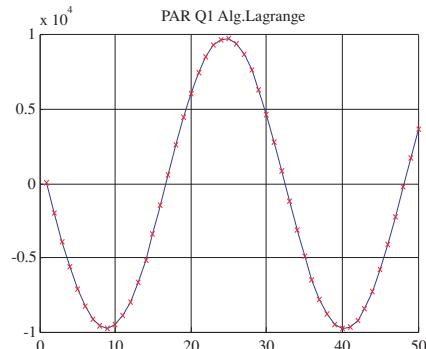
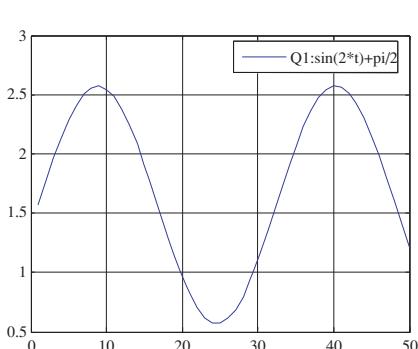


Figura 5.18. Trayectoria con sólo el primer gdl en movimiento y pares correspondientes.

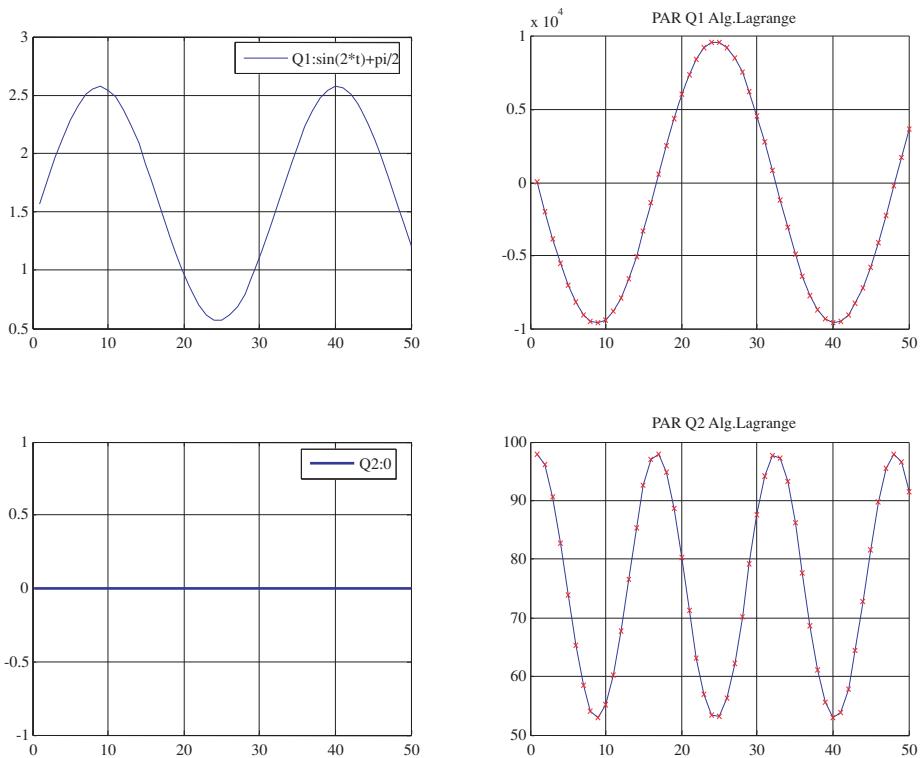


Figura 5.19. Trayectoria con sólo el primer gdl en movimiento y segundo en cero.

Se muestra en las figuras el resultado de ejecutar el código para los tres conjuntos de trayectorias indicadas, comentando los resultados. Sobre la gráfica del par obtenido por el algoritmo de Lagrange, se ha dibujado, mediante ‘x’, el valor obtenido por la expresión analítica del modelo (Ecuación [5.20]). En todas ellas se aprecia que el resultado obtenido por ambos procedimientos coincide. En las gráficas las variables articulares θ_1 y d_2 aparecen como Q1 y Q2 respectivamente. Asimismo, el par T1 y la fuerza F2, aparecen como PAR Q1 y PAR Q2:

$$\text{Trayectoria deseada: } \begin{cases} \theta_1 = \sin(2t) + \pi/2 \\ d_2 = 1 \end{cases}$$

En este caso (Figura 5.18), se desea mantener constante el grado de libertad d_2 , mientras que el grado de libertad θ_1 debe realizar un movimiento alternativo a izquierda y derecha en torno a la posición vertical ($\theta_1 = \pi/2$).

Las ecuaciones del movimiento (obtenidas en [5.20]) toman la forma:

$$\begin{aligned} T_1 &= (m_1 L_1^2 + m_2 d_2^2) \ddot{\theta}_1 + 2d_2 m_2 \dot{\theta}_1 \dot{d}_2 + m_1 g L_1 \cos \theta_1 + m_2 g d_2 \cos \theta_1 = K_1 \ddot{\theta}_1 + K_2 \cos \theta_1 \\ F_2 &= m_2 \ddot{d}_2 - d_2 m_2 \dot{\theta}_1^2 + m_2 g \sin \theta_1 = K_3 \dot{\theta}_1^2 + K_4 \sin \theta_1 \end{aligned}$$

Con K_i valores constantes. Estas ecuaciones reflejan que al ser d_2 constante, no aparecen pares de Coriolis en T_1 y que el momento de inercia que debe vencer \ddot{T}_1 es constante (K_1). Así-

mismo, se observa que F_2 precisa tomar valores variables distintos de cero para evitar que d_2 se mueva (se pretende que $d_2 = 1$), al objeto de compensar la fuerza centrífuga originada por el giro de θ_1 y las variaciones del par de gravedad originadas por este giro.

Obsérvese, que si se hubiera pretendido que d_2 valiese cero Figura 5.19, la masa m_2 habría quedado situada sobre el eje de giro de θ_1 , lo que hubiera originado la desaparición de las fuerzas centrifugas en F_2 , resultando que ésta dependería sólo de la fuerza de gravedad originada por m_2 , variable al variar θ_1 .

$$\text{Trayectoria deseada: } \begin{cases} \theta_1 = \pi/2 \\ d_2 = \sin(2t) \end{cases}$$

Antes de analizar los resultados (Figura 5.20) conviene llamar la atención sobre el factor de escala de 10^{-13} con que aparece afectado el PAR $Q_1(T_1)$ en las gráficas, que pone de manifiesto que su valor es cero a pesar de la ligera variación que se observa en la figura (ésta es originada por el pequeño error de redondeo de Matlab a la hora de evaluar el valor de $\cos(\pi/2)$)

En este caso las ecuaciones del modelo quedan reducidas a:

$$T_1 = (m_1 L_1^2 + m_2 d_2^2) \ddot{\theta}_1 + 2d_2 m_2 \dot{\theta}_1 \dot{d}_2 + m_1 g L_1 \cos \theta_1 + m_2 g d_2 \cos \theta_1 = 0$$

$$F_2 = m_2 \ddot{d}_2 - d_2 m_2 \dot{\theta}_1^2 + m_2 g \operatorname{sen} \theta_1 = K_5 \ddot{d}_2 + K_6$$

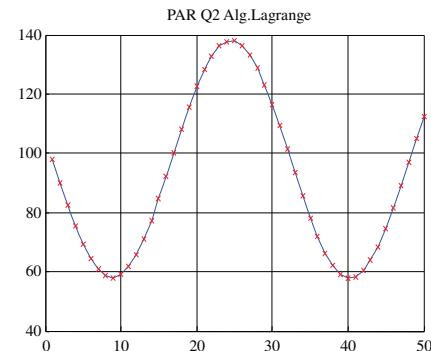
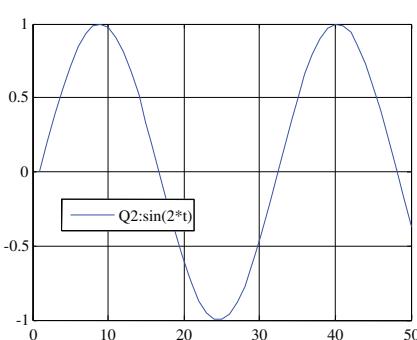
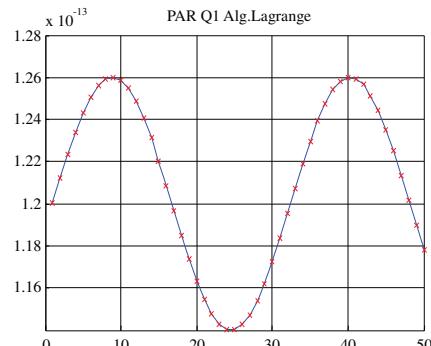
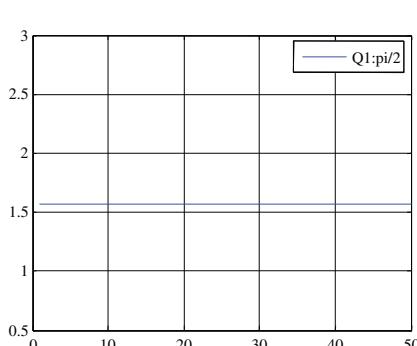


Figura 5.20. Trayectoria con sólo el segundo gdl en movimiento y pares correspondientes.

El movimiento que se pretende conseguir corresponde a un movimiento de vaivén sobre el eje vertical (el extremo del robot subirá y bajará verticalmente).

Al estar siempre en posición vertical no es preciso desarrollar par alguno de rotación, por lo que, tal y como resulta de la resolución del modelo, T_1 debe ser cero para cualquier valor de d_2 .

Por su parte la fuerza F_2 debe vencer a la inercia de la masa m_2 (que depende de la aceleración del movimiento senoidal de subida y bajada) y a la gravedad (que tiene el valor constante de m_2g), por tanto, su forma debe ser la de la segunda derivada del $\sin(2t)$ afectada de un factor de escala y centrada en m_2g .

Si se realizase la trayectoria con un valor de $\theta_1 = 0$, es decir con el robot en posición horizontal en lugar de vertical:

$$\text{Trayectoria deseada: } \begin{cases} \theta_1 = 0 \\ d_2 = \sin(2t) \end{cases}$$

se tendría que el par T_1 se vería obligado a vencer el par de gravedad que, además del valor constante originado por m_1 , tendría una componente variable con d_2 , tomando, por tanto, la forma de una senoide en fase con d_2 , y centrada en m_1gL_1 (1960). Por su parte F_2 no tendría que vencer la gravedad dedicándose exclusivamente a superar la inercia, siendo por ello una senoide negativa centrada en 0 ($-4m_2 \sin(2*t)$) (Figura 5.21). Las ecuaciones del modelo serían entonces:

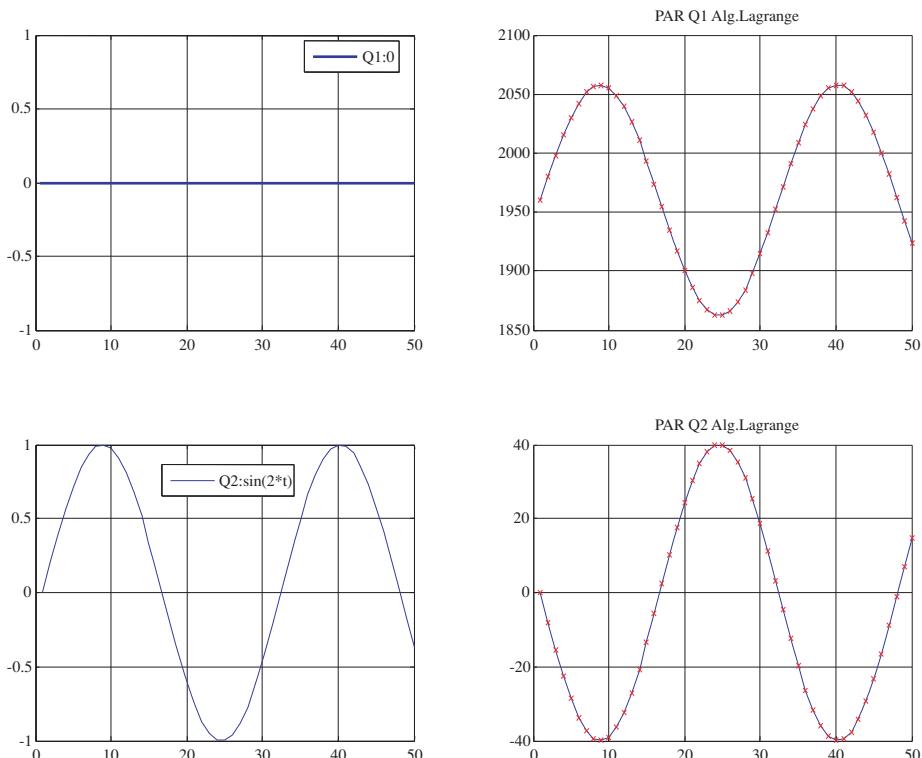


Figura 5.21. Trayectoria con sólo el segundo gdl en movimiento y primero cero.

$$T_1 = \left(m_1 L_1^2 + m_2 d_2^2 \right) \ddot{\theta}_1 + 2d_2 m_2 \dot{\theta}_1 \dot{d}_2 + m_1 g L_1 \cos \theta_1 + m_2 g d_2 \cos \theta_1 = m_1 g L_1 + m_2 g d_2$$

$$F_2 = m_2 \ddot{d}_2 - d_2 m_2 \dot{\theta}_1^2 + m_2 g \sin \theta_1 = K_5 \ddot{d}_2$$

Trayectoria deseada: $\begin{cases} \theta_1 = t * \sin(t) + \pi / 2 \\ d_2 = \sin(5t) + t + 1 \end{cases}$

En este caso (Figura 5.22), ambos movimientos se encuentran acoplados, siendo complejo el predecir cuáles serán las necesidades de pares en cada grado de libertad. Este tipo de simulaciones en las que se somete a los grados de libertad a trayectorias complejas, similares a las que en la práctica se pretende que desarrolle el robot, permiten estimar los pares y fuerzas máximos que debe proporcionar cada actuador (del orden de 10^4 para T_1 y de 10^3 para F_2 en este caso) contribuyendo así a su adecuada selección.

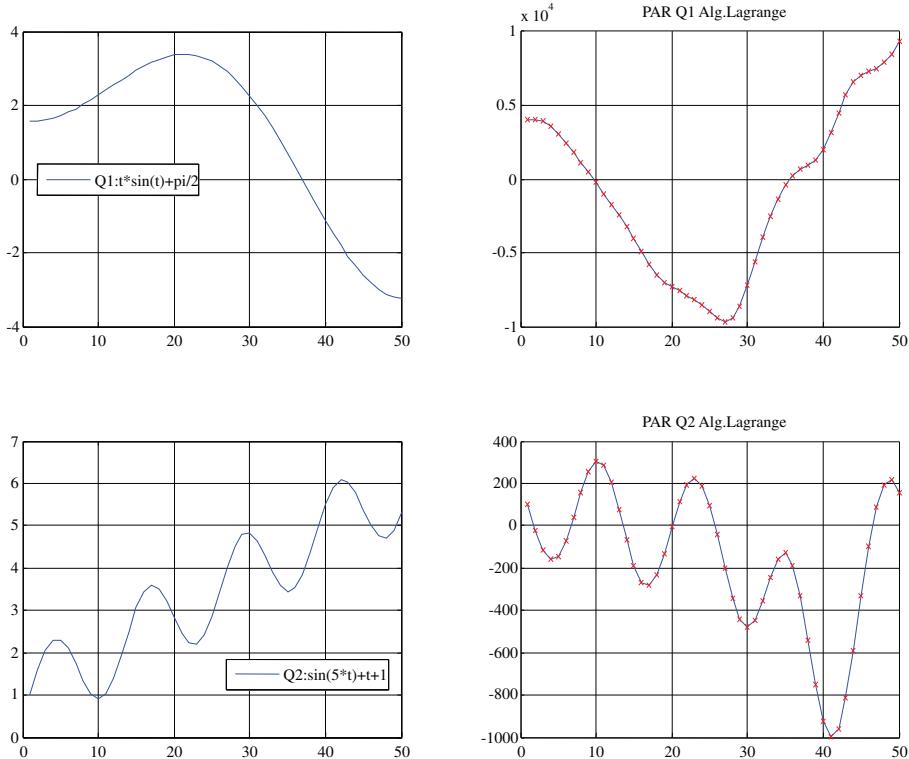


Figura 5.22. Trayectoria con 2 gdl en movimiento y pares correspondientes.

Ejercicio 5.6

Utilizar la Toolbox de Robótica de MATLAB®, para resolver el modelo dinámico del robot del Ejercicio 5.5. Comparar el resultado con el obtenido en dicho ejercicio

Solución:

La Toolbox de Robótica para MATLAB®, incluye la función **rne** que permite la resolución del modelo dinámico inverso de un robot mediante el algoritmo computacional de Newton-Euler.

Para su uso es preciso haber definido previamente el robot de manera equivalente a como se hizo en las funciones de modelado cinemático, pero incluyendo parámetros dinámicos (se remite al lector a la ayuda en línea de la función **link** para detalles de éstos).

En el caso del robot del ejercicio la definición del robot responde al siguiente conjunto de instrucciones (Pueden ser incluidas en el fichero **DefRej5_6.m** para su posterior ejecución):

DefRej5_6.m

```
% DefRej5_6 Define los parametros del Robot del Ejercicio 5.6 (Rej5_6)

clear L

%Parámetros de DH
L{1} = link([-pi/2 0 0 0], 'standard');
L{2} = link([ 0 0 0 1], 'standard');

%Masas de los eslabones
L{1}.m = 20;
L{2}.m = 10;

%Coordenadas de los centro de masas de cada eslabón
L{1}.r = [ 0 0 10 ];
L{2}.r = [ 0 0 0 ];

% Tensores de Inercia (Ix, Iy, Iz, Ixy, Iyz, Ixz)
L{1}.I = [ 0 0 2000 0 0 0];
L{2}.I = [ 0 0 0 0 0 0];

% Inercia del motor que acciona al elemento
L{1}.Jm = 0;
L{2}.Jm = 0;

% Coeficiente de reducción del actuador del elemento
L{1}.G = 1;
L{2}.G = 1;

% Rozamiento viscoso del actuador del elemento
L{1}.B = 0;
L{2}.B = 0;

% Rozamiento de Coulomb en la dirección positiva
% y negativa del actuador del elemento
L{1}.Tc = [ 0 0 ];
L{2}.Tc = [ 0 0 ];

% Definición del robot.
Rej5_6=robot(L,'Polar RD','UPM','Robot cilíndrico 2 GDL ejemplo 5.1');
Rej5_6.name = 'Polar RD';
Rej5_6.manuf = 'UPM';
```

La función **rne**, proporciona los pares necesarios para una determinada trayectoria, definida mediante los vectores que contienen las coordenadas articulares, sus velocidades y aceleraciones. Por tanto, será preciso definir previamente éstos.

Complementarias a la función **rne** la Toolbox de Robótica para MATLAB® cuenta con las funciones itorque, coriolis y gravload, que obtienen las aportaciones al par total por inercia, coriolis y gravedad respectivamente.

La función **rne_Rej5_6.m** define la trayectoria (de modo similar a como se hizo en el Ejercicio 5.5), calcula los pares, tanto total como sus componentes de inercia, Coriolis y gravedad y los dibuja.

La Figura 5.23 muestra el resultado correspondiente a la trayectoria definida por:

$$\text{Trayectoria deseada: } \begin{cases} \theta_1 = t * \sin(t) + \pi / 2 \\ d_2 = \sin(5t) + t + 1 \end{cases}$$

Se observa la coincidencia de ésta con la obtenida en el Ejercicio 5.5 (Figura 5.22).

rne_Rej5_6.m

```
% Dibuja los pares para una trayectoria concreta
% utilizando la funcion rne
% Robot ejercicio 5.6

defRej5_6           % Se define el robot
grav=[-9.8,0,0];    % Se define la gravedad con respecto al sistema {S0}
                    % (ver funcion rne de la toolbox de matlab)
n=50;              % Numero de puntos de la trayectoria

% Genera la trayectoria y la dibuja
%_____
% Definición simbólica de la posición
sq1='t*sin(t)+pi/2';
sq2='sin(5*t)+t+1';

% Obtención simbólica de la velocidad y aceleración
sqd1=diff(sq1,'t') ;sqdd1=diff(sqd1,'t');
sqd2=diff(sq2,'t') ;sqdd2=diff(sqd2,'t');

% Evaluación numérica de posición, velocidad, aceleración y XY
for tk=1:1:n; t=(tk-1)/10;

    q(tk,1)=eval(sq1);qd=tk,1)=eval(sqd1);qdd=tk,1)=eval(sqdd1);
    q(tk,2)=eval(sq2);qd=tk,2)=eval(sqd2);qdd=tk,2)=eval(sqdd2);

    XY=tk,1)=q(tk,2)*cos(q(tk,1));XY=tk,2)=q(tk,2)*sin(q(tk,1));
end

%Dibuja la trayectoria
figure(1)
subplot(2,2,1),plot(q),title('Posicion'),grid
legend(strcat('Q1:',sq1),strcat('Q2:',sq2),0)
```

```

        legend boxoff
subplot(2,2,3),plot(qd),title('Velocidad') ,grid
subplot(2,2,4),plot(qdd),title('Aceleracion'),grid
subplot(2,2,2),plot(XY(:,1),XY(:,2)),title('XY'),grid

%-----%
% VERIFICACIÓN:

% Este código es únicamente a efectos de verificar
% que la programación del algoritmo es correcta
% Representa la solución analítica obtenida manualmente
% (Expresión [5.18])

% Parámetros dimensionales
%
L1=10; m1=20; m2=10; g=9.8;

q1=q(:,1);qd1=qd(:,1);qdd1=qdd(:,1);
q2=q(:,2);qd2=qd(:,2);qdd2=qdd(:,2);

T1=(m1*L1^2+m2*q2.*q2).*qdd1 + 2*q2*m2.*qd1.*qd2 +...
+ m1*g*L1*cos(q1)+m2*g*q2.*cos(q1);
F2= m2*qdd2 - m2*q2.*qd1.*qd1 + m2*g*sin(q1);
%-----%
%Obtiene los pares y las aportaciones al par por
%inerzia, coriolis y gravedad y las dibuja
%
figure(2)
Tau=rne(Rej5_6,q,qd,qdd,grav);
TauG = GRAVLOAD(Rej5_6,q,grav);
TauC = CORIOLIS(Rej5_6,q,qd);
TauI = ITORQUE(Rej5_6,q,qdd)

subplot(2,4,1), hold
    plot(Tau(:,1)),plot(T1,'rx'),title('Par Total Q1 rne'),grid
    legend(strcat('Q1:',sq1),'Location','SouthOutside')
    legend boxoff,hold
subplot(2,4,2), plot(TauI(:,1)),title('Par Inercia Q1 rne'),grid
subplot(2,4,3), plot(TauC(:,1)),title('Par Coriolis Q1 rne'),grid
subplot(2,4,4), plot(TauG(:,1)),title('Par Gravedad Q1 rne'),grid

subplot(2,4,5), hold
    plot(Tau(:,2)),plot(F2,'rx'),title('Par Total Q2 rne'),grid
    legend(strcat('Q2:',sq2),'Location','SouthOutside')
    legend boxoff,hold
subplot(2,4,6), plot(TauI(:,2)),title('Par Inercia Q2 rne'),grid
subplot(2,4,7), plot(TauC(:,2)),title('Par Coriolis Q2 rne'),grid
subplot(2,4,8), plot(TauG(:,2)),title('Par Gravedad Q2 rne'),grid

```

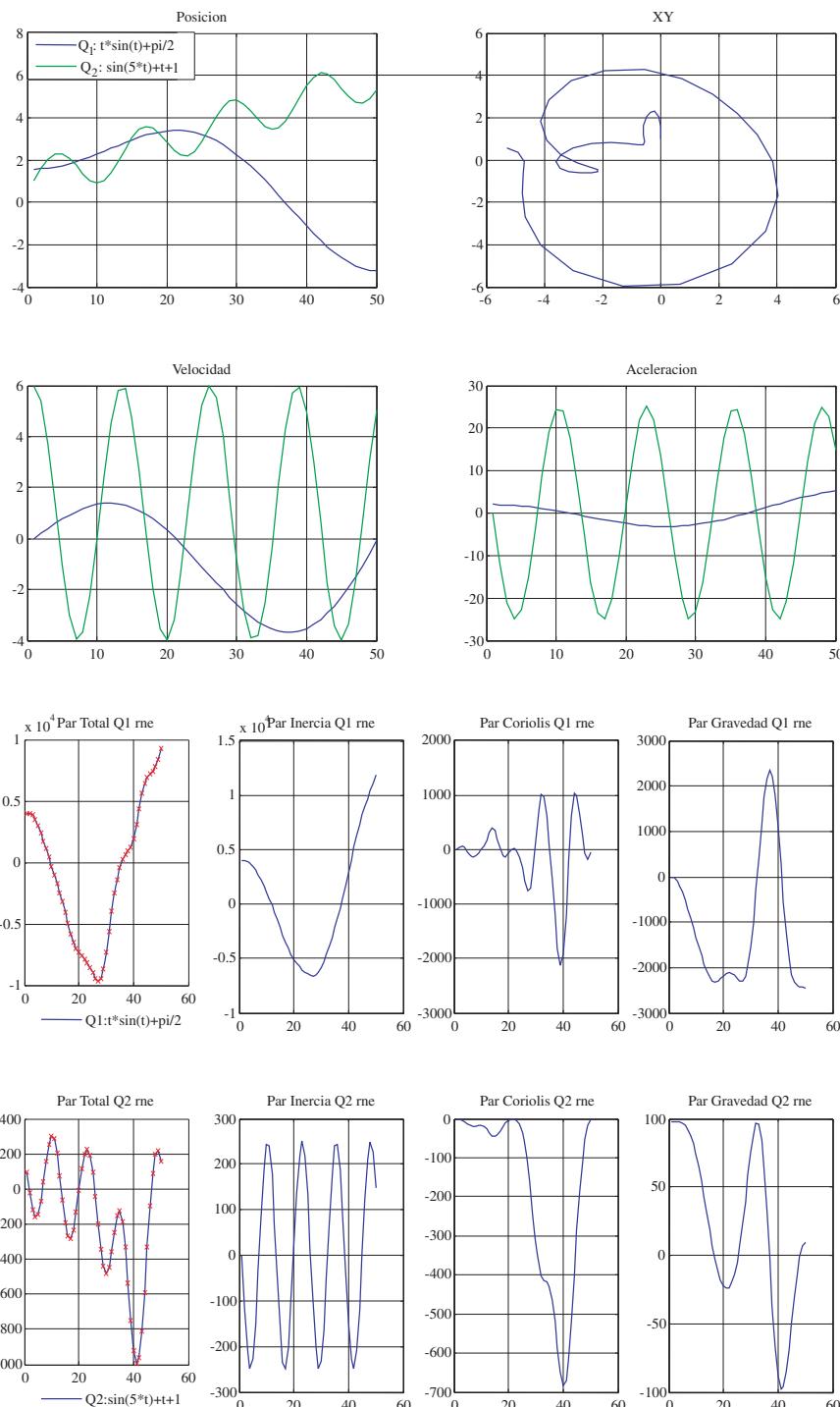


Figura 5.23. Trayectoria y Pares correspondientes a la trayectoria con los 2 gdl en movimiento obtenida con la función **rne**.

Ejercicio 5.7

Desarrollar un programa que implemente el algoritmo computacional de Newton-Euler para el robot planar de 2 grados de libertad del Ejercicio 5.2 (Figura 5.15), tomando como valores dimensionales $L_1 = L_2 = 10$; $d_1 = d_2 = 6$; $m_1 = 20$; $m_2 = 10$. Comparar el resultado con el obtenido con la función **rne** de la toolbox de robótica de matlab

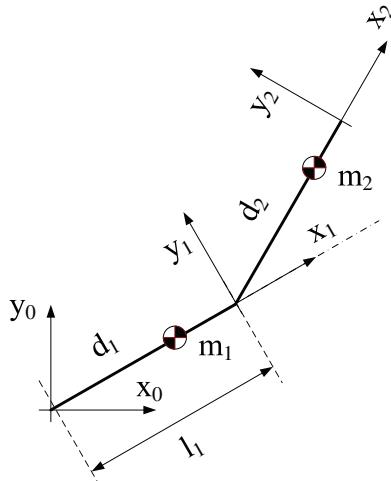


Figura 5.24. Robot planar de 2 grados de libertad del Ejercicio 5.2.

Solución:

Para este robot, y con los sistemas de referencia mostrados en la Figura 5.24, donde por claridad no se han representado los ejes **z**, que son en todo caso perpendiculares a la figura y salientes, se obtiene la siguiente tabla de parámetros DH y las siguientes matrices de transformación homogénea:

Articulación	θ	d	a	α
1	q_1	0	l_1	0
2	q_2	0	l_2	0

$${}^0 \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0_1 & l_1 C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & l_1 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1 \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0_1 & l_2 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & l_2 S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T} = {}^0 \mathbf{A}_2 = {}^0 \mathbf{A}_1 {}^1 \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l_1 C_1 + l_2 C_{12} \\ S_{12} & -C_{12} & 0 & l_1 S_1 + l_2 S_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

El siguiente código (recogido en el fichero **md_NE_Rej5_7.m**) desarrolla el algoritmo computacional de Newton Euler para el robot en cuestión. El código incluye, además, la evaluación del modelo analítico obtenido en el Ejercicio 5.2, cuyas ecuaciones eran:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1 = \left[m_1 d_1^2 + m_2 (l_1^2 + d_2^2 + 2l_1 d_2 C_2) \right] \ddot{q}_1 - \\ \quad - [m_2 d_2 (l_1 C_2 + d_2)] \ddot{q}_2 - \\ \quad - [2m_2 l_1 d_2 S_2] \dot{q}_1 \dot{q}_2 - \\ \quad - [m_2 d_2 l_1 S_2] \dot{q}_2^2 + \\ \quad + g [(m_1 d_1 + m_2 l_1) C_1 + m_2 d_2 C_{12}] \\ T_2 = \left[m_2 d_2 (l_1 C_2 + d_2) \right] \ddot{q}_1 + \\ \quad + [m_2 d_2^2] \ddot{q}_2 - \\ \quad + [m_2 l_1 d_2 S_2] \dot{q}_1^2 + \\ \quad + g m_2 d_2 C_{12} \end{array} \right.$$

El resultado de estas ecuaciones se muestra en la gráfica mediante (*x*).

Asimismo, se utiliza la función **rne** de la Toolbox de Robótica para MATLAB®, aplicada al robot Scara cuya definición se realiza mediante el código del fichero **DefScara**. Los pares obtenidos mediante **rne**, se muestran mediante (*o*). En las gráficas se puede observar la coincidencia de los resultados obtenidos mediante los tres métodos.

DefScara.m

```
%DefScara Define los parametros del Robot del Ejercicio 5.7 Scara
l1=10;l2=10;
d1=6;d2=6;
m1=20;m2=10;

clear L

%Parámetros de DH
L{1} = link([0 11 0 0], 'standard');
L{2} = link([0 12 0 0], 'standard');

%Masas de los eslabones
L{1}.m = m1;
L{2}.m = m2;

%Coordenadas de los centro de masas de cada eslabón
L{1}.r = [ -(l1-d1) 0 0 ];
L{2}.r = [ -(l2-d2) 0 0 ];

% Tensores de Inercia (Ixix,Iyiy,Iziz,Ixy,Iyz,Ixz)
L{1}.I = [ 0 0 0 0 0 0 ];
L{2}.I = [ 0 0 0 0 0 0 ];
```

```
% Inercia del motor que acciona al elemento
L{1}.Jm = 0;
L{2}.Jm = 0;

% Coeficiente de reducción del actuador del elemento
L{1}.G = 1;
L{2}.G = 1;

% Rozamiento viscoso del actuador del elemento
L{1}.B = 0;
L{2}.B = 0;

% Rozamiento de Coulomb en la dirección positiva y negativa del actuador
% del elemento
L{1}.Tc = [ 0 0];
L{2}.Tc = [ 0 0];

% Definición del robot.
Scara = robot(L, 'Scara', 'UPM', 'Robot Scara 2 GDL (Ej. 5.7)');
Scara.name = 'Scara';
Scara.manuf = 'UPM';
```

La Figura 5.25 recoge el resultado de este código para la trayectoria

$$\begin{cases} q_1 = 0 \\ q_2 = t \end{cases}$$

Se observa cómo el giro del eje 2, precisa no sólo aportación de par en este eje, sino que también precisa aportación de par en el eje 1 al objeto de compensar los efectos del acoplamiento con el eje 2 y conseguir así que el eje 1 permanezca quieto.

La Figura 5.26 muestra los pares necesarios para conseguir la trayectoria definida por:

$$\begin{cases} q_1 = \sin(t) + pi / 2 \\ q_2 = \sin(5t) + t + 1 \end{cases}$$

En este caso se observa de nuevo el efecto que el movimiento del eje 2 tiene sobre el eje 1.

md_NE_Rej5_7.m

```
% Algoritmo de Newton Euler
% para la solución del modelo dinámico inverso de un robot
%
%
% Robot Scara 2 GDL ejercicio 5.7

% Número de puntos de la trayectoria
n=100;
```

```
% Definición de la trayectoria
%_____
% Definición simbólica de la posición
sq1='sin(t)+pi/2';
sq2='sin(5*t)+t+1';

% Definición de Fuerzas en el extremo
%_____
sf3='[0 00 0]'; % Sustituir en cada eje en caso se querer aplicar
sn3='[0 0 0]'; % fuerzas o pares externos

% Obtención simbólica de la velocidad y aceleración
sqd1=diff(sq1,'t') ;sqdd1=diff(sqd1,'t');
sqd2=diff(sq2,'t') ;sqdd2=diff(sqd2,'t');

% Parámetros dimensionales
%_____
l1=10;l2=10;
d1=6;d2=6;
m1=20;m2=10;
g=9.8;

% Parámetros iniciales
%_____
% Velocidades y aceleraciones de la base del robot
w0=[0 0 0]';
dw0=[0 0 0]';
v0=[0 0 0]';
dv0=-[0 -g 0]';
z0=[0 0 1]';

% Matriz de rotación entre {S2} y TCP ({S3})
%_____
R23=eye(3);

% Bucle de paso de tiempo
%_____
for tk=1:1:n;
t=(tk-1)/10;

% Evaluación numérica de posición, velocidad, aceleración
% y trayectoria del TCP
%_____
q1=eval(sq1) ;qd1=eval(sqd1) ;qdd1=eval(sqdd1);
q2=eval(sq2) ;qd2=eval(sqd2) ;qdd2=eval(sqdd2);

q(tk,1)=q1;qd(tk,1)=qd1;qdd=tk,1)=qdd1;
q(tk,2)=q2;qd=tk,2)=qd2;qdd=tk,2)=qdd2;
XY=tk,1)=l1*cos(q1)+l2*cos(q1+q2);
XY=tk,2)=l1*sin(q1)+l2*sin(q1+q2);
```

```
%Evaluación numérica de las fuerzas y pares en el TCP
%
n3=eval(sn3)' ;
f3=eval(sf3)' ;
n_3=tk,:)=n3';
f_3=tk,:)=f3';

% PASO 1-2 Evaluacion de los vectores p,s y de la matriz de inercias
%
p1=[11 0 0]'; %vector de {S0} a {S1}en el sistema {S1}
p2=[12 0 0]'; %vector de {S1} a {S2}en el sistema {S2}
s1=[-(l1-d1) 0 0]'; %Coordenadas del cdg de la barra 1 respecto {S1}
s2=[-(l2-d2) 0 0]'; %Coordenadas del cdg de la barra 2 respecto {S2}
I1=zeros(3); %Inercias de barra 1 respecto su cdg en la base{S1};
I2=zeros(3); %Inercias de barra 2 respecto su cdg en la base{S2};

% PASO 3 Obtención de las matrices de rotación R01 y R12
%
R01=[cos(q1) -sin(q1) 0;sin(q1) cos(q1) 0;0 0 1];
R12=[cos(q2) -sin(q2) 0;sin(q2) cos(q2) 0;0 0 1];

%PASO 4 Evaluación de las velocidades angulares de {Si}
%
w1=R01'* (w0+z0*qd1);
w2=R12'* (w1+z0*qd2);

% PASO 5 Evaluación de las aceleraciones angulares de {Si}
%
dw1=R01'* (dw0 +z0*qdd1)+cross(w0,z0*qd1);
dw2=R12'* (dw1 +z0*qdd2)+cross(w1,z0*qd2);

% PASO 6 Evaluación de las aceleraciones lineales de {Si}
%
dv1=cross(dw1,p1)+cross(w1,cross(w1,p1))+R01'*dv0;
dv2=cross(dw2,p2)+cross(w2,cross(w2,p2))+R12'*dv1;

% PASO 7 Evaluación de la aceleración lineal de los cdg
%
a1=cross(dw1,s1)+cross(w1,cross(w1,s1))+dv1;
a2=cross(dw2,s2)+cross(w2,cross(w2,s2))+dv2;

% PASO 8 Evaluación de las fuerzas sobre los eslabones
%
f2=R23*f3+m2*a2;
f1=R12*f2+m1*a1;

% PASO 9 Evaluación de los pares sobre los eslabones
%
n2=R23* (n3+cross((R23'*p2),f3))+cross((p2+s2),m2*a2)+I2*dw2+cross(w2,(I2*w2));
n1=R12* (n2+cross((R12'*p1),f2))+cross((p1+s1),m1*a1)+I1*dw1+cross(w1,(I1*w1));
```



```

Función rne (o)')
plot(PARES(:,1)),plot(PARES2(:,1),'rx'),plot(PARES3(:,1),'bo'),hold;

subplot(2,2,3),hold;grid,plot(q(:,2)),title('Q2'),legend(strcat('Q2:',sq2),0)
,hold;
subplot(2,2,4),hold;grid,title(` PAR Q2 Alg.NE (-), Sol. analítica (x),
Función rne (o)')
plot(PARES(:,2)),plot(PARES2(:,2),'rx'),plot(PARES3(:,2),'bo'),hold;

```

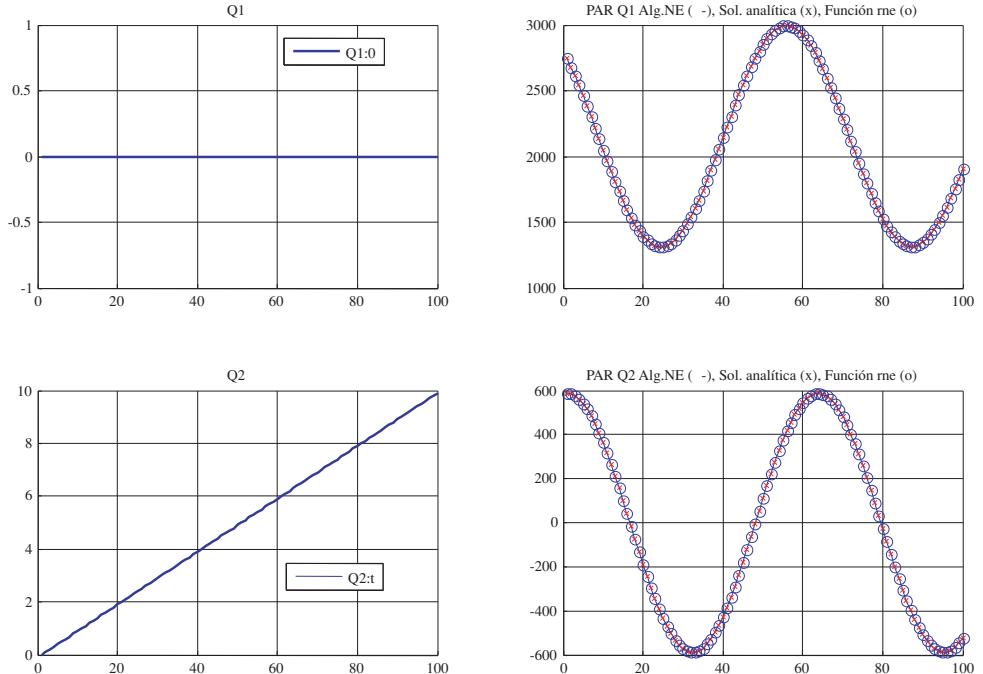


Figura 5.25. Trayectoria y Pares con primer gdl nulo y segundo en movimiento.

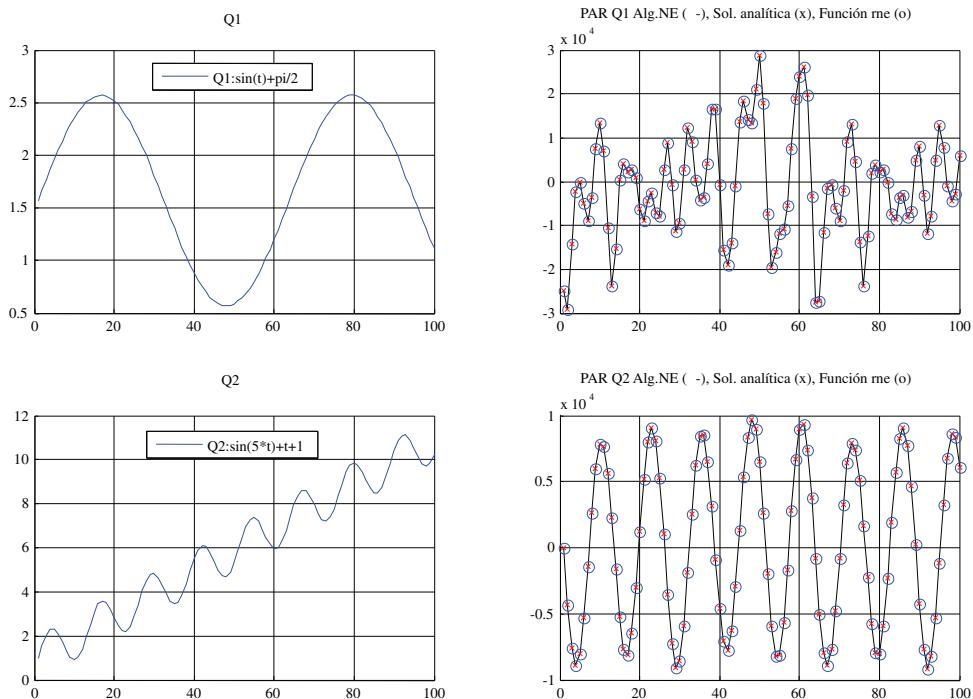


Figura 5.26. Trayectoria y Pares con los 2 gdl en movimiento.

5.8. BIBLIOGRAFÍA

- [AMARIS-95] H. Amaris, *Modelado y control de la flexión de robots de grandes dimensiones*, Tesis Doctoral, DISAM, Universidad Politécnica de Madrid, 1995.
- [CRAIG-89] J. J. Craig, «Manipulator Dynamics», en: *Introduction to Robotics*, Addison Wesley, 2.^a edición, 1989.
- [D'AZZO-95] J. J. D'azzo y C. H. Houpis, «Writing System Equations», en: *Linear Control System Analysis and Design*, McGraw-Hill, 4.^a edición, 1995.
- [FELIÚ-06] V. Feliú, «Robots Flexibles: hacia una generación de robots con nuevas prestaciones», *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, vol. 3, n.^o 3, julio, 2006.
- [FU-88] K. S. Fu, R. C. González y C. S. G. Lee, «Dinámica del Brazo del Robot», en: *Robótica, Control, Detección, Visión e Inteligencia*, McGraw-Hill/Interamericana, Madrid, 1988.
- [OGATA-03] K. Ogata, «Modelado Matemático de Sistemas Dinámicos», en: *Ingeniería de Control Moderna*, Prentice-Hall Hispanoamericana, 4.^a edición, 2003.
- [PAUL-81] R. P. Paul, «Dynamics», en: *Robot Manipulators, Mathematics, Programming and Control*, The MIT Press, Massachusetts, 1982.
- [SALTAREN-96] R. Saltaren, *Herramientas para el modelado y diseño paramétrico de robots basadas en la dinámica de los sistemas multicuerpo*, Tesis Doctoral, DISAM, Universidad Politécnica de Madrid, 1996.

- [SALTAREN-00] R. Saltaren y otros, *Prácticas de Robótica utilizando Matlab*. Ed. Universidad Miguel Hernández, Elche, 2000.
- [SPONG-06] M. W. Spong y otros, *Robot modeling and control*. Ed. John Wiley & Sons, Inc. 2006.
- [UICKER-64] J. J. Uicker, J. Denavit y R. S. Hartenberg, «An Iterative Method for the Displacement Analysis of Spatial Mechanism», *Trans. ASME Journal of Applied Mech.*, vol. 31, Serie B, 1964.
- [UICKER-65] J. J. Uicker, *On the Dynamic Analysis of Spacial Linkages Using 4 × 4 Matrices*, Ph.D. Dissertation, Northwestern University, Evanston, Ill, 1965.
- [WATTON-89], J. Watton, «Response, Stability and Control of Electrohydraulics Systems», en: *Fluid Power Systems*, Prentice-Hall, 1989.

CAPÍTULO 6

Control cinemático

No hay atajo sin trabajo
Refranero Popular

En capítulos anteriores se ha visto cómo obtener el modelo cinemático y dinámico de un robot. El objetivo fundamental de ambos modelos es el de poder establecer las adecuadas estrategias de control del robot que redunden en una mayor calidad de sus movimientos.

El control cinemático establece cuáles son las trayectorias que debe seguir cada articulación del robot a lo largo del tiempo para lograr los objetivos fijados por el usuario (punto de destino, trayectoria cartesiana del efecto final del robot, tiempo invertido por el usuario, etc.). Estas trayectorias se seleccionarán atendiendo a las restricciones físicas propias de los accionamientos y a ciertos criterios de calidad de trayectoria, como suavidad o precisión de la misma.

6.1. FUNCIONES DE CONTROL CINEMÁTICO

La Figura 6.1 muestra, de manera esquemática, el funcionamiento del control cinemático. Recibe como entradas los datos de movimiento procedentes del programa del robot escrito por el usuario (punto de destino, precisión, tipo de trayectoria deseada, velocidad o tiempo invertido, etc.) y, apoyándose en el modelo cinemático del robot, establece las trayectorias para cada articulación como funciones de tiempo. Estas trayectorias deben ser muestreadas con un período T a decidir, generándose en cada instante kT un vector de referencias articulares para los algoritmos de control dinámico.

De manera general, el control cinemático deberá realizar las siguientes funciones:

- CC-1. Interpretar la especificación del movimiento, dada en el programa, mediante una trayectoria analítica en espacio cartesiano (evolución de cada coordenada cartesiana en función del tiempo).
- CC-2. Muestrear la trayectoria cartesiana obteniendo un número finito de puntos de dicha trayectoria. Cada uno de estos puntos vendrá dado por una 6-upla, típicamente $(x, y, z, \phi, \theta, \psi)$.
- CC-3. Utilizando la transformación homogénea inversa, convertir cada uno de estos puntos en sus correspondientes coordenadas articulares $(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6)$. Debe tenerse en cuenta aquí la posible solución múltiple de la transformación ho-

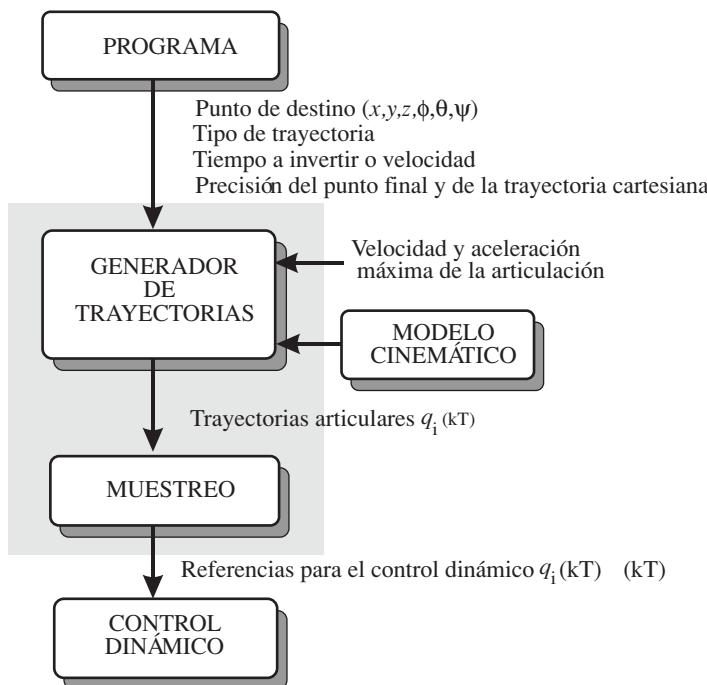


Figura 6.1. Funcionamiento del control cinemático (sombreado).

mogénea inversa, así como la posibilidad de ausencia de solución y puntos singulares, de modo que se asegure la continuidad de la trayectoria.

CC-4. Interpolación de los puntos articulares obtenidos, generando para cada variable articular una expresión $q_i(t)$ que pase o se aproxime a ellos de modo que, siendo una trayectoria realizable por los actuadores, se transforme en una trayectoria cartesiana lo más próxima a la especificada por el programa del usuario (en cuanto a precisión, velocidad, etc.).

CC-5. Muestreo de la trayectoria articular para generar referencias al control dinámico.

Debe entenderse que en casos particulares algunas de estas funciones pueden omitirse. Por ejemplo, si el usuario especifica la trayectoria mediante las sucesivas configuraciones articulares que debe adoptar el robot (como en el caso de la programación por guiado tal y como se describe en el Capítulo 8), las funciones CC-1, CC-2 y CC-3 carecen de sentido.

La Figura 6.2 muestra un posible caso en el que se pretende que un robot de 2 grados de libertad se mueva en línea recta desde el punto $\mathbf{j}^1 = (x^1, y^1)$ hasta el punto $\mathbf{j}^4 = (x^4, y^4)$ en un tiempo T (Figura 6.2a). El control cinemático, a partir de la expresión analítica de esta trayectoria, selecciona 4 puntos de ella: $\mathbf{j}^1, \mathbf{j}^2, \mathbf{j}^3, \mathbf{j}^4$ (Figura 6.2b) y mediante la transformación homogénea inversa obtiene los correspondientes vectores articulares $\mathbf{q}^1, \mathbf{q}^2, \mathbf{q}^3, \mathbf{q}^4$ (Figura 6.2c). A continuación trata de unir estos 4 puntos con algún tipo de función que pasando por todos ellos garantice la suavidad de la trayectoria, evitando que se superen las velocidades y aceleraciones máximas permisibles para cada accionador (Figura 6.2d). Esta función

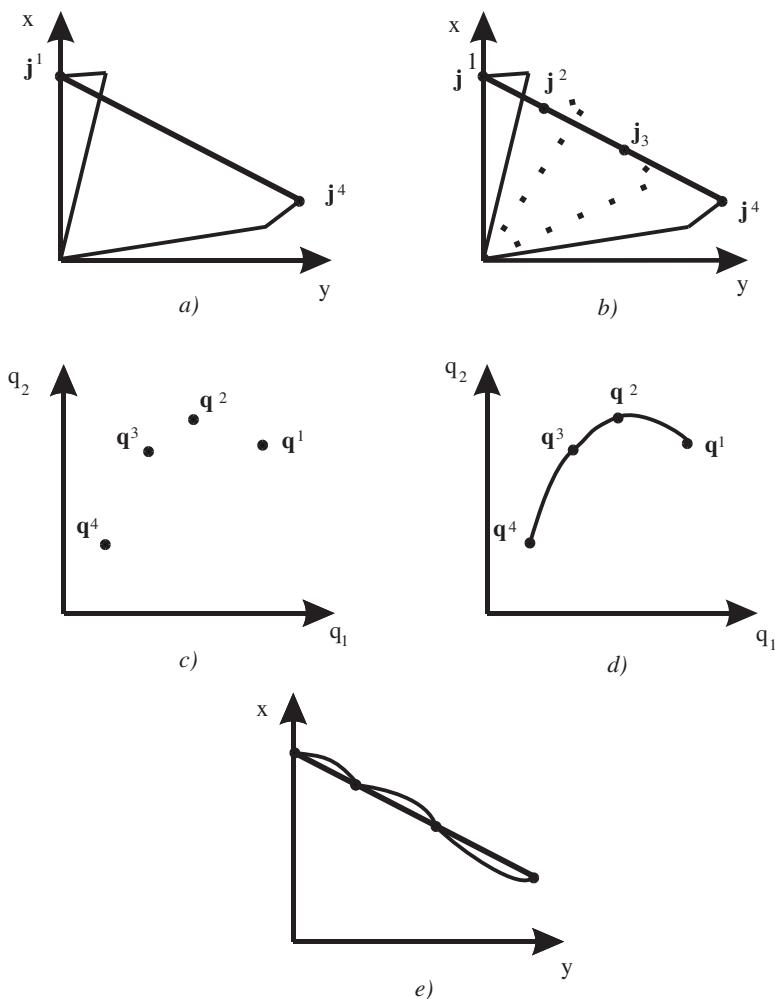


Figura 6.2. Ejemplo de las fases del control cinemático en un roto de 2 grados de libertad.

constituye la trayectoria articular que, mediante su muestreo, generará referencias para los controladores de movimiento (véase Capítulo 7) de las articulaciones. El resultado final del movimiento del extremo del robot es una trayectoria que se aproxima en mayor o menor medida a la línea recta deseada (Figura 6.2e).

Por tanto, para abordar el control cinemático de un robot se deberá, fundamentalmente, conocer qué tipo de trayectorias se puede pretender que realice el robot (función CC-1) así como qué tipo de interpoladores pueden ser eficaces para unir los puntos articulares por los que se quiere pasar (función CC-4). Asimismo, será conveniente establecer criterios para seleccionar cuántos y qué puntos serán muestreados en la trayectoria del espacio cartesiano (función CC-2) y con qué frecuencia se deben actualizar las referencias articulares al control dinámico (función CC-5).

6.2. TIPOS DE TRAYECTORIAS

Para realizar una tarea determinada el robot debe moverse desde un punto inicial a un punto final. Este movimiento podría ser realizado según infinitas trayectorias espaciales. De todas ellas hay algunas que, bien por su sencillez de implementación o bien por su utilidad y aplicación a diversas tareas, son las que en la práctica incorporan los robots comerciales, siendo su generación función del control cinemático (función CC-1). De este modo, puede encontrarse que los robots dispongan de trayectorias punto a punto o trayectorias continuas.

La Figura 6.3 representa las trayectorias articulares $q_1(t)$ y $q_2(t)$ y el resultado final en el espacio de la tarea (x, y) para un robot articular de 2 grados de libertad (equivalente a un robot SCARA visto en planta) correspondientes a los cuatro tipos de trayectorias que a continuación se describen.

6.2.1. Trayectorias punto a punto

En este tipo de trayectorias cada articulación evoluciona desde su posición inicial a la final sin realizar consideración alguna sobre el estado o evolución de las demás articulaciones. Normalmente, cada actuador trata de llevar a su articulación al punto de destino en el menor tiempo posible, pudiéndose distinguir dos casos: movimiento eje a eje y movimiento simultáneo de ejes. A su vez, dentro del segundo tipo, los ejes pueden moverse de manera independiente o coordinada

Movimiento eje a eje

En este caso, sólo se mueve un eje cada vez. Comenzará a moverse la primera articulación, y una vez que ésta haya alcanzado su punto final lo hará la segunda, y así sucesivamente. Este tipo de movimiento da como resultado un mayor tiempo de ciclo, teniendo como única ventaja un menor consumo de potencia instantánea por parte de los actuadores y la posible multiplexación de una única etapa de potencia. Su uso en la práctica actual es muy limitado (Figura 6.3a).

Movimiento simultáneo de ejes

En este caso, todos los actuadores comienzan simultáneamente a mover las articulaciones del robot a una velocidad específica para cada una de ellas. Dado que la distancia a recorrer y las velocidades serán en general diferentes, cada una acabará su movimiento en un instante diferente.

El movimiento del robot no acabará hasta que se alcance definitivamente el punto final, lo que se producirá cuando concluya su movimiento el eje que más tarde. De esta manera, el tiempo total invertido en el movimiento coincidirá con el del eje que más tiempo emplee en realizar su movimiento particular, pudiéndose dar la circunstancia de que el resto de los actuadores hayan forzado su movimiento a una velocidad y aceleración elevada, viéndose obligados finalmente a esperar a la articulación más lenta (Figura 6.3b).

Por los motivos expuestos, en la práctica las trayectorias con movimiento simultáneo de los ejes, pero no coordinado, no están por lo general implementadas, siendo sustituidas por las trayectorias coordinadas que se describen a continuación.

Trayectorias coordinadas o isocronas

Para evitar que algunos actuadores trabajen forzando sus velocidades y aceleraciones, teniendo que esperar después la conclusión del movimiento de la articulación más lenta, puede hacerse un cálculo previo, averiguando cuál es esta articulación y qué tiempo invertirá. Se ralentizará entonces el movimiento del resto de los ejes para que inviertan el mismo tiempo en su movimiento, acabando todos ellos simultáneamente. Se tiene así que todas las articulaciones se coordinan comenzando y acabando su movimiento a la vez, adaptándose todas a la más lenta (Figura 6.3c).

El tiempo total invertido en el movimiento es el menor posible y no se demandan aceleraciones y velocidades elevadas a los actuadores de manera inútil. Desde el punto de vista del usuario la trayectoria que describe el extremo del robot no es significativa, siendo ésta impredecible, aunque como es obvio, un conocimiento del modelo y control cinemático del robot permitiría su cálculo. La mayor parte de los robots industriales cuentan con este tipo de trayectorias, denominándose frecuentemente de manera genérica como trayectorias punto a punto.

6.2.2. Trayectorias continuas

Cuando se pretende que la trayectoria que sigue el extremo del robot sea conocida por el usuario (trayectoria en el espacio cartesiano o de la tarea), es preciso calcular y controlar de manera continua las trayectorias articulares, que, por lo general, presentarán una compleja evolución temporal.

Típicamente, las trayectorias que el usuario pretende que el robot describa son trayectorias en línea recta o en arco de círculo. Para conseguirlo habrá que seguir los pasos CC-1 a CC-5 indicados en el Epígrafe 6.1. El resultado será que cada articulación sigue un movimiento aparentemente caótico con posibles cambios de dirección y velocidad y sin coordinación con el resto de las articulaciones. Sin embargo, el resultado conjunto será que el extremo del robot describirá la trayectoria deseada (Figura 6.3d).

6.3. GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS CARTESIANAS

Normalmente, el usuario del robot indica el movimiento que éste debe realizar especificando las localizaciones espaciales por las que debe pasar el extremo, junto con otros datos, como instantes de paso, velocidades o tipos de trayectorias. Así, por ejemplo, es frecuente especificar que el robot debe ir de un punto inicial hasta otro final, siguiendo en el espacio de la tarea una línea recta a velocidad constante.

En ocasiones, el usuario precisa especificar una secuencia de localizaciones por las que se desea que pase el extremo del robot, siendo preciso entonces establecer un interpolador entre las localizaciones expresadas en el espacio de la tarea que dará como resultado una expresión analítica de la evolución de cada coordenada. La interpolación más simple consiste en la in-

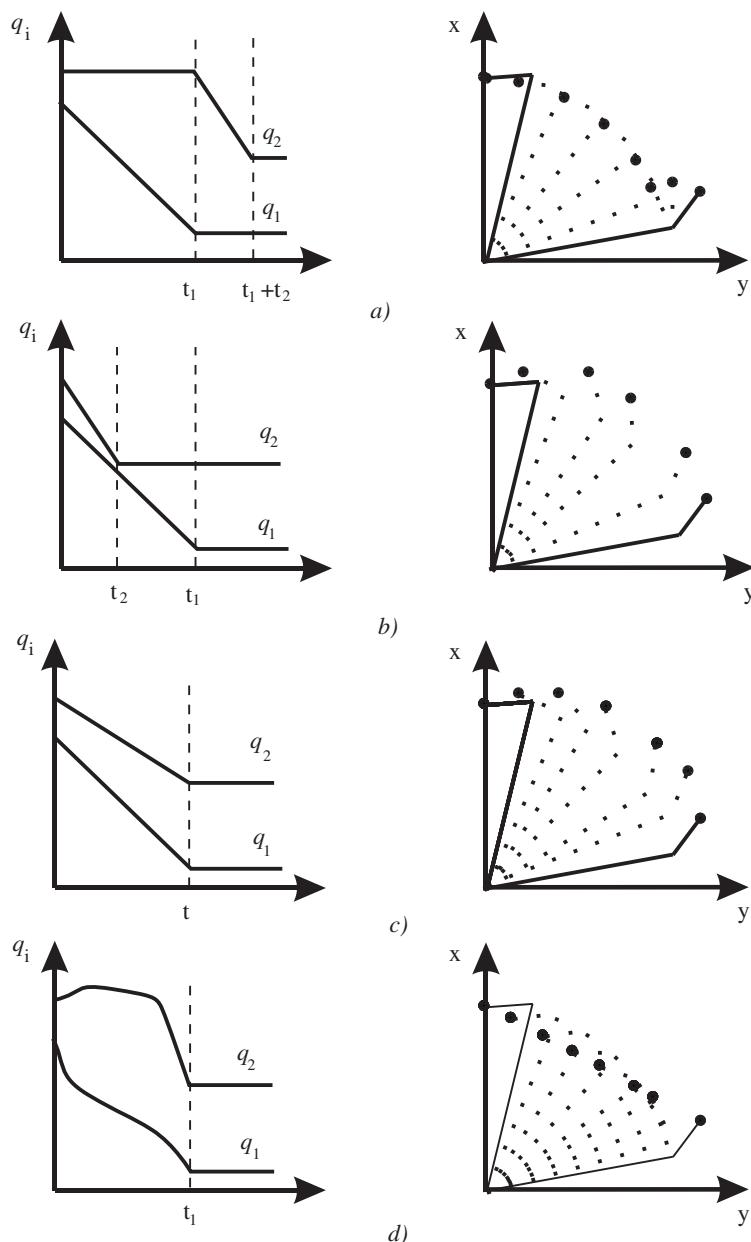


Figura 6.3. Diferentes trayectorias articulares posibles para un robot articular de 2 GDL.
 a) movimiento eje a eje, b) movimiento simultáneo de ejes, c) trayectoria coordinada, d) trayectoria continua rectilínea.

terpolación lineal entre 2 localizaciones sucesivas, de modo que en el intervalo entre cada 2 localizaciones, cada coordenada en el espacio de la tarea evoluciona a velocidad constante desde su valor inicial j^i hasta el final j^f :

$$j(t) = (j^f - j^i) \frac{t - t_i}{t_f - t_i} + j^i \quad [6.1]$$

donde t_i y t_f son los instantes de tiempo en los que se pretende alcanzar la localización inicial y final del intervalo, respectivamente.

Este tipo de evolución origina evidentes discontinuidades en la velocidad y aceleración en los puntos de paso, por lo que su uso no es recomendable.

Para evitar estas discontinuidades pueden utilizarse las técnicas de interpoladores a tramos u otros de los interpoladores que se describen en el Epígrafe 6.5 para el caso de variables articulares.

6.3.1. Evolución de la orientación

Como es conocido, la especificación de la posición en el espacio de la tarea se realiza habitualmente, y salvo escasas excepciones, en coordenadas cartesianas. Sin embargo, tal y como se vio en el Capítulo 3, la especificación de la orientación puede realizarse mediante diferentes herramientas, como son: matrices de rotación, ángulos de Euler (en sus diferentes versiones), par de rotación o cuaternios.

Esta única alternativa de representación de la posición no deja dudas en cuanto a que el procedimiento más adecuado para unir dos posiciones en el espacio de la tarea es la interpolación de cada una de sus coordenadas, ya sea mediante un interpolador lineal o de otro tipo de los indicados en el Epígrafe 6.5, resultando así un movimiento sencillo, fácilmente interpretable por el usuario y de calidad.

Sin embargo, para el caso de la orientación, esta interpolación desde el valor inicial hasta el final puede ser planteada a términos de matrices de rotación, ángulos de Euler, par de rotación o cuaternios, resultando en cada caso trayectorias diferentes.

La utilización de las matrices de rotación lleva a resultados inconsistentes. Como es sabido, las matrices de rotación deben ser necesariamente matrices ortonormales. La interpolación lineal o de otro tipo entre una matriz de rotación inicial y otra final lleva a matrices intermedias no necesariamente ortonormales y, por tanto, que no corresponden a matrices de rotación.

EJEMPLO 6.1

Supóngase que se quiere evolucionar desde una orientación inicial \mathbf{R}_i hasta otra final \mathbf{R}_f definidas respectivamente por:

$$\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_f = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La orientación \mathbf{R}_f corresponde a una rotación desde la orientación definida por \mathbf{R}_i de 90° respecto del eje **z** seguido de una rotación de 90° respecto del eje **x**.

Como se puede comprobar, las columnas o filas de ambas matrices son ortonormales, como corresponde a matrices de rotación.

La evolución lineal entre estas 2 matrices daría lugar a una matriz que en el punto intermedio valdría:

$$\mathbf{R}_m = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & -1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

Cuyas filas y columnas no son ortonormales y, por tanto, \mathbf{R}_m no puede corresponder a una orientación válida del extremo del robot.

La utilización de los ángulos de Euler, en cualquiera de sus formas, además de ser la representación más compacta, no presenta este inconveniente. Así, para pasar de una orientación inicial $(\phi_i, \theta_i, \psi_i)$ a una final $(\phi_f, \theta_f, \psi_f)$ se podrían utilizar las funciones lineales:

$$\begin{aligned}\phi(t) &= (\phi_f - \phi_i) \frac{t - t_i}{t_f - t_i} + \phi_i \\ \theta(t) &= (\theta_f - \theta_i) \frac{t - t_i}{t_f - t_i} + \theta_i \\ \psi(t) &= (\psi_f - \psi_i) \frac{t - t_i}{t_f - t_i} + \psi_i\end{aligned}\quad [6.2]$$

donde t_i y t_f son los instantes de tiempo en los que se pretende estar en la orientación inicial y final, respectivamente. El inconveniente de esta trayectoria es que desde el punto de vista del usuario es una trayectoria no intuitiva, con extrañas evoluciones de la orientación.

La evolución más natural desde una orientación inicial hasta otra final, sería aquella que hace girar de manera progresiva al efecto final (u objeto manipulado por el robot) desde su orientación inicial hasta la final, en torno a un eje de giro fijo. Por este motivo, la utilización del par de rotación, o su equivalente, los cuaternios, es la manera más adecuada para generar la trayectoria cartesiana de orientación.

Como se estableció en el Epígrafe 3.2.3, dado un sistema ortonormal inicial y otro final rotado respecto del primero, existe un único eje \mathbf{k} que permite pasar del sistema inicial al final girando un ángulo respecto a él. Por tanto, para que el extremo del robot evolucione desde la orientación inicial hasta la final, se podrá buscar cuál es el par (\mathbf{k}, θ) que relaciona los sistemas de coordenadas ortonormales asociados a ambas orientaciones, y realizar la evolución temporal mediante un giro en torno al eje \mathbf{k} de valor:

$$\theta(t) = \theta \frac{t - t_i}{t_f - t_i} \quad [6.3]$$

A partir del valor de $\theta(t)$ para instantes concretos de tiempo será inmediato conocer el cuaternion correspondiente.

6.4. MUESTREO DE TRAYECTORIAS CARTESIANAS

Como se ha indicado, la trayectoria cartesiana más habitual es la línea recta, utilizándose también en ciertas ocasiones trayectorias circulares. Ambas pueden ser descritas con facilidad de manera analítica en función del tiempo, de modo que es fácil conocer las coordenadas cartesianas por las que se desea que pase el extremo del robot en un instante concreto.

En general, no es factible obtener a partir de esta descripción analítica de la trayectoria cartesiana, la correspondiente descripción analítica de la trayectoria articular, siendo únicamente posible convertir una localización cartesiana en una configuración articular a partir del modelo cinemático directo. Es, por tanto, preciso seleccionar puntos de la trayectoria cartesiana (muestrear) para ser convertidos a su correspondiente configuración articular, siendo esta tarea función del control cinemático (CC-2).

Pudiera parecer en principio que conviene tomar un elevado número de puntos, puesto que cuanto mayor sea el número de instantes en los que se muestrea la trayectoria cartesiana, se obtendrán mejores resultados, por cuanto que la trayectoria final pasaría por estos puntos ajustándose a lo especificado con mayor precisión. Sin embargo, debe considerarse que cada uno de estos puntos debe ser transformado a sus correspondientes coordenadas articulares y ser después utilizado en alguno de los interpoladores presentados en el Epígrafe 6.5 para generar la trayectoria articular. Por tanto, es claro que el costo computacional, limitado por la necesaria respuesta en tiempo real del sistema de control del robot, desaconseja que el número de puntos cartesianos a tomar crezca de manera indiscriminada.

Por otra parte, la no linealidad existente en el modelo geométrico del robot indica que, dependiendo de su cinemática y de la posición instantánea en cuestión, el error cometido entre la trayectoria resultante del extremo del robot y la trayectoria cartesiana deseada (que coincidirán en los puntos seleccionados) puede variar enormemente. Por tanto, es conveniente decidir no sólo cuántos puntos se seleccionan de la trayectoria cartesiana, sino también cuáles son estos puntos, teniendo siempre como objetivo llegar a un compromiso entre el número de puntos seleccionados y el error entre la trayectoria resultante y la deseada.

Con estos objetivos en [TAYLOR-79] se propone un algoritmo recursivo que permite seleccionar sólo aquellos puntos de la trayectoria cartesiana estrictamente necesarios, quedando éstos más próximos entre sí allí donde se produciría mayor error de la trayectoria, y más espaciados en los tramos en los que las trayectorias deseada y resultante son más cercanas.

En la práctica, suele ser suficiente con seleccionar puntos equidistantes tan cercanos como sea posible, asegurando que las trayectorias articulares puedan ser generadas antes del tiempo en que sean requeridas por el control dinámico del robot.

6.5. INTERPOLACIÓN DE TRAYECTORIAS

Una vez que se dispone de la secuencia de configuraciones articulares por las que debe pasar el robot, la siguiente función del control cinemático (CC-4) es la de unir esta sucesión de puntos articulares garantizando, junto con las condiciones de configuración-tiempo de paso, que se cumplan las restricciones de velocidad y aceleración máximas asociadas a los actuadores del robot, de manera que se consiga una trayectoria realizable y suficientemente suave.

Para ello deberá seleccionarse algún tipo de función (frecuentemente polinómica) cuyos parámetros o coeficientes se ajustarán al imponer las condiciones de contorno: posiciones,

velocidades y aceleraciones. En la selección de esta función debe considerarse que tanto el cálculo de sus parámetros, como su posterior utilización para generar puntos de consigna al control dinámico, debe hacerse en tiempo real, por lo que la simplicidad de la función será un factor a valorar.

Así, por ejemplo, si se desea pasar por n puntos, con la condición de que se parta y se llegue al reposo (velocidad nula), podría considerarse como primera opción el utilizar un polinomio de grado $n + 1$ cuyos $n + 2$ coeficientes se calcularían para garantizar las $n+2$ condiciones de contorno (n puntos de paso y 2 velocidades). Sin embargo, el uso de un polinomio de grado elevado presenta desde el punto de vista computacional múltiples inconvenientes. Precisa por ejemplo de resolver un sistema de ecuaciones con $n + 2$ incógnitas. Asimismo, la presencia de potencias elevadas (t^{n+1}), acarrearía errores que pueden ser significativos en los cálculos.

Por estos motivos, en lugar de usar una sola función interpoladora que una todos los puntos de la trayectoria, se utilizan conjuntos de funciones más simples, que interpolan localmente la secuencia de puntos, esto es, unen sólo unos pocos puntos consecutivos de un intervalo, solapándose unas con otras para garantizar la continuidad.

Se van a presentar a continuación las funciones interpoladoras utilizadas con mayor frecuencia. Cada una de ellas ha sido desarrollada para un solo grado de libertad, debiendo quedar claro que el mismo cálculo deberá repetirse para cada uno de los grados de libertad del robot. Cabe indicar que si bien las técnicas de interpolación que, a continuación se describen, están planteadas para el espacio articular son igualmente aplicables para el espacio de la tarea.

6.5.1. Interpoladores lineales

Supóngase, que se pretende que una de las articulaciones q del robot, pase sucesivamente por los valores q^i en los instantes t^i . Una primera solución a este problema consistiría en mantener constante la velocidad de movimiento entre cada 2 valores sucesivos (q^{i-1}, q^i) de la articulación.

La trayectoria entre dos puntos q^{i-1}, q^i sería entonces:

$$q(t) = \left(q^i - q^{i-1} \right) \frac{t - t^{i-1}}{T} + q^{i-1} \quad t^{i-1} < t < t^i \quad [6.4]$$

$$T = t^i - t^{i-1}$$

Como es obvio, esta trayectoria asegura la continuidad de la posición, pero origina saltos bruscos en la velocidad \dot{q} de la articulación, y consecuentemente precisa de aceleraciones \ddot{q} de valor infinito (véase Figura 6.4), lo que en la práctica no es posible.

La selección de los instantes de paso t^i por los puntos q^i podrá haberse hecho según los diferentes criterios expuestos en el Epígrafe 6.2. Esto es:

1. Intentando que cada articulación q alcance el punto de destino en el menor tiempo posible sin considerar las demás articulaciones, lo que resultará en velocidades \dot{q} constantes e iguales a la máxima.
2. Ajustando los instantes de paso a los de la articulación que más tiempo precise, resultando movimientos coordinados.
3. Seleccionando los tiempos a partir de las especificaciones dadas en el espacio de la tarea de modo que el extremo del robot describa una trayectoria temporal predeterminada.

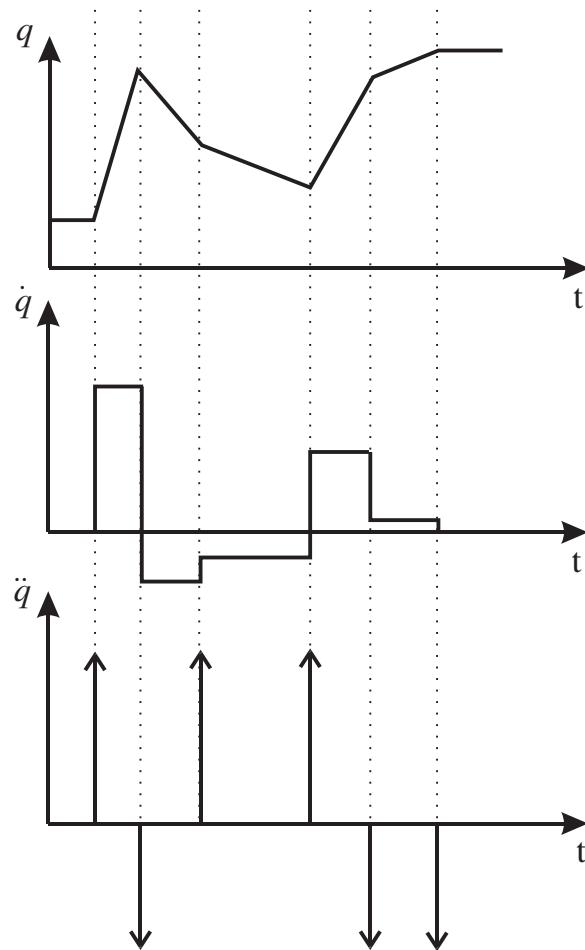


Figura 6.4. Posición, velocidad y aceleración para un interpolador lineal.

6.5.2. Interpolador splin cúbico

Para asegurar que la trayectoria que une los puntos por los que tiene que pasar la articulación considerada presente continuidad en velocidad, puede recurrirse a utilizar un polinomio de grado 3 que una cada pareja de puntos adyacentes. De este modo en cada intervalo, al tener cuatro parámetros disponibles se podrán imponer cuatro condiciones de contorno, dos de posición y dos de velocidad. Los valores de las velocidades de paso por cada punto deben, por tanto, ser conocidas a priori. Esta selección no es obvia y se tratará posteriormente.

Se consigue así una trayectoria compuesta por una serie de polinomios cúbicos, cada uno válido entre dos puntos consecutivos. Este conjunto de polinomios concatenados, escogidos de modo que exista continuidad en la posición y velocidad, se denominan **splines** (cúbicos, por ser de tercer grado). Una exposición detallada de los mismos puede encontrarse en [ANAND-93].

La expresión de la trayectoria que une dos puntos adyacentes (q^i, q^{i+1}) será:

$$\begin{aligned}
 q(t) &= a + b(t - t^i) + c(t - t^i)^2 + d(t - t^i)^3 & t^i < t < t^{i+1} \\
 a &= q^i \\
 b &= \dot{q}^i \\
 c &= -\frac{3}{T^2}(\dot{q}^{i+1} - \dot{q}^i) - \frac{1}{T}(\ddot{q}^{i+1} + 2\ddot{q}^i) \\
 d &= -\frac{2}{T^3}(\ddot{q}^{i+1} - \ddot{q}^i) + \frac{1}{T^2}(\dddot{q}^{i+1} + \ddot{q}^i) \\
 T &= t^{i+1} - t^i
 \end{aligned} \tag{6.5}$$

Para poder calcular los valores de los coeficientes del polinomio cúbico de la Expresión [6.5] es preciso conocer los valores de las velocidades de paso \dot{q} . Para ello existen diferentes alternativas.

Un primer criterio para seleccionar las velocidades de paso [CRAIG-89] podría ser:

$$\dot{q}^i = \begin{cases} 0 & \text{si signo } (q^i - q^{i-1}) \neq \text{signo } (q^{i+1} - q^i) \\ \frac{1}{2} \left[\frac{q^{i+1} - q^i}{t^{i+1} - t^i} + \frac{q^i - q^{i-1}}{t^i - t^{i-1}} \right] & \text{si } \begin{cases} \text{signo } (q^i - q^{i-1}) = \text{signo } (q^{i+1} - q^i) \\ \text{o } q^{i-1} = q^i \\ \text{o } q^i = q^{i+1} \end{cases} \end{cases} \tag{6.6}$$

Esta selección es de sencilla realización y da como resultado una continuidad razonable en la velocidad. Sin embargo, no establece ninguna condición sobre la continuidad de la aceleración.

Como alternativa pueden escogerse las velocidades de paso de modo que cada spline cúbico sea continuo en posición, velocidad y aceleración con los dos polinomios adyacentes. De esta forma, los coeficientes de los $k-1$ polinomios de tipo spline cúbico que pasan por los puntos q^i ($i \in [1, k]$), asegurando la continuidad en posición, velocidad y aceleración de la trayectoria global, serán los dados por la Expresión [6.5], donde las velocidades de paso por los puntos se obtienen de resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales de diagonal dominante definido en [6.7] [ROGERS-76]:

$$\begin{bmatrix} t^3 & 2(t^2 + t^3) & t^2 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & t^4 & 2(t^3 + t^4) & t^3 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & t^5 & 2(t^4 + t^5) & t^4 & \dots \\ \dots & \dots & 0 & t^6 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}^1 \\ \dot{q}^2 \\ \dot{q}^3 \\ \vdots \\ \dot{q}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{t^2 t^3} \left[(t^2)^2 (q^3 - q^2) + (t^3)^2 (q^2 - q^1) \right] \\ \frac{3}{t^3 t^4} \left[(t^3)^2 (q^4 - q^3) + (t^4)^2 (q^3 - q^2) \right] \\ \vdots \\ \frac{3}{t^{k-1} t^k} \left[(t^{k-1})^2 (q^k - q^{k-1}) + (t^k)^2 (q^{k-1} - q^{k-2}) \right] \end{bmatrix} \tag{6.7}$$

Como se observa, el sistema tiene $k-2$ ecuaciones y k incógnitas, que son las distintas velocidades de paso por los k puntos. Para completar el número de ecuaciones de modo que el sistema esté definido, se pueden añadir las siguientes condiciones:

$$\dot{q}^1 = \dot{q}^k = 0 \quad [6.8]$$

Es decir, que la articulación parte de y llega a una situación de reposo. Por tanto, las k ecuaciones lineales definidas en [6.7] y [6.8] permiten obtener las k velocidades de paso necesarias para poder aplicar la Expresión [6.5] de los splines cúbicos, asegurando la continuidad hasta la segunda derivada de la trayectoria global.

Una última alternativa para obtener las velocidades de paso \dot{q}^i sería partir de las velocidades de paso deseadas en el espacio de la tarea. De este modo, lo mismo que el modelo geométrico del robot permite obtener las coordenadas articulares q a partir de las cartesianas j , el modelo diferencial (mediante el uso de la Jacobiana) permitiría obtener las velocidades articulares \dot{q} a partir de las cartesianas j . Sin embargo, es preciso en este caso considerar los problemas derivados de la posible existencia de puntos singulares en la trayectoria cartesiana escogida, que darían lugar a velocidades articulares infinitas no realizables por los actuadores.

6.5.3. Interpolador splin quíntico

La segunda de las alternativas antes consideradas para fijar las velocidades de paso (Expresión [6.7]), garantizaba la continuidad de las aceleraciones a costa de dejar libres los valores de las velocidades (no podían ser especificadas como condiciones de contorno). En el caso de que las velocidades de paso vengan impuestas por algún criterio externo (y sean, por tanto, condiciones de contorno) y se precise garantizar la continuidad de las aceleraciones, es necesario aumentar el grado del polinomio que define la trayectoria en cada intervalo hasta 5, disponiendo así de 6 parámetros que permiten ajustar las 6 condiciones de contorno:

$$q(t) = a + b(t - t^{i-1}) + c(t - t^{i-1})^2 + d(t - t^{i-1})^3 + e(t - t^{i-1})^4 + f(t - t^{i-1})^5 \quad t^{i-1} < t < t^i \quad [6.9]$$

Condiciones de contorno $q(t^{i-1}), \dot{q}(t^{i-1}), \ddot{q}(t^{i-1}), q(t^i), \dot{q}(t^i), \ddot{q}(t^i)$.

La imposición de las 6 condiciones de contorno en cada tramo, permite obtener los correspondientes coeficientes que definen el polinomio.

6.5.4. Interpoladores trapezoidales

En los interpoladores vistos hasta el momento, se utiliza un polinomio de un grado determinado (1, 3 o 5) para unir dos puntos consecutivos de la trayectoria. El uso de polinomios de tercer o quinto grado permite asegurar que el polinomio pasa por los dos puntos y al mismo tiempo permite imponer los valores de velocidad de paso por los mismo. Sin embargo, al contrario de lo que ocurre con el interpolador de primer grado (lineal), la velocidad de la articulación durante el recorrido está variando continuamente, lo que exige un control continuo de la misma.

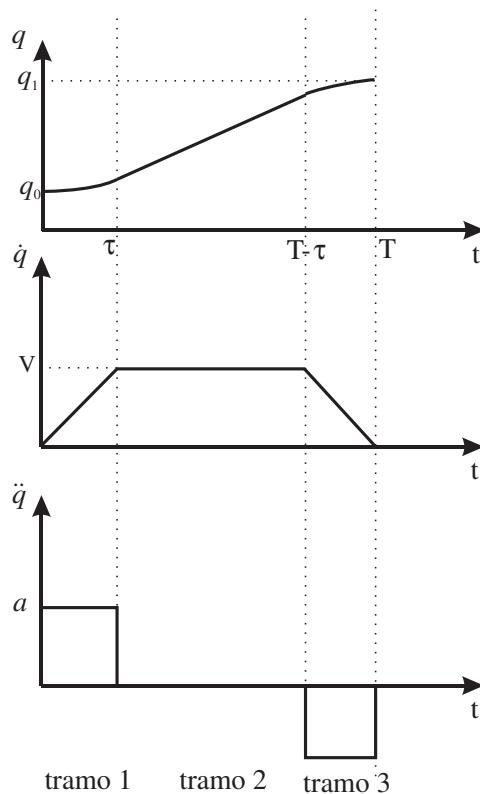


Figura 6.5. Interpolador Trapezoidal.

Una alternativa que proporciona una solución intermedia consiste en descomponer en tres tramos consecutivos la trayectoria que une dos puntos q^0, q^1 . En el tramo central se utiliza un interpolador lineal, y, por tanto, la velocidad se mantiene constante, no siendo preciso imprimir aceleración alguna al actuador. En los tramos inicial y final se utiliza un polinomio de segundo grado, de modo que en el tramo 1 la velocidad varíe linealmente desde la velocidad de la trayectoria anterior a la de la presente, y en el tramo 3 varíe linealmente desde la velocidad de la trayectoria presente hasta la de la siguiente. Se tiene entonces que en los tramos inicial y final la aceleración toma valores constantes distintos de cero, mientras que en el tramo intermedio la aceleración es nula.

En el caso simple de una trayectoria con dos únicos puntos de velocidad inicial y final nula, se tiene (véase Figura 6.5) que las ecuaciones de los tres tramos serían:

$$q(t) = \begin{cases} q^0 + s \frac{a}{2} t^2 & t \leq \tau \\ q^0 - s \frac{V^2}{2a} + sVt & \tau < t \leq T - \tau \\ q^1 + s \left(-\frac{aT^2}{2} + aTt - \frac{a}{2} t^2 \right) & T - \tau < t < T \end{cases} \quad [6.10]$$

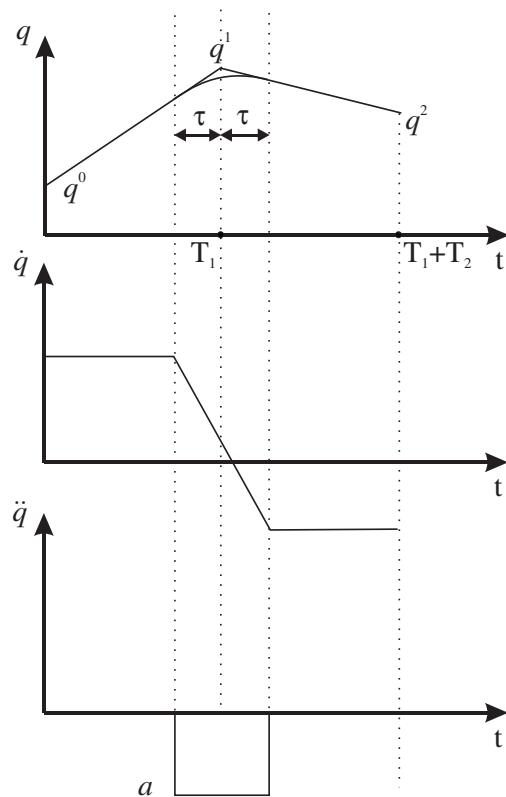


Figura 6.6. Interpolador Trapezoidal con velocidades inicial y final no nulas.

siendo:

$$\tau = \frac{V}{a}$$

$$T = s \frac{q^1 - q^0}{V} + \frac{V}{a}$$

V : velocidad máxima permitida

a : aceleración máxima permitida

$$s : \text{signo } (q^1 - q^0)$$

Como se observa, el perfil de velocidad toma la forma de un trapecio, por lo que se denomina a este tipo de interpolador trapezoidal. La aceleración por su parte presenta discontinuidades (escalones)

Esta trayectoria responde a la de tiempo mínimo, con las restricciones de velocidad y aceleración máxima permitida y equivale a acelerar el movimiento lo más rápidamente posible, mantenerle el tiempo necesario y decelerarle de nuevo tan rápidamente como se pueda.

Puede ocurrir que los valores q^0 , q^1 , V y a impidan que dé tiempo a mantenerse la velocidad V o incluso que no se llegue a alcanzar ésta, teniendo que empezar la fase de decelección antes de alcanzarse V . En este caso el perfil de velocidad tendría una forma triangular.

En el caso de tener una trayectoria formada por varios puntos, la velocidad de paso por los puntos intermedios no debería ser nula, puesto que esto daría lugar a un movimiento discontinuo del robot. Esta situación puede ser evitada si se permite que la trayectoria no pase exactamente por los puntos. La trayectoria final coincidiría con las trayectorias rectilíneas que unen los puntos dos a dos salvo en las cercanías de los mismos, donde un polinomio de 2.º grado (aceleración constante) permitiría variar progresivamente la velocidad, evitando los valores infinitos de la aceleración que han sido descritos en el Apartado 6.5.1 (véase Figura 6.6).

Esta técnica, conocida en ocasiones como ajuste parabólico, se aproxima al interpolador lineal tanto más cuanto mayor sea la aceleración permitida, coincidiendo con aquél en el caso de aceleración infinita. Así, si se quiere pasar por los puntos q^0 , q^1 y q^2 en los instantes $t = 0$, $t = T_1$ y $t = T_1 + T_2$, respectivamente, se tendría que la ecuación de los tres tramos que componen la trayectoria que une dos puntos consecutivos sería:

$$q(t) = \begin{cases} q^0 + \frac{q^1 - q^0}{T_1} t & 0 \leq t \leq T_1 - \tau \\ q^1 + \frac{(q^1 - q^0)}{T_1} (t - T_1) + \frac{a}{2} (t - T_1 + \tau)^2 & T_1 - \tau < t < T_1 + \tau \\ q^1 + \frac{q^2 - q^1}{T_2} (t - T_1) & T_1 + \tau < t < T_1 + T_2 \end{cases} \quad [6.11]$$

Donde a es la aceleración constante que permite cambiar la velocidad de un tramo al siguiente, siendo su valor:

$$a = \frac{T_1(q^2 - q^1) - T_2(q^1 - q^0)}{2T_1T_2\tau} \quad [6.12]$$

y 2τ es el tiempo utilizado en variar la velocidad del movimiento, estando repartido simétricamente respecto al instante T_1 . Lógicamente, cuanto mayor sea la aceleración a permitida menor será el tiempo de transición τ .

Asimismo, es fácil obtener el máximo error cometido entre la trayectoria ideal (pasando por q^1) y la real con el segmento parabólico. Éste se produce en $t = T_1$ y toma el valor:

$$e = \frac{a}{2} \tau^2 = \frac{T_1(q^2 - q^1) - T_2(q^1 - q^0)}{4T_1T_2} \tau \quad [6.13]$$

Este error disminuye al permitir tiempos de cambio de trayectoria τ más pequeños, siendo nulo si no se utilizase tramo parabólico ($\tau = 0$) y la aceleración a pudiese tomar el valor infinito.

6.5.5. Otros interpoladores

Se han propuesto y utilizado, cuanto menos experimentalmente, otros tipos de interpoladores para conseguir unir los puntos de la trayectoria con funciones continuas, derivables dos veces y computacionalmente manejables. Aparte de las ya citadas, puede destacarse la utilización de funciones senoidales, que aseguran continuidad en todas las derivadas. De este modo, para unir dos puntos consecutivos podrían utilizarse funciones de la forma:

$$q(t) = a + bt + c \operatorname{sen}(\omega t) \quad [6.14]$$

Imponiendo las condiciones de contorno en posición, velocidad y aceleración, se obtendrían los correspondientes coeficientes. En [MUTABA-77] puede verse un estudio comparativo de diversos tipos de interpoladores.

6.6. EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio 6.1

Obtener los coeficientes de los interpoladores cúbicos (splín cúbico) que definen la trayectoria que une la secuencia de puntos dada por:

t	0	2	4	6	9	25	27
q	0	1	3	3	2	5	6

Como criterio para seleccionar las velocidades de paso se utilizará el definido mediante la Ecuación [6.6].

Solución:

La Figura 6.7 representa la serie de puntos por los que se desea pasar

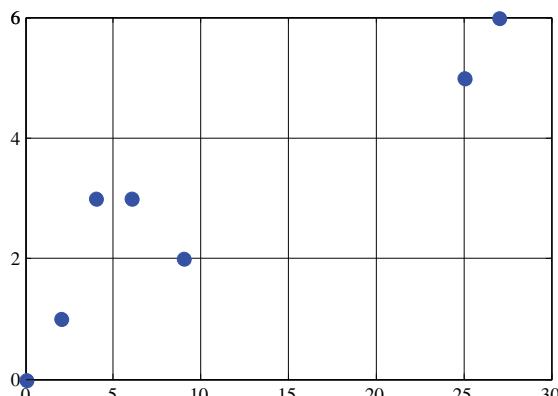


Figura 6.7. Secuencia de puntos del Ejercicio 6.1.

Según la regla heurística definida en [6.6] la velocidad de paso será la media de las pendientes de los tramos anterior y posterior en el caso de que éstas tengan el mismo signo (o una de los tramos tenga pendiente nula) y será cero si se produce un cambio de signo en las pendientes.

Asimismo, se considerará que la trayectoria deseada parte y llega al reposo, por lo que las pendientes en el punto inicial y final se consideran nulas.

La siguiente tabla amplía la anterior con los valores de la velocidad (qd) de paso por los puntos, estando obtenida esta última de acuerdo a la Expresión [6.6].

t	0	2	4	6	9	25	27
q	0	1	3	3	2	5	6
qd	0	0.7500	0.5000	-0.1667	0	0.3438	0

Se trata de encontrar los coeficientes de los polinomios $q(t)$

$$q(t) = a + b(t - t^i) + c(t - t^i)^2 + d(t - t^i)^3 \quad t^i < t < t^{i+1}$$

Para cada uno de los intervalos.

De acuerdo a la Expresión [6.5] los coeficientes vienen dados por

$$\begin{aligned} a &= q^i \\ b &= \dot{q}^i \\ c &= \frac{3}{T^2}(q^{i+1} - q^i) - \frac{1}{T}(\dot{q}^{i+1} + 2\dot{q}^i) \\ d &= -\frac{2}{T^3}(q^{i+1} - q^i) + \frac{1}{T^2}(\ddot{q}^{i+1} + \dot{q}^i) \\ \text{con } T &= t^{i+1} - t^i \end{aligned}$$

Con lo que se tendrá:

Intervalo	t_i	t_{i+1}	a	b	c	d
1	0	2.0	0	0	0.3750	-0.0625
2	2.0	4.0	1.0000	0.7500	0.5000	-0.1875
3	4.0	6.0	3.0000	0.5000	-0.4167	0.0833
4	6.0	9.0	3.0000	-0.1667	-0.2222	0.0556
5	9.0	25.0	2.0000	0	0.0137	-0.0001
6	25.0	27.0	5.0000	0.3438	0.4063	-0.1641

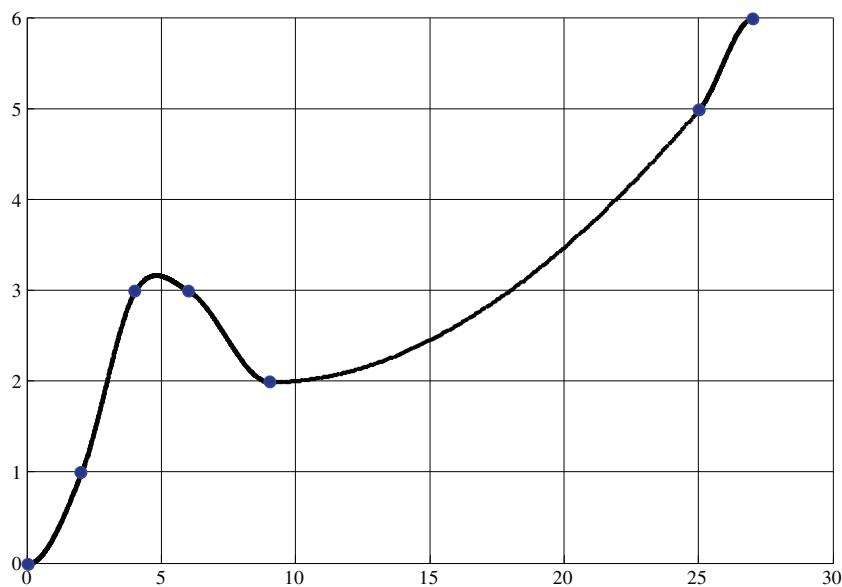


Figura 6.8. Interpolación de los puntos del Ejercicio 6.1 mediante spline cúbico.

La Figura 6.8 muestra el resultado de la interpolación. En ella puede observarse cómo la trayectoria resultante pasa por todos los puntos indicados y que la velocidad es continua. En toda la trayectoria.

En la Figura 6.9 se muestra con detalle la evolución de la velocidad y aceleración. Observese cómo esta última no es continua.

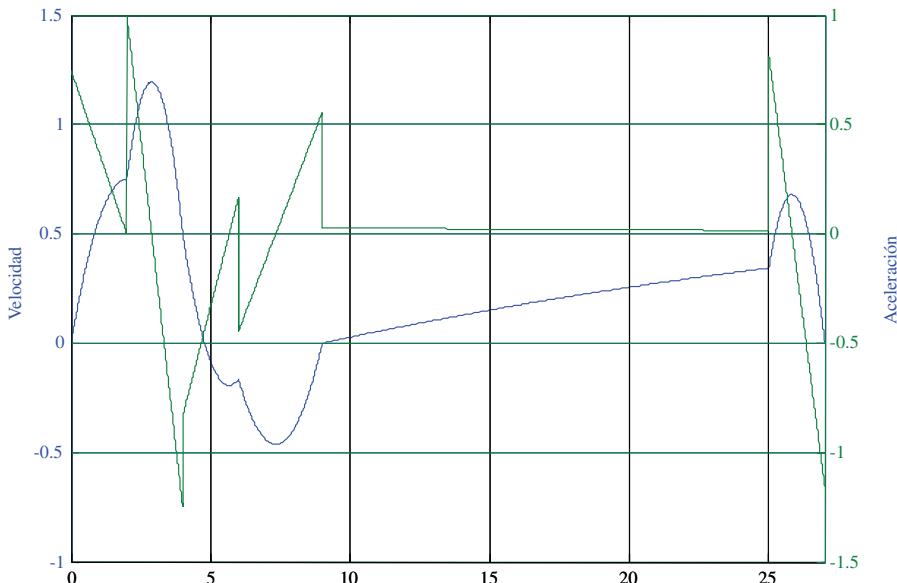


Figura 6.9. Evolución de la velocidad y aceleración de la trayectoria del Ejercicio 6.1.

Ejercicio 6.2

Desarrollar en MATLAB un programa que dado un conjunto de n puntos los interpole mediante

- Splines cúbicos fijando las velocidades de paso.
- Splines cúbicos utilizando la Expresión [6.6] para definir las velocidades de paso.

Utilizarlos para la secuencia de puntos dada por

t	0	1	2	4	5	6	7
q	2	6	4	3	8	9	5
qd	0	-1	3	0	3	-3	0

Donde los valores de qd se utilizarán sólo para el apartado a)

Representar las trayectorias obtenidas con ambas opciones.

Solución:

La función **i_cubico (q, t, qd)** permite obtener los coeficientes del los splines cúbicos que definen a tramos una trayectoria que pasa por los n puntos q en los instante t. En caso de que se especifiquen las velocidades de paso por los puntos qd, éstas son tenidas en cuenta para calcular los coeficientes. Si no se especifica este dato las velocidades de paso se calculan de acuerdo a la Expresión [6.6]

La función retorna una matriz de dimensión $(n-1,6)$, con $n-1$ filas correspondientes a los $n-1$ intervalos, cada una de las cuales contiene la información correspondiente a: t_i, t_{i+1}, a, b, c, d asociada al polinomio:

$$q(t) = a + b(t - t^i) + c(t - t^i)^2 + d(t - t^i)^3 \quad t^i < t < t^{i+1}$$

```

i-cubico
function P=i_cubico(q,t,qd)
% Obtiene los coeficientes de los splines cubicos
% que interpolan los valores q en los instantes t
% con las velocidades de paso qd
% Las velocidades de paso pueden ser especificadas
% o en caso contrario se utiliza la expresión [6.6]
% Retorna un vector con una fila por cada tramo
% con [ti,tf,a,b,c,d] siendo el polinomio:
% q(t)=a+b(t-ti)+c(t-ti)^2+d(t-ti)^3 para ti<t<tf
%
n=length(q);
if n~=length(t)
    error('ERROR en i_cubico: Las dimensiones de q y t deben ser iguales')
end

```

```

if nargin~= 3      % qd no definida. La obtiene segun [6.6]
    qd(1)=0;
    qd(n)=0;
    for i=2:n-1
        if (sign(q(i)-q(i-1))==sign(q(i+1)-q(i)))...
            |q(i)==q(i+1)...
            |q(i-1)==q(i)
            qd(i)=0.5*((q(i+1)-q(i))/(t(i+1)-t(i))+ ...
            +(q(i)-q(i-1))/(t(i)-t(i-1)));
        else
            qd(i)=0;
        end
    end
% obtiene los coeficientes de los polinomios
for i=1:n-1
    ti=t(i);
    tii=t(i+1);
    if tii<=ti
        error ('ERROR en i_cubico. Los tiempos deben estar ordenados:
t(i) debe ser < t(i+1)')
    end
    T=tii-ti;
    TT(:,i)=[ti;tii];
    a(i)=q(i);
    b(i)=qd(i);
    c(i)= 3/T^2*(q(i+1)-q(i)) - 1/T * (qd(i+1)+2*qd(i));
    d(i)=-2/T^3*(q(i+1)-q(i)) + 1/T^2*(qd(i+1) +qd(i));
end
P=[TT;a; b; c; d]';

```

Con la ayuda de esta función se construye la función **p_cubico**, que dibuja la trayectoria definida por la secuencia de splines, junto con los puntos de paso. A la función se le pasan los mismos parámetros que a la anterior (**i_cubico**)

Además, la función **p_cubico** devuelve una matriz con los valores del tiempo, la trayectoria y su primera y segunda derivada (*t*, *q*, *qd*, *qdd*) pudiendo ser posteriormente dibujados.

El número de puntos con que la trayectoria definida por los splines se muestrea en cada intervalo, se define dentro de la propia función (puede ser cambiado en caso de que se estime conveniente).

```

p-cubico
function PL=p_cubico(q,t,qd)
%Dibuja el resultado de interpolar mediante spline cubico los valores q en
%los instantes tt con las velocidades de paso qd.
% Devuelve un vector con 1 fila por punto con los
% resultados (t,q,qd,qdd) de muestrear el polinomio interpolador
% Utiliza la funcion i_cubico que obtiene los valores de los coeficientes
% Las velocidades de paso pueden ser especificadas o en caso contrario se
% utiliza la expresión [6.6]

```

```

npuntos=200; %numero de puntos a pintar por intervalo
n=length(q); % numero de intervalos

PL=[];
clf
hold on

% Obtiene los coeficientes de los splines cubicos
% [ti,tf,a,b,c,d] para cada intervalo
if nargin==3
    P=i_cubico(q,t,qd);
else
    P=i_cubico(q,t);
end

for intervalo=1:n-1
    ti =P(intervalo,1);
    tf =P(intervalo,2);
    a =P(intervalo,3);
    b =P(intervalo,4);
    c =P(intervalo,5);
    d =P(intervalo,6);

    inc=(tf-ti)/npuntos;
    for tt=ti:inc:tf
        qt=a+b*(tt-ti)+c*(tt-ti)^2+d*(tt-ti)^3;
        qdt=b+2*c*(tt-ti)+3*d*(tt-ti)^2;
        qddt=2*c+6*d*(tt-ti);
        plot(tt,qt,'k');
        PL=vertcat(PL,[tt,qt,qdt,qddt]);
    end
end
plot(t,q,'o')
grid
hold off

```

Se muestran a continuación las gráficas de la trayectoria de q para el caso en que no se fijen explícitamente las velocidades de paso (Figura 6.10) y para el caso de que éstas queden fijadas de acuerdo a los valores del enunciado (Figura 6.11).

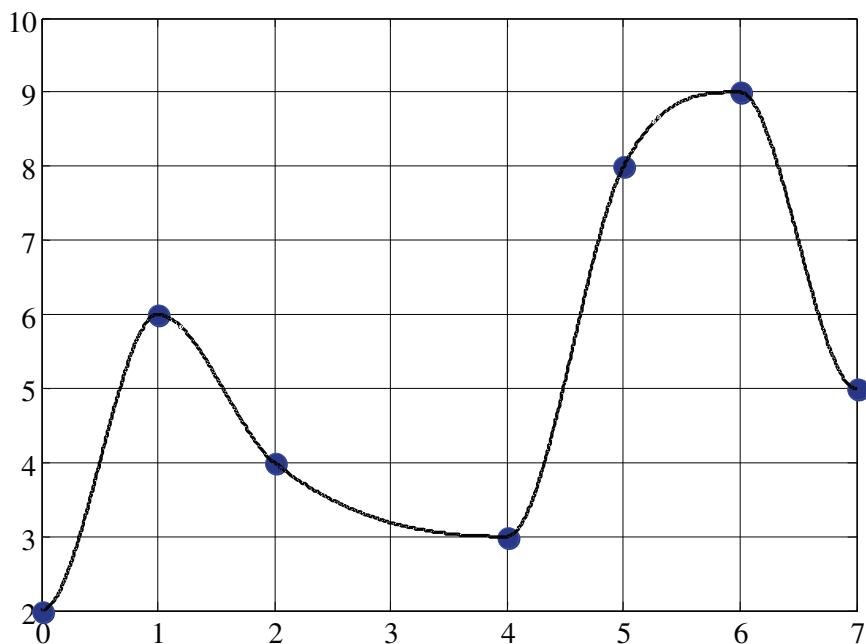


Figura 6.10. Interpolación de puntos del Ejercicio 6.2 con las velocidades de paso definidas según [6.6].

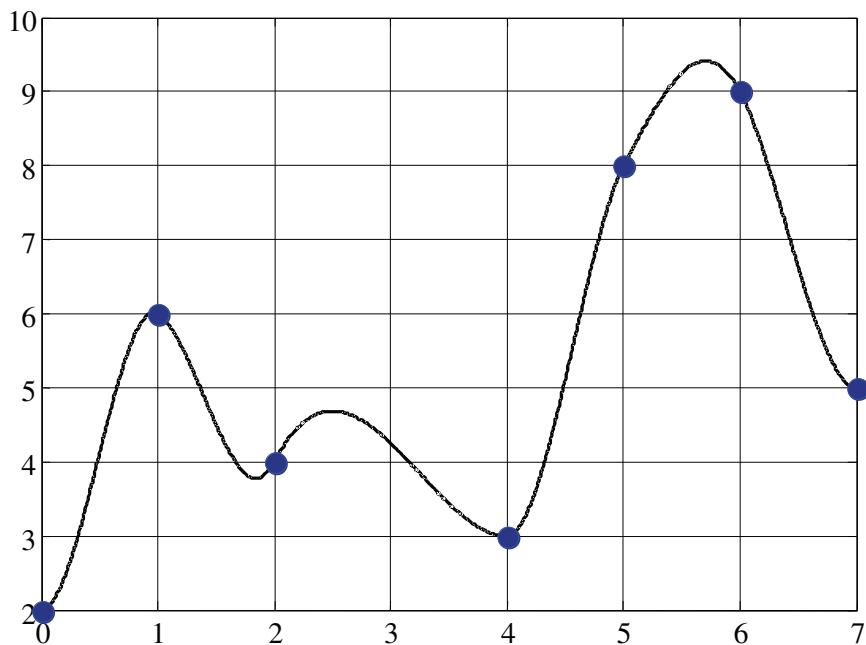


Figura 6.11. Interpolación de puntos del Ejercicio 6.2, con las velocidades de paso especificadas en el enunciado.

Ejercicio 6.3

Se desea rotar un objeto, cuya orientación respecto del sistema de referencia $\{S_0\}$ está definida por $\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, hasta la orientación definida por la matriz de rotación $\mathbf{R}_f = \begin{bmatrix} 0,8470 & -0,3705 & 0 - 0,3813 \\ 0,5152 & 0,3949 & 0,7607 \\ -0,1313 & -0,8407 & 0,5253 \end{bmatrix}$ en un tiempo T . Proponer qué valor debe tomar la orientación en el instante T^*k , con k cualquier valor entre 0 y 1.

Solución:

Como puede comprobarse tanto la matriz \mathbf{R}_i como la \mathbf{R}_f corresponden a matrices ortonormales, condición indispensable para que representen una orientación. Efectivamente, la matriz \mathbf{R}_i corresponde a la matriz identidad que evidentemente es ortonormal.

Por su parte la matriz \mathbf{R}_f cumple que

$$\mathbf{n} \times \mathbf{o} = \mathbf{a}$$

$$\mathbf{o} \times \mathbf{a} = \mathbf{n}$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{n} = \mathbf{o}$$

$$\|\mathbf{n}\| = \|\mathbf{o}\| = \|\mathbf{a}\| = 1$$

Donde se ha representado por \mathbf{n} , \mathbf{o} , \mathbf{a} a los 3 vectores columna de \mathbf{R}_f

Tal y como se indica en el Epígrafe 6.3.1 el proponer que la orientación en el instante $t_k = T^*k$ venga dada por una interpolación lineal entre \mathbf{R}_i y \mathbf{R}_f según

$$\mathbf{R}_k = (\mathbf{R}_f - \mathbf{R}_i) \cdot k + \mathbf{R}_i$$

es erróneo, por cuanto no se garantiza que para todo valor de k , la matriz R_k sea ortogonal.

Así, de usarse esta expresión en $k = 0,5$ (mitad del recorrido), se tendría que

$$\mathbf{R}_{0.5} = \begin{bmatrix} 0,9235 & -0,1852 & -0,1906 \\ 0,2576 & 0,6974 & 0,3804 \\ -0,0656 & -0,4204 & 0,7627 \end{bmatrix}$$

Que como puede comprobarse no cumple las condiciones de ortonormalidad antes indicadas. En su lugar cabe utilizar los ángulos de Euler o los cuaternios para realizar la interpolación.

Se utilizará, primeramente, los ángulos de Euler (en su versión WVV), para lo cual será preciso primero obtener los ángulos de Euler asociados a R_i y R_f . Se obtienen éstos con ayuda de MATLAB®:

```
>> Ri=eye(3);
>> Rf =[ 0.8470 -0.3705 -0.3813;
          0.5152  0.3949  0.7607;
          0.1313 -0.8407  0.5253];
>> ZVWi=tr2eul(Ri)
ZVWi =
    0     0     0
>> ZVWF=tr2eul(Rf)
ZVWF =
    2.0354    1.0177   -1.4159
```

La interpolación se establece ahora según la Expresión [6.2], es decir

$$\begin{aligned}\phi_k(t) &= (\phi_f - \phi_i) \cdot k + \phi_i = 2,0354 \cdot k \\ \theta_k(t) &= (\theta_f - \theta_i) \cdot k + \theta_i = 1,0177 \cdot k \\ \psi_k(t) &= (\psi_f - \psi_i) \cdot k + \psi_i = -1,4159 \cdot k\end{aligned}$$

De este modo, por ejemplo a mitad del recorrido, se tendría que el objeto habría girado respecto de su orientación inicial:

```
>> ZVWk=(ZVWF-ZVWi)*0.5
ZVWk =
    1.0177    0.5089   -0.7080
```

Estando la orientación resultante definida por la matriz de rotación

```
> Rk=Ri*tr2rot(eul2tr(ZVWk))
Rk =
    0.9019   -0.3481    0.2559
    0.2229    0.8823    0.4145
   -0.3701   -0.3168    0.8733
```

Puede comprobarse cómo esta matriz sí cumple las propiedades de ortonormalidad.

En general, estas operaciones pueden realizarse mediante la función MATLAB® **inter_euler** siguiente:

```
inter-euler
function Tr_Rk=inter_euler(Ri,Rf,n)
%Realiza la interpolación entre la matriz de orientación Ri y la Rf
% en n+1 puntos (incluidos punto inicial y final),
% mediante la interpolación lineal de los angulos de Euler WVV.
% El resultado es una hipermatriz de n+1 matrices de rotación (3,3,n)
```

```

if det(Ri) ~=1 | det(Rf) ~=1
    error('ERROR en inter_orientacion: Las matrices no son ortonormales')
end

ZVWi=tr2eul(Ri);
ZVWf=tr2eul(Rf);

inc=1/n;k=0;
for i=1:n+1
    ZVWk=(ZVWf-ZVWi)*k+ZVWi;
    Tr_Rk(1:3,1:3,i)=Ri*tr2rot(eul2tr(ZVWk));
    k=k+inc;
end

```

En el caso de utilizar cuaternios la interpolación queda establecida por [6.3], según la cual se mantiene constante el vector de giro \mathbf{k} , mientras se interpola linealmente el ángulo θ . Por tanto, se deberán obtener el cuaternion Q y par de rotación (\mathbf{k}, θ) asociado, que consigue girar \mathbf{R}_i para llegar a \mathbf{R}_f , es decir, el cuaternion que define el giro dado por

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_i^{-1} \times \mathbf{R}_f$$

Con ayuda de Matlab, se obtiene

```

>> R=inv(Ri)*Rf
R =
    0.8470   -0.3705   -0.3813
    0.5152    0.3949    0.7607
   -0.1313   -0.8407    0.5253

>> Q=quaternion(R)
Q =
    0.83175 <-0.48134, -0.075147, 0.26619>

>> Theta=acos(Q.s)*2
Theta =
    1.1771

>> k=Q.v/sin(Theta/2)
k=
   -0.8670   -0.1354    0.4795

```

Por tanto, en un instante intermedio j la orientación inicial habrá girado según el cuaternion:

$$\left(\cos\left(\frac{\theta_j}{2}\right), \mathbf{v} \cdot \sin\left(\frac{\theta_j}{2}\right) \right)$$

Con

$$\theta_j = j \cdot \text{Theta} \quad j \in [0, 1]$$

A partir del cuaternion se obtendrá la correspondiente matriz de rotación. Así para la mitad del recorrido ($j = 0.5$), se tendrá:

```
>> Thetaj=Theta*0.5
Thetaj =
0.5885

>> Qj=quaternion(k,Thetaj)
Qj =
0.95701 <-0.25148, -0.039261, 0.13907>

>> Rj=Ri*Qj.r
Rj =
0.9582    -0.2464    -0.1451
0.2859     0.8348     0.4704
0.0052    -0.4923     0.8704
```

La función **inter_cuaternion(Ri, Rf, n)** siguiente realiza la interpolación en $n + 1$ puntos:

```
inter-cuaternion
function Tr_Rj=inter_cuaternion(Ri,Rf,n)
%Realiza la interpolación entre la matriz de orientación Ri y la Rf
% en n+1 puntos (incluidos punto inicial y final),
% mediante la interpolación lineal del par de rotación
% El resultado es una hipermatriz de n+1 matrices de rotación (3,3,n)

if det(Ri) ~=1 | det(Rf) ~=1
    error('ERROR en inter_orientacion: Las matrices no son ortonormales')
end %Esta condición es necesaria pero no suficiente

R=inv(Ri)*Rf;
Q=quaternion(R);
Theta=acos(Q.s)*2;
k=Q.v./sin(Theta/2);
inc=1/n; j=0;
for i=1:n+1
    Thetaj=Theta*j;
    Qj=quaternion(k,Thetaj);
    Tr_Rj(1:3,1:3,i)=Ri*Qj.r;
    j=j+inc;
end
```

Ejercicio 6.4

Representar con ayuda de MATLAB® y la Toolbox para robótica, la rotación que experimenta el

sistema definido por $\mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ hasta orientarse según el par de rotación dado por

([1,1,1], $\pi/2$), cuando el giro se realiza mediante una interpolación lineal del par de rotación.

Solución:

La siguiente figura recoge el resultado de rotar mediante interpolación lineal del par de rotación, desde la orientación inicial dada por

$$\begin{aligned} R1 = \\ -1.0000 & \quad 0 & 0.0000 \\ 0 & & 1.0000 & 0 \\ -0.0000 & \quad 0 & -1.0000 \end{aligned}$$

Correspondiente al par ($\mathbf{k} = [0, 1, 0]$, $\theta = \pi$)

Hasta la orientación final definida por

$$\begin{aligned} R2 = \\ 0.3333 & \quad -0.2440 & 0.9107 \\ 0.9107 & \quad 0.3333 & -0.2440 \\ -0.244 & 0 & 0.9107 & 0.3333 \end{aligned}$$

Asociada al par ($\mathbf{k} = [1, 1, 1]$, $\theta = \pi/2$)

Para ello se ha hecho uso de la función **inter_cuaternion**, definida en el Ejercicio 6.3 y de la función **plot** de un cuaternion, que representa el sistema de coordenadas correspondiente.

Así, una vez ejecutada la función $R = \text{inter_cuaternion}(R1, R2, 10)$, ha bastado con escribir

```
>> plot(quaternion(R(:,:,1)))
>> plot(quaternion(R(:,:,2)))
...
>> plot(quaternion(R(:,:,11)))
```

para obtener representación de las sucesivas rotaciones asociadas a la evolución del sistema.

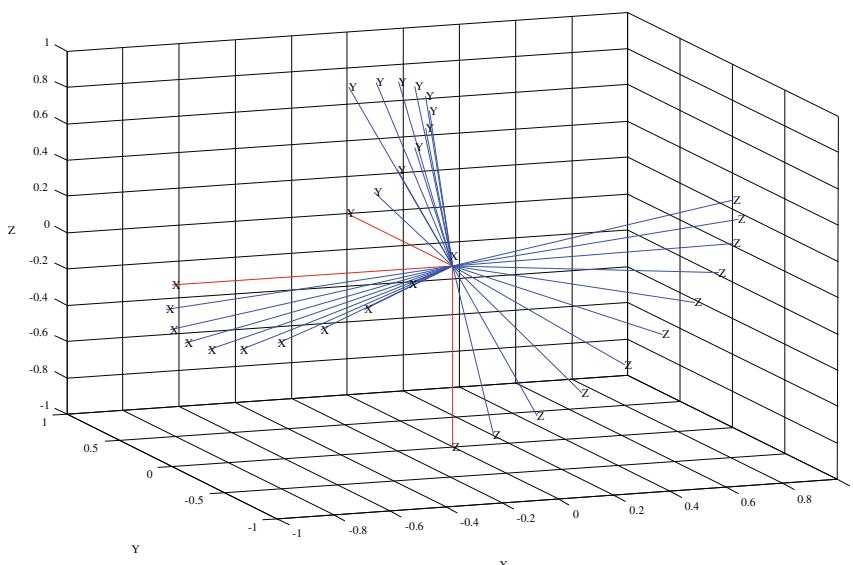


Figura 6.12. Rotación mediante interpolación lineal en el par de rotación.

6.7. BIBLIOGRAFÍA

- [ANAND-93] V. B. Anand, «Curves», en: *Computer Graphics and Geometric Modeling for Engineers*, John Wiley & Sons, 1993.
- [CRAIG-89] J. J. Craig, «Trayectoria Generation», en: *Introduction to Robotics Mechanics and Control*, Addison-Wesley, 1989.
- [FU-88] K. S. Fu, R. C. González y C. S. G. Lee, «Planificación de Trayectorias de un Manipulador», en: *Robótica: Control, Detección, Visión e Inteligencia*, McGraw-Hill/Interamericana, Madrid, 1988.
- [MUJTABA-77] M. S. Mujtaba, «Discussion of trajectory calculation methods», *Exploratory Study of Computer Integrated Assembly Systems*, Internal Report # STAN-CS-t6-568, Stanford Artificial Intelligent Laboratory, Stanford University, California.
- [ROGERS-76] D. F. Rogers y J. A. Adams, «Space Curves», en: *Mathematical elements for computer graphics*, McGraw-Hill, 1976.
- [TAYLOR-79] R. H. Taylor, «Planning and execution of straight line manipulator trajectories», *IBM Journal of Research and Development*, 23, pp. 424-426.

CAPÍTULO 7

Control dinámico

Lo mejor es enemigo de lo bueno
Refranero Popular

A un robot se le demandan, por lo general, elevadas prestaciones en velocidad y precisión de movimiento. Este fin ha sido el objeto de numerosas investigaciones y avances tecnológicos realizados en el campo de la robótica. La utilización de materiales más ligeros, de sistemas de transmisión sin holgura y con baja inercia, de actuadores rápidos y precisos o de sensores de elevada resolución, han permitido mejorar de manera notable la calidad del movimiento del robot.

Del mismo modo, los algoritmos de control del robot tienen por objetivo mejorar al máximo las características de velocidad y precisión. El control cinemático selecciona trayectorias que idealmente deberá seguir el robot para, teniendo en cuenta sus limitaciones, ajustarse lo mejor posible a las especificaciones del movimiento dadas por el usuario. En la práctica, este ajuste del movimiento del robot a las especificaciones del usuario no será del todo posible, pues las características dinámicas del robot (inercias, rozamiento, holguras, etc.), muchas veces desconocidas, impiden en general una coincidencia entre la trayectoria deseada y la real.

El **control dinámico** tiene por misión procurar que las trayectorias realmente seguidas por el robot $\mathbf{q}(t)$ sean lo más parecidas posibles a las propuestas por el control cinemático. Para ello hace uso del conocimiento del modelo dinámico del robot (obtenido en el Capítulo 5) y de las herramientas de análisis y diseño aportadas por la teoría del servocontrol (representación interna, estado, estabilidad de Lyapunov, control PID, control adaptativo, etc.).

Como se vio al obtener el modelo dinámico de un robot, éste es fuertemente no lineal, multivariable, acoplado y de parámetros variantes, por lo que en, general, su control es extremadamente complejo. En la práctica, ciertas simplificaciones, válidas para un gran número de los robots existentes, facilitan el diseño del sistema de control, dando unos resultados razonablemente aceptables, aunque limitando en ciertas situaciones la calidad de sus prestaciones.

La utilización de técnicas de control más potentes, que podrían dar mejores resultados, pueden verse limitadas en la práctica por la elevada complejidad y coste computacional, que si bien es abordable con la tecnología actual, supone un mayor coste económico.

Normalmente, el control dinámico se realiza en el espacio articular, esto es, controlando las trayectorias articulares del robot. Sin embargo, en ciertas ocasiones, como por ejemplo cuando el robot entra en contacto con el entorno desarrollando fuerzas de reacción, puede optarse por realizar el control en el espacio de la tarea o cartesiano, controlando la trayectoria del extremo.

En este capítulo se van a examinar las técnicas de control dinámico más frecuentes, centrándose principalmente en el control en el espacio articular. Dentro de éste se considerará tanto el control monoarticular, en el que se ignora la interacción entre los grados de libertad del robot, como el control multiarticular, en el que se considera al robot como el sistema mul-

tivariable que realmente es. Las técnicas de control utilizadas serán las basadas en control PID y control por prealimentación, ampliamente extendidas, utilizándose también en ocasiones la linealización por inversión del modelo. Se realizará, asimismo, alguna referencia a técnicas de control más complejas, como puede ser el control adaptativo. Se supone al lector familiarizado con los conceptos básicos de la teoría de control [OGATA-03].

7.1. CONTROL MONOARTICULAR

Las características mecánicas de un robot (dimensiones, peso, tipo de actuadores, etc.) influyen notablemente en el tipo de control a utilizar. Recordando una vez más la expresión del modelo dinámico de un robot (Ecuación [5.9]):

$$\tau = \mathbf{D}(q)\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(q, \dot{q}) + \mathbf{C}(q) + \mathbf{F}_v\dot{\mathbf{q}} \quad [7.1]$$

en la que se ha incluido la existencia del par debido al rozamiento viscoso mediante la matriz diagonal constante \mathbf{F}_v , puede entenderse cómo la estructura cinemática del robot, de la que depende la forma de las matrices \mathbf{D} , \mathbf{H} y \mathbf{C} , afectará a la complejidad del modelo y su correspondiente control.

Asimismo, factores como la presencia de reductores o la existencia de elevados rozamientos viscosos (notables, por ejemplo, al utilizar ciertos reductores o en los actuadores hidráulicos) pueden hacer despreciables alguno de los términos de la Ecuación [7.1].

7.1.1. Validez del control monoarticular. Influencia del factor de reducción

Va a evaluarse en este epígrafe, en qué medida la existencia de reductores en las articulaciones del robot, justifica el considerar al modelo dinámico del robot desacoplado, esto es, considerar a las matrices \mathbf{D} , \mathbf{H} y \mathbf{C} de [7.1] como diagonales.

Considérese que cada actuador incorpora un reductor, de modo que las posiciones de las articulaciones \mathbf{q} están relacionadas con las posiciones de los ejes de correspondientes actuadores \mathbf{q}_a mediante:

$$\mathbf{q}_a = \mathbf{K} \mathbf{q} \quad [7.2]$$

donde \mathbf{K} es la matriz diagonal de los factores de reducción, cuyos coeficientes son $k_{ii} > 1$. Consecuentemente, se verificarán las relaciones:

$$\dot{\mathbf{q}}_a = \mathbf{K} \dot{\mathbf{q}} \quad \ddot{\mathbf{q}}_a = \mathbf{K} \ddot{\mathbf{q}} \quad \tau_a = \mathbf{K}^{-1} \tau \quad [7.3]$$

donde τ_a expresa el par resultante en el eje del actuador. Por otra parte, la matriz de inercia $\mathbf{D}(q)$ puede expresarse siempre como:

$$\mathbf{D}(q) = \mathbf{D}_1 + \mathbf{D}_2(q) \quad [7.4]$$

donde \mathbf{D}_1 es una matriz diagonal, formada por los elementos constantes de la diagonal principal de $\mathbf{D}(q)$ y representa la contribución de cada eslabón en la inercia que soporta su correspondiente actuador.

Sustituyendo las Expresiones [7.3] y [7.4] en el modelo dinámico del robot [7.1], se obtiene:

$$\tau_a = \mathbf{K}^{-1}(\mathbf{D}_1 + \mathbf{D}_2)\mathbf{K}^{-1}\ddot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{K}^{-1}\mathbf{H} + \mathbf{K}^{-1}\mathbf{C} + \mathbf{K}^{-1}\mathbf{F}_v\mathbf{K}^{-1}\dot{\mathbf{q}}_a \quad [7.5]$$

que se puede expresar de la siguiente manera:

$$\tau_a = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{D}_1\mathbf{K}^{-1}\ddot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{F}_{va}\dot{\mathbf{q}}_a + \tau_p \quad [7.6]$$

$$\mathbf{F}_{va} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{F}_v\mathbf{K}^{-1}$$

$$\tau_p = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{D}_2\mathbf{K}^{-1}\ddot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{K}^{-1}\mathbf{H} + \mathbf{K}^{-1}\mathbf{C}$$

\mathbf{F}_{va} : es la matriz diagonal de constantes de rozamiento viscoso visto por los actuadores (a la entrada del reductor).

τ_p : puede ser considerado como un par perturbador.

La Figura 7.1 representa mediante diagrama de bloques las Ecuaciones [7.6], donde los valores de los bloques representados por cajas ovaladas dependen de las variables que llegan a ellos a través de las flechas a tramos. Los bloques encerrados en el recuadro sombreado están formados por matrices diagonales constantes, lo que indica que representan el efecto que, sobre el movimiento de la articulación i , tiene el par proporcionado por el propio actuador. Por su parte, los bloques fuera del recuadro no son constantes sino que dependen de las posiciones y velocidades de los ejes y representan el efecto τ_p que sobre la articulación i tiene el movimiento de los demás ejes.

Este esquema permite evaluar en qué condiciones puede considerarse al robot como a una serie de eslabones dinámicamente desacoplados (τ_p despreciable), de modo que el movimiento de uno de ellos no afecta a los demás.

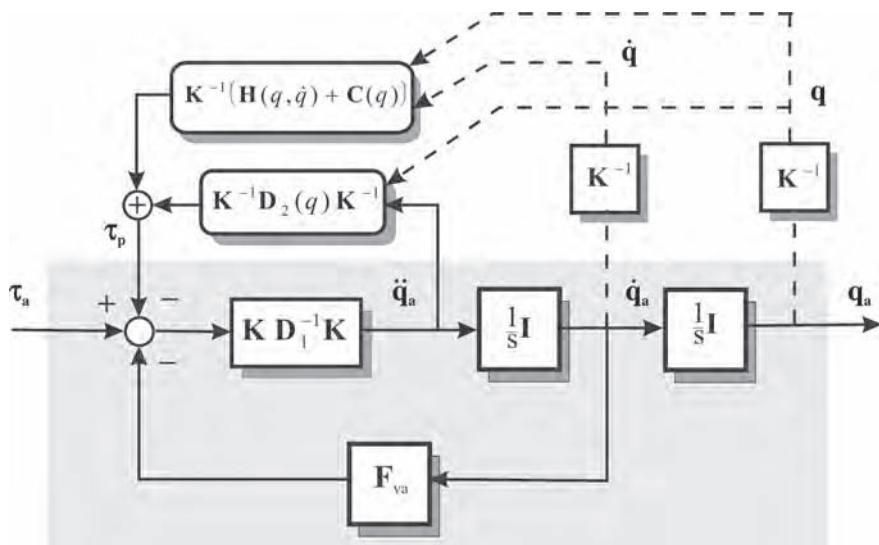


Figura 7.1. Diagrama de bloques que representa el comportamiento dinámico de una articulación.

Obsérvese que si los factores de reducción son elevados, esto es, si las velocidades del movimiento de los actuadores \dot{q}_a son notablemente mayores que las de las articulaciones \dot{q} , se tendrá que los elementos de la matriz diagonal \mathbf{K} serán muy superiores a la unidad, y consecuentemente \mathbf{K}^{-1} será una matriz diagonal de elementos de reducido valor. En este caso, el término τ_p puede llegar a ser despreciable frente al par τ_a y el par de rozamiento, permitiendo considerar que las articulaciones del robot están desacopladas. De este modo, un par motor en el actuador i tendrá efecto únicamente sobre el movimiento de la articulación i , siendo esta relación la correspondiente a una ecuación diferencial lineal de 2.^o orden (recuérdese que \mathbf{K} , \mathbf{D}_i y \mathbf{F}_{va} son matrices diagonales constantes). Por tanto, en estas condiciones, el diseño del regulador más adecuado para cada articulación i puede hacerse utilizando las técnicas más frecuentes de diseño (PID, prealimentación), cuyo objetivo es garantizar las especificaciones de funcionamiento aun ante perturbaciones o imprecisiones en el conocimiento de \mathbf{D}_i y \mathbf{F}_{va} .

Sin embargo, no debe pensarse que la introducción de un reductor de elevada relación es en general conveniente. Frente a las ventajas aportadas derivadas de la posible simplificación del modelo dinámico del robot, aparecen importantes inconvenientes, como son el considerable aumento del rozamiento viscoso y la introducción de holguras y elasticidades en la transmisión.

Como se señaló en el Capítulo 2, dedicado a la morfología del robot, existen en la actualidad algunos modelos de robots denominados de accionamiento directo, en los que se ha prescindido del uso de reductores ($\mathbf{K} = \mathbf{I}$). En ellos se consiguen mayores velocidades y precisiones a costa de una mayor complejidad en el diseño del sistema de control, derivado de no poder considerar τ_p despreciable.

EJEMPLO 7.1

Supóngase que el robot de 2 grados de libertad del Ejemplo 5.1 en configuración tumada, cuyos eslabones están representados en la Figura 7.2, está accionado a través de reductores de factor de reducción 100 (1 vuelta del eje suponen 100 vueltas del motor). Asimismo, supóngase que existe un par de rozamiento viscoso caracterizado por las constantes $f_{v1} = f_{v2} = 5 \text{ Nms/rad}$.

Al objeto de simplificar la notación respecto del Ejemplo 5.1 se expresará por T_a , la fuerza del actuador del segundo GDL (F_2 en el citado ejemplo) y por q_1 y q_2 los valores de las coordenadas articulares del primer y segundo grado de libertad (q_1 y d_2 respectivamente en el Ejemplo 5.1).

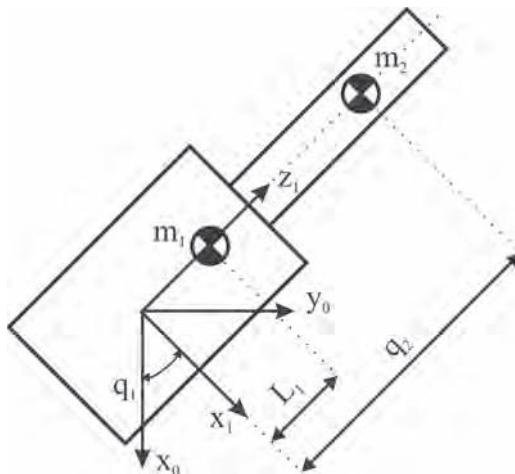


Figura 7.2. Eslabones del robot del Ejemplo 7.1.

Como dimensiones del robot se tomará: $m_1 = 10 \text{ kg}$, $m_2 = 1 \text{ kg}$, $L_1 = 0.1 \text{ m}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tal y como se obtuvo en el Ejemplo 5.1, el modelo dinámico del robot viene dado por:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} m_1 L_1^2 + m_2 q_2^2 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1 + q_2^2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 2q_2 m_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ -q_2 m_2 \dot{q}_1^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2q_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ -q_2 \dot{q}_1^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} m_1 g L_1 C_1 + m_2 g q_2 C_1 \\ m_2 g S_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 + q_2) 10 C_1 \\ 10 S_1 \end{bmatrix}$$

Por tanto se tendrá:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \mathbf{K}^{-1} \begin{bmatrix} q_{a1} \\ q_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10^{-2} q_{a1} \\ 10^{-2} q_{a2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_2 = \begin{bmatrix} q_2^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} \mathbf{D}_1^{-1} \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 10^5 & 0 \\ 0 & 10^4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}^{-1} \mathbf{D}_2 \mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} 10^{-4} q_2^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10^{-8} q_{a2}^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

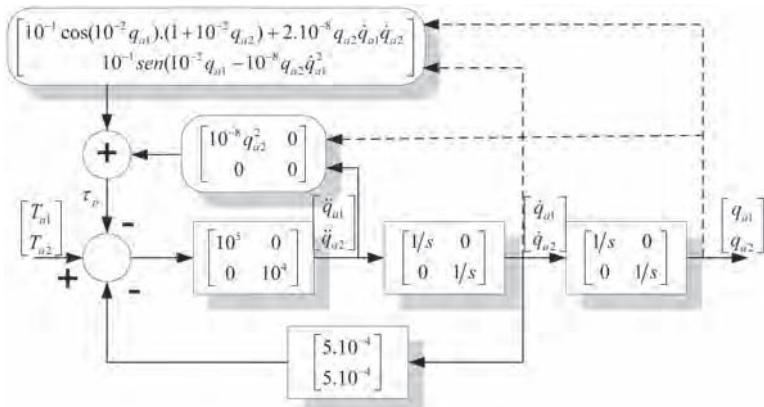


Figura 7.3. Diagrama de bloques del modelo dinámico del robot del Ejemplo 7.1.

$$\mathbf{K}^{-1}\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 10^{-2} q_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ -10^{-2} q_2 \theta \dot{q}_1^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 10^{-8} q_{a2} \dot{q}_{a1} \dot{q}_{a2} \\ -10^{-8} q_{a2} \dot{q}_{a1}^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}^{-1}\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 10^{-1} C_1 (1 + q_2) \\ 10^{-1} S_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10^{-1} \cos(10^{-2} q_{a1}) (1 + 10^{-2} q_{a2}) \\ 10^{-1} \sin(10^{-2} q_{a1}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_{va} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{F}_v\mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} 10^{-4} f_{v1} \\ 10^{-4} f_{v2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \cdot 10^{-4} \\ 5 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}$$

Con lo que la representación en forma de diagrama de bloques del modelo dinámico del robot quedará como en la Figura 7.3. Puede apreciarse cómo la aportación de par τ_p es significativamente pequeña, pudiendo ser despreciada.

7.1.2. Esquema general de control monoarticular

En casos como los expuestos en el epígrafe anterior, el control del robot puede ser tratado como el control de n ejes independientes, incluyendo en el par perturbador τ_p el efecto de los parámetros no constantes de la diagonal de la matriz \mathbf{D} , así como sus elementos no diagonales y los pares generados por la gravedad y movimientos relativos (matrices \mathbf{C} y \mathbf{H}). En estos casos y suponiendo el accionamiento de tipo eléctrico, se tendrá (véase Epígrafe 5.6.1) que el correspondiente diagrama de bloques de cada eje sería el mostrado en la Figura 7.4. Por claridad se prescinde de aquí en adelante del factor de reducción aplicado en el eje.

Los términos J y B son respectivamente la inercia y el rozamiento viscoso que debe vencer el actuador, incluyendo tanto los efectos del eslabón y la articulación como los del motor y la transmisión.

Como se indicó en el Epígrafe 5.6.1, en la práctica la calidad de los sistemas de accionamiento permite considerar a la relación entre la tensión de mando (u) y el par proporcionada

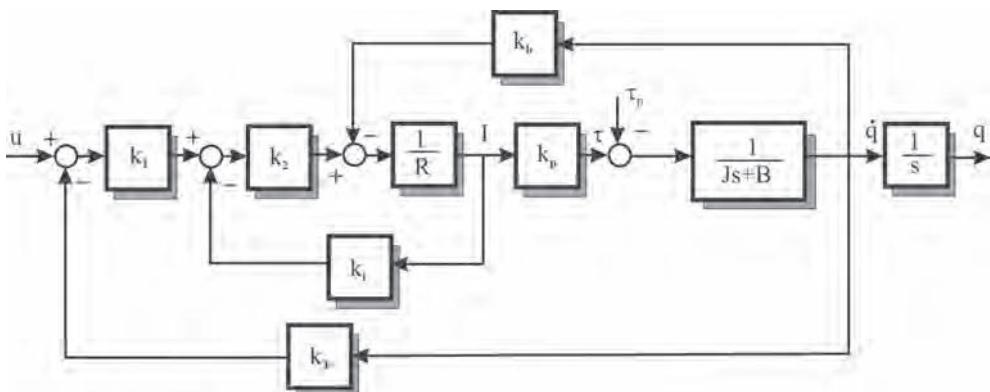


Figura 7.4. Diagrama de bloques de un accionamiento eléctrico.

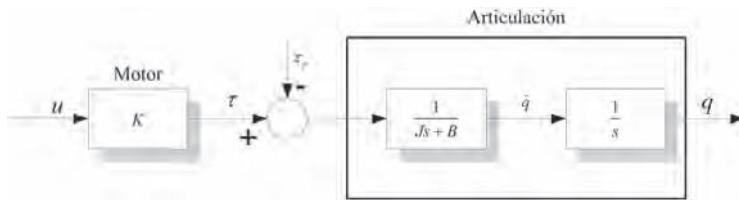


Figura 7.5. Diagrama de bloques de una articulación.

por el accionamiento (τ) constante, de modo que el diagrama de bloques de la Figura 7.4 puede simplificarse con se indica en la Figura 7.5.

El objetivo del control dinámico es generar, a partir de la especificación de la trayectoria deseada para la articulación (q_d), la tensión de mando u , tal que la evolución real de la articulación q se aproxima, tanto como se pueda a q_d . Para ello puede recurrirse a técnicas bien conocidas en la teoría de control.

En concreto, la Figura 7.6 representa un esquema de control que combina la realimentación y la pre-alimentación.

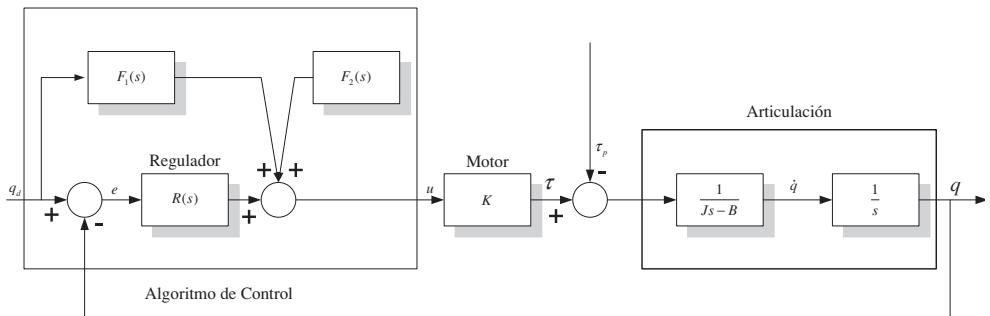


Figura 7.6. Esquema general de control monoarticular.

En él u es la tensión de mando proporcionada por el convertidor digital analógico del sistema de control; τ es el par disponible a la salida del motor-reductor; τ_p es el par perturbador y q_d y q son las trayectorias deseadas y real de la articulación respectivamente.

Los valores de los bloques F_1 , F_2 y R serán discutidas a continuación.

7.1.3. Control pre-alimentado por inversión del modelo

En el caso de que se considere $R(s)$ y $F_2(s)$ como nulas, se tendrá el esquema de control de la Figura 7.7.

En él se tiene que:

$$q(s) = \frac{1}{(Js + B)s} \left[KF_1(s)q_d(s) - \tau_p(s) \right] \quad [7.7]$$

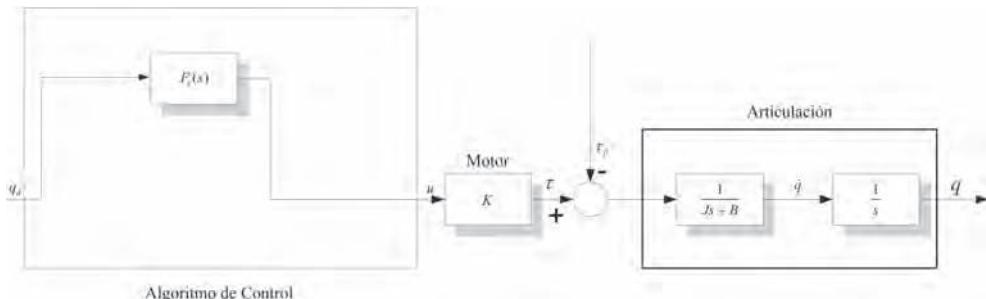


Figura 7.7. Esquema de control por prealimentación. (Feed-forward).

Escogiendo $F_1(s)$ como la inversa de la función de transferencia del modelo del sistema

$$F_1(s) = \frac{1}{K} (Js + B)s \quad [7.8]$$

Se tendrá que:

$$q(s) = q_d(s) - \frac{1}{(Js + B)s} \tau_p(s) \quad [7.9]$$

En esta expresión se observa que, en ausencia de perturbación τ_p , la trayectoria de la articulación del robot q coincide en todo momento y circunstancia con la trayectoria deseada q_d , situación ideal desde el punto de vista de los objetivos del control.

Ahora bien, esta coincidencia de $q(t)$ y $q_d(t)$ está condicionada a:

- El conocimiento preciso del modelo del motor y de la articulación (valores de K, J y B).
- La ausencia de perturbaciones τ_p

El conocimiento exacto de los valores de K, J y B no es por lo general posible, siendo preciso conformarse, a lo sumo, con disponer de valores aproximados, lo que impedirá la cancelación exacta de la dinámica del sistema y, por tanto, q y q_d no serán exactamente iguales.

Por su parte el término τ_p engloba tanto las perturbaciones externas del robot como los pares procedentes del acoplamiento del movimiento de los demás grados de libertad, cuyo valor no será nulo. Las consecuencias de este valor no nulo del par perturbador pueden ser inadmisibles, haciendo inviable el control en cadena abierta planteado con el uso exclusivo de la pre-alimentación.

Así por ejemplo, si τ_p toma forma de escalón unitario y asumiendo que se pretenda mantener inmóvil la articulación ($\Delta q_d(t) = 0$) se tendrá que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_p(s) = \frac{1}{s} \\ q_d(s) = 0 \\ q(s) = q_d(s) - \frac{1}{(Js + B)s} \tau_p(s) \end{array} \right. \quad [7.10]$$

Por lo que:

$$q(s) = -\frac{1/s}{(Js + B)s} \quad [7.11]$$

Que dará lugar a:

$$q(t) = \frac{J}{B^2} e^{-\frac{B}{J}t} - \frac{t}{B} - \frac{J}{B^2} \quad [7.12]$$

Mostrando que $q(t)$ evolucionará continuamente (termino $-t/B$) como consecuencia de τ_p , a pesar que se pretenda que permanezca inmóvil. Por tanto, si bien en condiciones ideales (dinámica plenamente conocida y ausencia de perturbaciones) el control en cadena abierta, mediante la prealimentación de la función inversa del modelo, consigue resultados excelentes ($q = q_d$) en la práctica por sí solo no es viable.

Los problemas derivados del desconocimiento preciso del modelo y de la aparición de perturbaciones pueden ser resueltos adecuadamente por el control por realimentación que será la próxima alternativa a considerar.

Hay que hacer notar que una dificultad habitual al tratar de aplicar una prealimentación con inversión del modelo, radica en la necesidad de utilizar una función de transferencia con más ceros que polos, lo que corresponde a un sistema no causal y por ello no realizable. Sin embargo, este inconveniente queda soslayado en este caso, pues la pre-alimentación dispone de los valores de \ddot{q} y \dot{q} (términos correspondientes a $s^2 q_d(s)$ y $s q_d(s)$ respectivamente), proporcionados directamente por el control cinemático, sin precisar de la derivación de la referencia q_d .

7.1.4. Control Realimentado

Considerando en el esquema general de control (Figura 7.6) que $F_1(s)$ y $F_2(s)$ no existen, se tendrá que el esquema de control toma la forma de la Figura 7.8.

En el que se tiene que:

$$q(s) = \frac{1}{(Js + B)s + KR(s)} (KR(s)q_d(s) - \tau_p(s)) \quad [7.13]$$

Algunas consideraciones simples, basadas en la teoría de control, llevan a que dado, que la función de transferencia de la articulación a controlar tiene un polo en $s = 0$ (sistema

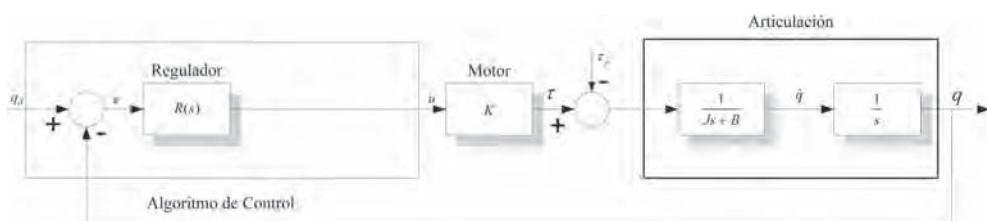


Figura 7.8. Esquema de control realimentado.

de tipo 1), no presentará por sí mismo error en régimen permanente ante una entrada escalón en la referencia q_d . Ahora bien, sí que lo presentará ante una perturbación τ_p en escalón, siendo preciso para evitarlo añadir acción integral en el regulador $R(s)$.

Efectivamente, en el supuesto de que no exista perturbación τ_p y que la referencia q_d tome el valor de un escalón unitario se tendrá:

$$q(s) = \frac{KR(s)}{(Js + B)s + KR(s)} \cdot \frac{1}{s} \quad [7.14]$$

Que suponiendo que el sistema sea estable, $R(s)$ no nulo, y aplicando el teorema del valor final, da como resultado que el valor de q cuando el tiempo crece lo suficiente es:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta q(t) = \Delta q(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sq(s) = 1 \quad [7.15]$$

Es decir, la articulación, pasado un tiempo suficientemente grande, incrementa su posición en 1 unidad, tal y como era solicitado por la referencia, siendo, por tanto, el error ante la entrada del escalón de q_d (error de posición) nulo (véase Figura 7.9).

Si por el contrario, no se cambia la referencia q_d pero aparece una perturbación τ_p en forma de escalón unitario, se tendrá que:

$$q(s) = \frac{-\tau_p}{(Js + B)s + KR(s)} = \frac{-1/s}{Js^2 + Bs + KR(s)} \quad [7.16]$$

En este caso, el valor final de $q(t)$, suponiendo al sistema estable, dependerá del tipo de regulador $R(s)$ utilizado.

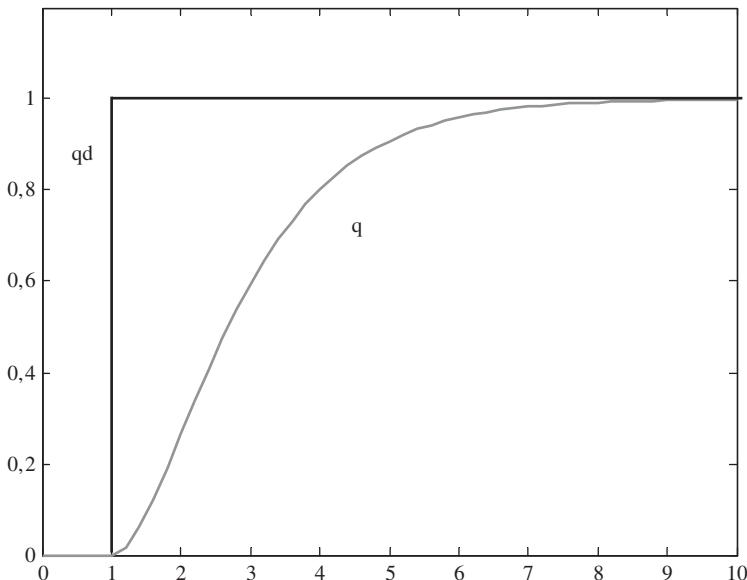


Figura 7.9. Respuesta de la articulación ante q_d escalón con $R(s)$ no nulo.

Así, si $R(s)$ es un regulador proporcional

$$R(s) = K_p \quad [7.17]$$

Se tendrá que:

$$\Delta q(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s q(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{-1/s}{Js^2 + Bs + K \cdot K_p} = -\frac{1}{K \cdot K_p} \quad [7.18]$$

Mientras que si $R(s)$ toma la forma de un regulador PI

$$R(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \quad [7.19]$$

$$\Delta q(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{-1/s}{Js^2 + Bs + K \left(K_p + \frac{K_i}{s} \right)} = 0 \quad [7.20]$$

Es decir, una perturbación de tipo escalón origina que, a pesar de que se pretenda que la articulación no se mueve ($q_d(s) = 0$), ésta se moverá hasta un nuevo valor si $R(s)$ es un regulador proporcional (Figura 7.10a) o recuperará su posición inicial, si $R(s)$ es proporcional integral (Figura 7.10b).

El lector familiarizado con los fundamentos de la teoría de control deducirá fácilmente que, en caso que la referencia q_d varíe a velocidad constante (entrada en rampa) y en ausencia de perturbaciones ($\tau_p = 0$), con un regulador proporcional ($R(s) = K_p$) la salida q seguirá a la referencia, moviéndose a la misma velocidad, pero con un cierto retardo de valor constante, siendo preciso usar un regulador de tipo PI ($R(s) = K_p + K_i/s$) para que la salida q siga perfectamente a la referencia q_d .

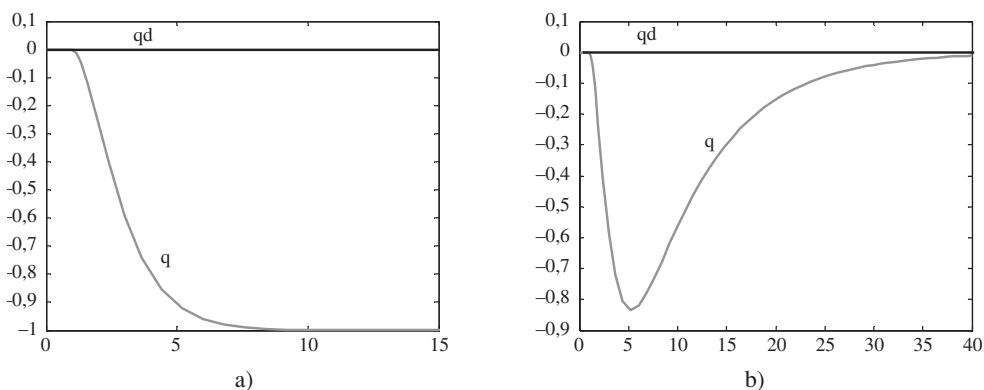


Figura 7.10. Respuesta a perturbación t_p escalón con (a) Regulador P, (b) Regulador PI.

En consecuencia, el uso de la realimentación, si bien no consigue igualar la salida $q(t)$ con la referencia $q_d(t)$ en todo instante de tiempo, como en condiciones ideales conseguía la pre-alimentación, si que logra que pasado un cierto tiempo (régimen permanente) ambas coincidan, bastando para ello, en caso de q_d escalón, con el uso de un regulador proporcional.

Más aún, mientras el control por pre-alimentación era incapaz de actuar ante una perturbación, resultando que la articulación se movería sin control, el control realimentado ante una perturbación en escalón, es capaz de parar el movimiento con el uso un regulador proporcional e incluso de acabar compensando el efecto de aquélla, si se utiliza regulador proporcional integral.

Dado que las perturbaciones siempre estarán presentes, al menos como efecto del resto de las articulaciones y puesto que no es admisible un error en el posicionamiento del robot, cabe concluir la necesidad de usar un regulador de tipo proporcional integral para el control de la articulación. Sin embargo, tal y como se verá en la Sección 7.1.6. la acción integral tiene efectos negativos que deberán ser considerados llevando a optar por otro tipo de solución.

7.1.5. Control Prealimentado + Realimentado

Como se ha visto en los apartados anteriores, el control pre-alimentado presenta características inmejorables en condiciones ideales (perfecto conocimiento en todo instante del modelo y ausencia de perturbaciones) pero es incapaz de trabajar correctamente cuando éstas no se dan.

Por su parte, el control realimentado no llega al comportamiento ideal del pre-alimentado, consiguiendo que la salida q iguale a la referencia q_d sólo pasado un cierto tiempo (régimen permanente) y no desde el primer momento como el pre-alimentado. Sin embargo al contrario que aquél, es robusto, consiguiendo a la salida al valor deseado, incluso cuando no se conoce perfectamente la dinámica del sistema o cuando se presentan ciertas perturbaciones.

Cabe pues considerar la posibilidad de combinar el efecto de ambos modos de control, de modo que ante las condiciones ideales de conocimiento perfecto de la dinámica y ausencia de perturbaciones q y q_d sean iguales en todo momento, mientras que en caso de no darse estas circunstancias, el sistema siga controlado, llegando a igualar el valor real de la referencia pasado cierto tiempo.

La combinación de ambos modos de control (Figura 7.11) consigue este efecto.

Al usar este control (que se denominará PID + FF) se tiene que:

$$q(s) = q_d(s) - \frac{1}{(J_s + B)s + KR(s)} \tau_p \quad [7.21]$$

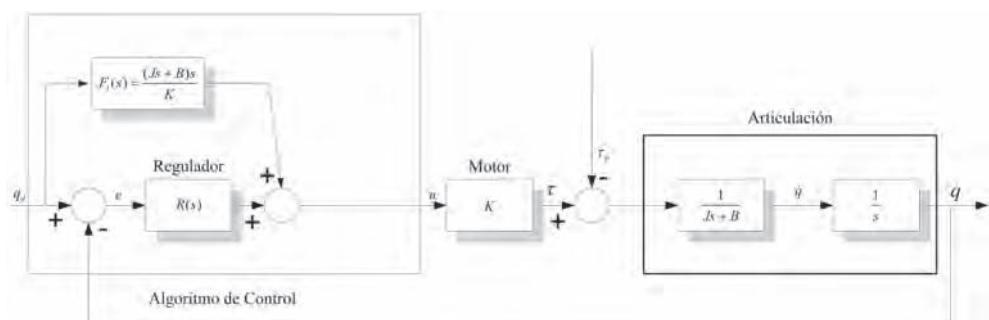


Figura 7.11. Control pre-alimentado + realimentado.

De modo que si no hay perturbación q y q_d coincidirán, mientras que si q_d no cambia pero hay perturbación τ_p en forma de escalón unitario, se tendrá que:

$$q(s) = -\frac{1/s}{(Js + B)s + KR(s)} \quad [7.22]$$

Expresión coincidente con la Ecuación [7.18] siendo, por tanto, aplicable todo lo indicado en esa ocasión.

7.1.6. Control con Compensación de Gravedad

Tal y como se ha visto la acción integral es necesaria para poder compensar el efecto de una perturbación. Su empleo consigue que, tras un primer momento en que la aparición del escalón de perturbación origina que la articulación se separe de su posición de reposo, el regulador PI genere la acción de control necesaria para compensar la perturbación, haciendo retornar a la articulación a la posición inicial.

Sin embargo, el uso de la acción integral tiende a empeorar la respuesta dinámica, lo que junto a otros efectos negativos, que serán examinados en el Epígrafe 7.4.2, hace conveniente el considerar métodos alternativos para tratar de anular el error producido por las posibles perturbaciones τ_p , distintas del uso de la acción integral.

Como se observa en la Figura 7.1 en régimen permanente (es decir con $\dot{q}_a = \ddot{q} = 0$) la perturbación τ_p generada por las demás articulaciones, depende sólo del término de gravedad, matriz $C(q)$ (y, en caso de existir, de las perturbaciones externas al robot). Este resultado puede resultar evidente pues, con todas las articulaciones del robot en reposo, no hay posibles efectos debidos a la inercia, Coriolis o rozamiento y, por tanto, el único efecto que sobre una articulación ejercen las demás, son las fuerzas y pares originadas por la gravedad.

El control con compensación de gravedad obtiene partido de este hecho, sustituyendo la acción integral para compensar el efecto de τ_p cuando las articulaciones alcanzan su posición final (régimen permanente), por una estimación del par de gravedad y la compensación del mismo.

En concreto y recurriendo al esquema general de control de la Figura 7.6, si en él se considera que $F_2(s)$ aporta el valor de $\frac{C(q)}{K}$, evaluado a partir de q , y por su parte $F_1(s)$ y $R(s)$ responden respectivamente a una prealimentación como la indicada en 7.1.3 y a un regulador PD (sin acción integral) se tendrá que el esquema de control tomará la forma de la Figura 7.12:

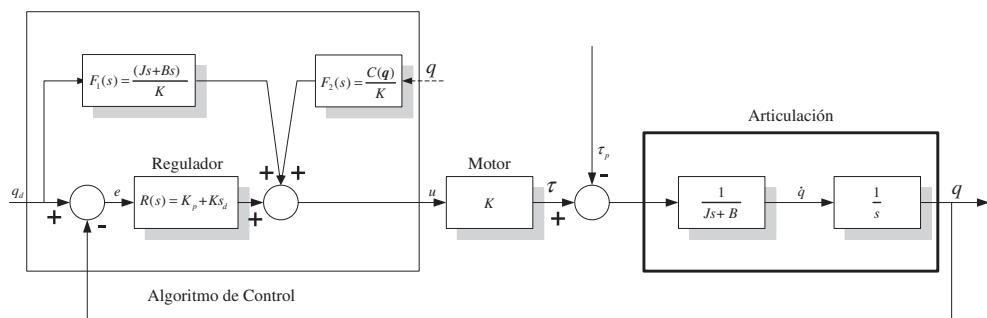


Figura 7.12. Control PD + FF + G.

Donde el bloque F_2 proporciona la tensión con que se debe alimentar el motor para que compense el par de gravedad para la articulación considerada, en base a la posición de todas las articulaciones (\mathbf{q}).

De este modo se tiene que:

$$q(s) = q_d(s) - \frac{1}{(Js + B)s + KR(s)}(\tau_p - C(\mathbf{q})) \quad [7.23]$$

Suponiendo que se pretenda que el robot se encuentre parado, es decir $\Delta q_d = \dot{q}_d = \ddot{q}_d = 0$ se tendrá que:

$$\begin{aligned} q_d(s) &= 0 \\ q(s) &= -\frac{1}{(Js + B)s + KR(s)}(\tau_p - C(\mathbf{q})) \end{aligned} \quad [7.24]$$

Y siendo el sistema estable:

$$\Delta q(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sq(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \cdot (C(\mathbf{q}) - \tau_p(s))}{(Js + B)s + KR(s)} \quad [7.25]$$

Y como en régimen permanente τ_p sólo viene dado por los efectos de la gravedad se tendrá que:

$$\Delta q(\infty) = 0 \quad [7.26]$$

Resultando que $\Delta q(\infty) = 0$, independientemente de que el regulador $R(s)$ no tenga acción integral.

Por tanto, el efecto en régimen permanente de la acción integral sobre el error ante perturbación, puede ser sustituido por la prealimentación del término $\frac{C(\mathbf{q})}{K}$ obtenido a partir del par de gravedad originado sobre una articulación por el resto.

7.2. CONTROL MULTIARCULAR

La consideración de que cada articulación no se ve afectada más que por sus propias características dinámicas, siendo el efecto de las demás (representado por el par perturbador τ_e) poco significativo, no es siempre aceptable.

Frente a las técnicas basadas en el supuesto desacoplamiento de las articulaciones, las técnicas de control acoplado contemplan el modelo dinámico real del robot, haciendo uso del conocimiento del mismo para tratar de desacoplar el sistema.

7.2.1. Desacoplamiento por inversión del modelo

Considerando una vez más el modelo dinámico del robot definido en la Ecuación [7.1] y admitiendo la presencia de posibles pares externos a robot (τ_e) se tendrá que:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{D}(q)\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(q, \dot{q}) + \mathbf{C}(q) + \mathbf{F}_v \dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\tau}_e \quad [7.27]$$

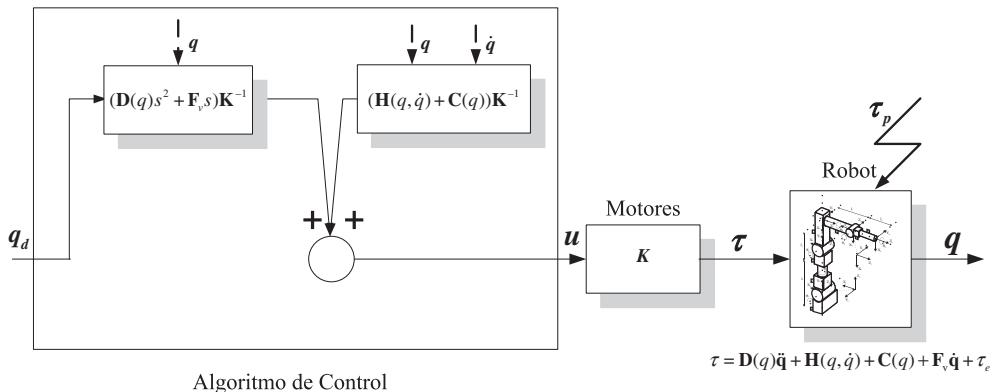


Figura 7.13. Desacoplamiento por inversión del modelo.

La técnica de desacoplamiento por inversión del modelo es conceptualmente equivalente al control prealimentado con el modelo inverso, examinando para el caso monoarticular en 7.1.3.

Igual que entonces, el modelo del sistema se cancela (y, por tanto, el sistema se desacopla) prealimentado con el modelo inverso. Si en el caso monoarticular éste venía dado por la constante de par del motor K , la inercia J y el rozamiento viscoso B de la propia articulación, en el caso multiarticular habrá que considerar la matriz diagonal de constantes de los motores, la matriz de inercias $\mathbf{D}(q)$, la matriz de fuerzas de Coriolis $\mathbf{H}(q, \dot{q})$, la matriz de gravedad $\mathbf{C}(q)$ y la matriz de rozamiento viscoso \mathbf{F}_v . De modo que el esquema de desacoplamiento por inversión del modelo tomará la forma de la Figura 7.13. Debe prestarse atención a la no comutatividad de los productos matriciales que se manejan en el caso multiarticular.

Obsérvese en ésta, la similitud del término que se prealimenta:

$$(\mathbf{D}(q)\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{F}_v\dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{H}(q, \dot{q}) + \mathbf{C}(q))\mathbf{K}^{-1}$$

con la prealimentación que aparece en la Figura 7.12

En este término el modelo definido por \mathbf{K} , $\mathbf{D}(q)$, $\mathbf{H}(q, \dot{q})$, $\mathbf{C}(q)$ y \mathbf{F}_v debe ser calculado para la situación instantánea del robot (en base a las lecturas de \mathbf{q} y $\dot{\mathbf{q}}$ procedentes de los sensores) y ser utilizado junto a la trayectoria deseada para obtener la tensión de mando \mathbf{u} a los motores. Se consigue así que:

$$\mathbf{r} = \left[(\mathbf{D}(q)s^2 + \mathbf{F}_v s) \mathbf{K}^{-1} \mathbf{q}_d + (\mathbf{H}(q, \dot{q}) + \mathbf{C}(q)) \mathbf{K}^{-1} \right] \mathbf{K} \quad [7.28]$$

Y como el modelo dinámico establece que:

$$\tau = \mathbf{D}(q)\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(q, \dot{q}) + \mathbf{C}(q) + \mathbf{F}_v\dot{\mathbf{q}} + \tau_e \quad [7.29]$$

Se tendrá que:

$$\begin{aligned} (\mathbf{D}(q)s^2 + \mathbf{F}_v s)\mathbf{q}_d &= (\mathbf{D}(q)s^2 + \mathbf{F}_v s)\mathbf{q} + \tau_e \Rightarrow \\ \mathbf{q} &= \mathbf{q}_d - \frac{1}{(\mathbf{D}(q)s + \mathbf{F}_v)s} \tau_e \end{aligned} \quad [7.30]$$

Obsérvese la similitud de esta Expresión con la [7.9]. Como en ese caso, en ausencia de perturbación externa (τ_p), la trayectoria real q y la deseada q_d coinciden, quedando evidentemente el modelo desacoplado.

7.2.2. Control PID con prealimentación

Una vez conseguido independizar dinámicamente el movimiento de las articulaciones del robot, cabe aplicar cualquiera de las técnicas de control presentadas en 7.1 para el caso de ejes independientes. En concreto, la presencia de perturbaciones τ_e aleatorias no modeladas, e incluso las discrepancias entre los valores reales y los estimados en las matrices \mathbf{D} , \mathbf{H} y \mathbf{C} , pueden ser en cierta medida compensados con el clásico esquema de control PID.

En el diagrama de bloques de la Figura 7.14, todas las variables son vectores de dimensión n y el bloque $\mathbf{R}(s)$ es una matriz diagonal ($n \times n$) de reguladores tipo PID:

$$\mathbf{R}(s) = \begin{bmatrix} k_{p1} + \frac{k_{i1}}{s} + k_{d1}s & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & k_{p2} + \frac{k_{i2}}{s} + k_{d2}s & \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & k_{pn} + \frac{k_{in}}{s} + k_{dn}s \end{bmatrix} \quad [7.31]$$

Este diagrama se obtiene a partir del mostrado en la Figura 7.13 añadiendo un bucle PID. En él se verifica:

$$\boldsymbol{\tau} = (\mathbf{D}(q)s^2 + \mathbf{F}_v s)\mathbf{q}_d + (\mathbf{H}(q, \dot{q}) + \mathbf{C}(q)) + \mathbf{R}(s) \cdot \mathbf{K}(\mathbf{q}_d - \mathbf{q}) \quad [7.32]$$

Además el modelo dinámico del robot establece que:

$$\boldsymbol{\tau} = (\mathbf{D}(q)s^2 + \mathbf{F}_v s)\mathbf{q} + \mathbf{H}(q, \dot{q}) + \mathbf{C}(q) + \boldsymbol{\tau}_e \quad [7.33]$$

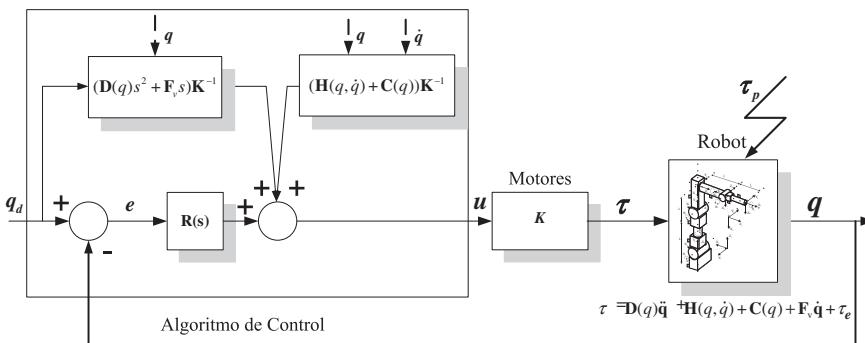


Figura 7.14. Esquema de algoritmo de control basado en PID y prealimentación sobre el sistema desacoplado.

Igualando ambas expresiones se tiene que:

$$\begin{aligned} (\mathbf{D}(q)s^2 + \mathbf{F}_v s + \mathbf{R}(s) \cdot \mathbf{K}) \mathbf{q}_d &= (\mathbf{D}(q)s^2 + \mathbf{F}_v s + \mathbf{R}(s) \cdot \mathbf{K}) \mathbf{q} + \boldsymbol{\tau}_e \Rightarrow \\ \mathbf{q} &= \mathbf{q}_d - [\mathbf{D}(q)s^2 + \mathbf{F}_v s + \mathbf{R}(s) \cdot \mathbf{K}]^{-1} \cdot \boldsymbol{\tau}_e \end{aligned} \quad [7.34]$$

Expresión que pone de manifiesto que la utilización de reguladores PID y prealimentación invirtiendo el modelo da lugar a que:

1. En ausencia de perturbación ($\boldsymbol{\tau}_e = 0$) $\Rightarrow \mathbf{q}(t) = \mathbf{q}_d(t)$

$$\begin{aligned} 2. \text{ Ante perturbaciones en forma de escalón unitario en todas las articulaciones } \boldsymbol{\tau}_e &= \begin{bmatrix} \frac{1}{s} \\ \dots \\ \frac{1}{s} \end{bmatrix} \\ \text{sin variar } \mathbf{q}_d \text{ se tendrá que en régimen permanente:} \end{aligned}$$

$$\Delta \mathbf{q}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot [\mathbf{D}(q)s^2 + \mathbf{F}_v s + \mathbf{R}(s) \cdot \mathbf{K}]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{s} \\ \dots \\ \frac{1}{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \quad [7.35]$$

Puesto que:

$$\mathbf{R}^{-1}(s) = s \begin{bmatrix} \frac{1}{k_{p1}s + k_{i1} + k_{d1}s^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{k_{p2}s + k_{i2} + k_{d2}s^2} & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{k_{pn}s + k_{in} + k_{dn}s^2} \end{bmatrix} \quad [7.36]$$

y \mathbf{K} es la matriz diagonal de constantes de par de los motores.

El algoritmo de control debe de evaluar, por tanto, la tensión de mando del motor de acuerdo a la expresión (véase Figura 7.14).

$$\mathbf{u} = \left[(\mathbf{D}(q)s^2 + \mathbf{F}_v s) \mathbf{q}_d + \mathbf{H}(q, \dot{q}) + \mathbf{C}(q) \right] \mathbf{K}^{-1} + \mathbf{R}(s) \cdot \boldsymbol{\epsilon} \quad [7.37]$$

Siendo ésta la denominada **ley de control** que establece el cálculo del par que debe realizar la unidad de control para fijar las consignas de par de los actuadores.

La evaluación en tiempo real de la Expresión [7.37] puede ser excesivamente costosa. En ocasiones, y considerando que las velocidades \dot{q} de las articulaciones no son muy elevadas (del orden de una vuelta por segundo) puede simplificarse su cálculo, despreciando el efecto de las matrices $\mathbf{H}(q, \dot{q})$ y \mathbf{F}_v , siendo sólo preciso evaluar $\mathbf{D}(q)$ y $\mathbf{C}(q)$.

La Expresión [7.37] es el caso general de control por **par calculado** y según se consideren o no ciertos términos, se tendrán diferentes casos particulares.

7.3. CONTROL ADAPTATIVO

Como se ha visto en el epígrafe anterior, si se conoce perfectamente el modelo dinámico del robot, es posible utilizar la técnica de desacoplamiento por inversión del modelo para, en ausencia de perturbación, conseguir que la trayectoria real coincida exactamente con la deseada.

Sin embargo, en la práctica esta técnica tiene una aplicación limitada, bien porque los parámetros que definen el modelo (ineracias, rozamientos, etc.) no son conocidos con precisión, o bien porque el cálculo continuo en tiempo real del modelo inverso es excesivamente lento.

La técnica del **control adaptativo** se puede aplicar con buenos resultados en aquellas ocasiones en las que el modelo, aun siendo conocido, cambia continuamente por variar las condiciones de funcionamiento. La idea básica del control adaptativo es modificar en tiempo real los parámetros que definen el regulador (PID por ejemplo) de acuerdo al comportamiento instantáneo del sistema [RODRIGUEZ-96].

En el caso de un robot, es evidente que el comportamiento del sistema y, por tanto, el modelo del mismo, cambia con los valores de sus variables articulares y con la carga que transporta. De este modo, supuesto que se hubiese ajustado adecuadamente un controlador para unas condiciones determinadas de localización del robot y carga manipulada, este ajuste no sería válido cuando alguna de estas condiciones cambiase.

Muchos robots industriales tienen un único controlador, ajustado para unas condiciones intermedias de funcionamiento y asegurando que los movimientos del robot se mantienen estables en otras condiciones, aunque con su calidad disminuida (tiempo de establecimiento, oscilación, precisión, etc.). La utilización de la técnica de control adaptativo permite reajustar los parámetros del regulador cada vez que el comportamiento del robot se modifique, de modo que los movimientos de éste se aproximen siempre a las especificaciones deseadas.

Existen diferentes esquemas de control que entran dentro del concepto de control adaptativo. En todos ellos se utilizan procedimientos de identificación de los parámetros del modelo del sistema y algoritmos de cálculo de los parámetros del regulador.

El **control por planificación de ganancias** puede ser considerado como un caso simple de control adaptativo, en el que un número determinado de reguladores están precalculados para diferentes condiciones de funcionamiento. Según se detecta que éstas se modifican, se comuta de un regulador a otro.

El **control adaptativo con modelo de referencia** realiza una comparación en línea entre el comportamiento del sistema real y el deseado. El error entre ambos comportamientos se utiliza para modificar los parámetros del regulador.

El **control adaptativo autoajustable** identifica continuamente el modelo del sistema y utiliza algún algoritmo de diseño para ajustar los parámetros del regulador. Como caso particular de éste se comentará el control de par calculado adaptativo.

7.3.1. Control adaptativo por planificación de ganancias (GS)

En el método de planificación de ganancias, una vez seleccionado el tipo de control a utilizar (por ejemplo PID con prealimentación de aceleración independiente por cada eje), se ajustan los parámetros del mismo para un número determinado de condiciones de funcionamiento.

Las variables que hacen que estas condiciones de funcionamiento se modifiquen son la carga que manipula el robot y los valores de las coordenadas articulares. Durante el funcionamiento, los valores de las coordenadas articulares son conocidas por la unidad de control

del robot (ya sean las deseadas, generadas por el control cinemático, o las reales, obtenidas por los captadores de posición). Asimismo, la carga puede ser conocida, bien porque el programa del robot incluya instrucciones que permitan la especificación de la misma, bien porque el extremo del robot cuente con un sensor adecuado o bien porque se incluyan algoritmos que permitan calcular la carga a través del comportamiento de magnitudes físicas del sistema (intensidad de accionamientos eléctricos, presión diferencial en hidráulicos, etc.) [PAUL-81].

Con estos datos, el algoritmo de planificación de ganancias hace uso de una tabla en la que están especificados los parámetros de los reguladores a utilizar para cada uno de los grados de libertad. En el caso de que el punto de funcionamiento no coincida exactamente con las entradas a la tabla, puede utilizarse alguna técnica de interpolación.

Debe considerarse que en el caso general de un robot de 6 grados de libertad se tendría hasta 7 variables a ir modificando para establecer las diferentes condiciones de trabajo. Esto puede dar lugar a un número excesivo de puntos de funcionamiento y, por tanto, de reguladores distintos. Así, suponiendo que cada grado de libertad tuviese un recorrido de 180° , discretizados en intervalos de 15° , y que la carga variase de 0 a 50 kg, discretizándose en intervalos de 5 kg, se tendría que el número de puntos de funcionamiento distintos a considerar sería:

$$\frac{50}{5} \cdot \left(\frac{180}{15} \right)^6 = 2.985894 \cdot 10^7$$

A la vista de este resultado se concluye que no es posible realizar la citada discretización. Para disminuir el número de modelos diferentes puede comenzarse por hacer las siguientes consideraciones:

1. Los movimientos de los últimos 3 grados de libertad, destinados a orientar el extremo del robot, suponen pequeñas variaciones en la dinámica del mismo, por cuanto las longitudes de las correspondientes articulaciones (parámetro d en los parámetros D-H) son reducidas.
2. En muchos robots, como es el caso de los articulares, el valor del primer grado de libertad está en un plano perpendicular a los demás. Eso origina que el efecto de su movimiento sobre los demás sea mínimo, especialmente si las velocidades de movimiento no son elevadas.

Además, un adecuado estudio del robot permite combinar los ejes para disminuir el número de entradas a la tabla. Así, en el robot articular de la Figura 7.15, la dinámica del eje 1 se ve afectada por una función de la masa reducida M_1 (de los eslabones 2, 3 y masa manipulada M) y de la distancia d_1 de la masa reducida al eje de giro del grado de libertad 1, cuyo valor es:

$$d_1 = l_2 \cos q_2 + l_3 \cos(q_2 + q_3)$$

reduciéndose así el número de entradas a la tabla.

Del mismo modo, el eje 3 por ejemplo, vería afectada su dinámica por una función de la masa reducida M_3 (del eslabón 3 y masa manipulada M) y de la distancia d_3 de ésta al eje de giro del grado de libertad, reduciéndose del mismo modo el número de entradas a la tabla. (Consideraciones similares pueden hacerse sobre los demás ejes.)

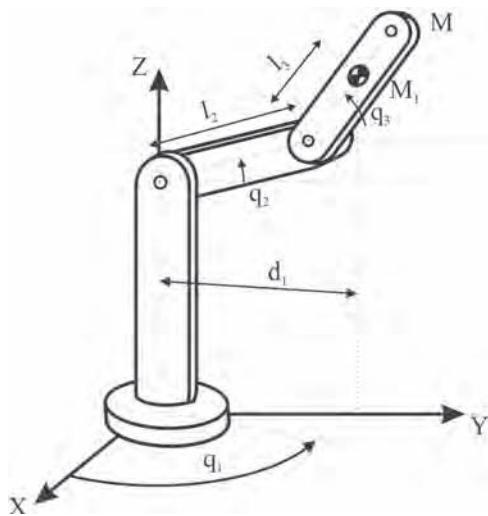


Figura 7.15. Robot articulado de 3 grados de libertad.

Un segundo problema a considerar en la utilización de un control por planificación de ganancias es, que si bien para los puntos de funcionamiento deseado se tiene asegurado la estabilidad y buen funcionamiento del sistema (con estas premisas se ha diseñado el regulador), para puntos intermedios, distintos de los considerados, no está garantizada ni siquiera la estabilidad.

Este problema puede ser tratado de manera teórica con técnicas similares a las utilizadas en control robusto [ASTRÖM-95], o bien de manera más práctica realizando un número amplio de pruebas en diferentes condiciones de funcionamiento.

La Figura 7.16 representa el esquema de funcionamiento de un control monoarticular con algoritmo PID y prealimentación de aceleración usando una planificación de ganancias. Téngase en cuenta que la determinación de los parámetros k_a , k_p , k_i , k_d debe realizarse para cada uno de los grados de libertad sobre los que se desee reajustar el regulador.

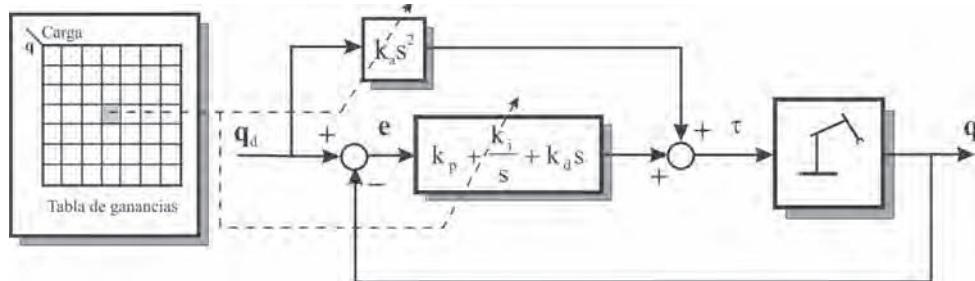


Figura 7.16. Control monoarticular con planificación de ganancias.

7.3.2. Control adaptativo con modelo de referencia (MRAC)

En este tipo de control adaptativo se parte de un comportamiento ideal del sistema, definido por un modelo de referencia (la elección del mismo no es trivial). La diferencia instantánea entre el comportamiento real del robot \mathbf{q} y el modelo deseado \mathbf{q}' se utiliza para calcular los parámetros del controlador utilizado.

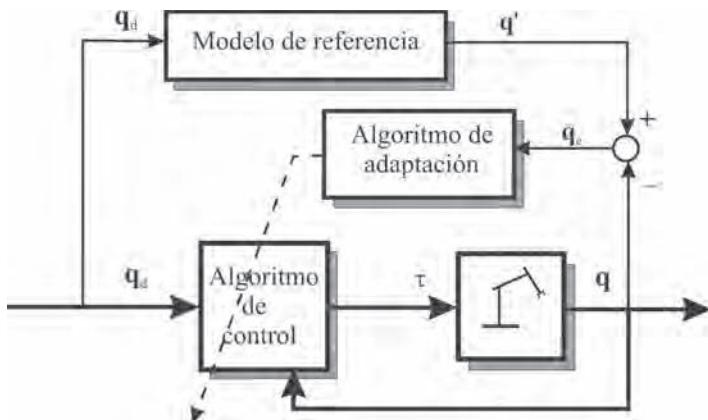


Figura 7.17. Funcionamiento de un controlador MRAC.

La Figura 7.17 representa el funcionamiento de un controlador MRAC. Junto con el bucle de control normal, dibujado en trazo grueso, aparecen otros bloques que componen el control adaptativo. El algoritmo de control puede ser cualquiera de los presentados en las secciones anteriores. Así, el algoritmo de adaptación podría calcular los parámetros del control PID para cada punto de funcionamiento.

La principal dificultad en la implantación de este tipo de control radica en la elección del algoritmo de adaptación que asegure la estabilidad y correcto funcionamiento del sistema. Normalmente, este algoritmo utiliza técnicas como la del gradiente o del descenso más profundo [GASTINEL-75] para minimizar el error q_e entre el comportamiento del sistema real y del modelo de referencia.

De nuevo, el análisis teórico de la citada estabilidad es complejo, por lo que en la práctica es frecuente conformarse con una comprobación experimental del comportamiento del sistema. Estudios más detallados sobre el control adaptativo con un modelo de referencia y su aplicación para robots, pueden encontrarse en [ASTRÖM-89], [CRAIG-88] y [KOIVO-83].

7.3.3. Control por par calculado adaptativo

En el Epígrafe 7.2 se examinó la técnica de desacoplamiento por inversión del modelo, en el cual el conocimiento de las matrices \mathbf{K} , \mathbf{D} , \mathbf{F}_v , \mathbf{H} y \mathbf{C} del modelo dinámico del robot permitían aplicar la ley de control de la forma [7.38]

$$\mathbf{u} = \left[(\mathbf{D}(q)s^2 + \mathbf{F}_v s)\mathbf{q}_d + \mathbf{H}(q, \dot{q}) + \mathbf{C}(q) \right] \mathbf{K}^{-1} + \mathbf{R}(s) + \mathbf{e} \quad [7.38]$$

Consiguiéndose que la evolución de las articulaciones respondiera a [7.39].

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_d - \left[\mathbf{D}(q)s^2 + \mathbf{F}_v s + \mathbf{K} \cdot \mathbf{R}(s) \right]^{-1} \cdot \mathbf{\tau}_e \quad [7.39]$$

Esto es, en ausencia de perturbaciones, coincidían la trayectoria deseada \mathbf{q}_d y la real \mathbf{q} . Y en presencia de perturbaciones de tipo escalón, el error ($\mathbf{e} = \mathbf{q}_d - \mathbf{q}$) tendería a cero.

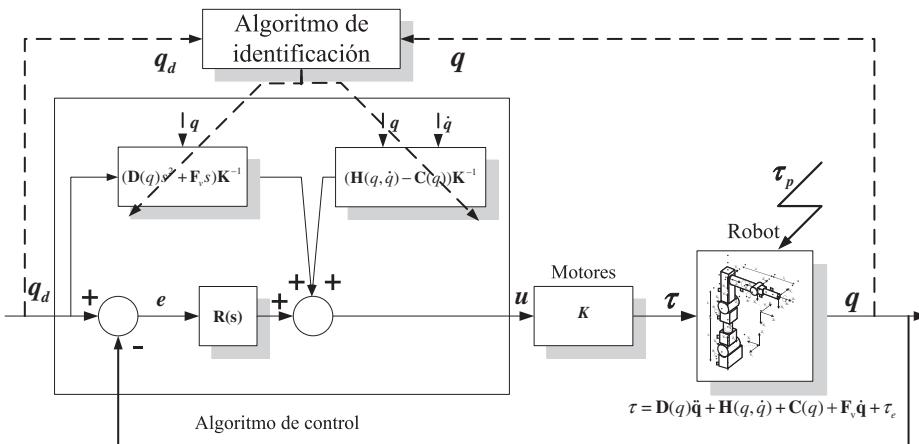


Figura 7.18. Esquema de control por par calculado adaptativo.

Los problemas de este método surgen por una parte de la dificultad de calcular en tiempo real la Expresión [7.38] del par y por otra parte, del difícil conocimiento preciso del modelo dinámico del robot (matrices K , D y F_v , H y C), que además de variar con la localización q del robot, depende de ciertos parámetros, como masas, inercias o rozamientos, de difícil obtención.

El calculado adaptativo trata de resolver este problema con una identificación paramétrica en línea de las matrices D y F_v , H y C . De este modo, el esquema de control presentado en la Figura 7.14 se convertirá en el de la Figura 7.18. De nuevo, las dificultades aparecen a la hora de asegurar la estabilidad del sistema y de su implantación en tiempo real. En concreto, la convergencia del algoritmo de identificación no está asegurada, por cuanto que los valores que toman las señales q_d y q no están seleccionados con vistas a la identificación del modelo, sino que son consecuencia de las tareas encomendadas al robot.

Asimismo, el cálculo en tiempo real de las matrices D , H y C es extremadamente laborioso. Un estudio detallado de la técnica de control por par calculado adaptativo y sus variantes puede verse en [LEWIS-93].

7.4. ASPECTOS PRÁCTICOS DE LA IMPLANTACIÓN DEL REGULADOR

Los algoritmos de control anteriormente expuestos, superadas sus limitaciones teóricas como robustez y convergencia, parecen prometedores por cuanto aseguran el objetivo de que la trayectoria deseada del robot se aproxime en mayor o menor grado a la real. Sin embargo, la implantación práctica de estos algoritmos se encuentra con diferentes tipos de problemas, que en algunas ocasiones dificultan y complican su puesta en marcha o incluso anulan completamente su utilidad.

La primera dificultad, ya citada, se deriva del elevado coste computacional implicado en el cálculo de alguno de ellos. Así, en general, las técnicas de inversión del modelo (con métodos adaptativos o no) precisan de la obtención en tiempo real de las matrices D , H y C . En algunos casos, la reciente potencia de los equipos de cálculo utilizando procesadores digitales de señal (DSP) o técnicas de procesamiento en paralelo (transputer), resuelven este problema.

Se van a tratar aquí otro tipo de dificultades, comunes en general a cualquier sistema de servocontrol y que se centran en la implementación de las técnicas más básicas, como es la del control PID.

7.4.1. Ajuste de los parámetros del PID. Especificaciones de diseño

En las técnicas de control establecidas a lo largo de los epígrafes anteriores, se planteaba la existencia de un control PID cuyo objetivo era que, aún con la presencia de posibles perturbaciones, el error entre la trayectoria deseada y la real convergiese a cero de la manera más rápida.

Este regulador tenía la forma estándar dada por la expresión:

$$R(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \quad [7.40]$$

quedando por decidir los valores concretos de las constantes proporcional k_p , integral k_i y derivativa k_d .

La selección de estos parámetros afectará al modo en que el robot alcanza su posición final al variar la referencia de ésta o al recibir una perturbación que trata de modificarla [PAUL-81]. En el caso simple del control monoarticular, el modelo del robot responde al esquema de la Figura 7.6.

Suponiendo que se utilicen las tres acciones del regulador PID (i.e. k_p , k_i , k_d distintas a cero) la función de transferencia del regulador podrá suponerse de la forma:

$$R(s) = k_r \frac{(s+a)(s+b)}{s} \quad [7.41]$$

La Figura 7.19 representa el lugar de las raíces del sistema global. La elección adecuada de los ceros a y b y de la ganancia k_r (lo que equivale a seleccionar las constantes k_p , k_i , k_d) se hará de acuerdo a las especificaciones de funcionamiento. En los sistemas de control se busca habitualmente una respuesta lo más rápida posible, admitiendo cierto grado de sobreoscilación.

Con estos criterios se selecciona una posición para los polos dominantes del sistema y se ajustan los valores de la ganancia k_r y del cero b para tal fin [PUENTE-79], [OGATA-03] y [BA-

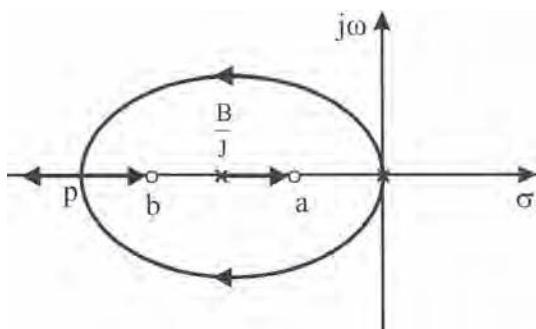


Figura 7.19. Lugar de las raíces de una articulación con control PID.

RRIENTOS-96]. La posición del cero a se selecciona de modo que compense el efecto desestabilizador originado por el polo en el origen introducido por la acción integral. En el caso de robots, si bien se persigue la máxima velocidad de respuesta, no es admisible la sobreoscilación, por cuanto ésta podría originar la colisión del robot con su entorno (considérese, por ejemplo, el caso de que el robot se acerque a un objeto situado sobre una mesa). Por tanto, la posición de los polos dominantes debe escogerse buscando que el sistema sea críticamente amortiguado (punto p del lugar de las raíces).

Suponiendo inicialmente que sólo se utilizan acciones PD, se tendrá que el polinomio característico del sistema será:

$$p(s) = s^2 + \frac{B + k_d}{J} s + \frac{k_p}{J} \quad [7.42]$$

correspondiente a un sistema de 2.^o orden con coeficiente de amortiguamiento ξ y frecuencia natural ω_n dados por:

$$\xi = \frac{B + k_d}{2\sqrt{k_p J}} \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k_p}{J}} \quad [7.43]$$

Para que el sistema sea críticamente amortiguado, el coeficiente de amortiguamiento ξ deberá ser la unidad y por tanto:

$$\frac{B + k_d}{2\sqrt{k_p J}} = 1 \quad [7.44]$$

Por otra parte, si bien se ha considerado que la estructura del robot (incluyendo eslabones trasmisiones y accionamientos) es rígida, en realidad ésta tendrá una determinada flexibilidad estructural caracterizada por una frecuencia de resonancia estructural ω_r . En [PAUL-81] se aconseja evitar que el sistema se vea excitado por una frecuencia cercana a ω_r , por lo que la frecuencia natural del sistema regulado deberá ser inferior a la mitad de ω_r . Esto es:

$$\omega_n < \frac{\omega_r}{2} \Rightarrow 2\sqrt{\frac{k_p}{J}} < \omega_r \quad [7.45]$$

Las expresiones [7.44] y [7.45] establecen 2 condiciones que, supuestos conocidos J , B y ω_r , permiten seleccionar en primera aproximación las constantes proporcional k_p y derivativa k_d del regulador. Un ajuste más preciso de las mismas deberá realizarse por ensayo y error. En cuanto a la constante integral, como es bien sabido, tiene por objetivo anular el error permanente ante cambios bruscos (en escalón) en la perturbación τ_p o en q_d . Si bien cualquier valor de k_i distinto de cero conseguirá este objetivo (véase Expresión [7.14]) una inadecuada selección de la misma, cambiaría radicalmente los logros obtenidos con el ajuste de k_p y k_d (referidos a ξ y ω_n), por cuanto la acción integral introduce una pareja polo-cero en el sistema, que dejará de comportarse como un sistema de 2.^o orden puro.

7.4.2. Saturación de los amplificadores. Efecto de la acción integral

Inevitablemente, los amplificadores o dispositivos electrónicos destinados a suministrar la potencia a los actuadores (eléctricos o hidráulicos) del robot, tienen un margen de actuación limitado. Así, aun en el caso de comportamiento ideal en el que la salida de la etapa de potencia o amplificador es proporcional a la señal de consigna, esta proporcionalidad es válida únicamente entre unos valores extremos mínimo y máximo, superados los cuales la salida del amplificador se mantiene constante e independiente de la entrada¹ (Figura 7.20). Como se ha visto en los epígrafes anteriores, los esquemas de control utilizados para realizar el control de las articulaciones del robot utilizan de manera general el error entre trayectoria deseada y real para obtener la señal de mando, que será entrada de la etapa de potencia que alimenta a los actuadores.

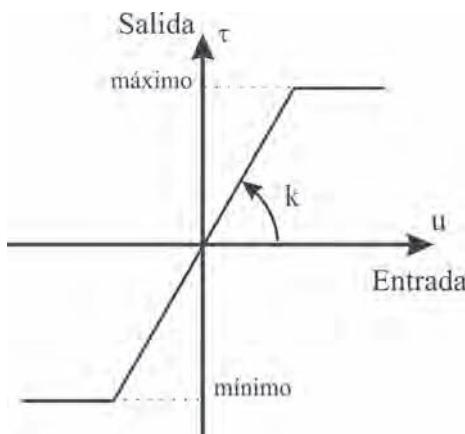


Figura 7.20. Relación entre entrada y salida de un amplificador con saturaciones.

La presencia de errores mantenidos, junto a la utilización de la acción integral, puede originar que la señal de mando para los amplificadores supere los límites del comportamiento lineal, siendo entonces la señal de mando a los actuadores constante, independiente del error que se tenga en ese momento. Puede decirse entonces, que el sistema no utiliza la realimentación, pues la señal de mando permanece constante independientemente de la salida.

Más aún, aunque la posición real q igualase o incluso superase a la deseada q_d y, por tanto, el error fuese nulo o negativo, la acción integral del regulador haría que su salida se mantuviese durante cierto tiempo en un valor positivo suficientemente elevado como para que la señal de mando del actuador fuese la máxima correspondiente a la saturación. Sólo cuando el error se mantuviese negativo durante un tiempo suficientemente largo, el amplificador entraría en su zona lineal. Este fenómeno, denominado en la literatura en lengua inglesa *wind-up*, origina mayores oscilaciones en la posición real q , tardando más en estabilizarse.

¹ En la práctica este comportamiento no es lineal ni tan siquiera entre los valores máximos y mínimos, existiendo zonas muertas, histéresis y otras no linealidades.

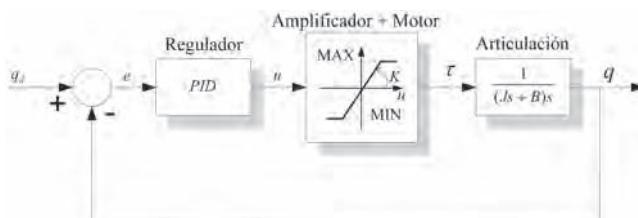


Figura 7.21. Control PID monoarticular con saturación en el amplificador.

La Figura 7.21 representa el caso simple de control PID monoarticular en el que el amplificador de ganancia K presenta una saturación caracterizada por los valores máximo y mínimo de su salida (MÁX y MÍN, respectivamente). En las Figuras 7.22 y 7.23 se representan la salida q y el par proporcionado τ , respectivamente, para los casos de sistema sin saturación y sistema con unos límites de saturación dados por MÁX = + 1 y MÍN = -1. En ambos casos, se ha tomado $K = 1$, $J = 1$ y $B = 20$. El regulador PID se ha fijado a:

$$R(s) = 1 + \frac{1}{s}$$

sin incluir la acción derivativa, que agrava notoriamente el efecto de la saturación por cuanto provoca valores de señal elevados a la salida del regulador. Se observa en ellas cómo la saturación origina mayores oscilaciones en q y un mayor tiempo en alcanzar el valor final. También se observa cómo el par de mando τ permanece dentro de su comportamiento no lineal durante buena parte del tiempo.

Existen en la práctica diversas técnicas para evitar las consecuencias derivadas del funcionamiento de la saturación del amplificador [ASTRÖM-95]. Posiblemente, el más utilizado en sistemas de regulación de posición y en particular en robótica, es el de anular la acción in-

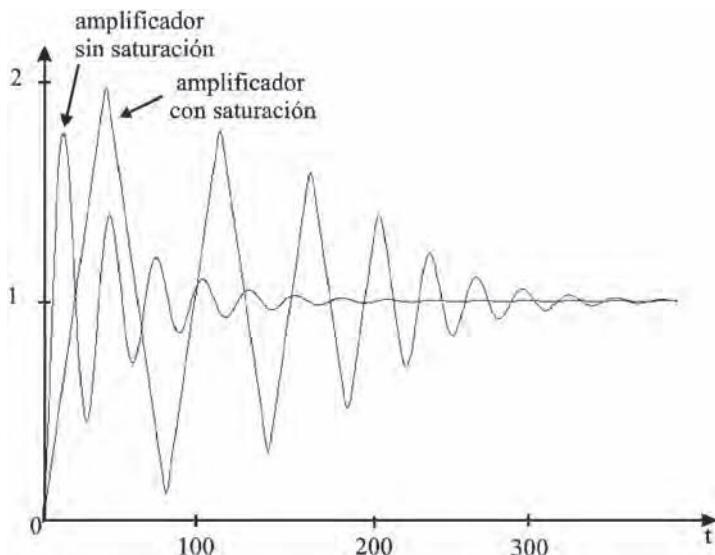


Figura 7.22. Comparación de respuesta con y sin saturación.

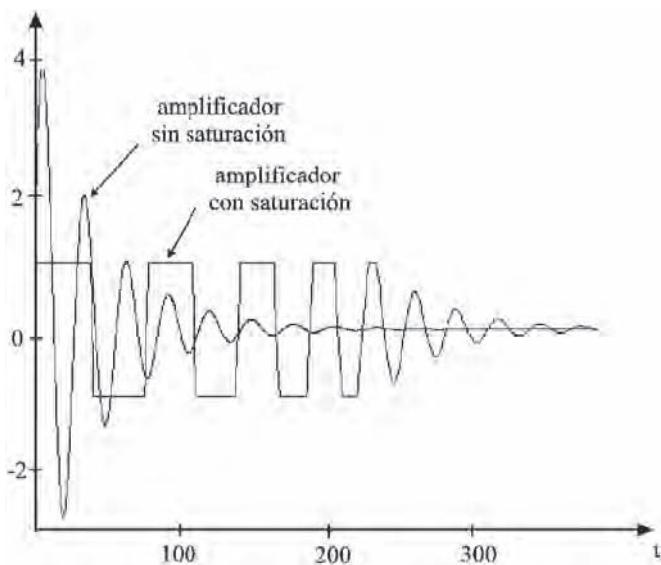


Figura 7.23. Comparación entre el par proporcionado por un amplificador con y sin saturación.

tegral hasta que el error entre q y q_d no entre dentro de los límites establecidos, esto es, se esté llegando a la posición de destino.

Otra alternativa es la mostrada en la Figura 7.24. El sistema mostrado, conocido como regulador PI con *antiwind-up*, corta la acción integral en cuanto se satura la salida del integrador [FRANKLIN-91].

También una modificación en el esquema de control PID permite reducir las ocasiones en las que el amplificador se satura. Así, cuando se produce un cambio brusco entre la posición deseada y la real (cambio de consigna, por ejemplo), la acción proporcional y muy especialmente la derivativa, originan a la salida del regulador fuertes acciones de control que pueden originar la saturación del amplificador. Para evitar esta circunstancia puede recurrirse al es-

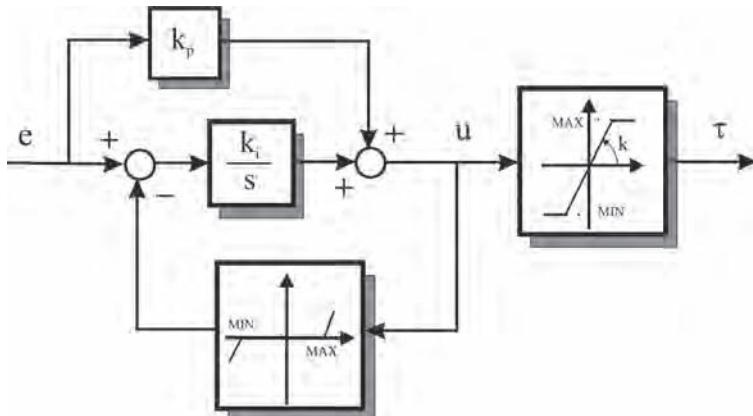


Figura 7.24. Control monoarticular con regulador PID antiwind-up.

quema de control de la Figura 7.25, denominado I-PD [OGATA-03]. En este esquema, las acciones proporcional y derivativa se han pasado a la realimentación, siendo la función de transferencia (mientras se trabaja en la zona lineal) entre la posición real y la deseada:

$$\frac{q(s)}{q_d(s)} = \frac{K \frac{k_i}{s}}{(Js + B)s + K \left(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \right)} \quad [7.46]$$

Que, como se observa, difiere en el numerador de la correspondiente función de transferencia entre q y q_d para el caso de regulador PID (Expresión [7.13]) con $\tau_p = 0$ teniendo el mismo polinomio característico.

En general, el control I-PD disminuye el problema de la saturación, pero da lugar a respuestas más lentas.

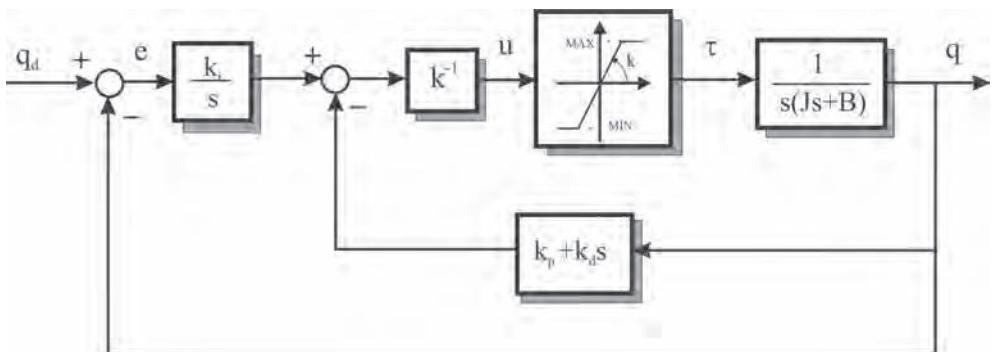


Figura 7.25. Control I-PD monoarticular.

7.4.3. Flexión y osciladores estructurales

Como se ha indicado en el Epígrafe 7.4.1, la flexibilidad estructural de los eslabones y articulaciones del robot pueden originar oscilaciones no deseables. Estas oscilaciones no pueden ser en principio tratadas por el sistema de control, por cuanto, en general, no son medibles al estar los sensores de posición típicamente situados en las articulaciones y no a lo largo de los eslabones. En el caso de robots de grandes dimensiones o de estructura ligera, este problema pasa a un primer plano, siendo necesario considerar la flexión estructural tanto a nivel de control cinemático como dinámico [AMARIS-95] y [FELIÚ-06].

Existen diversas técnicas destinadas a disminuir los efectos de la flexión y las oscilaciones estructurales. Algunos de ellos precisan de la utilización de sensores situados fuera de la articulación, ya sea a lo largo del eslabón o en el extremo del robot (a estos sensores se les denomina *no colocados*). La medida proporcionada por estos sensores se utiliza para generar acciones de control que compensen las oscilaciones de la estructura. De manera alternativa o complementaria, se puede tratar de evitar, o cuanto menos disminuir, el problema en su origen, evitando excitar a los actuadores del robot con señales que originen oscilaciones y compensando *a priori* las flexiones estáticas previstas.

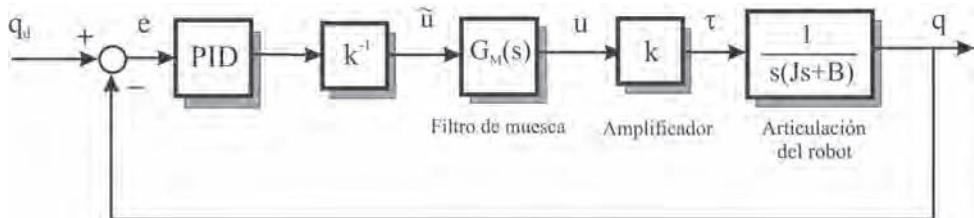


Figura 7.26. Control monoarticular con la inclusión de un filtro de muesca.

Con tal propósito, ya se han indicado ciertas recomendaciones para la selección de los parámetros del PID. Otra técnica frecuente es la utilización de un filtro a la salida del regulador que elimine de la señal de mando las frecuencias próximas a la de resonancia mecánica del sistema. Este filtro, denominado filtro de muesca (o *notch filter*) [ROHRS-94] origina una fuerte atenuación en un estrecho rango de frecuencias. Este efecto se consigue mediante el esquema de control de la Figura 7.26 (caso monoarticular), en el que se ha incorporado el filtro de muesca $G_M(s)$ entre la acción de control \tilde{u} y la señal de mando que finalmente llega al sistema de accionamiento.

Este filtro tiene típicamente por función de transferencia:

$$G_M(s) = \frac{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + \omega_n s + \omega_n^2} \quad [7.47]$$

Es decir, se compone de dos ceros y de dos polos, ambos complejos conjugados. La selección de ω_n y ξ se hace de tal modo que ω_n coincida con la frecuencia que se desea eliminar (frecuencia de resonancia estructural ω_r de la articulación considerada). En cuanto a ξ , determina la atenuación introducida a esta frecuencia, que toma el valor $-20 \log(2\xi)$.

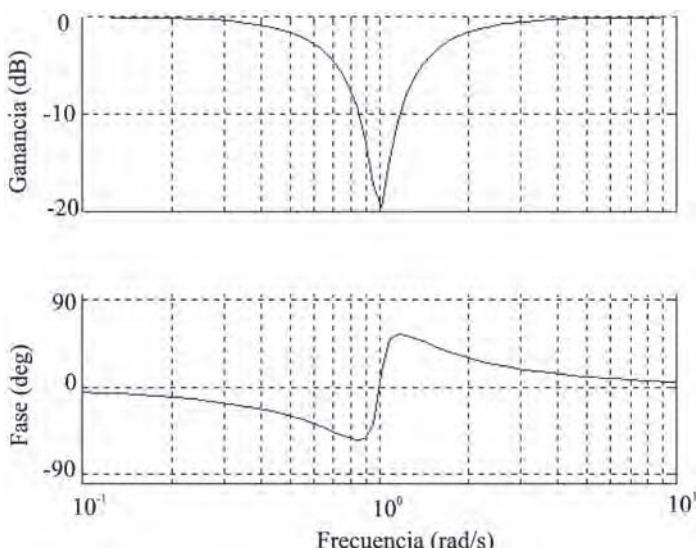


Figura 7.27. Diagrama de Bode de un filtro de muesca.

La Figura 7.27 representa los diagramas de Bode de un filtro de muesca, pudiéndose observar el efecto del filtro selectivo conseguido (se ha tomado $\omega_n = 1$ y $\xi = 0.05$).

7.5. EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio 7.1

Simular, utilizando SIMULINK®, el esquema general de control monarticular (Figura 7.6) incluyendo la acción de prealimentación ($F_1(s)$), la acción de realimentación ($R(s) = \text{PID}$) y la acción de compensación del par perturbador ($F_2(s)$).

El desarrollo se hará de modo que se puedan activar o desactivar las 3 acciones de manera independiente, mediante respectivas señales binarias (1: bloque activado, 0: bloque desactivado).

Sobre los tres bloques de control ($F_1(s)$, $R(s)$ y $F_2(s)$), se tendrán en cuenta las siguientes consideraciones:

- $F_1(s)$: Responde al modelo inverso de la articulación (Expresión [7.8]). Tal y como se indica en el Epígrafe 7.1.3, no es por lo general posible tener un conocimiento preciso de J , B y K . En la simulación se incluirá esta incertidumbre contaminando los valores reales del modelo (bloques «motor» y «articulación») de J , B y K con un ruido uniforme.
- Para generar el modelo inverso y dada la dificultad en obtener la primera y segunda derivada de la trayectoria deseada q_d , tanto en la realidad, como en la simulación se optará por disponer directamente del valor de la trayectoria deseada q_d , su velocidad V_d y su aceleración A_d . Estas 3 señales, deberán ser generadas explícitamente en un bloque aparte (en el caso real este bloque estaría constituido por el control cinemático)
- $R(s)$: Adoptará la forma clásica del regulador PID ideal

$$R(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s$$

El bloque incluido en SIMULINK®, deberá ser complementado para poder desactivarlo tal y como se ha indicado anteriormente, de manera que en ese caso su salida será 0, independientemente de la entrada

- $F_2(s)$: Este bloque trata de compensar las posibles perturbaciones, anulando su efecto, independientemente de cual sea su origen, siempre y cuando su valor sea conocido. El valor obtenido en el Epígrafe 7.1.6 es en particular el que anula la perturbación producida por la gravedad. En esta simulación, $F_2(s)$ deberá anular cualquier par de perturbación T_p de valor conocido.

Los valores de los parámetros estimados del modelo (J, B, K) así como el porcentaje de ruido (nR) utilizado para contaminar el valor estimado en su uso sobre el modelo (bloques «motor» y «articulación»), se darán desde el espacio de trabajo (Workspace) de MATLAB® (como posibles valores se sugieren $J = 1$, $B = 10$, $K = 1$, $nR = 0.5$).

Solución:

La Figura 7.28 muestra el esquema general de la simulación, en el que se ha mantenido la misma distribución que la mostrada en la Figura 7.6.

Los bloques sombreados son subsistemas que responden a los 3 modos de control presentados en el Epígrafe 7.1: la prealimentación por inversión del modelo ($F_1(s)$); la realimentación PID y la compensación de la perturbación (en particular de la gravedad) $F_2(s)$.

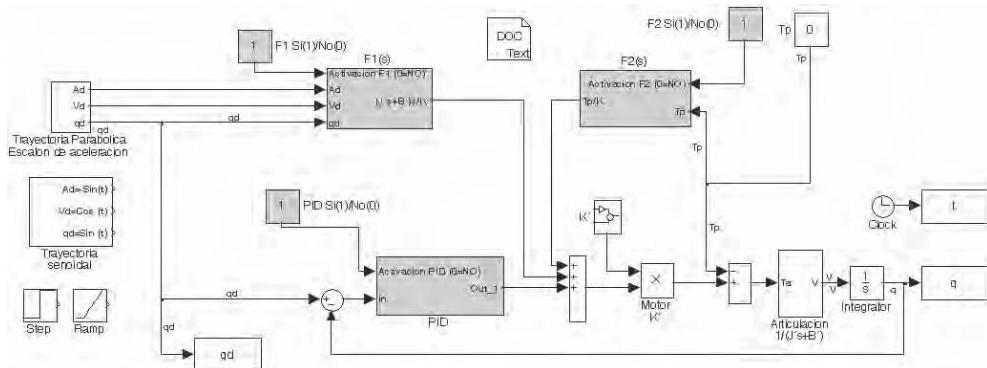


Figura 7.28. Esquema general de control monoarticular. Ejercicio 7.1.

En las Figuras 7.29, 7.30 y 7.31, se detallan el contenido de cada uno de estos bloques.

Así, el bloque $F_1(s)$ queda representado en la Figura 7.29. Tal y como se indica en el enunciado, se presupone que se dispone tanto de la trayectoria deseada q_d , como de su primera (V_d) y segunda (A_d) derivada. Estos valores son multiplicados por el rozamiento viscoso estimado (B) y la inercia estimada (J). El resultado de los productos es sumado y finalmente dividido por la ganancia estimada del motor (K), con lo que en conjunto $F_1(s)$ corresponde a una función de transferencia dada por:

$$F_1(s) = \frac{1}{K}(Js + B)s$$

Coincidente con la expresada en [7.8]

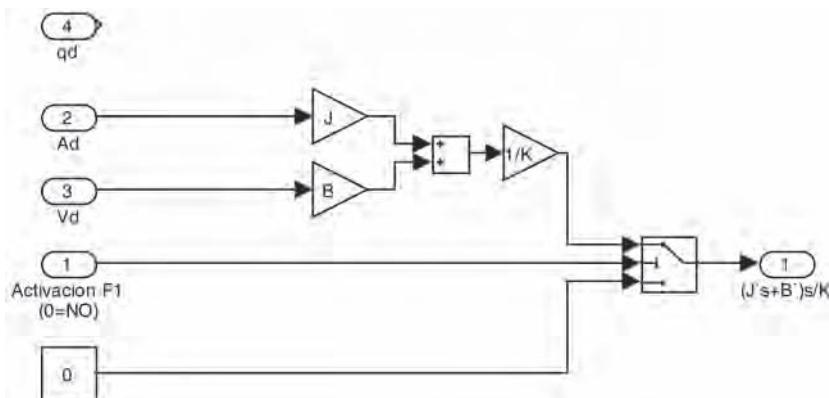


Figura 7.29. Bloque $F1(s)$. Prealimentación por inversión del modelo.

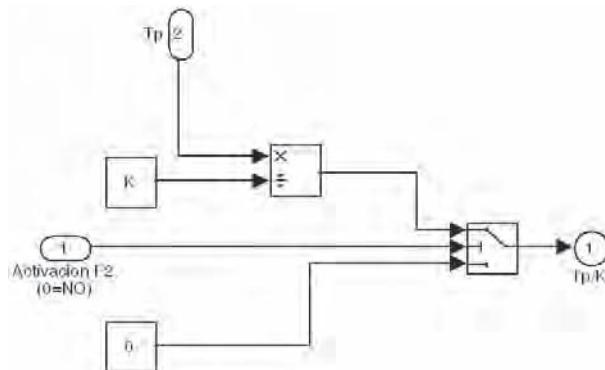


Figura 7.30. Bloque $F_2(s)$. Prealimentación para compensación de la perturbación.

Adicionalmente, el diagrama incluye como entrada al subsistema la señal «activacion de F_1 ». Esta señal maneja un bloque de tipo «switch» que conecta su salida con el resultado del cálculo, anteriormente expuesto, si su valor es 1, o con el valor constante 0, si «activacion F_1 » vale 0.

De este modo, una vez cerrado el subsistema, éste queda representado por un bloque con tres entradas de datos (q_d, V_d, A_d), una de control (activacion F_1) y una salida. La entrada q_d , se ha incorporado por generalidad. No es usada en esta construcción.

La Figura 7.30 representa el bloque $F_2(s)$. Éste simplemente divide el par perturbador por la ganancia estimada del motor (K).

Como en el caso de $F_1(s)$, se incluye la posibilidad de que la salida valga 0 independientemente de la entrada Tp , mediante la señal «activación de F_2 » (si vale 0, $F_2(s)$ queda sin efecto).

Por último, la Figura 7.31, representa el regulador PID, que responde a la expresión

$$R(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s$$

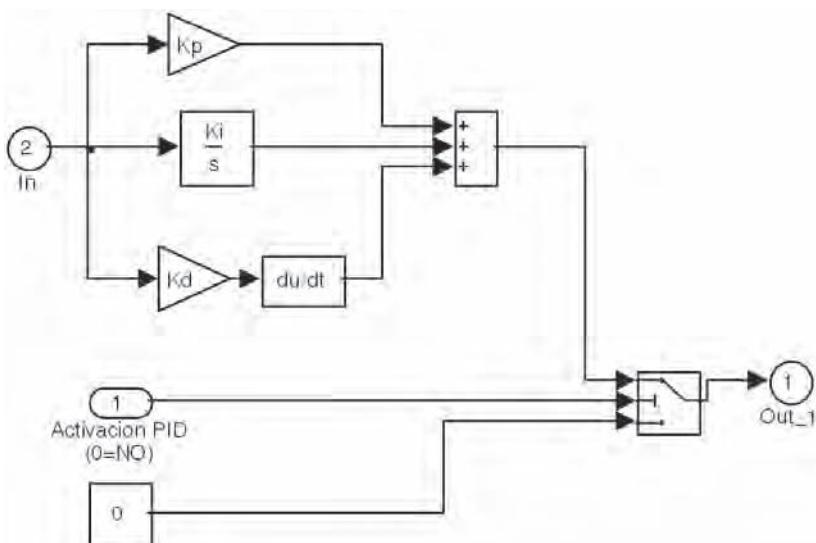


Figura 7.31. Bloque $R(s)$. Regulador PID.

Donde de nuevo se ha incorporado la señal «activacion PID» con el mismo objetivo y funcionamiento que en $F_1(s)$ y $F_2(s)$.

Para facilitar el uso del subsistema PID, éste se ha «enmascarado» fijándose como parámetros del bloque K_p , K_i y K_d .

El modelo de la articulación responde a la función de transferencia:

$$\frac{1}{(\hat{J}s + \hat{B})s}$$

Este modelo ha sido implementado con la ayuda del subsistema mostrado en la Figura 7.32, donde \hat{J} y \hat{B} se obtienen a partir de los respectivos valores estimados, contaminados por un ruido uniforme. Este ruido tiene de amplitud un nR por uno del valor del parámetro (tal y como se muestra en la Figura 7.33 para el caso particular de J). Las semillas («initial seed») utilizadas en los 3 bloques «Uniform Random Number» (para J , B y K) deben ser diferentes.

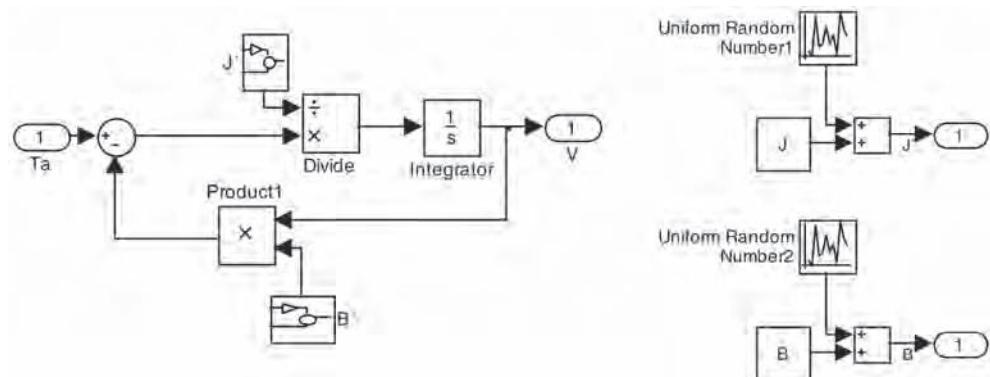


Figura 7.32. Subsistema que implementa el modelo de la articulación y detalle de los subsistemas (J') y B' .

Análogamente, se obtiene el valor de la constante de par del motor, de modo que en conjunto:

$$\hat{J} = J(1 \pm nR.ruido)$$

$$\hat{B} = B(1 \pm nR.ruido)$$

$$\hat{K} = K(1 \pm nR.ruido)$$

En cuanto a las entradas (generación de trayectorias), se han incluido 2 posibles, para ser usadas según el caso. La primera corresponde a un escalón en A_d (rampa en V_d y parábola en q_d) (Figura 7.34). La segunda corresponde a una senoide en q_d , con sus correspondientes derivadas (Figura 7.35).

SIMULINK® incluye el bloque d/dt , que da como salida la derivada de la señal de entrada. El uso de esta derivación es, por lo general, delicado, siendo motivo de dificultades en el desarrollo de la simulación, que impiden su ejecución u originan errores en los resultados. Por este motivo la solución planteada genera directamente la señal q_d y sus derivadas, lo que por otra parte es más coincidente con el caso real de un generador de trayectorias.

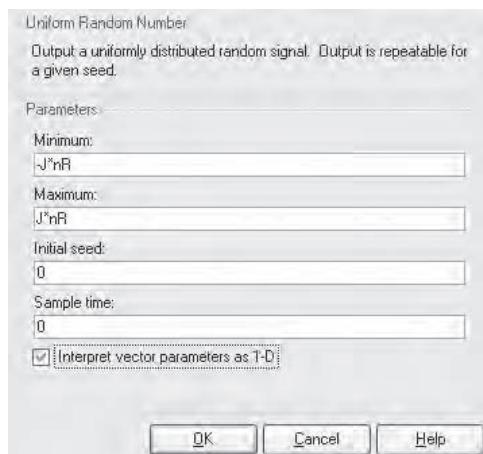


Figura 7.33. Valores del ruido sobre la estimación de la inercia J.

Se deja como sugerencia para el lector, la implementación de un bloque generador más complejo, en el que se genere q_d en forma de spline o V_d en forma de trapecio, con sus correspondientes derivadas.

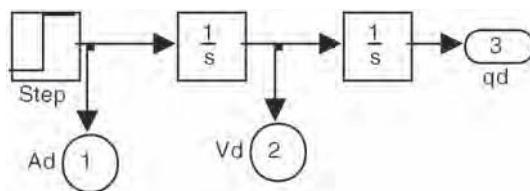


Figura 7.34. Generador de trayectoria escalón de aceleración.

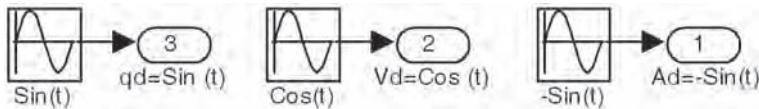


Figura 7.35. Generador de trayectoria senoidal.

La trayectoria deseada q_d y la realmente seguida por la articulación q , se llevan al espacio de trabajo de MATLAB® para su posterior representación o manipulación de acuerdo con las necesidades. Puede ser llevada también al espacio de trabajo la variable tiempo.

Ejercicio 7.2

Utilizando el modelo construido en el Ejercicio 7.1, analizar el comportamiento del sistema, cuando siendo la entrada un escalón en aceleración, se usa exclusivamente el control por prealimentación ($F_2(s) = R(s) = 0$). Se considerarán los siguientes casos:

- Se tiene un conocimiento preciso de los parámetros del sistema J y B ($nR = 0$) y no se presenta perturbación ($T_p = 0$).
- Se tiene un conocimiento preciso de los parámetros del sistema J y B ($nR = 0$) y se presenta un par perturbador T_p constante de valor 10 unidades.
- No se conoce con precisión el modelo ($nR = 0.5$) y no se presenta perturbación ($T_p = 0$).

Los valores estimados de los parámetros del sistema se tomarán como $J = 1$, $B = 10$, $K = 1$.

Solución

La Figura 7.36 muestra el esquema de control general, en el que se ha puesto a 0 los selectores de PID y $F_2(s)$ y a 1 el de $F_1(s)$. El valor de T_p será de 0 o 10, según el apartado del enunciado.

Desde el espacio de trabajo de MATLAB® se fijan los valores de los parámetros:

```
>>J=1;
>> B=10; B=10
>> K=1;
```

El valor de nR será de 0 para los dos primeros apartados del enunciado y de 0.5 para el tercero.

No obstante, y por el modo en que SIMULINK® maneja el módulo «Uniform Random Number», no es posible dar a nR el valor de 0, debiéndose tomar un número muy pequeño pero distinto de cero ($nR = 1.0e-015$ por ejemplo).

En la Figura 7.37 se muestra la trayectoria deseada y la realmente seguida por la articulación al suponerse el modelo conocido perfectamente ($nR = 0$) y no haber perturbación ($T_p = 0$) (apartado a) del enunciado). Como se observa la trayectoria deseada y la real son totalmente coincidentes gracias al efecto de cancelación del modelo, conseguido por $F_1(s)$.

La Figura 7.38 muestra la respuesta en el caso de existir un par perturbador $T_p = 10$, no modelado (desconocido por el controlador ($F_2(s)$ desactivado), tal y como se especifica en el apartado b) del enunciado. Como se observa, en este caso la trayectoria real queda retrasada respecto a la deseada por efecto de la perturbación T_p .

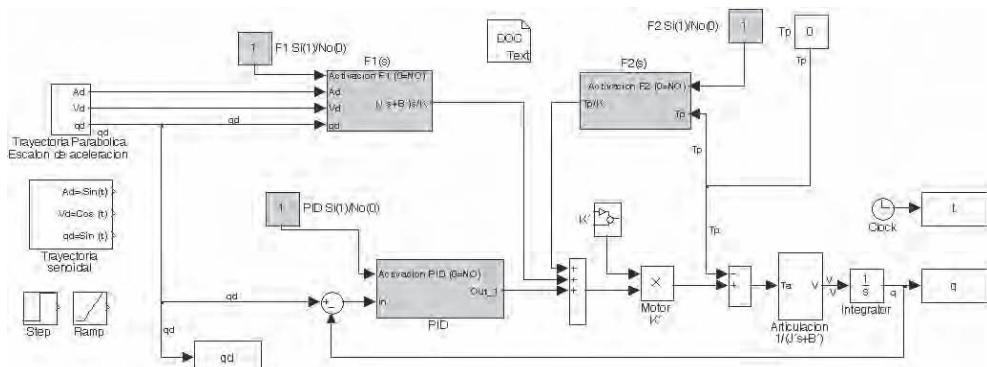


Figura 7.36. Esquema de control usando solo FF ($F_1(s)$), sin par perturbador.

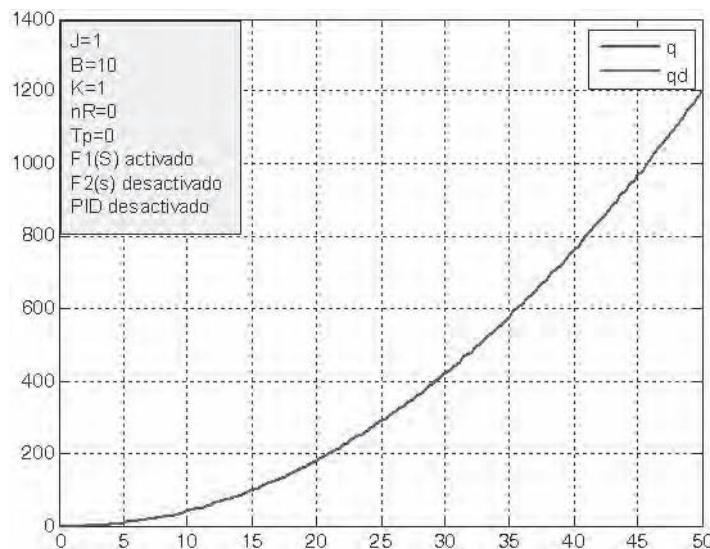


Figura 7.37. Trayectoria deseada q_d y real q (coincidentes) con control FF sin perturbación.

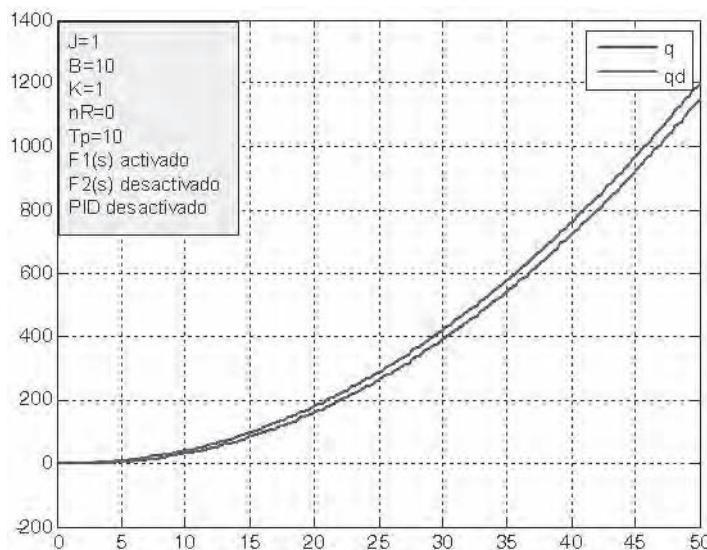


Figura 7.38. Trayectoria deseada q_d y real q con control FF y perturbación $T_p = 10$.

La Figura 7.39 representa la evolución de q_d y q , cuando la dinámica del sistema no es bien conocida ($nR = 0.5$) y no hay par perturbador T_p . Se observa de nuevo como el control prealimentado por inversión del modelo no es capaz de conseguir que la trayectoria real siga correctamente a la deseada, ni tan siquiera en régimen permanente.

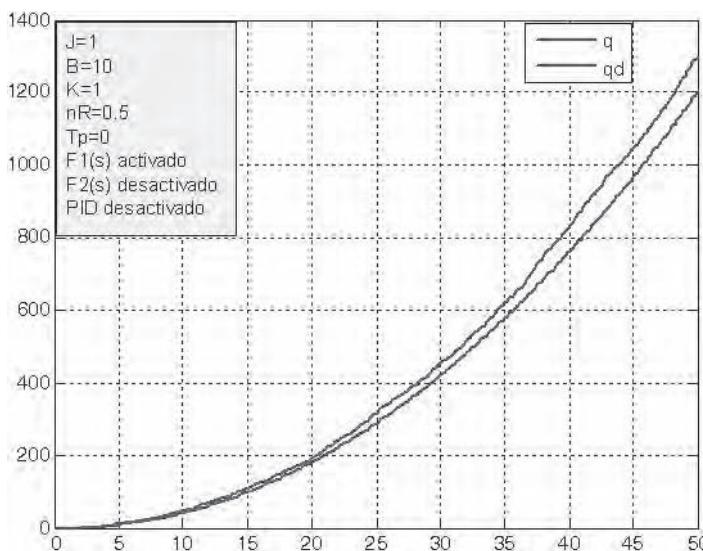


Figura 7.39. Trayectoria deseada q_d y real q con control FF y dinámica mal modelada ($nR = 0.5$).

Ejercicio 7.3

Utilizando el modelo construido en el ejercicio 7.1, analizar el comportamiento del sistema cuando, siendo la entrada un escalón q_d , se usa exclusivamente el control PID ($F_1(s) = 0$, $F_2(s) = 0$). Se considerarán los siguientes casos:

- Se utiliza un regulador de tipo PD ($K_i = 0$), la amplitud del escalón q_d es de una unidad y no se presenta perturbación ($T_p = 0$).
- Se utiliza un regulador de tipo PD ($K_i = 0$), la amplitud del escalón q_d es cero y se presenta perturbación ($T_p = 10$).
- Se utiliza un regulador de tipo PID, la amplitud del escalón q_d es cero y se presenta perturbación ($T_p = 10$).

En todos los casos se considerará que se tiene un conocimiento preciso de los parámetros del sistema ($nR = 0$), siendo los valores de estos $J = 1$, $B = 10$, $K = 1$. Como valores del regulador PID se tomarán $K_p = 1$, $K_d = 0.2$, $K_i = 1$ (este último sólo para el apartado d).

Solución

Sobre el esquema mostrado en la figura Figura 7.28, se configurará $F_1(s)$ y $F_2(s)$ desactivados (selector en 0), y PID activado (selector en 1).

Desde el espacio de trabajo de MATLAB® se asignarán los valores de $J = 1$, $B = 10$, $nR = 1.0000e-015$.

Puesto que, de acuerdo al enunciado, la entrada (trayectoria deseada q_d) debe ser en forma de escalón, no se utilizarán ninguno de los 2 generadores de trayectorias preparados (parábola y senoide) usando en su lugar una entrada escalón para q_d y dejando al aire las entradas V_d y A_d que se utilizan en el módulo $F_1(s)$, lo que en este caso particular no tiene efecto (consi-

dérese que el valor correcto sería infinito), puesto que se ha desactivado el módulo $F_1(s)$, siendo su salida siempre 0.

Los valores de los parámetros del PID y del par perturbador T_p , se fijarán dentro de los respectivos bloques.

Para el apartado a) se fijarán los valores $K_i = 0$ y $T_p = 0$. En la Figura 7.40, se observa la respuesta del sistema controlado con un regulador PD, en ausencia de par perturbador T_p , cuando la entrada es un escalón en posición. Como puede apreciarse, la salida q no coincide continuamente con la entrada, salvo en régimen permanente, donde ambas toman el valor 1. Es decir, la trayectoria de la articulación se separa inicialmente de la referencia, pero poco a poco consigue igualarla.

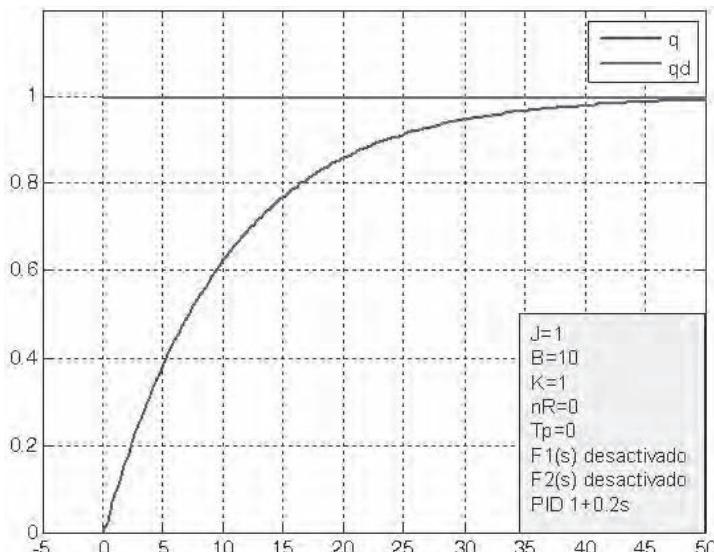


Figura 7.40. Trayectoria deseada q_d y real q ante entrada en escalón con control PD.

Complementariamente en la Figura 7.41 se representa la respuesta ante entrada q_d en rampa unitaria, observándose cómo, en este caso, la salida no llega a igualar a la referencia, limitándose a seguirla fielmente pero con un cierto retraso (q_d y q quedan paralelas en régimen permanente).

Para el apartado b) se modifica el valor de la amplitud del escalón a 0 unidades y se fija el valor de la perturbación T_p a 10. La Figura 7.42 muestra cómo este control no es capaz de compensar el par perturbador, separándose notablemente el valor de la salida q , del valor deseado (articulación sin movimiento $q_d = 0$). Es decir, la aparición de la perturbación, hace que la articulación comience a girar. El efecto proporcional (K_p) del regulador PD hace que se genere un par que acaba compensando al par perturbador, consiguiendo parar el movimiento, pero no compensar el error.

Para el apartado c) se introduce acción integral en el regulador PID, manteniendo la entrada a cero y la perturbación T_p a 10. Las Figuras 7.43, 7.44, y 7.45, muestran los resultados de utilizar una acción integral K_i de valor 0.015, 0.025 y 1 respectivamente.

Como se observa, en los tres casos la acción integral consigue vencer el efecto del par perturbador, no sólo parando el movimiento de la articulación originado por éste, como ocurría

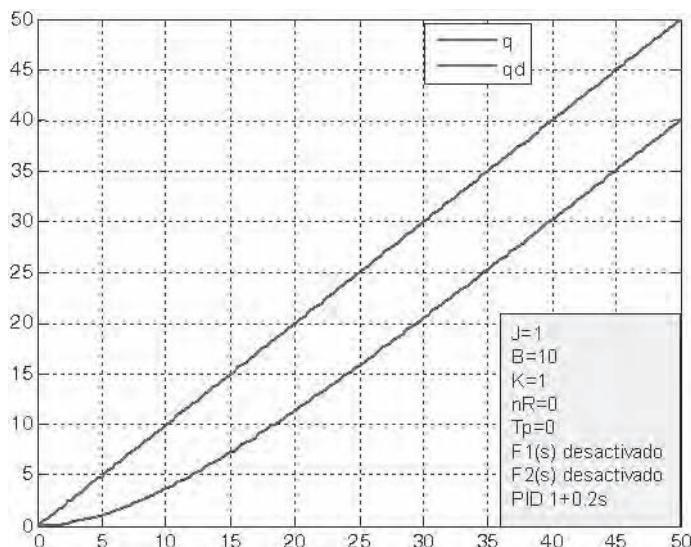


Figura 7.41. Trayectoria deseada q_d y real q ante entrada en rampa con control PD.

con el regulador PD, sino incluso haciendo que la articulación recupere su posición de referencia ($q_d = 0$) . Sin embargo entre ambas opciones ($K_i = 0.015, 0.025$ y 1) hay importantes diferencias. El valor bajo de K_i ($K_i = 0.015$) hace que el sistema corrija lentamente el error debido a la perturbación, lo que no se consigue hasta aproximadamente el valor de 250 . Esta lentitud no es deseada en el comportamiento de un robot, que debe de responder de manera rápida a las señales de mando o a la compensación de las perturbaciones.

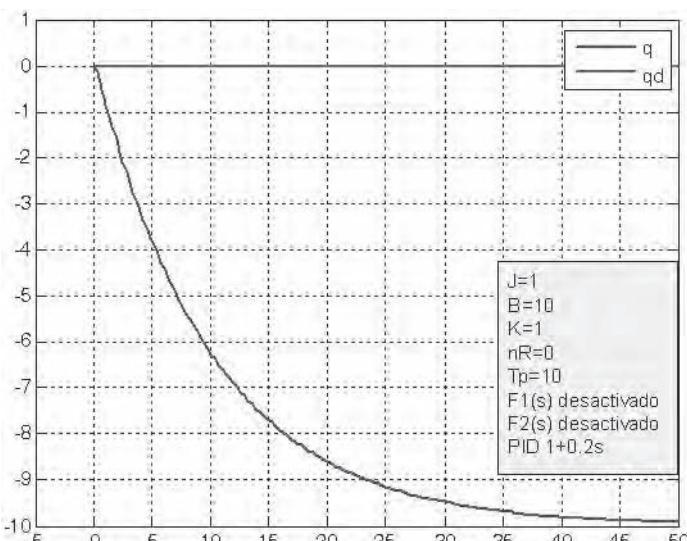


Figura 7.42. Trayectoria deseada q_d y real q ante entrada nula y perturbación T_p de 10 unidades con control PD.

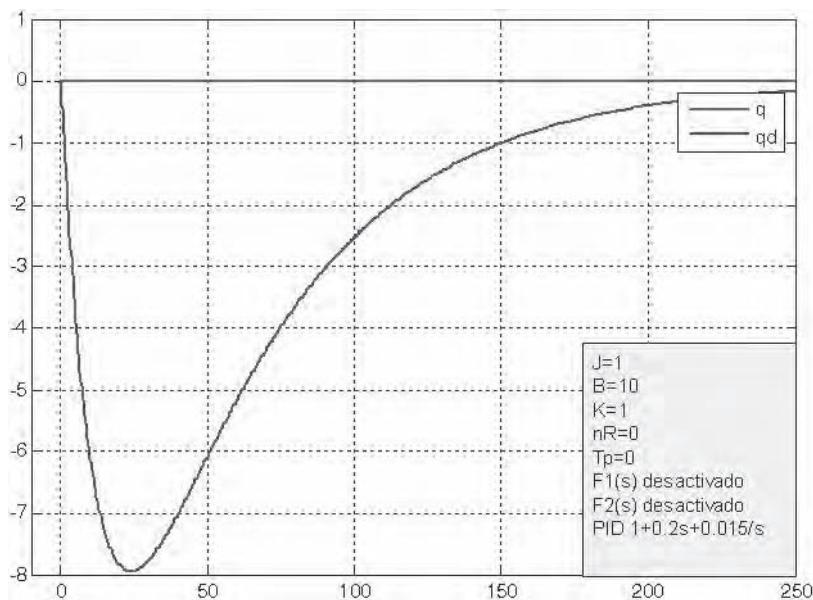


Figura 7.43. Compensación del par perturbador mediante una acción integral baja.

Por su parte el valor de $K_i = 1$, origina que la salida retorne con «energía» a su posición de consigna, lo que resulta en un menor tiempo de establecimiento (entorno a 100), pero esta respuesta tan energética origina que se sobrepease el valor de consigna ($q_d = 0$), lo que en la práctica podría originar la colisión de la articulación (o del robot en general) con algún elemento de su entorno.

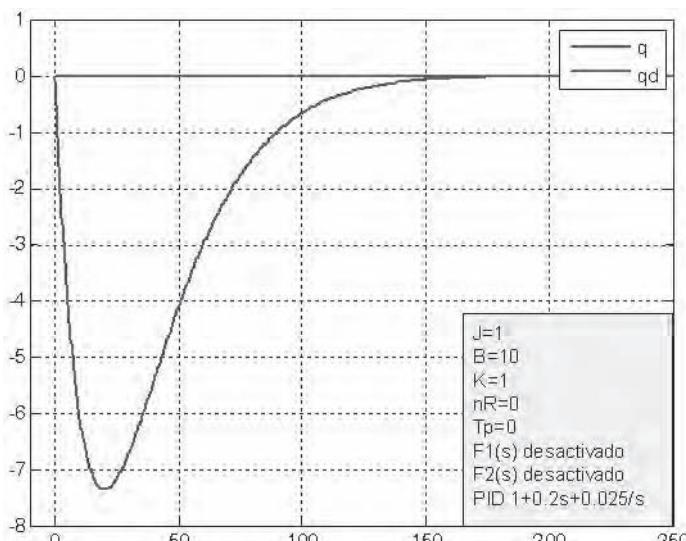


Figura 7.44. Compensación del par perturbador mediante una acción integral media.

Por último, el valor intermedio $K_i = 0.025$, consigue un compromiso adecuado. No se sobrepasa el valor de consigna y se alcanza el valor final entorno al valor de 150.

El valor adecuado de los parámetros del regulador PID, para el supuesto de que se pueda modelar la dinámica de la articulación tal y como se supone en el ejercicio. Puede obtenerse por métodos analíticos tal y como se describe en el Epígrafe 7.4.1.

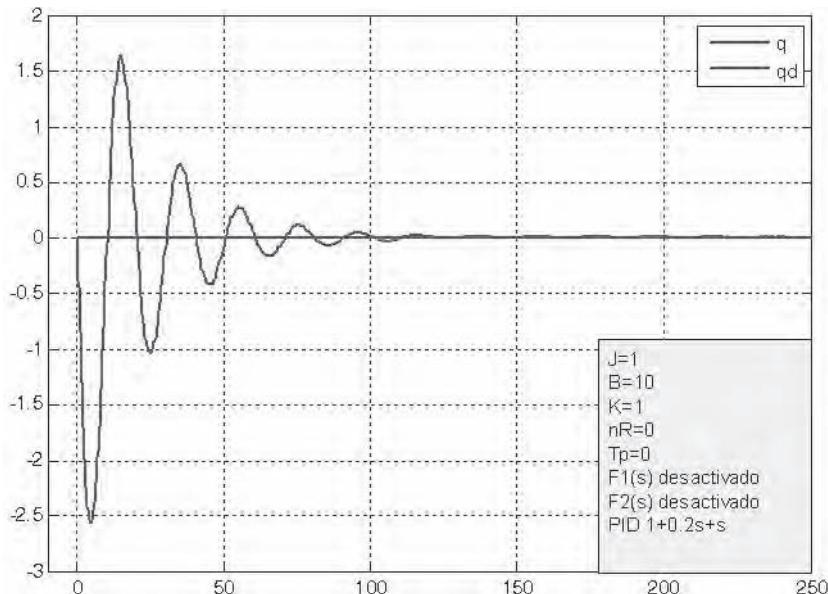


Figura 7.45. Compensación del par perturbador mediante una acción integral alta.

Ejercicio 7.4

Analizar, en el modelo del Ejercicio 7.1, el comportamiento del sistema, cuando siendo la entrada un escalón q_d , se usa un control PID con compensación de la perturbación por gravedad ($F_1(s) = 0$). Se supondrá que todo el par perturbador T_p tiene su origen en la gravedad. Se considerarán los siguientes casos:

- Se utiliza un regulador de tipo PID ($K_i = 0.025$) sin compensación de la gravedad ($F_2(s) = 0$), la amplitud del escalón q_d es uno y hay perturbación constante de 10 unidades. ($T_p = 10$).
- Se utiliza un regulador de tipo PD ($K_i = 0$) con compensación de la gravedad ($F_2(s) = 1/K$), la amplitud del escalón q_d es uno y hay perturbación constante de 10 unidades. ($T_p = 10$).

Los valores exactos de los parámetros del sistema se tomarán como $J = 1$, $B = 10$, $K = 1$. Como valores de las constantes Proporcional y Derivativa del regulador PID se tomarán $K_p = 1$, $K_d = 0.2$

Solución:

La Figura 7.46 representa la respuesta con el controlador PID ($K_i = 0.025$) ante entrada escalón en q_d y par perturbador T_p de valor 10, mientras que la Figura 7.47 representa la respuesta ante las mismas entradas con control PD-G.

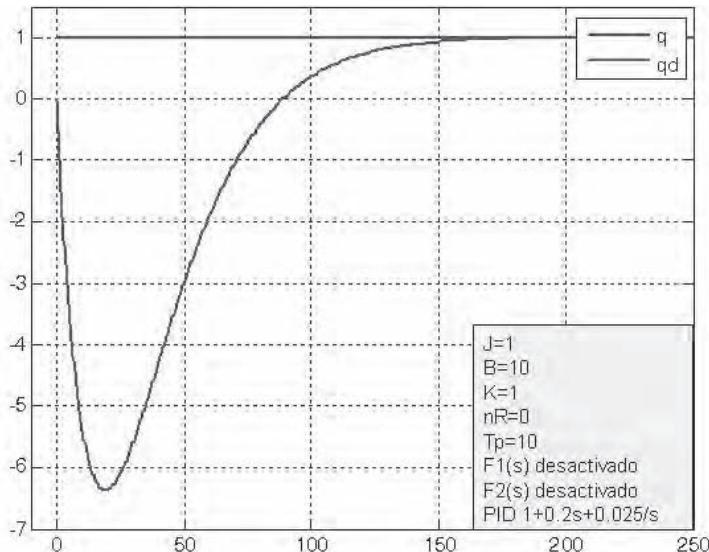


Figura 7.46. Trayectoria deseada q_d y real q , ante entrada escalón y perturbación T_p de 10 unidades con control PID.

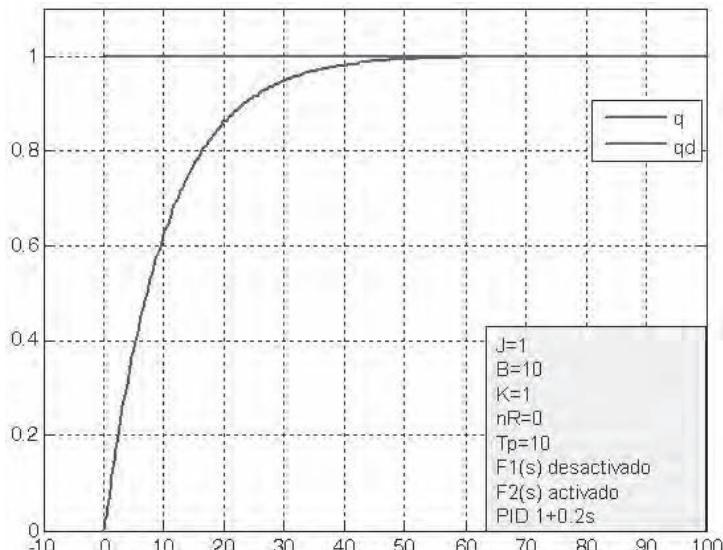


Figura 7.47. Trayectoria deseada q_d y real q ante entrada escalón y perturbación T_p de 10 unidades con control PD-G.

Estas gráficas han sido obtenidas haciendo uso del esquema general de control mostrado en la Figura 7.28, desactivando el bloque $F_1(s)$, activando el bloque PID con los parámetros indicados en el enunciado y activando o no el bloque $F_2(s)$ según el apartado. Asimismo, la entrada q_d se toma como escalón unitario y se fija T_p a 10.

Como puede observarse, ambos modos de control consiguen anular el efecto de la perturbación: en el primer caso por la acción integral y en el segundo por la acción de $F_2(s)$, llegando a valer la salida q lo mismo que la referencia q_d . Pero mientras que en el caso del regulador PID, la compensación completa de la perturbación se consigue sólo en régimen permanente, el control PD-G consigue compensar la perturbación desde el primer momento, en base a conocer su valor e inyectar en el sistema una par que lo compensa.

En el caso de que la perturbación T_p no fuera directamente medible, podría optarse por al menos estimar y así tratar de compensar, alguno de sus términos, como es el caso del par de la gravedad que puede ser obtenido a partir del modelo dinámico del robot (realmente se trataría del modelo en condiciones estáticas).

Ejercicio 7.5

Utilizar los criterios indicados en el Epígrafe 7.4.1 para ajustar los parámetros PD del esquema de control utilizado en el Ejercicio 7.3 (sólo regulador PID), cuando q_d es un escalón unitario y no hay par perturbador ($T_p = 0$). Se tomarán como $J = 1$, $B = 10$, $K = 1$ y se supondrá que la estructura mecánica de la articulación presenta una frecuencia de resonancia $\omega_r = 20$.

Solución:

De acuerdo a las Expresiones [7.44], [7.45] se deben de escoger los valores del regulador de modo que

$$\frac{B + k_d}{2\sqrt{k_p J}} = 1$$

$$2\sqrt{\frac{k_p}{J}} < \omega_r$$

al objeto de que el sistema sea lo más rápido posible, pero sin llegar a sobreoscilar (críticamente amortiguado) y no se excite al sistema con frecuencias próximas a las de resonancia.

Por tanto, en este caso se tendrá que

$$\begin{cases} B + k_d = 2\sqrt{k_p J} \\ \sqrt{k_p} \leq \frac{\omega_r}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_p \leq 100; \text{ se tomará } k_p = 100 \\ k_d = 10 \end{cases}$$

La Figura 7.48 muestra la respuesta del sistema con estos parámetros de regulador PD., Se observa como el sistema no oscila y se obtiene un tiempo de establecimiento del orden de 0,5.

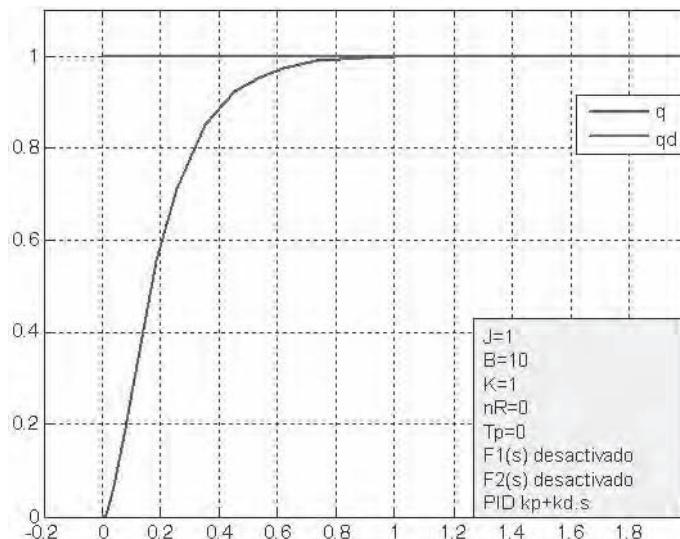


Figura 7.48. Respuesta al escalón con regulador PD ajustado.

7.6. BIBLIOGRAFÍA

- [AMARÍS-95] H. Amarís, *Modelado y control de la flexión de robots de grandes dimensiones*, Tesis Doctoral, DISAM, Universidad Politécnica de Madrid, 1995.
- [ASTRÖM-95] K. J. Aström y Hägglund, *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*, ISA, 1995.
- [ASTRÖM-89] K. J. Aström, K. B. Wittenmark, *Adaptive Control*, Addison-Wesley, 1989.
- [BARRIENTOS-96] A. Barrientos *et al.*, *Control de sistemas continuos. Problemas resueltos*, McGraw-Hill, Madrid, 1996.
- [CRAIG-88] J. J. Craig, *Adaptive Control of Mechanical Manipulators*, Addison-Wesley, 1988.
- [FELIÚ-06] V. Feliú, «Robots flexibles: hacia una generación de robots con nuevas prestaciones», *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, vol. 3, n.º 3, pp. 24-41, julio, 2006.
- [FRANKLIN-91] G. F. Franklin, J. D. Powell y A. Emami-Naeini, «Principios esenciales de la retroalimentación», *Control de sistemas dinámicos con retroalimentación*, Addison-Wesley, 1991.
- [GASTINEL-75] N. Gastinel, *Análisis numérico lineal*, Editorial Reverté, 1975.
- [KOIVO-89] A. J. Koivo, *Fundamentals for control of robot manipulators*, John Wiley & Sons, 1989.
- [KOIVO-03] A. J. Koivo, «Adaptive linear controller for robot manipulators», *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-28, pp. 162-171, 1983.
- [LEWIS-93] F. L. Lewis, C. T. Abdallah y D. M. Dawson, *Control of Robot Manipulators*, Macmillan Publishing Co., Nueva York, 1993.
- [OGATA-03] K. Ogata, *Ingeniería de Control Moderna*, Prentice-Hall Hispanoamericana, 4.^a edición, 2003.
- [PAUL-81] R. P Paul, «Static Forces», en: *Robot Manipulators, Mathematics, Programming and Control*, The MIT Press, Massachussets, 1981.

- [PUENTE-79] E.A. Puente, *Regulación automática I*, Sección Publicaciones, ETSI Industriales, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid 1979.
- [RODRIGUEZ-96] F. Rodríguez y M. J. López, *Control adaptativo y robusto*, Secretaría de Publicaciones de la Universidad de Sevilla, Sevilla, 1996.
- [ROHRS-94] Ch. E. Rohrs, J. L. Melsa y D. G. Schultz, «Diseño de sistemas de control», en: *Sistemas de control lineal*, Mc-Graw Hill, 1994.

CAPÍTULO 8

Programación de robots

Quien hace un cesto, hará ciento
Refranero popular

Un robot industrial es básicamente un manipulador multifuncional reprogramable, siendo esta capacidad de reprogramación la que permite su adaptación de una manera rápida y económica a diferentes aplicaciones. La programación de un robot se puede definir como el proceso mediante el cual se le indica a éste la secuencia de acciones que deberá llevar a cabo durante la realización de su tarea. Estas acciones consisten en su mayor parte en moverse a puntos predefinidos y manipular objetos del entorno.

Durante la ejecución de un programa se interacciona con la memoria del sistema, leyendo y actualizando el contenido de las variables utilizadas en el programa; con el sistema de control cinemático y dinámico del robot, encargados de dar la señal de mando a los accionamientos del robot a partir de las especificaciones del movimiento que se les proporciona; y con las entradas-salidas del sistema, consiguiéndose así la sincronización del robot con el resto de las máquinas y elementos que componen su entorno.

El sistema de programación es, por tanto, la herramienta con que cuenta el usuario para acceder a las diversas prestaciones del robot, existiendo una relación directa entre las características y posibilidades del sistema de programación y las del robot en sí mismo.

En los epígrafes siguientes se comienza examinando los diferentes procedimientos existentes para la programación de robots, realizándose seguidamente una clasificación de los mismos. A continuación, se analizan aquellas características propias de un sistema de programación para robots, y que les distingue de otro tipo de sistemas de programación, como son los de equipos informáticos. Estos aspectos se concretan posteriormente en un caso práctico de programación de un robot industrial. Finalmente, se describen brevemente dos sistemas actuales de programación de robots industriales: RAPID de ABB y V+ de Adept Technology.

8.1. MÉTODOS DE PROGRAMACIÓN DE ROBOTS. CLASIFICACIÓN

Programar un robot consiste en indicar paso por paso las diferentes acciones (moverse a un punto, abrir o cerrar la pinza, etc.) que éste deberá realizar durante su funcionamiento automático. La flexibilidad en la aplicación del robot y, por tanto, su utilidad dependerá en gran medida de las características de su sistema de programación.

Los escasos intentos de unificar en cierta medida los procedimientos de programación de robots no han tenido hasta la fecha el reconocimiento y la aceptación necesarios, encontrándose que cada fabricante ha desarrollado su método particular, válido únicamente para sus propios robots. Sin embargo, existen algunos sistemas de programación que han servido de modelo para el desarrollo de otros. Tal es el caso del lenguaje AL [FINKEL-74] desarrollado por la Universidad de Stanford en los años setenta y que ha servido de referencia para muchos de los sistemas comerciales existentes. También es necesario indicar que, a pesar de la variedad de sistemas de programación existentes en el mercado, en todos ellos se dan una serie de características comunes y que se explicarán con detalle en este capítulo.

Existen diversos criterios para realizar una clasificación de los métodos de programación de robots. Algunas atienden a la potencia del método, mientras que otras clasificaciones hacen referencia al sistema empleado para indicar la secuencia de acciones a realizar. Este segundo criterio es más ilustrativo a la hora de dar a conocer las alternativas existentes para programar un robot, siendo por esta razón el que se va a seguir.

Según este criterio, un robot puede ser programado mediante lo que se denomina guiado o mediante un procedimiento textual, existiendo robots que conjugan ambos modos. Este primer nivel de división admite un segundo, atendiendo a la potencia y particularidades del método de programación. Las características de cada procedimiento de programación serán más o menos ventajosas según la aplicación a la que se destine el robot.

8.1.1. Programación por guiado o aprendizaje

La programación por guiado o aprendizaje consiste en hacer realizar al robot, o a una maqueta del mismo, la tarea (llevándolo manualmente, por ejemplo) al tiempo que se registran las configuraciones adoptadas, para su posterior repetición de manera automática.

Para guiar al robot por las trayectorias o puntos deseados se utilizan diferentes soluciones. Si los actuadores del robot están desconectados y es el programador quien debe aportar directamente la energía para mover el robot, se trata de un guiado pasivo. En este caso, el programador puede tomar el extremo del robot y llevarlo hasta los puntos deseados siguiendo las trayectorias más adecuadas. La unidad de control del robot registrará, de manera automática, la señal de los sensores de posición de las articulaciones en todos los puntos recorridos. Este tipo de guiado se denomina **guiado pasivo directo**. Un ejemplo de robot industrial programado por este procedimiento se encuentra en los robots de pintura de la firma Gaiotto (Figura 8.1).

La dificultad física de mover toda la estructura del robot se resuelve con la utilización del guiado pasivo por maniquí. En este caso se dispone de un doble del robot mientras que éste permanece fuera de línea. El maniquí posee idéntica configuración que el robot real, pero es mucho más ligero y fácil de mover. La programación se efectúa llevando de la mano a este doble, mientras que la unidad de control muestrea y almacena, con determinada frecuencia, los valores que toman los sensores de posición de las articulaciones, para su posterior repetición por el robot. Los robots, también de pintura, fabricados por Nordson se programan utilizando este procedimiento.

En ambos casos de guiado pasivo, el registro de las configuraciones que adopta el robot es continuo, es decir, la unidad de control muestrea y graba a una frecuencia elevada, las posiciones de las articulaciones. La trayectoria seguida por el robot y su velocidad queda especificada por este registro de configuraciones. En muchas ocasiones no es posible incluir ningún tipo de estructuras de control dentro del programa, por lo que los puntos son recorridos siempre secuencialmente, en el mismo orden en que se programaron.



Figura 8.1. Robots de pintura GA2000 con programación mediante guiado pasivo directo.
(Cortesía de Gaiotto).

Frente a estos sistemas pasivos, otra posibilidad permite emplear el propio sistema de accionamiento del robot, controlado desde una botonera o un bastón de mando (*joystick*) situado en un panel de programación portátil (Figura 8.2), para que sean los accionamientos los encargados de mover las articulaciones. Se dirá entonces que se trata de un **guiado activo**.

Ejemplos de este tipo se encuentran en los robots de ABB o en los de KUKA. En este caso, lo habitual es que la unidad de control únicamente registre aquellas configuraciones del robot que el programador indique expresamente. De este modo, el proceso de programación consiste en mover mediante el panel de programación al robot hasta una configuración determinada y grabar esta configuración. En este caso, el movimiento que ha llevado el robot hasta alcanzar la configuración final es irrelevante, siendo necesario incorporar los datos que definen la trayectoria del robot desde la configuración anterior hasta la nueva (habitualmente tipo de trayectoria, velocidad, precisión). Adicionalmente a través del panel de programación se pueden incluir instrucciones para el control del flujo del programa (saltos, repetición de movimientos), atención a entradas/salidas binarias, etc.

Los métodos de programación por guiado son muy útiles e incluso imprescindibles en muchas ocasiones. Así, es difícil programar una tarea de pintura de una carrocería de automóvil mediante un procedimiento diferente a la programación por guiado. Además presentan ventajas, como que no precisan disponer de las coordenadas de los elementos relevantes del entorno de trabajo, no se producen errores de posicionamiento por una incorrecta calibración del robot o su entorno, y pueden resultar fáciles de aprender. Por último, dado que el programador no hace uso directo de las coordenadas de los objetos



Figura 8.2. Panel de programación KCP de los robots KUKA. (Cortesía KUKA).

del entorno, la unidad de control no precisa de las funciones del modelado y control cinemático, desapareciendo, consecuentemente, los posibles problemas asociados a éste como la existencia de soluciones múltiples o los puntos singulares. Sin embargo, presentan una serie de inconvenientes, de los que el más destacable es la necesidad de utilizar al propio robot y su entorno para realizar la programación, obligando a sacar al robot de la línea de producción e interrumpiendo ésta. Otros inconvenientes frecuentes son la inexistencia de una documentación del programa y la dificultad de realizar modificaciones en el mismo, inconvenientes ambos que conducen a una difícil depuración y puesta a punto de las aplicaciones.

8.1.2. Programación textual

Como alternativa a la programación por guiado, el método de **programación textual** permite indicar la tarea al robot mediante el uso de un lenguaje de programación específico. Un programa se corresponde ahora, como en el caso de un programa general, con una serie de órdenes que son editadas y posteriormente ejecutadas. Existe, por tanto, un texto para el programa.

El texto del programa es editado en un sistema informático que puede ser independiente del robot, no precisando por ello, a diferencia de la programación por guiado, la presencia de éste durante la fase de desarrollo del programa. Por este motivo también se conoce a este método de programación como fuera de línea.

La programación textual puede ser clasificada en tres niveles: robot, objeto y tarea, dependiendo de que las órdenes se refieran a los movimientos a realizar por el robot, al estado en que deben ir quedando los objetos manipulados o al objetivo (o subobjetivo parcial) a conseguir.

En el estado actual, la programación de robots se queda materialmente en el primero de ellos (nivel robot), existiendo una gran cantidad de lenguajes de programación textual a este nivel, de entre los que se pueden destacar:

- AS (KAWASAKI)
- KAREL (FANUC)
- KRL (KUKA)
- RAPID (ABB) [ABB-94].
- V+ (ADEPT) [ADEPT-89].
- VAL II (UNIMATION) [STAÜBLI-92].

Desde los comienzos de la programación de robots [BONNER-82] se ha intentado desarrollar lenguajes a nivel objeto [KOUTSOU-81], pero las dificultades con que se han encontrado los investigadores han impedido una implementación eficiente del lenguaje. Como ejemplos pueden citarse:

- | | |
|----------|---|
| LAMA | (MIT-1976) [LOZANO-76]. |
| AUTOPASS | (IBM-1977) [LIEBERMAN-77]. |
| RAPT | (Universidad de Edimburgo-1978) [POPPLESTONE-78] [AMBLER-86]. |

La programación a nivel tarea precisa de la resolución de complejos retos propios de la Inteligencia Artificial, de entre los que puede citarse la planificación automática de modos de agarre y de trayectorias del robot, mediante la cual el sistema de control debe decidir de qué modo debe agarrar los objetos para garantizar su estabilidad durante el transporte a la vez que se dejan libres las superficies que deberán entrar en contacto con el resto del entorno. Además el robot debe ser capaz de conocer el estado de su entorno y corregir continuamente las discrepancias entre el modelo previsto y el estado real, haciendo uso para ello de un sistema sensorial y de un adecuado tratamiento de la información registrada por él. Todos estos temas son desde hace décadas motivo de investigación en la mayoría de los centros dedicados a la robótica lo que da lugar a un avance lento, pero continuo en su resolución.

Para aclarar el modo en que se programará un robot en cada uno de los niveles anteriormente mencionados, se va a resolver una tarea concreta utilizando las tres alternativas.

La Figura 8.3 representa el robot y su entorno. Se pretende situar la pieza A, sobre la que se apoya la pieza B, en el interior del orificio de la pieza D. A continuación se presenta el programa en los tres niveles de manera simplificada y utilizando lenguajes hipotéticos.

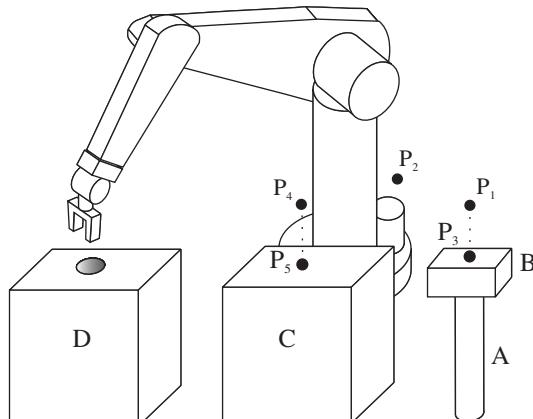


Figura 8.3. Ejemplo de tarea a programar.

- **Nivel robot:** Es necesario especificar cada uno de los movimientos que ha de realizar el robot, así como la velocidad, direcciones de aproximación y salida, apertura y cierre de la pinza, etc. Será necesario también descomponer la tarea global en varias subtareas, como, por ejemplo, *quitar B de A (poniendo B sobre C), introducir A en D*, etc. Para el ejemplo que se está considerando, la subtarea que consiste en colocar B sobre C tendrá el siguiente aspecto:

```

Mover_a P1 via P2 ; Situarse en un punto sobre la pieza B
Vel = 0.2 * VELMAX ; Reducir la velocidad
Pinza = ABRIR ; Abrir la pinza
Prec = ALTA ; Aumentar la precisión
Mover_recta_a P3 ; Descender verticalmente en línea recta
Pinza = CERRAR ; Cerrar la pinza para coger la pieza B
Espera = 0.5 ; Esperar para garantizar cierre de pinza
Mover_recta_a P1 ; Ascender verticalmente en línea recta
Prec = MEDIA ; Decrementar la precisión
Vel = VELMAX ; Aumentar la velocidad
Mover_a P4 via P2 ; Situarse sobre la pieza C
Prec = ALTA ; Aumentar la precisión
Vel = 0.2 * VELMAX ; Reducir velocidad
Mover_recta_a P5 ; Descender verticalmente en línea recta
Pinza = ABRIR ; Abrir pinza

```

Obsérvese, que el programador debe ser responsable de conocer en todo momento donde está la pieza manipulada. De este modo, si más adelante quisiera volver a recoger la pieza, debería recordar que la dejó en P5, llevando al robot a esta localización.

- **Nivel Objeto:** Disminuye la complejidad del programa. La programación se realiza de manera más cómoda, ya que las instrucciones se dan en función de los objetos a manejar. Un planificador de la tarea se encargará de consultar una base de datos y generar las instrucciones a nivel de robot.

```

Situar B sobre C haciendo coindidir
LADO_B1 con LADO_C1 y LADO_B2 con LADO_C2 ;
Situar A dentro D haciendo coincidir
EJE_A con EJE_HUECO_D y BASE_A con BASE_D ;

```

- **Nivel Tarea:** El programa se reduce a una única sentencia ya que se especifica qué es lo que debe hacer el robot en lugar de cómo debe hacerlo.

Ensamblar A con D

Es importante destacar que en la actualidad es muy frecuente que los sistemas de programación de robots tiendan a combinar los dos modos básicos (guiado y textual), permitiéndose desarrollar el programa mediante la escritura de las instrucciones, y utilizando la posibilidad de guiado en línea en aquellos momentos en que sea necesario. Sistemas como RAPID de ABB, VAL II de Staübli y V + de Adept Technology son ejemplos de esta ambivalencia.

Como resumen, la Figura 8.4 recoge los diferentes métodos de programación de robots existentes.

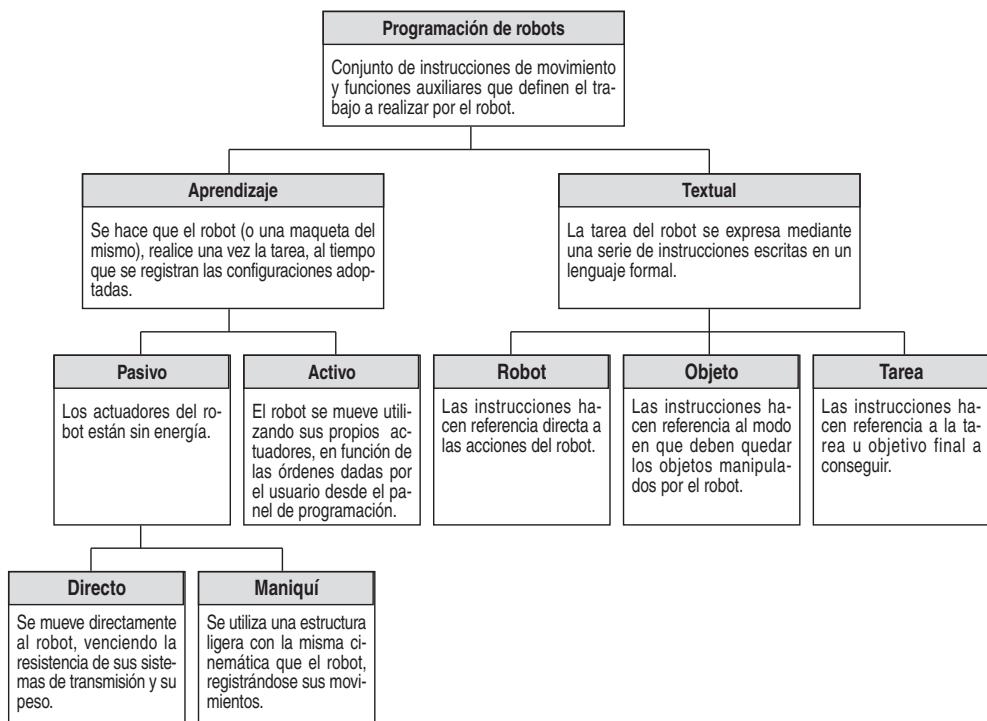


Figura 8.4. Modos de programación de Robots Manipuladores.

8.2. REQUERIMIENTOS DE UN SISTEMA DE PROGRAMACIÓN DE ROBOTS

A pesar de la falta de normalización entre los métodos de programación de robots existentes, las necesidades comunes han originado un cierto paralelismo y afinidad entre casi todos ellos. Esta circunstancia permite establecer una serie de características generales que se manifiestan en los elementos de programación que contienen. Tradicionalmente y desde los orígenes, los requerimientos generales que se vienen estableciendo [CRAIG-89], [LOZANO-82] y [BLUME-86] para un sistema de programación de robots son los siguientes:

- Entorno de programación.
- Modelado del entorno.
- Tipo de datos.
- Manejo de entradas/salidas (digital y analógica).
- Comunicaciones.
- Control de movimiento.
- Control del flujo de ejecución del programa.

Cada sistema de programación de robots da respuesta a estos requerimientos en mayor o menor grado. Así, mientras algunos no contemplan modelo alguno del entorno, otros basan totalmente su modo de funcionamiento en la existencia y mantenimiento de un detallado modelo geométrico.

Se realiza a continuación una descripción de estos requerimientos, prestando mayor atención a los que se consideran más frecuentes.

8.2.1. Entorno de desarrollo

Como en cualquier lenguaje de programación convencional, es de gran importancia, para conseguir un aumento considerable de productividad de la programación, el contar con un entorno de desarrollo adecuado a las necesidades.

Programar las acciones de un manipulador es complicado en el sentido de que en todo momento existe una interacción con el entorno, tratándose de un proceso continuo de prueba y error. Ésta es la principal causa que lleva a que la mayoría de los sistemas de programación de robots sean de tipo interpretado, pudiéndose realizar un seguimiento paso a paso de lo programado en cada momento. Se evita así el tedioso ciclo de editar-compilar-ejecutar muy costoso en tiempo.

Es pues importante, y de desear, que un sistema de programación de robots presente una buena capacidad de depuración y de ejecución paso a paso, teniendo especialmente en cuenta la interacción en tiempo real que existe entre los distintos equipos de la célula con el controlador del robot. También es aconsejable la existencia de una buena monitorización continua del desarrollo del programa [VOLZ-88].

Algunos de los sistemas de programación actuales se soportan sobre sistemas operativos multitarea, permitiendo el control simultáneo y sincronizado del robot y su periferia (haciendo funciones equivalentes a las de un autómata programable o PLC), del robot y otros sistemas (visión, transportes, etc.) o incluso de varios robots,

Es de destacar que, en coincidencia con otras tecnologías industriales, se puede observar la tendencia a utilizar como entorno sistemas operativos de amplia difusión como Windows o Linux, con la facilidad que esto le supone al usuario al encontrarse familiarizado con el sistema. En este sentido la tendencia al uso de interfaces gráficas ha llevado al establecimiento de la norma UNE EN ISO 15187-2003 [UNE-03], en la que se normalizan las interfaces gráficas que el usuario puede utilizar para la programación de robots (GUI-R). La norma no es en ningún caso la especificación de un lenguaje gráfico de programación de robots, sino la especificación de cómo las funciones más importantes de un lenguaje concreto deben ser representadas de manera gráfica.

Otras prestaciones que algunos robots incluyen, bien de serie o de manera opcional, en sus entornos de desarrollo son: la disponibilidad de herramientas para la programación fuera de línea (sin necesidad de disponer del robot), el uso de simuladores de la célula robotizada con posibilidad de generar el programa directamente para el robot real, o la existencia de herramientas para el desarrollo de la interfase humano-máquina.

8.2.2. Modelado del entorno

El modelo del entorno es la representación que tiene el robot de los objetos con los que interacciona. Normalmente, este modelo se limita a características geométricas: posición y orientación de los objetos, y en ocasiones a su forma, dimensiones, peso, etc.

Para definir la posición y orientación de los objetos del modelo, lo más frecuente es asignar a cada objeto de manera solidaria un sistema de referencia, de manera que la posición y orientación de este sistema referidos a un sistema base, normalmente denominado sistema del mundo, definen de manera única las del objeto.

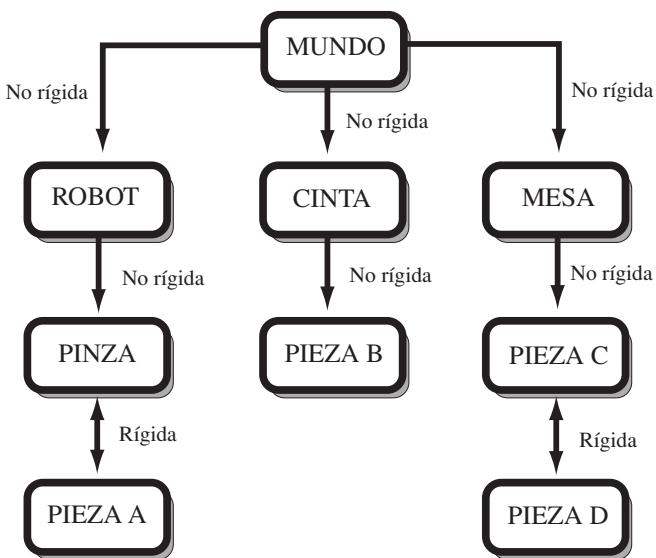


Figura 8.5. Árbol de modelo de entorno relacional.

Algunos modelos del entorno permiten establecer relaciones entre objetos [FINKEL-74] [RODRIGUEZ-94]. Éstas establecen la posible unión física entre los objetos. Dos objetos pueden ser independientes (el movimiento de uno no afecta al otro), tener dependencia de unión rígida (el movimiento de uno implica el del otro y viceversa) o tener una dependencia de unión no rígida (el movimiento de uno implica el del otro, pero no al revés). Este modelo relacional, que puede ser representado mediante una estructura arborescente, puede ser actualizado de manera automática durante la ejecución del programa (Figura 8.5), simplificando notablemente la tarea del programador. Alternativamente es el propio programa el que debe mantener actualizadas las relaciones entre los objetos, haciendo uso de la reasignación de coordenadas a los objetos y la expresión de éstas mediante la composición de transformaciones.

8.2.3. Tipos de datos

Un sistema de programación de robots cuenta, además, de con los tipos de datos convencionales (enteros, reales, booleanos, etc.) con otros específicamente destinados a definir las operaciones de interacción con el entorno, como son, por ejemplo, los que especifican la posición y orientación de los puntos y objetos a los que debe acceder el robot. Como ya se vio en el Capítulo 3, correspondiente a herramientas matemáticas, la posición y orientación espacial de un objeto puede ser especificada de diversas formas:

Utilizando coordenadas articulares o del robot: mediante una n-upla ($q_1 \dots q_n$), donde n es el número de grados de libertad del robot, que indica los valores articulares que debe tomar el robot para posicionar y orientar su extremo como el objeto en cuestión.

Utilizando coordenadas cartesianas o del usuario: en este caso, una vez asociado un sistema de referencia de coordenadas $\{S_1\}$ al objeto, su posición se describe por las coordenadas cartesianas del origen de $\{S_1\}$, (p_x, p_y, p_z) mientras que la orientación admite diferentes tipos de representación:

- Ángulos de Euler: (ϕ, θ, ψ) .
- Cuaternios: $(\cos_{\theta/2}, h_x \operatorname{sen}_{\theta/2}, h_y \operatorname{sen}_{\theta/2}, h_z \operatorname{sen}_{\theta/2})$.
- Matriz noa:

$$\begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x \\ n_y & o_y & a_y \\ n_z & o_z & a_z \end{bmatrix}$$

La representación conjunta de posición y orientación del extremo del robot se consigue agrupando las tres coordenadas de posición con alguno de los métodos de representación de la orientación. Los diferentes sistemas de programación existentes emplean una o varias de estas representaciones:

- | | |
|--------------------|--|
| • VAL II (Staubli) | emplea $(q_1 \dots q_6), (p_x, p_y, p_z, \phi, \theta, \psi)$ |
| • AML (IBM) | emplea $(p_x, p_y, p_z, \phi, \theta, \psi)$ |
| • ARLA (ABB) | emplea $(p_x, p_y, p_z, \cos_{\theta/2}, h_x \operatorname{sen}_{\theta/2}, h_y \operatorname{sen}_{\theta/2}, h_z \operatorname{sen}_{\theta/2})$ |
| • RAPID (ABB) | emplea $(p_x, p_y, p_z, \cos_{\theta/2}, h_x \operatorname{sen}_{\theta/2}, h_y \operatorname{sen}_{\theta/2}, h_z \operatorname{sen}_{\theta/2})$ |
| • V+ (Adept) | emplea $(p_x, p_y, p_z, \phi, \theta, \psi)$ |
| • AL (Stanford) | emplea $(q_1 \dots q_6)$, y matrices de transformación homogénea. |

En VAL II, V+ y RAPID también existe la posibilidad de emplear matrices de transformación homogénea.

8.2.4. Manejo de entradas salidas

La comunicación del robot con otras máquinas o procesos que cooperan con él, es fundamental para conseguir su integración y sincronización en los procesos de fabricación. Esta comunicación se consigue, en el nivel más sencillo, mediante señales binarias de entrada y salida. Mediante ellas el robot puede decidir comenzar una determinada acción o indicar a un dispositivo externo que comience la suya.

Para el manejo de las salidas binarias el robot posee instrucciones de activación o desactivación de las mismas. En cuanto a las entradas, el robot tiene capacidad de leerlas y controlar el flujo del programa en función de su valor, como esperas o saltos condicionados. Algunos sistemas incluyen la posibilidad de comenzar automáticamente su ciclo de trabajo cuando le llega una señal binaria determinada.

Una utilización especial de las entradas binarias es la generación de interrupciones. En estos casos una determinada señal o una combinación lógica de las mismas, se monitoriza de manera automática. Si la citada condición se verifica, la unidad de control del robot ejecuta una rutina especial, interrumpiéndose el flujo normal del programa. Esta interrupción puede realizarse inmediatamente (incluso en mitad del movimiento del robot), cuando finaliza la ejecución de la instrucción en curso (al finalizar el movimiento), o cuando finaliza el ciclo de trabajo fijado por el programa (al finalizar la secuencia).

Otra aplicación importante de las entradas-salidas del robot, ya sean digitales o analógicas, es la integración de sensores, incorporando la información de éstos al desarrollo de la tarea. Los sensores permiten ante todo realizar determinadas aplicaciones en un entorno parcialmente desconocido o con algún grado de incertidumbre como, por ejemplo, la localización precisa de una pieza. La información proporcionada por los sensores puede utilizarse en la

programación de robots de muy diversas formas, entre las que se pueden destacar las siguientes:

- Modificar la trayectoria.
- Elegir entre diversas alternativas.
- Obtener la identidad y posición de objetos y sus características.
- Cumplir con restricciones externas.

8.2.5. Comunicaciones

De la misma manera que en otro tipo de procesos industriales, la integración de los elementos que participan en los mismos con el resto de los sistemas de control y gestión de la producción se ha convertido en una necesidad.

El robot, debe por este motivo poder comunicarse tanto con otros robots o máquinas equivalentes que participan de la producción, como con los sistemas informáticos responsables de la planificación y gestión de la producción. Esta comunicación permite entre otras cosas:

- La adaptación de los movimientos del robot a situaciones cambiantes en la línea de lo indicado en el Apartado 8.2.4.
- La carga o actualización del programa del robot en función de nuevas órdenes de producción.
- La monitorización o supervisión del estado de la célula.
- El control del estado de la producción.

Si bien siempre es posible recurrir a la comunicación a través de las entradas salidas digitales para realizar las funciones anteriores, esta posibilidad es limitada, e incluso puede resultar insuficiente, debiendo ser considerada sólo como una solución de compromiso cuando el robot no contempla otras vías de comunicación.

La mayor parte de los robots industriales de nueva generación han sido consecuentes con la tendencia de todos los sistemas automáticos a disponer de vías de comunicación basadas en estándares. Dado el dinamismo existente en la aparición de nuevos estándares, la variedad de alternativas que se encuentran en el mercado de robots es amplia (RS232, Devicenet, CanBus, Profibus, Ethernet, etc.). La decisión de algunos fabricantes de basar su sistema de control en una arquitectura de tipo PC Industrial (KUKA entre otros) permite una gran flexibilidad de adaptación a futuros estándares de comunicaciones.

8.2.6. Control del movimiento del robot

Indudablemente, un método de programación de robots debe incluir la posibilidad de especificar el movimiento del robot. Además del punto de destino, es necesario especificar el tipo de trayectoria espacial que debe ser realizada, la velocidad media del recorrido y la precisión con que se debe alcanzar el punto destino. Incluso en ocasiones puede ser necesario indicar si el movimiento debe realizarse en cualquier caso o debe estar condicionado por algún tipo de circunstancia como, por ejemplo, la medida proporcionada por un sensor.

Tal y como se vio en el Capítulo 6 dedicado al control cinemático, las trayectorias de un robot pueden ser punto a punto, coordinadas o trayectorias continuas, englobando este último caso a la línea recta, interpolación circular y otras. Asimismo, se indicó entonces que en la

práctica los movimientos punto a punto se implementan como movimientos coordinados. De esta manera lo habitual es que el robot admita 3 tipos de movimientos: movimiento libre (equivalente al coordinado, usando algún tipo de interpolación articular como los descritos en el Capítulo 6) movimiento en línea recta y movimiento circular.

En cuanto a la especificación de la velocidad, suele ser frecuente darla como tanto por ciento de una velocidad base que se define de manera independientemente. De este modo se facilita la alteración de la velocidad de todo el programa o de una parte de él sustituyendo una única instrucción.

El obligar al extremo del robot a pasar con precisión por una localización determinada, puede implicar la variación de su velocidad (véase Capítulo 3) y, por tanto, el crecimiento del tiempo de ciclo. Sin embargo, en muchas ocasiones no es necesaria alcanzar la localización con una gran precisión. Por ejemplo en un entorno con obstáculos, se puede guiar al robot evitando a los mismos, mediante el uso de puntos de paso o *via points*, hacia los que se pretende que el robot se dirija, pero sin tener que pasar, ni por supuesto pararse, en ellos. Estos puntos se especifican como puntos que deben ser alcanzados con una baja precisión.

El control (cinemático-dinámico) del robot, recibe las referencias de posición procedentes del programa, no admitiendo una nueva referencia hasta que el extremo del robot no alcanza la referencia en vigor con la precisión indicada. De este modo, si la precisión con la que se desea alcanzar una determinada configuración se define como *baja*, el extremo del robot se encaminará hacia la configuración siguiente sin haber llegado a la anterior y sin tener que disminuir apenas su velocidad. En el caso extremo la precisión puede ser definida como *nula*, en cuyo caso se ejecutaría la siguiente instrucción del programa de manera inmediata, corresponda a un nuevo movimiento o a cualquier otro tipo, sin dar tiempo a que el robot se encamine hacia el punto de paso. El resultado final es que el movimiento gana en continuidad y velocidad a costa de perder una precisión innecesaria en esos puntos de paso (Figura 8.6).

Se ha de tener en cuenta también, en particular cuando se trata de una trayectoria continua, la posibilidad de que la trayectoria del robot pase por un punto singular con las importantes consecuencias que esto tiene (desvío de la trayectoria programada, movimientos no previstos del brazo o muñeca o incluso parada del sistema). En el caso de que el robot repita siempre los mismos movimientos programados, esta situación puede ser detectada y corregida durante la puesta en marcha de la célula robotizada, buscando trayectorias alternativas o reubicando el *lay-out*. Pero cuando los movimientos del robot se pueden modificar en base a información que varía durante la ejecución del programa (por ejemplo, recoger una pieza cuya localización es obtenida por un sistema de visión por computador), no es posible su detección y corrección a priori, siendo preciso disponer de medios que detecten la presencia del

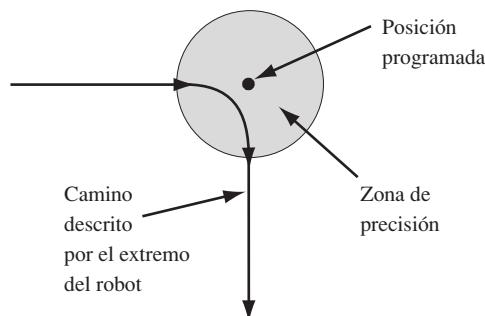


Figura 8.6. Funcionamiento de un punto de paso (*via point*).

punto singular en la trayectoria y den medios para tomar acciones correctivas. Algunos sistemas, como el RAPID [ABB-94], permiten especificar qué tipo de interpolación se debe utilizar de forma general durante la ejecución de una trayectoria cuando se ha de pasar por estos puntos singulares.

La consideración de las señales captadas por los sensores en la especificación de los movimientos del robot, puede hacerse a varios niveles. Una primera posibilidad responde a la interrupción del movimiento del robot por verificarse algún tipo de condición externa programada. Esta posibilidad ya comentada en el manejo de Entrada-Salida se suele denominar movimiento protegido o monitorizado (*guarded motions*). Un ejemplo simple del uso de estos movimientos puede ser el recoger una pieza cuya posición en el plano XY es conocida, pero no así su altura. El uso de un sensor de presencia en la pinza del robot, puede permitir programar un movimiento vertical del robot hasta la altura mínima prevista de la pieza, pero interrumpir el movimiento en cuanto el sensor detecte su presencia, momento en el que se continúa con las siguientes instrucciones del programa (por ejemplo, cerrar la pinza).

La segunda alternativa del uso de sensores, implica la modificación del movimiento, en cuanto a la trayectoria, localización de destino o velocidad, según la información captada del entorno. De este modo el movimiento del extremo del robot queda alterado, adaptándose a las necesidades de un entorno cambiante o parcialmente indeterminado. Estos movimientos se conocen como acomodativos (*compliant motions*). Un ejemplo frecuente de estos movimientos son los sistemas de seguimiento del cordón utilizados en la soldadura al arco, que permiten que la soldadura se realice con precisión sobre la línea de unión de ambas piezas, aun cuando la posición de éstas no sea exactamente la esperada.

En la práctica los movimientos monitorizados se implementan mediante el uso de interrupciones, mientras que los acomodativos se realizan, bien mediante el uso de funciones específicas de la aplicación (por ejemplo, en el sistema de soldadura al arco de los robots Kawasaki) o bien mediante instrucciones genéricas, que modifican la trayectoria de acuerdo al valor proporcionado por el sensor (por ejemplo, la instrucción ALTER de VAL II o V +),

8.2.7. Control del flujo de ejecución del programa

Al igual que en cualquier lenguaje de programación de propósito general, un lenguaje de programación de robots ha de permitir al programador especificar de alguna manera un flujo de ejecución de operaciones. Se emplean para ello las estructuras habituales de bucles (*for, repeat, while, etc.*). También es de especial importancia la capacidad de procesamiento en paralelo, tanto para el control de varios robots trabajando conjuntamente bajo las órdenes de un solo programa, como para el control de un único robot en una celda de trabajo cuyos equipos se encuentran igualmente bajo el control del programa del robot. Se emplea para ello señales de sincronismo basadas en semáforos y ejecución de tareas en paralelo.

Es importante para la mayoría de las aplicaciones el tener un control de interrupciones mediante las que distintos equipos en funcionamiento puedan interaccionar con el robot. Se debe poder fijar la prioridad en el tratamiento de las mismas, así como activarlas y desactivarlas durante la ejecución de diversas fases del programa.

8.3. ESTANDARIZACIÓN

Ha habido diferentes intentos de establecer una estandarización en los métodos de programación de robots. En Europa destaca el IRDATA [REMBOLD-85], desarrollado en la Universidad de Karlsruhe y que se admitió como norma VDI. Su concepción era la de un código intermedio entre el sistema de programación utilizado y el propio sistema de programación del robot.

En la actualidad el Industrial Robot Language (IRL), ha ganado cierta aceptación, siendo norma DIN desde el año 1996 [DIN-96]. El IRL ha sido incluido como modo de programación en algunos simuladores (COSIMIR de FESTO). Define la sintaxis y la semántica de un lenguaje textual que permite programar los movimientos del robot así como otras funciones auxiliares. Su sintaxis puede ser traducida a un código intermedio para el control de un robot.

En su definición se tuvo en cuenta el informe técnico ISO/TR *Manipulating industrial robots-Intermediate Code for Robots* (ICR) (anulado como tal en el año 2004), en el que, a título informativo, la organización internacional de estándares (ISO) recogía el estado del arte en este aspecto.

El concepto de código intermedio supone que éste sirve de interfase común entre lenguajes o procedimientos de programación genéricos (como los que puede usar un simulador o una herramienta general de programación de robots tal como el IRL) y los modos específicos de programación de cada robot concreto. El código intermedio debe ser generado de manera automática desde el lenguaje de partida (preproceso) y ser a continuación traducido al lenguaje de programación del robot (postproceso). De este modo, se reduce el número de traductores del lenguaje de partida al del robot. En la Figura 8.7, el poder controlar todos y cada uno de los M robots con los N lenguajes genéricos, precisaría de $N \times M$ traductores. El uso del código intermedio reduce este número a $N + M$.

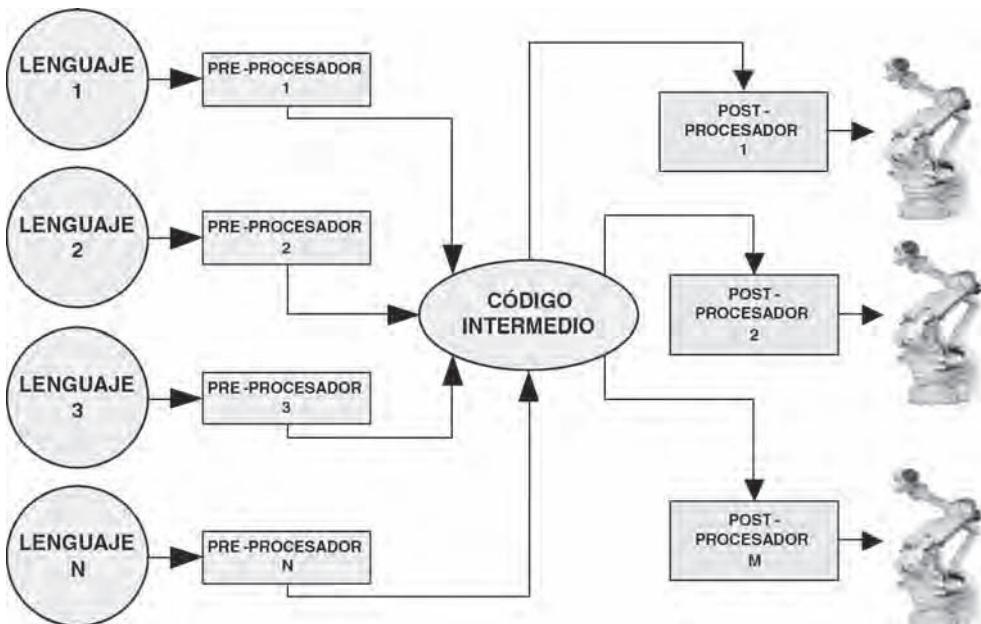


Figura 8.7. Uso de un código intermedio como interfase entre lenguajes genéricos y robots.

El IRL utiliza una notación independiente de cualquier robot, con una sintaxis similar a la de un lenguaje informático estructurado convencional a la que se han añadido instrucciones específicas para el control de los movimientos de los robots, como son la definición de posiciones, orientaciones o la definición de movimientos según diferentes trayectorias especificando la velocidad, la aceleración o el tiempo invertido en la misma. Se incluye a continuación, a modo de ejemplo, el código de un programa sencillo adaptado del anexo D.4 de la norma, cuya interpretación puede ser realizada sin conocer con detalle la sintaxis del IRL.

PROGRAM ejemplo IRL

VAR

INPUT BOOL: pieza at 1; {entrada digital que indica la presencia de pieza}
 repetir at 2; {entrada digital que indica el deseo de repetir la acción}
 OUTPUT BOOL: electrm at 1; {salida digital que activa el electroimán del efecto final}

BEGIN

IF NOT pieza THEN HALT; ENDIF;
 R_ACC:= 300.0; {especifica la aceleración}
 R_SPEED:= 100.0; {especifica la velocidad}

Bucle:

MOVE LIN p_sb_pieza; {movimiento en línea recta a punto sobre pieza}
 MOVE LIN p_pieza; {movimiento en línea recta a punto recogida pieza}
 electrm:=TRUE; {activa el electroimán del efecto para coger la pieza}

 MOVE LIN p_sb_pieza; {movimiento en línea recta a punto sobre pieza}
 MOVE LIN p_intermedio; {movimiento en línea recta a punto intermedio}
 MOVE LIN p_destino; {movimiento en línea recta hasta situarse sobre destino}
 electrm:=FALSE; {desactiva el electroimán del efecto para dejar la pieza}
 MOVE LIN p_intermedio; {regresa al punto intermedio }

IF repetir = TRUE THEN GOTO bucle; ENDIF; {¿Repetir → coger nueva pieza?}

MOVE LIN home; {Fin de tarea. Se retorna a la posición de reposo}
 HALT; {Para la ejecución del programa}

END PROGRAM

8.4. EJEMPLO DE PROGRAMACIÓN DE UN ROBOT INDUSTRIAL

Para concretar de forma práctica cómo se realiza la programación textual de un robot industrial, se desarrolla a continuación un caso concreto de ejemplo, utilizando, sin pérdida de generalidad, un lenguaje textual de carácter experimental, como es el Código-R [FELIÚ-85]. Este lenguaje fue desarrollado para su utilización sobre el robot DISAM-E65. Se trata de un código de bajo nivel que sirve de enlace entre el controlador del robot y un lenguaje de más alto nivel, pudiendo ser escrito directamente o ser generado por otro sistema de programación superior. Esta característica le hace especialmente didáctico para mostrar las particularidades propias de la programación de robots.

La aplicación a programar, mostrada en la Figura 8.8, consiste en una célula de verificación y empaquetado de componentes. Los componentes llegan a la célula a través de un alimentador, de donde el robot ha de cogerlos y realizar un test específico de validación sobre ellos. Si el test resulta positivo, se coloca el componente en el primer agujero libre del pallet de 3×5 situado en una cinta de transporte contigua. Esta cinta se mueve mediante un motor controlado por el propio robot. Si el test resultase negativo (componente defectuoso), se colocará el componente en una caja de componentes desechados.

El robot utilizado en la aplicación es de tipo SCARA, de cuatro grados de libertad: dos para posicionamiento en (x, y) , uno para subir y bajar la pinza en z y el cuarto para girar la pinza sobre el eje z . El tercer eje tiene la particularidad de que está accionado neumáticamente, por lo que sólo posee dos posibles posiciones: arriba y abajo.

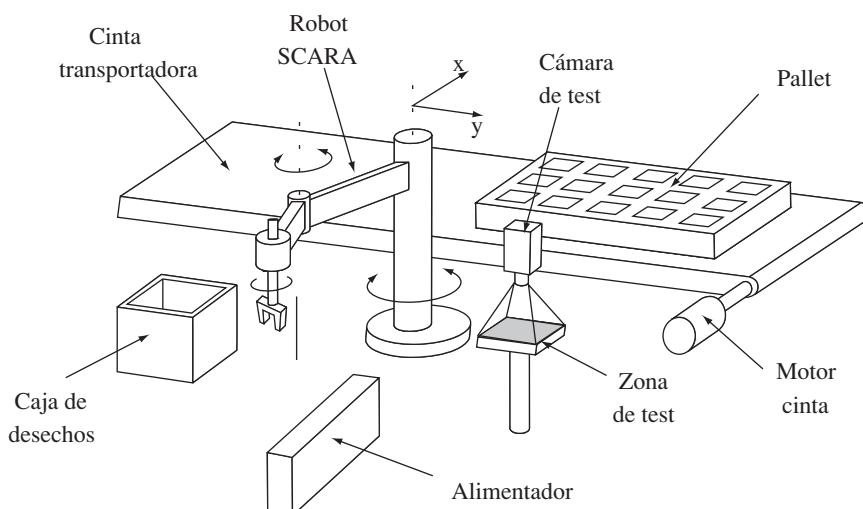


Figura 8.8. Esquema de la aplicación programada con Código-R.

Como señales de control de la célula por parte del sistema de control del robot se utilizan diversas señales digitales de entrada y salida. Como señales de entrada digitales se tienen:

- Ea : Indica si hay componente en el alimentador.
- Eh: Indica la existencia de componente en la herramienta (pinza).
- Et: Indica si el test ha resultado positivo.
- Ep: Indica si el pallet está disponible.

Y como salidas digitales:

- Sn: Alarma que indica la necesidad de un nuevo componente.
- Sh: Alarma que indica que no hay componente en la pinza.
- Sm: Señal de control del motor de la cinta de transporte.
- St: Señal de activación del test.

En la Tabla 8.1 se describen de forma breve el formato simplificado de las instrucciones del Código-R, necesarias para poder comprender sin dificultad el código del programa que se muestra a continuación. Existen, además, dos macroinstrucciones para coger la pieza (COG) y dejar la pieza (DEJ).

Tabla 8.1. Instrucciones del lenguaje Código-R

Nom.	Parámetros	Descripción	Ejemplo
POSS\$	Variable posición (<i>x, y</i>)	Posiciona el extremo del robot en la posición especificada.	POSS\$ Pa
SBR	N1 Subrutina	Llamada a una subrutina.	SBR 300
BUC	N1 rep., identificador	Bucle de repetición.	BUC 5, 1
REP	Identificador de bucle	Fin de bucle.	REP 1
OPE	Var, Operacion, Var	Realización de una operación entre variables.	OPE Pv=Pa + Pi
SAL*	N1 de línea, condición	Salto condicional.	SAL* 100, Ea=1
SAL	N1 de línea	Salto incondicional.	SAL 104
EST	Valor numérico	Esperar un tiempo en segundos.	EST 2
GPZ	Variable orientación	Girar pinza a una orient.	GPZ Oa
ESE	Id. Entrada = valor	Esperar entrada.	ESE Ea=1
RET	—	Retorno de subrutina.	RET
VEL	Tipo y velocidad	Asignar velocidad.	VEL a=2000
MON	Id. entrada = valor, línea de salto, tiempo de espera	Monitoriza el valor de una señal un tiempo, si la señal toma el valor indicado salta a línea.	MON Ea=1,506,30
VAR	Id. variable = posición	Definición de var. de posición.	VARPa= 100,100
VARa	Id. variable = orientación	Definición de var. de orientación.	VARa Op =100
SUB	—	Subir la pinza.	SUB
BAJ	—	Bajar la pinza.	BAJ
SLD	Id. Salida = valor,tiempo	Activar salida durante un tiempo. Por defecto es siempre.	SLD Sn=1,10

Macroinstrucciones

```

MAC COG ; Definición de la macroinstrucción coger
    PINZA = ABRIR
    BAJ
    EST 0.5
    PINZA = CERRAR
    SUBIR
END MAC

MAC DEJ ; Definición de la macroinstrucción DEJAR
    BAJ
    PINZA = ABRIR
    EST 0.5
    SUB
    PINZA = CERRAR
END MAC

```

El programa desarrollado para realizar esta aplicación consta de un módulo principal y varias subrutinas. A continuación, se muestra el código de programa de cada una de ellas, precedidas de una breve explicación de su funcionamiento.

Inicialización de variables

Se definen en este bloque de datos inicial la velocidad lineal y angular del efecto final, así como distintas variables con posiciones y orientaciones a utilizar durante el desarrollo de la aplicación.

```

1   VEL    =2000          ; Velocidad base de posicionamiento
2   VELa   =100           ; Velocidad de giro de la pinza
3   VAR    Pa = -450,275  ; Posición del alimentador
4   VAR    Pt =     0,450  ; Posición del dispositivo de test
5   VAR    Pi =  330,-30   ; Posición de comienzo del pallet
6   VAR    Pd = -250,450  ; Pos. almácén de comp. defectuosos
7   VAR    Pv =  330,-30   ; Pos. pallet libre y auxiliar
8   VAR    Pf =  330,-30   ; Pos. de la fila libre
10  VAR   Ic =    80, 0    ; Incremento de columna
11  VAR   If =     0, 80   ; Incremento de fila
12  VARa  Op = 100        ; Orientación del comp. en pallet
13  VARa  Oa =    0         ; Orientación del comp. en alimentación
16  VARa  Ot =    50        ; orientación de dispositivo de test

```

Proceso de llenado de pallet

Primero se pide un nuevo pallet, y después de coger el componente, se realiza el test. Si el test resulta positivo, se coloca el componente en el pallet y se actualiza la variable que representa la primera posición libre en el pallet. Si el test es negativo, se desecha el componente y se deja en la zona de componentes defectuosos. Si desaparece el pallet durante el llenado, se pedirá un nuevo pallet y se reiniciará el proceso.

```

100 SBR 300          ; Solicita pallet nuevo
101 BUC 5,filas      ; Bucle de indexación de filas
102   OPE Pv=Pf       ; Comienzo de fila
103   BUC 3,columnas  ; Bucle de indexación de columnas
104     SAL* 100,Ep=0  ; No hay pallet; comenzar proceso
105     SBR 500         ; Tomar componente del alimentador
106     SBR 600         ; Realizar test
107     SAL* 110,Et=1   ; Componente válido. Situarle en pallet
108     SBR 700         ; Componente defectuoso. Rechazarle
109     SAL 104          ; Coger un nuevo componente
110     SLD St=0        ; Test pasado, desactivar test y sacar
111     SUB              ; Componente del dispositivo de test
112     SBR 400          ; Colocar componente en pallet
113     OPE Pv=Pv+Ic    ; Incrementar posición de columna
114     REP columnas    ; Fin de indexación de columnas
115     OPE Pf=Pf+If    ; Incrementar fila
116     REP filas       ; Fin indexación filas, pallet lleno
117     SAL 100

```

Subrutina de nuevo pallet

El propósito de esta subrutina es garantizar que el pallet nuevo está posicionado en la posición de llenado, inicializando las variables Pv y Pf a la primera posición del pallet. Para conseguir esto, se activa la salida que controla el motor de movimiento de la cinta.

```

300 OPE Pv=Pi      ; Inicialización de Pv
301 OPE Pf=Pi      ; Inicialización de Pf
302 SLD Sm=1        ; Pedir nuevo pallet. Activar cinta
303 EST 2           ; Tiempo de evacuación pallet anterior
304 ESE Ep=1        ; Espera llegada de pallet nuevo
305 SLD Sm=0        ; Parar cinta
306 RET             ; Fin de nuevo pallet

```

Subrutina de colocar en pallet

Esta rutina coloca, con la adecuada orientación de la pinza, un componente en la primera posición libre en el pallet.

```

400 POS$ Pv         ; Ir a posición libre en pallet
401 GPZ Op          ; Con la correcta orientación
402 DEJ              ;
403 RET              ; Fin de colocar en pallet

```

Subrutina colocar componente

Espera durante un máximo de 30 segundos la llegada de un componente al alimentador. Si no llega, emite una alarma durante 10 segundos y lo vuelve a intentar. Si llega, lo recoge, verificando que está en la pinza del robot. Si no está (por ejemplo, porque ha resbalado) emite una alarma y trata de realizar la operación de nuevo.

```

500 POS$ Pa          ; Posicionarse sobre el alimentador
501 GPZ Oa            ; Orientándose correctamente
502 MON Ea=1,506,30   ; Monitoriza entrada 1 durante 30s máx.
503 EST 30            ; Espera de 30 segundos
504 SLD Sn=1,10       ; Si no llega componente en 30s
505 SAL 502           ; Alarma (Sn) durante 10s y repite acción
506 COG              ; Llega componente, cogerlo.
507 SAL* 510,Eh=0     ; Verificar qué componente ha sido cogido
508 RET              ; Fin de tomar componente
510 SLD Sh=1,5         ; Fallo al coger el componente
511 SAL 500           ; Emitir alarma(Sh) durante 5s. Reintentar

```

Subrutina de test

Esta subrutina coloca el componente en el dispositivo de test y lo activa.

```

600 POS$ Pt          ; Posicionarse sobre dispositivo de test
601 GPZ Ot            ; Orientarse correctamente

```

```

602 BAJ           ; Introducir componente en dispositivo
603 SLD St=1     ; Activar test
604 RET          ; Fin de test

```

Subrutina de rechazo de componente

Esta subrutina rechaza los componentes que no pasan el test, y los deja en el almacén de componentes defectuosos.

```

700 SLD St=0    ; Componente defectuoso
701 SUB         ; Sacarlo del dispositivo de test
702 POS$ Pd     ; Posicionarse en almacén de defectuosos
703 DEJ         ; Dejar componente
705 RET         ; Fin de rechazar componente

```

8.5. CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DE LOS LENGUAJES RAPID Y V+

En este apartado se realiza un breve repaso a las características de dos lenguajes de programación comerciales. Se trata de los sistemas de programación de robots V+ de Adept Technologies y RAPID de ABB. Con este repaso se pretende que el lector conozca de forma práctica la estructura real de un lenguaje de programación de robots. La información facilitada para ambos lenguajes ha sido extraída de los respectivos manuales [ABB-94] [ADEPT-89], y en ningún caso se pretende sustituirlos, tan sólo realizar una breve introducción a la programación de ambos sistemas. Para la correcta comprensión de las explicaciones es conveniente que el lector posea algunas nociones básicas de programación en lenguajes informáticos convencionales.

8.5.1. El lenguaje de programación RAPID

El lenguaje RAPID, desarrollado por la empresa ABB para su nueva generación de robots, supuso un nuevo paso adelante en el desarrollo de herramientas de programación para robots comerciales.

Constituye un lenguaje de programación textual de alto nivel que incluye algunas características importantes, tales como la utilización de funciones y procedimientos, la posibilidad de usar rutinas parametrizables, la estructura completamente modular del programa o la posibilidad de declarar rutinas y datos como locales o globales.

Un programa escrito en RAPID consiste en una serie de instrucciones que describen el trabajo del robot. Cada instrucción tiene asociada una serie de parámetros que definen de forma completa la acción a realizar. Estos parámetros específicos a cada instrucción pueden ser valores numéricos, referencias a un dato, expresiones de datos, llamadas a unas funciones, e incluso en algunos casos, cadenas de caracteres.

Los programas se desarrollan en la paleta de programación bajo un entorno de menos dirigidos. A través del joystick situado en la propia paleta y de los diversos botones adicionales

(tipo de movimiento, ejes externos, entradas/salidas) se puede también realizar entrada de datos por guiado e interaccionar con el entorno en cualquier momento. Los programas también pueden ser escritos directamente en un PC con un editor de texto convencional, para ser posteriormente volcados en la memoria del robot a través de un disquete.

Se trata de un lenguaje altamente estructurado que recuerda a un lenguaje de programación de propósito general. Los programas desarrollados en RAPID se denominan tareas e incluyen el programa en sí junto con varios módulos de sistema, módulos que contienen rutinas y datos de tipo general, independientes del programa pero que pueden ser utilizados por él en cualquier momento. A su vez, el programa puede ser dividido en varios módulos, uno de los cuales ha de ser el principal. Cada uno de estos módulos contiene submódulos de datos, además de diversas rutinas de ejecución. La Figura 8.9 muestra de forma esquemática la organización de esta estructura. La definición de módulos se realiza especificando su nombre y sus atributos como, por ejemplo, que se trata de un módulo del sistema (*SYSMODE*) o que no se puede modificar (*VIEWONLY*).

Existen tres tipos diferentes de rutinas o subprogramas posibles:

- **Procedimiento:** Rutina que no devuelve ningún valor y se utiliza como una instrucción.
- **Función:** Rutina que devuelve un dato de tipo específico y que se utiliza como una expresión.
- **Rutina TRAP:** Son rutinas que se asocian a interrupciones y se ejecutan cuando éstas se activan. No pueden llamarse nunca de forma explícita.

Los datos a manejar pueden ser de dos tipos:

- **Tipo de dato atómico:** No se define en función de otro tipo y no se puede dividir en diferentes componentes.

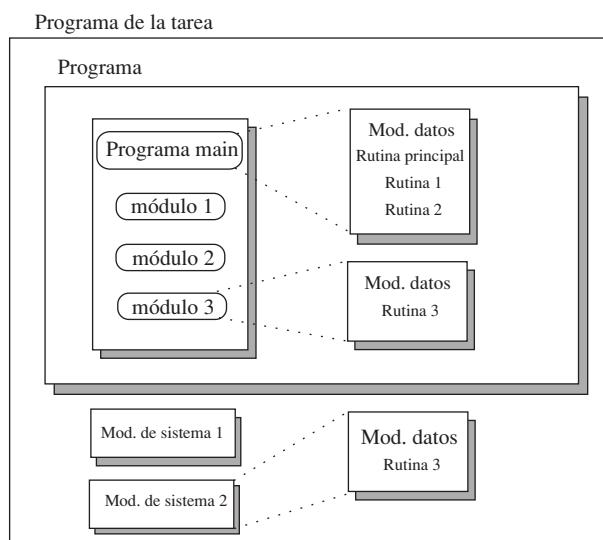


Figura 8.9. Estructura de un programa RAPID.

- **Tipo de dato registro:** Está compuesto por una serie ordenada de componentes con sus respectivos nombres. Los componentes pueden ser a su vez de tipo atómico o de tipo registro.

Estos datos, que se pueden definir como globales o locales, tanto en módulos como en subrutinas, pueden a su vez ser definidos como:

- **Constantes:** (CONS) representan datos de un valor fijo a los que no se puede reasignar un nuevo valor.
- **Variables:** (VAR) son datos a los que se les puede asignar un nuevo valor durante la ejecución del programa.
- **Persistentes:** (PERS) se trata de variables en las que cada vez que se cambia su valor durante la ejecución del programa, también se cambia el valor de su inicialización.

Los tres tipos básicos de datos habituales con los que se trabaja son:

- Numérico: *num*.
- Lógico: *bool*.
- Cadena: *string*.

Es importante destacar la existencia de una serie de estructuras predefinidas de datos con distintos campos para la utilización por parte del usuario. Se muestran a continuación algunos ejemplos:

• Confdata

Descripción: estructura para especificar la configuración del robot.

Campos: *cfl*: cuadrante del eje 1

cf4: cuadrante del eje 4

cf6: cuadrante del eje 6

Ejemplo:

VAR confdata confI0:=[1,-1,0]

• Loadata

Descripción: describe la carga colocada en la muñeca del robot.

Campos: *mass*: peso de la carga en kilogramos

cog: centro de gravedad de la carga

aom: orientación de los ejes de inercia en el centro de gravedad expresada como cuaternios.

ix, iy iz: momentos de inercia de la carga alrededor del eje x, eje y y eje z expresado en kgm².

Ejemplo:

PERS loaddata pieza:=[5,[50,0,50],[1,0,0,0],0,0,0];

• Tooldata

Descripción: estructura para especificar las características de una herramienta.

Campos: *robhold*: define si el robot tiene la herramienta o no.

tframe: sistema de coordenadas de la herramienta (posición y orientación de la herramienta)

tload: dato tipo *loadata*.

Ejemplo:

```
PERS tooldata pinza:=[TRUE,[[97,0,220],[0.924,0,0.383,0]]  
[5,[-23,0,75],[1,0,0,0],0,0,0]]
```

- **Robtarget**

Descripción:	se utiliza para definir la localización del robot y de los ejes externos
Campos:	<p><i>trans</i>: desplazamiento en x,y,z del sistema de coordenadas</p> <p><i>rot</i>: rotación del sistema de coordenadas como cuaternios</p> <p><i>robconf</i>: configuración del robot (cf1,cf4,cf6 y cfx)</p> <p><i>extax</i>: posición de los ejes externos</p>
Ejemplo:	
	<pre>VAR robtarget posicion:=[[600,500,225],[1,0,0,0],[1,1,0,0], [11,12,9E9,9E9,9E9,9E9]];</pre>

- **Motsetdata**

Descripción:	se utiliza para la definición de algunos parámetros de movimiento que afectan a las instrucciones de posicionamiento del programa.
Campos:	<p><i>vel.oride</i>: velocidad como porcentaje de la programada</p> <p><i>vel.max</i>: velocidad máxima en mm/s</p> <p><i>sing.wrist</i>: desviación de la orientación de la herramienta para evitar singularidad de la muñeca.</p> <p><i>sing.arm</i>: desviación de la orientación de la herramienta para evitar singularidad en el brazo.</p> <p>...</p> <p><i>conf.ax1</i>:desviación máxima del eje 1</p> <p><i>conf.ax4</i>:desviación máxima del eje 4</p> <p><i>conf.ax6</i>:desviación máxima del eje 6</p> <p>...</p>

El sistema de programación RAPID posee un variada gama de instrucciones para controlar el flujo de ejecución del programa, de entre las que destacan: llamadas a rutinas con distintos parámetros, instrucciones de repetición tipo *FOR*, tipo *IF* o tipo *WHILE*. Se cuenta, además, con las operaciones aritméticas habituales (asignación, +, -, *, /) que se pueden asociar tanto a números como a vectores o matrices (con las limitaciones oportunas), con algunas funciones matemáticas particulares como son: *Add*, *Clear*, *Incr*, *Decr*, *Abs* y operadores booleanos para el tratamiento de variables tipo *bool*.

El control de movimientos del robot se encuentra especialmente cuidado, existiendo primariamente unos parámetros generales de movimiento que afectan a todas las instrucciones de movimiento, a no ser que en la propia instrucción se indique lo contrario. Alguno de estos parámetros son:

- *AccSet*: máxima aceleración permitida.
- *SingArea*: método de interpolación en puntos singulares.
- *GripLoad*: peso de la pieza a manipular.
- *VelSet*: velocidad máxima y sobrevelocidad.

Las instrucciones generales de movimiento se definen en base a cómo posicionar el punto central de la herramienta (TCP), pudiéndose utilizar las siguientes:

- MoveC: mover el TCP de manera que éste describa un círculo.
- MoveJ: mover el robot con trayectoria articular (isocrona o coordinada en articulares).
- MoveL: mover el TCP del robot describiendo una línea recta.

Estas instrucciones tienen asociados una serie de parámetros, definidos como variables de los tipos generales predefinidos, algunos de los cuales ya se han visto. La forma de programar estas instrucciones es:

MoveJ [/Conc] ToPoint Speed [/V] [/T] Zone [/Z] Tool [/WObj]

- *[Conc]*: ejecución concurrente. Se ejecutan las siguientes instrucciones a medida que el robot se mueve.
- *ToPoint*: punto destino del robot (tipo de dato: *robtarget*). Si se graba directamente por guiado aparecerá un asterisco (*).
- *Speed*: velocidad que afecta al movimiento (tipo de dato: *speeddata*).
- *[V]*: velocidad específica del TCP (tipo de dato: *num*).
- *[T]*: tiempo en segundos que debe tardar en realizar el movimiento (tipo de dato: *num*).
- *Zone*: zona del movimiento para que se empiece a ejecutar la siguiente instrucción (tipo de dato: *zonedata*).
- *[Z]*: precisión del TCP (tipo de dato: *num*).
- *Tool*: la herramienta en uso (tipo de dato: *tooldata*).
- *[WObj]*: objeto de trabajo con el que el movimiento está relacionado (tipo de dato: *wobjdata*).

Los movimientos se programan a base de posiciones definidas, es decir, se le dice al robot que se mueva desde donde se encuentra a una posición determinada.

El sistema permite manipular señales de entrada/salida de diversas maneras. Se definen los nombres de las señales en los parámetros del sistema y a través de una llamada a la función correspondiente se puede leer su valor (*DInput*) o modificarlo (*SetDO*). Es posible, igualmente, la manipulación al mismo tiempo de un grupo de señales.

Se permite también la comunicación con la paleta de control, tanto para mostrar mensajes en pantalla (*TPWrite*), como para leer la información que se introduzca a través de ella (*TPRedStr*). Es posible la lectura/escritura a través de un canal o fichero tanto en ASCII como en binario. Existe, además, la posibilidad de que el programador controle las acciones a realizar cuando en una determinada subrutina aparece un error no previsto, por ejemplo, división por cero.

Son importantes también las instrucciones que posibilitan el manejo de un reloj de tiempo, que se puede utilizar durante la ejecución del programa para controlar determinadas acciones.

En la Tabla 8.2 se muestra el juego de instrucciones del RAPID con una breve explicación de la aplicación de cada una de ellas.

Tabla 8.2. Juego de instrucciones del RAPID

:=	Asignar un valor.
Abs()	Obtener el valor absoluto.
AInput()	Leer el valor de una señal de entrada analógica.
AccSet	Reducir la aceleración.
Add	Sumar un valor numérico.
Clear	Borrar un valor.
ClkStart	Iniciar un reloj para la toma de tiempos.
ClkStop	Parar un reloj para la toma de tiempos.
comment	Comentario.
CompactIF	Si se cumple una condición, entonces ... (una instrucción).
ConfJ	Controlar la configuración durante movimiento articular.
ConfL	Monitoriza la configuración del robot durante movimiento en línea recta.
Decr	Decrementar en 1.
EXIT	Terminar la ejecución del programa.
FOR	Repetir un número de veces.
GetTime()	Leer el valor de la hora actual como valor numérico.
GOTO	Ir a una nueva instrucción.
GripLoad	Definir la carga del robot.
HoldMove	Interrumpir el movimiento del robot.
IF	Si se cumple una condición, entonces ...; de otra manera ...
Incr	Incrementar en 1.
InvertDO	Invertir el valor de una salida digital.
label	Nombre de una línea.
LimConfL	Definir la desviación permitida en la configuración del robot.
MoveC	Mover el robot en movimiento circular.
MoveJ	Movimiento articular del robot.
MoveL	Movimiento del robot en línea recta.
Offs()	Desplazamiento de la posición del robot.
Open	Apertura de un fichero o de un canal serie.
Present()	Comprobar que se utiliza un parámetro opcional.
ProcCall	Llamada a un nuevo procedimiento.
PulseDO	Generar un pulso en una señal digital de salida.
RAISE	Llamada a un manejador de errores.
RelMove	Continuar con el movimiento del robot.
Reset	Reset de una salida digital.
RETRY	Recomenzar tras un error.
RETURN	Terminar la ejecución de una rutina.
Set	Set de una salida digital.
SetAO	Cambiar el valor de una salida analógica.
SetDO	Cambiar el valor de una salida digital.
SetGO	Cambiar el valor de un grupo de salidas digitales.
SingArea	Definición de la interpolación alrededor de puntos singulares.
Stop	Parar la ejecución de un programa.
TEST	Dependiendo del valor de la expresión ...
TPErase	Borrar el texto de la paleta de programación.
TPReadFK()	Leer las teclas de función de la paleta de programación.
TPWrite	Escribir en la paleta de programación.
VelSet	Cambiar la velocidad programada.
WaitDI	Esperar hasta el set de una entrada digital.
WaitTime	Esperar un tiempo determinado.
WaitUntil	Esperar hasta que se cumpla una condición.
WHILE	Repetir mientras ...
Write	Escribir en un fichero de caracteres o en un canal serie.
WriteBin	Escribir en un canal serie binario.

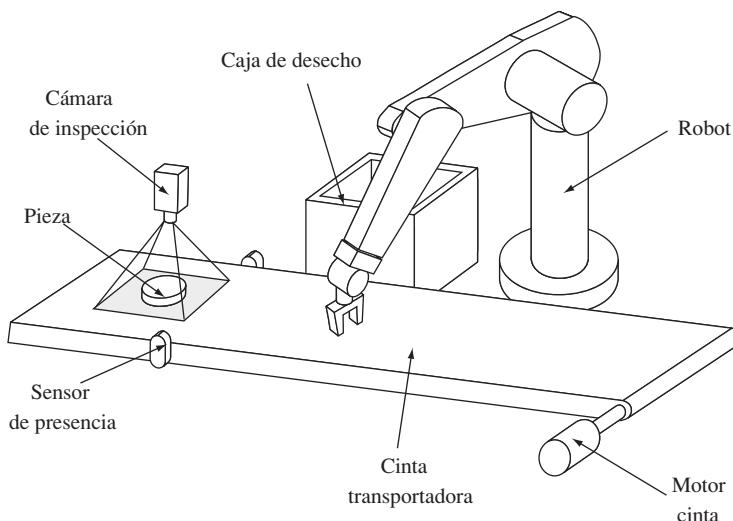


Figura 8.10. Célula robotizada de inspección para ejemplo de programación RAPID.

Programa ejemplo

Se presenta, a continuación, un programa ejemplo de una operación sencilla de manipulación. El robot retira de una cinta transportadora aquellas piezas identificadas como defectuosas (Figura 8.10). La operación se desarrolla como sigue: el robot se encuentra en espera hasta la llegada de una señal indicando la existencia de una pieza defectuosa sobre la cinta transportadora. El robot procede entonces a parar la cinta y a coger la pieza y a depositarla en un almacén de piezas defectuosas. El propio robot se encarga de activar de nuevo el movimiento de la cinta una vez la pieza ha sido cogida. Tras la operación, el robot vuelve a su posición inicial y se repite de nuevo el ciclo.

El programa cuenta con una rutina principal junto con varias subrutinas específicas, además de la definición de las variables correspondientes.

Definición de variables

El robot posee en su extremo una pinza para la manipulación de piezas, definida dentro del programa mediante la variable **herramienta** de tipo *tooldata*. A su vez, se ha definido una variable *loaddata* llamada **carga** para definir la carga a transportar por la pinza.

```
PERS tooldata herramienta := [FALSE,[[97,0,223],[0.924,0,0.383,0]],
[5,[-23,0,75],[1,0,0,0],0,0,0]]
```

```
PERS loaddata carga := [5,[50,0,50],[1,0,0,0],0,0,0];
```

A las entradas y salidas digitales se les puede asignar identificadores alfanuméricos. Esta asignación es válida para todos los programas, debiéndose realizar en la etapa de definición de parámetros del sistema. Posteriormente, los programas que vayan a usar estas va-

riables, deberán declararlas con la instrucción **VAR**. La salida correspondiente a la activación de la pinza se ha denominado **pinza**. La entrada digital correspondiente a la detección de una pieza defectuosa se llama **pieza_defectuosa**. La salida correspondiente a la activación del motor de la cinta se llama **activar_cinta**. Existe, además, una entrada digital llamada **terminar** para indicar que la aplicación ha terminado.

VAR signaldo pinza	;señal de activación de pinza
VAR signaldo activar_cinta	;señal de activación de cinta
VAR signaldi pieza_defectuosa	;señal de pieza defectuosa
VAR signaldi terminar	;señal de terminar programa

Es necesario definir una configuración inicial en la que el robot espera la señal que le indica que puede recoger la pieza defectuosa. Ésta se denomina **conf_espera** y tiene estructura de *robtarget*.

```
VAR robtarget conf_espera := [[600,500,225],[1,0,0,0],[1,1,0,0],
[9E9,9E9,9E9,9E9,9E9,9E9 ]];
```

Existen, a su vez, una serie de variables que se utilizan durante la ejecución del programa y que ya están predefinidas. Se incluyen entre ellas los parámetros de precisión (z20,z30,FINE...) y los de velocidad (VMAX,V1000,V800...) pertenecientes a la instrucción de posicionamiento, además de una variable (LOAD0) que indica la ausencia de carga en la pinza.

Rutinas de control de la pinza

Para el control directo de la pinza se han definido dos procedimientos, a los que se puede llamar en cualquier momento dentro del programa principal o desde cualquier otra rutina.

```
PROC Coger()
  Set pinza          ; Cerrar la pinza activando la señal digital pinza
  WaitTime 0.3        ; Esperar 0.3 segundos
  GripLoad carga     ; Señalar que la pieza está cogida
ENDPROC

PROC Dejar()
  Reset pinza        ; Abrir la pinza
  WaitTime 0.3        ; Esperar 0.3 segundos
  GripLoad LOAD0     ; Señalar que no hay pieza cogida
ENDPROC
```

Rutina de coger la pieza de la cinta

Se coge una pieza de la cinta transportadora. Se realiza primero una aproximación en coordenadas angulares, movimiento coordinado en articulares (trayectoria isocrona), para más tarde acercarse en línea recta y con precisión a coger la pieza.

```

PROC Coger_pieza()
MOVEJ*,  

VMAX, z60, herramienta ; Mov. en articulares con poca precisión
MOVEL*, V500, z20, herramienta ; Mov. línea recta con precisión
MOVEL*, V150, FINE, herramienta ; Bajar con precisión máxima
Coger ; Coger la pieza
MOVEL*, V200, z20, herramienta ; Subir con la pieza cogida
ENDPROC

```

Rutina de dejar la pieza

El robot deja la pieza sobre el almacén de piezas defectuosas

```

PROC Dejar_pieza()
MOVEJ*, VMAX, z30, herramienta ; Mover hacia almacén piezas malas
MOVEJ*, V300, z30, herramienta ; Dejar la pieza.
Dejar
ENDPROC

```

Rutina de ir a la posición de espera

Se mueve al robot desde la posición en la que se encuentre hasta la posición de espera.

```

PROC Ir_posicion_espera()
MoveJ conf_espera, VMAX, z30, herramienta ; Mover a posición inicial
ENDPROC

```

Programa principal

El programa principal comprende todas las instrucciones a ejecutarse para la realización práctica de la aplicación. Algunas son instrucciones básicas, mientras otras corresponden a llamadas a procedimientos. Primero se va a la posición inicial de espera y se aguarda a la indicación de que existe una pieza defectuosa. Tras parar la cinta y coger la pieza, el robot lleva la pieza al almacén de desechos y la deposita allí. Este proceso se repite hasta que se presione un botón asociado a la entrada digital **terminar**.

```

PROC main()
Ir_posicion_espera; ; Mover a posición de espera
WHILE DInput(terminar) = 0 DO ; Esperar señal de terminar
IF DInput(pieza_defectuosa) = 1 THEN ; Esperar señal de pieza defectuosa
  SetDO activar_cinta,0; ; Parar cinta
  Coger_pieza ; Coger la pieza
  SetDO activar_cinta,1; ; Activar señal de cinta
  Dejar_pieza ; Dejar la pieza
  Ir_posicion_espera ; Ir a posición de espera
ENDIF
ENDWHILE
ENDPROC

```

Al sencillo programa presentado se le pueden añadir sucesivos refinamientos. Por ejemplo, se puede contemplar el caso de tener controlado mediante una señal digital que la pieza se encuentre agarrada por la pinza y que no se haya soltado debido a cualquier circunstancia accidental.

Para ello se puede utilizar una señal digital asociada a una interrupción, que se activará durante el transporte de la pieza. Si se detecta que la pieza se ha soltado, la interrupción llamará a una rutina tipo *TRAP* que parará de inmediato el movimiento del robot y presentará un mensaje por la paleta de programación indicando el accidente. Una vez arreglado el problema, la confirmación del operario permitirá al robot volver a la posición de espera.

Se define primero la variable de interrupción:

```
VAR intnum senal_pieza;
```

Dentro de la rutina principal main se asocia a la variable **senal_pieza** la rutina de interrupción correspondiente y se definen las variables:

ISignalDI senal_pieza	; Asignar señal de interrupción
CONNECT senal_pieza TO etrap	; Asignar rutina de interrupción

La interrupción deberá activarse únicamente cuando se transporte una pieza, luego se activará al coger la pieza y se desactivará al dejarla. De esta forma las rutinas coger y dejar quedan:

```
PROC Coger()
Set pinza          ; Cerrar la pinza activando la señal digital pinza
WaitTime 0.3       ; Esperar 0.3 segundos
GripLoad carga    ; Señalar que la pieza está cogida
IWatch senal_pinza ; Activar interrupción
ENDPROC
```

```
PROC Dejar()
ISleep senal_pinza ; Desactivar interrupción
Reset pinza        ; Abrir la pinza
WaitTime 0.3       ; Esperar 0.3 segundos
GripLoad LOAD0    ; Señalar que no hay pieza cogida
ENDPROC
```

Por último, se deberá incluir la rutina TRAP de ejecución cuando se da la señal de interrupción.

```
TRAP etrap
HoldMove           ; Para la ejecución del robot
TPErase            ; Borrar pantalla de paleta
TPWrite "ERROR: La pieza se ha soltado de la pinza"
TPWrite ""
reg:= TPReadFK ("Cuando el sistema esté listo pulse Start",\FK1:="Start");
RelMove            ; Reanudar el movimiento
Ir_posicion_espera ; Ir a posición inicial
ENDTRAP
```

Otra opción de mejora posible podría ser la inclusión de algún tipo de control sobre el paso en las cercanías de puntos singulares. Los puntos singulares resultan un problema importante de ejecución real de movimientos lineales por parte del extremo del robot. En un robot ABB articular de 6 gdl existen dos tipos posibles de puntos singulares: de muñeca (ejes 4 y 6 paralelos) y de brazo (centro de muñeca coincide con eje 1).

En el programa que se está mostrando será conveniente añadir una instrucción para indicar que en las cercanías de un punto singular de muñeca se le permite al robot separarse ligeramente de la orientación establecida para así evitar la singularidad. Para ello se utilizará la siguiente instrucción al principio del programa:

```
SingArea \Wrist;
```

Por último, otra posible mejora del programa consistirá en la ejecución concurrente de las instrucciones de movimiento junto con posibles instrucciones lógicas posteriores. Por defecto, durante la ejecución de una instrucción de movimiento el programa se queda bloqueado, sin que se ejecuten las instrucciones siguientes. Pero podría ser interesante permitir que mientras el robot va a la posición de espera, estuviera pendiente de las señales de terminación de la aplicación o de la presencia de una pieza defectuosa en la cinta. Para ello, en la instrucción de movimiento a la posición de espera se añade el parámetro \Conc, que indica la concurrencia, ejecutándose todas aquellas instrucciones lógicas que suceden a la instrucción de movimiento mientras se realiza éste.

```
MoveJ\Conc conf_espera, VMAX, z30, herramienta ; mover a espera
```

8.5.2. El lenguaje de programación V +

V+ es un lenguaje de programación textual de alto nivel, desarrollado en 1989 por Adept Technology. Actualmente, se utiliza en los robots Adept y en algunos robots de la firma Staübli como, por ejemplo, en el modelo Rx 90. Durante la década de los setenta los robots se utilizaron de forma satisfactoria en tareas como soldadura o pintura, utilizando el guiazo como método de programación, ya que este tipo de tareas no requieren interacción entre el robot y el entorno. En la actualidad, la utilización de los robots para la realización de tareas cada vez más complejas requiere la programación en lenguajes de alto nivel, ya que es necesario utilizar la realimentación de los sensores, y este tipo de interacción sólo se puede realizar satisfactoriamente con métodos de programación que contengan condiciones.

Los lenguajes de programación de alto nivel, y en concreto V+, proporciona una mayor interacción entre el hombre y el robot. Además, presenta claras ventajas como son:

- **Claridad:** Se puede realizar una buena documentación, así como un diseño ordenado y coherente del programa.
- **Fiabilidad:** Sobre todo en sistemas que deban responder a situaciones imprevistas.
- **Adaptabilidad:** Los programas permiten modificaciones, mejoras y ampliaciones con, relativamente, poco esfuerzo.
- **Transportabilidad:** Los programas se pueden desarrollar en una computadora (un PC, por ejemplo) para poder ser posteriormente introducidos en el controlador del sistema a través de un disquete. V+ cuenta con el protocolo KERMIT y el programa de aplicación XMODEM que permiten la transferencia de programas entre el controlador Adept y otro computador a través de una línea serie.

Un programa en V+ consiste en un conjunto de instrucciones. Cada línea o *step* se interpreta como una instrucción del programa. El formato general de cada línea es

número_línea etiqueta instrucción ;comentario

A cada línea de programa se le asigna un número de línea, que se ajusta automáticamente cuando se insertan o borran líneas. A medida que el programa evoluciona, los números de línea cambian, por lo que para identificar a una línea se le puede colocar una etiqueta, que no es más que un número entre 0 y 65535 colocado al principio de la línea. A continuación de la etiqueta (opcional) se coloca cualquier instrucción válida de V+. Por último se puede incluir en la línea un comentario que consiste en una frase escrita después del carácter ‘;’. El editor de programa de V+ comprueba automáticamente que la sintaxis es correcta cada vez que se introduce una nueva línea.

La primera línea de un programa en V+ es la instrucción “.PROGRAM”, seguida del nombre del programa y de los parámetros que deba recibir o devolver. Tiene el formato:

.PROGRAM nombre (lista de parámetros)

donde el nombre es obligatorio y la lista de parámetros opcional. El final del programa se indica con una línea que contiene la instrucción “.END”.

En el sistema V+ se pueden usar variables que, dependiendo de la forma en que acceden a ellas los programas, se pueden clasificar en tres tipos diferentes:

- **Globales:** Todos los programas que se encuentran en memoria tienen acceso a ellas. El principal problema que presentan es que hay que ser muy cuidadosos para que una subrutina u otro programa no modifiquen el valor que está usando un programa concreto. Para evitar este inconveniente se utilizan las variables locales y automáticas.
- **Locales:** Una variable se puede hacer local utilizando la instrucción LOCAL. Una variable local se crea la primera vez que se utiliza la instrucción LOCAL, y mantiene su valor entre llamadas al programa. Es decir, si un programa crea una variable local y luego se sale del programa, la variable mantiene su valor hasta la siguiente vez que se entra al programa. Sin embargo, si diferentes tareas usan el mismo programa, o si se usa recursivamente por una tarea, pueden existir conflictos con los valores que toma la variable en cada caso. Para evitar este inconveniente se usan las variables automáticas. Otra desventaja de las variables locales es que continúan ocupando memoria una vez que el programa al que están asociadas termina su ejecución.
- **Automáticas:** Las variables automáticas se crean dentro de un programa con la instrucción AUTO. Son parecidas a las variables locales ya que sólo se puede acceder a ellas desde el programa en que han sido creadas. Sin embargo, la diferencia estriba en que, cada vez que se entra al programa, se crea una copia separada de cada variable automática, y el valor de dicha copia se pierde cuando se sale del programa. Si un programa se usa para varias tareas a la vez, los valores de las variables automáticas son independientes en cada momento, con lo que se evitan los conflictos. Cuando se sale del programa, la memoria se libera automáticamente, con lo que los programas que no están activos al mismo tiempo pueden compartir la memoria usada por las variables automáticas. Aunque no se pueden considerar como un tipo independiente de variable, los argumentos de las subrutinas son un caso especial de variables automáticas. El alcance de los argumentos de las subrutinas es el mismo que el de las variables automáticas.

Es preciso señalar que el sistema V+ permite especificar el contexto de las variables locales y automáticas que se utilizan mediante comandos como HERE, POINT, TEACH, etc. La sintaxis general es la siguiente:

comando @tarea:programa parámetros

donde *comando* representa el nombre de un comando, y *parámetros* representa los parámetros normales del comando. El elemento opcional *@tarea:programa* especifica el contexto para las variables referenciadas en los parámetros del comando. *tarea* es un entero que indica una de las tareas del sistema y *programa* el nombre de un programa en la memoria del sistema.

Dependiendo del tipo de instrucciones o comandos que se utilicen, y de las acciones que pueden llevar a cabo, existen tres tipos diferentes de programas que se pueden realizar con el sistema V+:

- **Programas de control del robot:** Controlan directamente el robot. Pueden contener cualquier tipo de instrucción, incluyendo instrucciones de movimiento del robot. Normalmente, se ejecutan con la tarea principal (número 0), pero pueden ser ejecutados con cualquier tarea del sistema.
- **Programas de control de propósito general:** Es un programa que no controla al robot. Pueden existir uno o más programas de este tipo ejecutándose al mismo tiempo que un programa de control. Por ejemplo, se pueden usar estos programas para controlar procesos externos a través de líneas binarias externas. Se pueden comunicar con el programa de control mediante variables compartidas y señales software. En general, estos programas no pueden ejecutar directamente instrucciones que afecten al movimiento del robot. Sin embargo, y aunque no es habitual, un programa puede cambiar su clasificación durante la ejecución, pasando de ser un programa de propósito general a un programa de control y viceversa.
- **Programas de comandos del monitor:** Se componen de comandos de monitor más que de instrucciones de programa. Se usan para realizar secuencias de comandos del monitor que se usan frecuentemente.

Una de las características más importantes del sistema V+ consiste en la posibilidad de ejecución de diferentes programas al mismo tiempo. Así pues, se puede ejecutar, por ejemplo, un programa de control y otros programas adicionales. El sistema administra la ejecución de cada programa como una tarea independiente. El sistema V+ cuenta con siete tareas disponibles. El modo de ejecución del programa depende de la tarea que se use y del tipo del programa a ejecutar. De las tareas existentes, la número 0 es la más significativa dado que se usa generalmente para la ejecución del programa de control del robot, y es, por tanto, la tarea de más alta prioridad.

Las instrucciones de un programa se ejecutan normalmente de manera secuencial, aunque existen instrucciones como GOTO, CALL, IF...GOTO, WAIT, STOP, etc., que pueden variar el flujo de ejecución del programa.

Una característica particular y muy potente de V+ es el proceso asíncrono, que consiste en la capacidad del sistema para responder a eventos (señales externas o errores) cuando estos ocurren. Si está habilitado el manejo de eventos, cuando alguno de éstos ocurre, se produce la ejecución de un programa específico, llamado rutina de reacción, como si de una instrucción CALL se tratara. Se llama Proceso Asíncrono porque la ejecución no está sincronizada con el flujo normal del programa.

Los procesos asíncronos se habilitan con las instrucciones REACT, REACTE y REACTI. Cada una de las tareas usa estas instrucciones para preparar el procesado independiente de los eventos. Una rutina de reacción se ejecuta solamente si la prioridad del programa es menor que la de la reacción. El programa principal (normalmente el programa de control) se ejecuta habitualmente con prioridad cero, mientras que la menor prioridad que puede tener una reacción es uno. De esta forma, la reacción puede interrumpir normalmente el programa principal. Cuando se ejecuta una rutina de reacción, la prioridad del programa se ajusta automáticamente a la prioridad de la reacción para evitar que sea interrumpido por reacciones de igual o menor prioridad. Al salir de la rutina de reacción, el programa principal recupera la prioridad que tenía anteriormente.

Programa de ejemplo

A continuación, se presenta un programa de ejemplo en el que el robot ha de realizar operaciones de manipulación. En el programa se introduce un ejemplo del concepto de ejecución concurrente (ejecución de varios programas en paralelo) y de la habilitación de un proceso asíncrono para la gestión de errores. El robot ha de realizar una tarea de *pick and place* entre posiciones variables calculadas en un ordenador que se encarga de recibir y transmitir mensajes al robot. Los dos programas, el de comunicaciones con la estación y el de control del robot se ejecutan en paralelo.

El programa de comunicación tendrá el siguiente aspecto:

.PROGRAM comunita()

;PROGRAMA DE COMUNICACIÓN CON LA ESTACIÓN

lu_est = 10	; asigna a la unidad lógica de la estación el valor 10
hay_cod_fun = FALSE	; indica que no hay código de función disponible
\$mens_ttir = ""	; el mensaje a transmitir es una cadena vacía
hay_syst_err = FALSE	; indica que no hay error del sistema

;CÓDIGOS DE ERROR

er_rob.no.ok = 256

;INICIALIZA EL CONTROL DEL ROBOT

SPEED 20	; se asigna la velocidad del robot
READY	; prepara al robot posicionándole en la posición de espera
DETACH (0)	; se libera al robot de la tarea #0
EXECUTE 1 robot()	; se ejecuta el programa de control del robot con la tarea #1
	; a partir de aquí los dos programas se ejecutan en paralelo

;ESTABLECIMIENTO DE LA CONEXIÓN ROBOT-ORDENADOR

- 10 TYPE "Esperando establecer la conexión ..." ;mensaje por pantalla
- ATTACH (lu_est,0) ; se asigna la línea de comunicación al programa
- ;se establece un bucle que controla si la comunicación se realiza con éxito
- IF IOSTAT (lu_est,0) <= 0 THEN
- TYPE "Error al intentar establecer la comunicación !!!!"
- DETACH (lu_est) ;libera la unidad lógica de la tarea
- GOTO 10

```

ELSE
    TYPE "Robot conectado a la estación"
END

```

;RECEPCIÓN Y DECODIFICACIÓN DE ÓRDENES

;se establece un bucle que comprueba el estado del canal de comunicación y lee el mensaje mandado por el ordenador. Si hay un error del sistema se envía un mensaje través del canal lógico y se lee el nuevo mensaje.

```

20    DO
        IF (hay_syst_err) THEN
            WRITE (lu_est) $mens_ttir, /S
        END
        READ (lu_est, , 1) $mens_rbdo
    UNTIL (IOSTAT(lu_est,0) <> -256)

```

;se comprueba el estado del canal de comunicación comprobando que la recepción es correcta

```

IF IOSTAT(lu_est,0) <= 0 THEN
    TYPE "iostat error!!!", IOSTAT(lu_est,0)
    TYPE "Recepcion incorrecta de orden"
    DETACH (lu_est) ;se libera la unidad lógica de la tarea asignada
    GOTO 10
END

```

;se asigna el código de la función recibida
cod_fun = ASC(\$MID(\$mens_rbdo,1,1))

;EJECUCIÓN DE ÓRDENES

;se comprueba si el robot está listo. Si lo está, se da paso al programa de control, si no, se envía un mensaje diciendo que el robot no está preparado

```

IF ((STATE(1) <> 2) OR (cod_fun == 4)) THEN
    hay_cod_fun = TRUE      ;da paso al programa del robot que estaba en espera activa.
    WAIT (NOT hay_con_fun)   ;espera a que se haya ejecutado la orden
ELSE
    $mens_ttir = $CHR(50+cod_fun)+$INTB(er_rob.no.ok)
END

```

;TRANSMISIÓN DE MENSAJES

WRITE (lu_est) \$mens_ttir, /S ;se envía el mensaje a través de la unidad lógica
;se comprueba si hay error en la transmisión. En ese caso se restablece la conexión

```

IF IOSTAT(lu_est) <= 0 THEN
    TYPE "ERROR en la transmisión de"
    TYPE ASC($MID($mens_ttir,1,1))
    DETACH (lu_est)      ;se libera el canal de comunicación
    GOTO 10      ;se restablece la conexión
END

```

hay_syst_err = FALSE ;indica que no ha habido error

```
GOTO 20      ;espera a una nueva orden
.END          ;fin del programa de comunicación
```

El programa de control del robot se encarga de ejecutar los códigos de función pasados por el ordenador en \$cod_fun y devuelve el mensaje \$mens_ttir. Según el código de función recibido, el robot puede realizar tres tareas : inicialización, tarea de *pick & place* y parada.

En el presente ejemplo sólo se muestra la programación de la tarea de *pick & place*, pudiendo el lector realizar el ejercicio de completar las otras dos tareas. El programa de control, podría tener el siguiente aspecto:

.PROGRAM robot()

;INICIALIZACIÓN DE LAS VARIABLES

altura = 20 ;indica la altura de aproximación y salida en milímetros

rápido = 150 ;indica la velocidad rápida

lento = 30 ;indica la velocidad lenta

;PUNTO DE REENTRADA TRAS SYST_ERR

TYPE "El programa de control ha sido relanzado"

REACTE errores ;habilita el proceso asíncrono de tratamiento de errores

20 WAIT(hay_cod_fun) ;espera hasta que esté disponible un código de función

TYPE "Código recibido", cod_fun ;indica a través del monitor el código que se ha recibido

CASE cod_fun OF

VALUE 1 : ;INICIALIZACIÓN

;aquí se incluiría el código de inicialización

VALUE 2 : ;PARADA

;aquí se incluiría el código correspondiente a la parada

VALUE 3 : PICK & PLACE

TYPE "Recibida la orden de PICK & PLACE"

ATTACH (0) ;Asigna al programa la tarea número 0

SET pos_in = TRANS(431,610,523,0,180,45);indica el punto de recogida de las piezas

SET pos_dej = TRANS(227,-548,712,0,180,45);indica el punto de dejada de las piezas

;comienza la operación de picking

SPEED rápida ALWAYS;selecciona la velocidad

ACCEL 90, 75 ;selecciona la aceleración

APPRO pos_in, altura ;se aproxima al punto de recogida a una distancia "altura"

SPEED lenta ;reduce la velocidad

MOVE pos_in ;se mueve al punto de recogida

CLOSEI ;cierra la pinza

DEPARTS altura ;se separa hasta una distancia "altura"

```

;operación de dejada de la pieza
SPEED rapida ALWAYS;selecciona la velocidad
ACCEL 90,75 ;selecciona la aceleración
APPRO pos_dej, altura ;se aproxima al punto de dejada a una distancia
"altura"
SPEED lenta ;reduce la velocidad
MOVE pos_dej ;se mueve al punto de dejada
OPENI ;abre la pinza
DEPARTS altura ;se separa hasta una distancia "altura"
.END ;fin de la instrucción CASE

hay_cod_fun = FALSE ;indica que ya no hay código de función
GOTO 20 ;regresa al estado de espera
.END ;fin del programa de control

```

Por último, se muestra un ejemplo de cómo sería el programa de tratamiento de errores.

.PROGRAM errores()

```

TYPE "RUTINA DE TRATAMIENTO DE ERRORES DEL SISTEMA V+"
TYPE "Error número : ", ERROR(-1)
TYPE "Mensaje : ", $ERROR(ERROR(-1))

error = ABS(ERROR(-1)) ;asigna el error que se ha producido
$cod_er = $INTB(error) ;comprueba cuál es el error
hay_syst_err = TRUE ;indica que se ha producido un error

hay_cod_fun = FALSE ;indica que no hay código de función

EXECUTE 2 err_robot() ;ejecuta el programa err_robot asignándole la tarea 2
CYCLE.END 2
RETURN
.END ;fin del programa de tratamiento de errores

```

.PROGRAM err_robot()

```

ABORT 1 ;aborta la ejecución del programa de control del robot
CYCLE.END 1
EXECUTE 1 robot() ;ejecuta el programa de control del robot
;asignándole la tarea #1
ABORT 2
.END ;fin del programa err_robot()

```

8.6. EJERCICIOS

Ejercicio 8.1

El problema de las Torres de Hanoi se enuncia de la siguiente manera: un conjunto de N piezas de tamaño diferente se encuentran apiladas en la posición A de modo que bajo una pieza siempre hay otra de mayor tamaño. Se desea pasar las piezas a la posición C, trasladando las piezas de una en una, utilizando para ello una posición intermedia B y respetando la norma de que nunca sobre una pieza puede haber otra de mayor tamaño.

Desarrollar un programa de robot en V+ que resuelva el problema para el caso de $N=3$.

Solución

Independientemente de los movimientos que debe realizar el robot, la solución del problema de las torres de Hanoi para en caso general de N torres es un problema clásico de la algorítmica. Su solución puede ser abordada de diferentes maneras, con soluciones más o menos elegantes.

Para el caso particular de 3 torres la solución es relativamente sencilla. La secuencia de movimientos que se representa en la Figura 8.11 consigue el objetivo deseado.

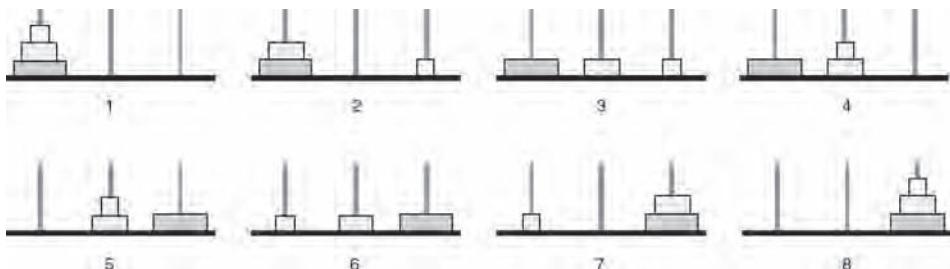


Figura 8.11. Secuencia de movimientos que resuelven el problema de las torres de Hanoi para el caso $N=3$.

Se debe, por tanto, programar al robot para que manipule las piezas de acuerdo a la secuencia indicada.

Se adjunta a continuación un posible código que consigue dicho fin. Pueden plantearse otras posibles soluciones, algunas más elaboradas utilizando un menor número de líneas de código.

La Figura 8.12 representa las dimensiones del tablero y altura de las piezas

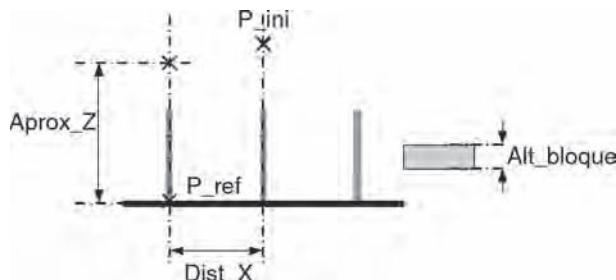


Figura 8.12. Dimensiones del tablero de las Torres de Hanoi.

Para el desarrollo del programa será únicamente necesario conocer la posición de la base de la primera torre (P_{ref}), que puede ser tomada por guiado del robot.

Se define un punto de paso (P_{ini}), por el que se obligará a pasar al robot para ir de una torre a otra, evitando así posibles colisiones. Este P_{ini} también será definido por guiado.

Las tres torres se encuentran alineadas a lo largo del eje X del sistema de coordenadas del robot (es preciso garantizar esta condición con la correcta ubicación del tablero sobre el espacio de trabajo del robot). Entre cada torre hay una distancia en el eje X dada por Dist_X , siendo ésta otra constante que debe ser fijada al principio del programa.

La colocación de las piezas sobre las torres (representadas por las guías verticales), debe hacerse siempre con un movimiento vertical, por lo que en los movimientos del robot se definen unos puntos de paso, situados sobre las verticales de cada torre (P_0 , P_1 y P_2), separados una distancia Aprox_Z de la base de cada torre. Esta distancia se fija como constante al principio del programa. De este modo P_0 , P_1 y P_2 , pueden ser calculados a partir de P_{ref} , Dist_X y Aprox_Z .

Las variables Al_T0 , Al_T1 y Al_T2 , representan el número de bloques que en cada momento hay en cada Torre.

El programa se estructura en un Programa Principal, una rutina de movimientos y 2 rutinas auxiliares.

El programa principal tras dar el valor a constantes y variables, situar al robot en la posición de espera (P_{ini}) y abrir la pinza, desarrolla la solución al problema mediante la secuencia mostrada en la Figura 8.11. Para ello indica la torre de inicio y la torre de final y llama a la rutina MUEVE. Ésta se encarga de recoger el bloque de la torre indicada en T_{ini} y trasladarlo a la torre indicada en T_{fin} . Es responsable de gestionar correctamente los movimientos de entrada y salida en las torres, y calcular los puntos donde debe coger y dejar la pieza (P_{Aux}) lo que hace en base a altura que en ese momento tiene la torre, la Dist_X , y Alt_bloque .

Para las acciones de coger y dejar se desarrollan unas rutinas con esos nombres que gestionan las esperas necesarias para estabilizar los accionamientos neumáticos y la apertura y cierra de la pinza

PROGRAMA PRINCIPAL

```

Speed 50 always
Aprox_Z      =150
Dist_X       =250
Alt_bloque   =18
Set P_0      =shift(P_Ref by  0,    0, Aprox_Z)
Set P_1      =shift(P_Ref by  Dist_X,0,Aprox_Z)
Set P_2      =shift(P_Ref by 2*Dist_X,0,Aprox_Z)

```

Move P_ini

Openi

```

Al_T0      =3
Al_T1      =0
Al_T2      =0

```

```

T_ini      =0
T_fin      =2
Call MUEVE

```

T_ini =0
 T_fin =1
 Call MUEVE

T_ini =2
 T_fin =1
 Call MUEVE

T_ini =0
 T_fin =2
 MUEVE

T_ini =1
 T_fin =0
 Call MUEVE

T_ini =1
 T_fin =2
 Call MUEVE

T_ini =0
 T_fin =2
 Call MUEVE

Move P_ini

SUBPROGRAMA MUEVE

Case T_ini Of
 Value 0: goto 1
 Value 1: goto 2
 Value 2: goto 3
 Any: Type "Error en valor de T_ini"
 Halt

End

- 1 Move P_0
 Set P_aux =shift(P_Ref by 0,0,(Al_T_0-1)*Alt_bloque)
 Move P_aux
 Call COGER
 Move P_0
 Al_T0=Al_T0-1
 Goto 4

- 2 Move P_1
 Set P_aux =shift(P_Ref by separax,0,(Al_T_1-1)*Alt_bloque)
 Move P_aux
 Call COGER
 MoveP_1
 Al_T1=Al_T1-1
 Goto 4

- 3 Move P_2
 Set P_aux =shift(P_Ref by 2*separax,0,(Al_T_2-1)*Alt_bloque)
 Move P_aux
 Call COGER
 MoveP_2
 Al_T2=Al_T2-1
- 4 Case T_fin Of
 Value 0: goto 5
 Value 1: goto 6
 Value 2: goto 7
 Any: Type "Error en valor de T_ini"
 Halt
 End
- 5 Move P_0
 Set P_aux =shift(P_Ref by 0,0,Al_T_0*Alt_bloque)
 Move P_aux
 Call DEJAR
 Move P_0
 Al_T0=Al_T0+1
 Goto 8
- 6 Move P_1
 Set P_aux =shift(P_Ref by separax,0,Al_T_1*Alt_bloque)
 Move P_aux
 Call DEJAR
 Move P_1
 Al_T1=Al_T1+1
 Goto 8
- 7 Move P_2
 Set P_aux =shift(P_Ref by 2*separax,0,Al_T_2*Alt_bloque)
 Move P_aux
 Call COGER
 Move P_2
 Al_T2=Al_T2+1
- 8 Return

SUBPROGRAMA COGER

Wait 2
 Openi
 Wait 2
 Return

SUBPROGRAMA DEJAR

Wait 2
 Closei
 Wait 2
 Return

Ejercicio 8.2

Se está programando un robot industrial provisto de una sierra circular como se muestra en la Figura 8.13 para realizar dos cortes (de 50 o de 100 mm) en piezas rectangulares como se muestra en la Figura 8. 14. El entorno de trabajo aparece en la Figura 8. 13.

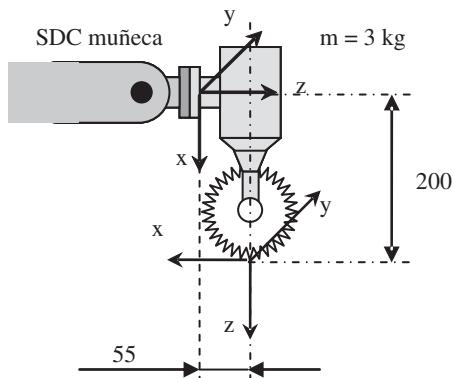


Figura 8.13. Detalle herramienta robot Ejercicio 8.14.

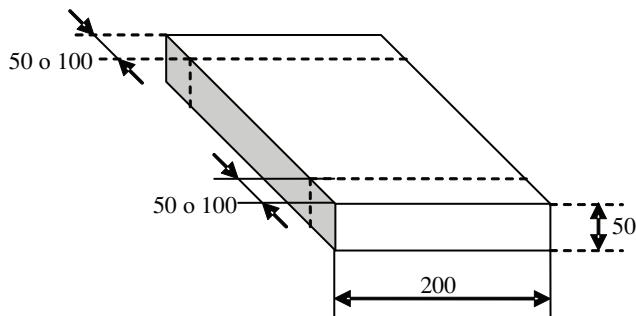


Figura 8.14. Cortes a realizar, en la tarea del Ejercicio 8.14.

El TCP de la sierra está desplazado 200 mm en x y 55 mm en z , estando su Sistema de Coordenadas (SDC) rotado según Figura 8.13. En la posición inicial la sierra está situada en el punto de reposo pre visto con las coordenadas (200, 200, 600) respecto al SDC de la base. Antes de empezar el movimiento el operador elige, mediante una señal digital conectada a la entrada 1, el ancho del corte (0 corresponde a 50 mm, 1 corresponde a 100 mm). El robot espera una señal digital conectada a la entrada digital 2, que indica que la pieza está lista en la posición de trabajo. Realiza entonces los dos cortes y vuelve a su posición inicial. En ese momento activa una señal digital (la salida 1) para indicar que el trabajo está realizado. La señal permanece activa hasta que se recibe la señal que indica que hay otra pieza lista (entrada 2).

Se pide:

- Definir en RAPID la herramienta *sierra* que porta el robot. El centro de gravedad de la herramienta está situado en el eje z a 55 mm de distancia de la brida del robot. Los momentos de inercia de la herramienta son despreciables.

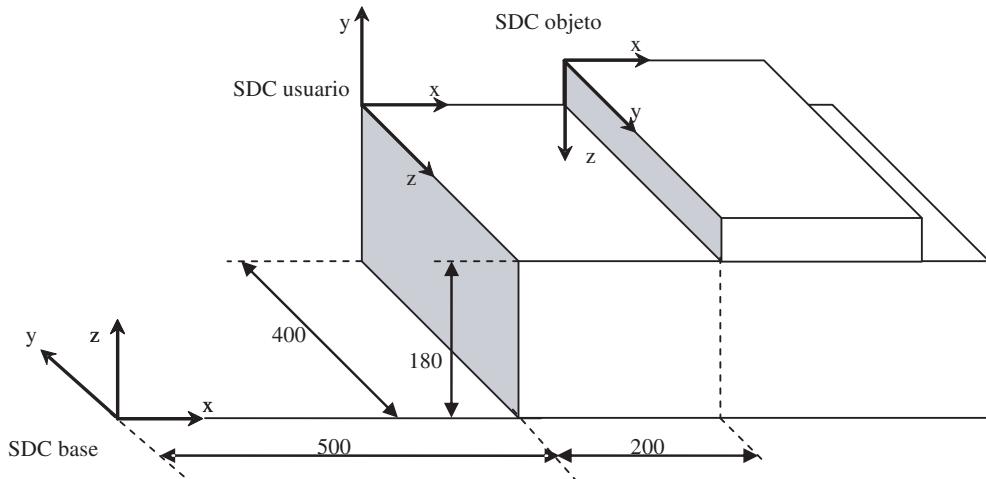


Figura 8.15. Disposición del entorno de trabajo del Ejercicio 8.14.

2. Definir un dato *objetotrabajo* de tipo *wobjdata* asociado al SDC de objeto.
3. Definir los puntos necesarios para hacer los 2 cortes de 50 mm. El punto de reposo *preposo* se define con respecto del SDC de la base. Los demás puntos se referirán al objeto de trabajo *objetotrabajo*.
4. Escribir la rutina *cortar50* que realiza el corte de 50 milímetros. El giro de la sierra se activa con la salida digital 16 en el momento de aproximarse a la pieza y se desactiva al terminar el corte. El corte se realiza con la velocidad de avance 5 mm por segundo.
5. Escribir la rutina *main()* que realiza las tareas descritas anteriormente en un bucle infinito, llamando a las subrutinas *cortar50* y *cortar100* para hacer los cortes correspondientes.

Solución

- 1) La instrucción será:

```
PERS tooldata sierra:=[TRUE, [[200,0,55], [0.707,0,0.707,0]], [3.0, [0,0,55], [1,0,0,0], 0, 0, 0]];
```

PERS es la clase del dato (persistente)
tooldata es el tipo de la variable. Su estructura es la siguiente: [robhold bool, tframe pose, tload loaddata], donde:

- robhold tiene el valor TRUE si el robot porta la herramienta (como en el caso considerado)
- tframe define el cambio del sistema de coordenadas
- tload define las características de la carga.

El SDC del TCP del robot se obtiene a partir del SDC de la muñeca con una traslación y una rotación. El origen del SDC de la muñeca se traslada 200 mm en *x* y 55 mm en *z*.

Para hallar los cuaternios que definen la rotación del SDC, se considera la siguiente relación de vectores de los SDC de la muñeca y TCP:

$$x_m: (x_1, x_2, x_3) = -z = (0, 0, -1)$$

$$y_m: (y_1, y_2, y_3) = y = (0, 1, 0)$$

$$z_m: (z_1, z_2, z_3) = x = (1, 0, 0)$$

Luego la matriz de rotación es

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Con ello se obtienen los cuaternios usando las siguientes relaciones (véase Expresión [3.87]):

$$q_0 = \frac{\sqrt{x_1 + y_2 + z_3 + 1}}{2}$$

$$q_1 = \frac{\sqrt{x_1 - y_2 - z_3 + 1}}{2} \quad \text{signo } q_1 = \text{signo } (y_3 - z_2)$$

$$q_2 = \frac{\sqrt{y_2 - x_1 - z_3 + 1}}{2} \quad \text{signo } q_2 = \text{signo } (z_1 - x_3)$$

$$q_3 = \frac{\sqrt{z_3 - x_1 - y_2 + 1}}{2} \quad \text{signo } q_3 = \text{signo } (x_2 - y_1)$$

Resultando $q_0 = 0.707$, $q_1 = 0$, $q_2 = 0.707$, $q_3 = 0$.

En la definición de la variable tload, 3.0 es el peso de la herramienta en Kg; [0,0,55] son las coordenadas del centro de gravedad en el SDC de la herramienta, la orientación de los momentos de inercia viene definida por [1,0,0,0] porque son despreciables, por el mismo motivo los tres últimos parámetros (valores de los momentos) son iguales a cero.

2) La instrucción será:

```
PERS wobjdata objetotrabajo:=[[FALSE, TRUE,""], [[500,400,180], [0.707,0.707,0,0]],  
[[200,50,0], [0.707,0,0.707,0]]];
```

Donde:

- FALSE : indica que el robot no está sujetando el objeto de trabajo
- TRUE : indica que el sistema de coordenadas del usuario está fijo
- “ ” : indica que no se usa ningún eje externo coordinado
- [[500,400,180], [0.707,0.707,0,0]] es el dato que define el SDC del usuario respecto al SDC de la base.
- [[200,50,0], [0.707,0,0.707,0]] define el SDC del objeto referido al SDC del usuario.

3) La instrucción será:

```
CONST robtarget preposo:=[[200,200,600],[1,0,0,0],[0,0,-1,0],[9E+09, 9E+09, 9E+09, 9E+09,  
9E+09, 9E+09]];
```

Aquí [200,200,600],[1,0,0,0] son las coordenadas del punto del reposo en el SDC de la base (la orientación no cambia), y el resto de los datos son valores por defecto que definen la configuración del robot.

Para realizar los dos cortes hay que definir 6 puntos (véase Figura 8. 16). Los puntos se definen respecto al SDC del objeto.

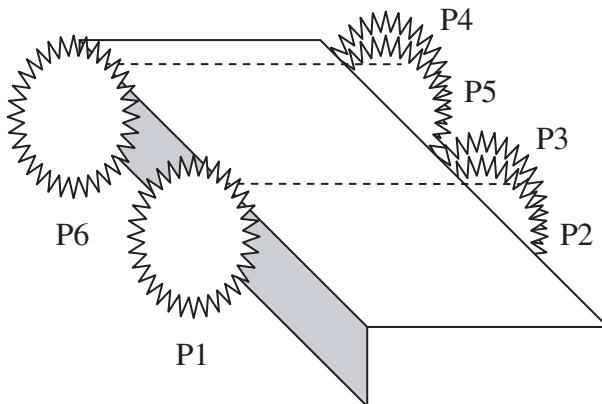


Figura 8.16. Puntos de corte del Ejercicio 8.2.

Se definen los puntos desplazados en x los valores de -56 y 256 para asegurar que la sierra no esté tocando la pieza en el momento de encenderla. Se añaden los puntos P3 y P4, pues si se trata de acceder directamente de P2 a P5, se puede dañar la sierra.

```

CONST robtarget p1:=[[ -56,350,50], [1,0,0,0],[0,0,-1,0],[9E+09, 9E+09, 9E+09, 9E+09,
9E+09]];
CONST robtarget p2:=[[ 256,350,50], [1,0,0,0],[0,0,-1,0],[9E+09, 9E+09, 9E+09, 9E+09,
9E+09]];
CONST robtarget p3:=[[ 256,350,0], [1,0,0,0],[0,0,-1,0],[9E+09, 9E+09, 9E+09, 9E+09,
9E+09]];
CONST robtarget p4:=[[ 256,50,0], [1,0,0,0],[0,0,-1,0],[9E+09, 9E+09, 9E+09, 9E+09,
9E+09]];
CONST robtarget p5:=[[ 256,50,50], [1,0,0,0],[0,0,-1,0],[9E+09, 9E+09, 9E+09, 9E+09,
9E+09]];
CONST robtarget p6:=[[ -56,50,50], [1,0,0,0],[0,0,-1,0],[9E+09, 9E+09, 9E+09, 9E+09,
9E+09]];

```

4) La rutina será:

```

PROC cortar50()
    MoveL p1,v250,fine,sierra\WObj:=objetotrabajo;
    Set do16;
    MoveL p2,v5,fine,sierra\WObj:=objetotrabajo;
    Reset do16;
    MoveL p3,v250,fine,sierra\WObj:=objetotrabajo;
    MoveL p4,v250,fine,sierra\WObj:=objetotrabajo;
    MoveL p5,v250,fine,sierra\WObj:=objetotrabajo;

```

```

Set do16;
MoveL p6,v5,fine,sierra\WObj:=objetotrabajo;
Reset do16;
ENDPROC

```

5) La rutina será:

```

PROC main ()
ConfJOff;
ConfL\Off;
MoveJ preposo,v250,fine,sierra;
Set do1;
WHILE TRUE DO
    WaitDI di2,high;
    Reset do1;
    IF DINPUT(di1)=0 THEN
        cortar50;
    ELSE
        cortar100;
    ENDIF
    MoveJ preposo,v250,fine,sierra;
    Set do1;
ENDWHILE
ConfJOn;
ConfL\On;
ENDPROC

```

8.7. BIBLIOGRAFÍA

- [ABB-94] ABB Robotics, *RAPID Programming Manual*, 1994.
- [ADEPT-89] Adept Technology Inc., *Adept V+ Programming Manual*, 1989.
- [AMBLER-86] Ambler, A. P., Cameron, S. A. y Corner, D.F., «Augmenting the RAPT Robot Language», en: *Languages for Sensor-Based Control in Robotics* (U. Rembold y K. Hermann Ed.), pp. 305-317. Springer-Verlag, Berlín, 1986.
- [BARRIENTOS-86] A. Barrientos, *Sistema operativo y lenguaje de programación para robots dotados de sensores*, Tesis Doctoral, DISAM, Universidad Politécnica de Madrid.
- [BLUME-86] Blume, C. y Jakob, W., *Programming Languages for Industrial Robots*, Springer-Verlag, Berlín, 1986.
- [BONNER-82] Bonner, S. y Shin, K. G., «A Comparative Study of Robot Languages», *Computer*, 12, pp. 82-96, 1982.
- [CRAIG-89] Craig, J. J., «Robot Programming Languages and Systems», en: *Introduction to Robotics Mechanics and Control*, 2.^a edición. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, 1989.
- [DIN-96] DIN-66312 «Industrial Robot Language (IRL)». Septiembre 1996.
- [FELIÚ-85] Felid, V., Barrientos, A. y Puente, E. A., «A Low Level Language for Assembly Robots», *International Symposium on Robot Control (SYROCO'85)*, pp. 37-44, 1985.

- [FINKEL-74] Finkel, R. *et al.*, «AL, A Programming System for Automation», *Memo AIM-243*, Stanford Artificial Intelligence Laboratory, 1974.
- [FU-88] Fu, K.S., González, R. C. y Lee, C. S. G., «Lenguajes de Programación de Robots», en: *Control, Detección, Visión e Inteligencia*, MacGraw-Hill/Interamericana, Madrid, 1988.
- [KOUTSOU-81] Koutsou, A., «A Survey of Model-Based Robot Programming Languages», *DAI Working Paper No. 108*. Dept of Artificial Intelligence, University of Edinburgh, 1981.
- [LIEBERMAN-77] Lieberman, L. I. y Wesley, M. A., «AUTOPASS: An Automatic Programming System for Computer Controlled Mechanical Assembly», *IBM Journal of Research & Development*, 4, pp. 321-333, 1977.
- [LOZANO-76] Lozano-Pérez, T., «The Design of a Mechanical Assembly System», *AI Lab. Technical Report*, Massachusetts Institute of Technology, 1976.
- [LOZANO-82] Lozano-Pérez, T., «Robot Programming», *Memo AIM-698*, Massachusetts Institute of Technology, 1982.
- [POPLESTONE-78] Popplestone, R. J., Ambler, A. P y Bellos, I., «RAPT: A Language for Describing Assemblies», *The Industrial Robot*, 5, pp. 131-137, 1978.
- [REMBOLD-86] Rembold, U., «Programming of Industrial Robots, Today and in the Future», en: *Languages for Sensor-Based Control in Robotics*, (U. Rembold y K. Hrmann Ed.), pp.3-24. Springer-Verlag, Berlín, 1986.
- [REMBOLD-85] Rembold, U., Blume, C. y Frommherz, B. J., «The Proposed Robot Software Interfaces SRL and IRDATA», *Robotics & Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 2 n.^o 3/4, pp. 219-225, 1985.
- [RODRÍGUEZ-94] Rodríguez, C. F., *Planificación y control de sistemas multirobot en tareas coordinadas*, Tesis Doctoral, DISAM, Universidad Politécnica de Madrid, 1994.
- [STAÜBLI-92] Staübli, S. A., *Guía VAL II*, 1992.
- [TAYLOR-82] Taylor, R. H., Summers, P. D. y Meyer, J. M., «AML: A Manufacturing Language», *The International Journal of Robotics Research*, vol. 1, n.^o 3, pp. 19-56, 1982.
- [UNE-03] UNE EN ISO 15187-2003, *Interfases gráficas para programación*. AENOR.
- [VOLZ-88] Volz, R. A., «Report of the Robot Programming Language Working Group: NATO Workshop on Robot Programming Languages», *IEEE Journal of Robotics and Automation*, vol. 2, n.^o 1, pp. 86-90, 1988.

CAPÍTULO 9

Criterios de implantación de un robot industrial

Del dicho al hecho hay gran trecho.
Refranero popular

Un robot industrial raramente trabaja como un elemento aislado, sino que forma parte de un proceso de fabricación que incluye muchos otros equipos. El robot, elemento destacado de la denominada célula de trabajo robotizada, debe en general interactuar con otras máquinas, formando parte de una estructura de fabricación superior. En este capítulo se abordarán, tanto desde un aspecto técnico como económico, aquellos temas relacionados con la implantación de un robot en un entorno industrial.

El primer aspecto considerado es el diseño de la célula desde el punto de vista del *layout* (esquema de disposición de equipos, máquinas y demás elementos de la planta) y de la arquitectura de control. Es ésta una cuestión importante para poder extraer las máximas prestaciones a un robot industrial durante su explotación. También es de gran importancia la correcta selección del robot más adecuado para una determinada aplicación. En este capítulo se dan algunas indicaciones y se explican aquellas cuestiones a considerar para tomar dicha decisión. Como ocurre con otros sistemas, existen ciertas normas aplicables a los robots industriales manipuladores. Es conveniente para el usuario de los robots conocer el objeto y alcance de éstas, por lo que en este capítulo se reseñan las existentes, dejando para un Apéndice una revisión más detallada de las mismas. No obstante el contenido de algunas de estas normas está estrechamente relacionado con aspectos contenidos en éste capítulo, como es el caso de la evaluación de las prestaciones de un robot o el tema de la seguridad de la célula robotizada, que es tratado de forma especial, pues obliga a tener en cuenta consideraciones importantes en la fase de diseño, desarrollo y explotación. Se exponen también algunas indicaciones de cómo realizar la justificación económica de la implantación de una célula robotizada. Finalmente, se muestra una imagen actualizada de cuál es la situación del mercado de robots en el mundo en general y en España en particular.

9.1. DISEÑO Y CONTROL DE UNA CÉLULA ROBOTIZADA

El proyecto e implantación de un sistema robotizado implica la consideración de un gran número de factores, que van desde el posible rediseño del producto, hasta la definición detallada del *layout* o plano de implantación del sistema (Figura 9.1).

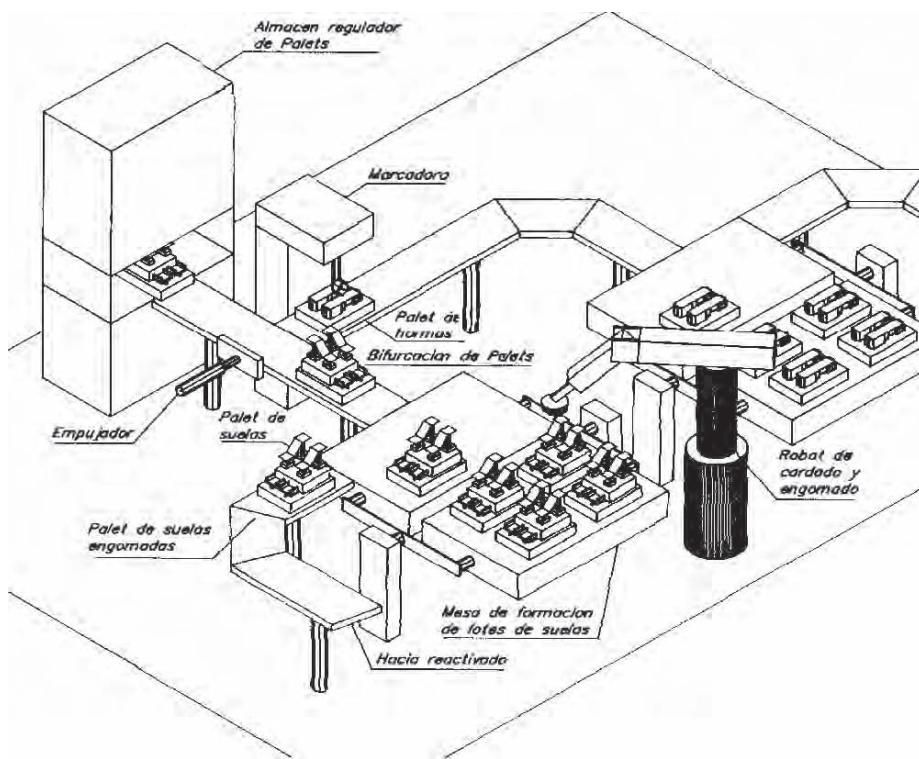


Figura 9.1. Ejemplo de *lay-out* de una célula robotizada de fabricación de calzado.

Junto con la selección más adecuada del robot para la aplicación, habrá que definir, e incluso diseñar, los elementos periféricos pasivos (mesas, alimentadores, utilajes, etc.) o activos (manipuladores secuenciales, máquinas CN, etc.) que intervienen en la célula, y situarlos físicamente en el sistema.

Asimismo, será preciso definir y seleccionar la arquitectura de control, tanto hardware como software, que todo sistema flexible de fabricación debe incluir.

La definición del *lay-out* del sistema es un proceso iterativo del que debe resultar la especificación del tipo y número de robots a utilizar, así como de los elementos periféricos, indicando la disposición relativa de los mismos. En este proceso iterativo es clave la experiencia del equipo técnico responsable del diseño. La utilización de herramientas informáticas, como sistemas CAD, simuladores específicos para robots y simuladores de sistemas de fabricación flexible facilitan enormemente esta tarea.

Un simulador de sistemas robotizados permite de manera rápida y eficiente evaluar las diferentes alternativas en cuanto al robot a utilizar y la disposición física de todo el sistema. Utilizando la interacción gráfica, se puede analizar qué robot de los existentes en la librería del programa se adapta mejor a la tarea programada, detectando posibles colisiones y verificando el alcance (Figura 9.2). Un simulador de sistemas de fabricación flexible permite dimensionar adecuadamente la célula, informando sobre su productividad, rendimiento y comportamiento ante cambios de la demanda o situaciones imprevistas (averías, cambios en el producto, etc.). Asimismo, permite ensayar diferentes estrategias de control de la célula encaminadas a optimizar su funcionamiento [CACI-95].

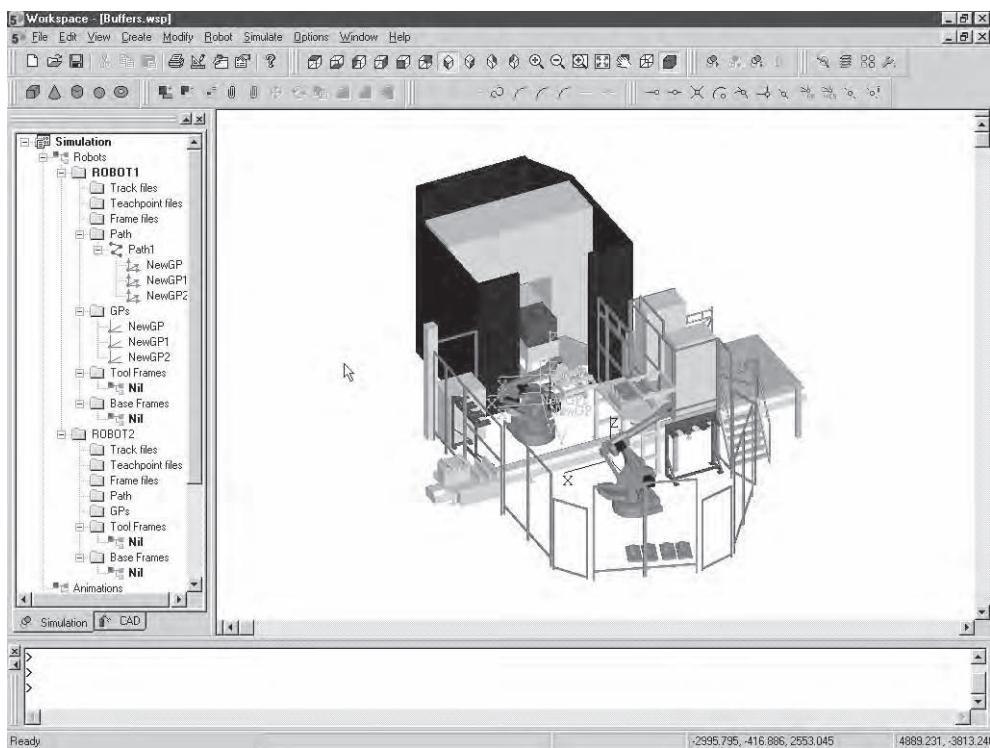


Figura 9.2. Definición del *lay-out* de la célula mediante simulador. (Cortesía Flow Software Technology-ROBOTNIK AUTOMATION SLL).

9.1.1. Disposición del robot en la célula de trabajo

A la hora de decidir la disposición del robot en la célula, cabe plantearse cuatro situaciones básicas:

Robot en el centro de la célula

En esta disposición el robot se sitúa de modo que quede rodeado por el resto de elementos que intervienen en la célula. Se trata de una disposición típica para robots de estructura articular, polar, cilíndrica o SCARA, en la que se puede aprovechar al máximo su campo de acción, que presenta una forma básica de esfera.

La disposición del robot en el centro se usa frecuentemente en aquellas aplicaciones en las que un robot sirve a una o varias máquinas (carga-descarga de máquinas herramientas), así como en las aplicaciones de soldadura al arco, paletización o ensamblado, en las que el robot debe alcanzar diversos puntos fijos dentro de su área de trabajo (Figura 9.3a y Figura 9.4).

Robot en línea

Cuando uno o varios robots deben trabajar sobre elementos que llegan en un sistema de transporte, la disposición de robots en línea es la más adecuada (Figura 9.3b).

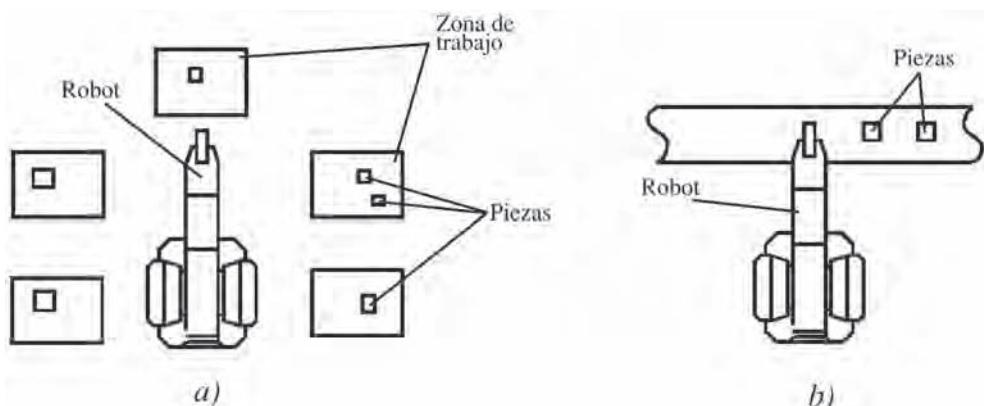


Figura 9.3. Disposición del robot en a) el centro de la célula y b) en línea.



Figura 9.4. Robot en el centro de una célula de pulido de piezas de reloj (cortesía KUKA).

El ejemplo más representativo de esta disposición son las líneas de soldadura de carrocerías de vehículos, en las que éstos pasan secuencialmente frente a sucesivos robots alineados, cada uno de los cuales realiza una serie de puntos de soldadura.

En este tipo de disposición cabe diferenciar que el transporte sea de tipo intermitente o continuo. En el primer caso, en un momento determinado cada robot tiene delante una pieza sobre la que realizar las operaciones establecidas. Una vez acabadas éstas, bien se espera a que todos los robots finalicen sus tareas, para que entonces el sistema de transporte avance un puesto, o bien, si el sistema lo permite, da salida a la pieza que proceda, quedando disponible para recibir una nueva.

Si el transporte es continuo, esto es, si las piezas no se detienen delante del robot, éste deberá trabajar sobre la pieza en movimiento, para lo que el transporte deberá limitar su velocidad de modo que la pieza quede dentro del alcance del robot durante al menos el tiempo de ciclo.

Robot móvil

En ocasiones, es útil disponer al robot sobre una vía que permita su desplazamiento lineal de manera controlada (Figura 9.5). Esta posibilidad permite, por ejemplo, seguir el movimiento de la pieza en el caso de que ésta se desplace sobre un sistema de transporte continuo, de modo que la posición relativa entre pieza y robot se mantenga fija durante el tiempo que dura el proceso. Para ello es necesario una precisa sincronización de los dos movimientos: transporte de la pieza y transporte del robot, lo que se puede conseguir con un acoplamiento mecánico desembragable o mediante un adecuado control en cadena cerrada de ambos transportes. En cualquier caso, una vez acabado el procesamiento de la pieza, el robot debe regresar rápidamente a su posición inicial para recibir una nueva.

Otra situación en la que el empleo del robot con capacidad de desplazamiento lineal es particularmente ventajosa es cuando éste debe cubrir un elevado campo de acción. Por ejemplo, en la pintura de carrocerías de coches, el dotar al robot de este grado de libertad adicional permite que dos robots de dimensiones medias (2 metros de radio de alcance aproximadamente) lleguen con la orientación adecuada a todos los puntos de proyección correspondientes a un coche.

Asimismo, esta disposición del robot puede utilizarse cuando éste tenga que dar servicio a varias máquinas (por ejemplo, para carga-descarga de máquinas herramientas), obteniendo el máximo rendimiento del robot.



Figura 9.5. Disposición de robot móvil sobre rail (cortesía de KUKA).



Figura 9.6. Robot IRB 3200 proyectando cemento en disposición suspendida.
(Cortesía de DISAM-Universidad Politécnica de Madrid).

Robot suspendido

La disposición del robot suspendido es la intrínseca de un robot tipo pórtico en la que éste queda situado sobre el área de trabajo. Pero, además, de esta estructura de robot, es posible colocar un robot articular invertido sobre la célula (Figura 9.6).

Las ventajas fundamentales que se obtienen en este segundo caso son las de un mejor aprovechamiento del área de trabajo, pues de este modo el robot puede acceder a puntos situados sobre su propio eje vertical.

Las operaciones típicas donde se utiliza el robot suspendido son en aplicación de adhesivos o sellantes, proyección de material (pintura, acabado superficial, etc.), corte (chorro de agua, láser, etc.) y soldadura al arco. Algunos fabricantes incluso han desarrollado modificaciones sobre sus robots básicos, tanto en su estructura mecánica como en su control, para facilitar el uso del robot en esta disposición.

9.1.2. Características del sistema de control de la célula de trabajo

Una vez establecidos los elementos operativos de la célula y su disposición en la planta, el segundo factor crítico en la definición de la célula robotizada es la especificación del sistema de control.

Una célula robotizada debe responder a las premisas de flexibilidad y automatización que justifican su empleo. Para ello es imprescindible el establecimiento de un buen sistema de control que deberá realizar, entre otras, las siguientes funciones.

- **Control individual** de cada una de las máquinas, transportes y demás dispositivos, incluidos robots, que compongan la célula.
- **Sincronización** del funcionamiento de los diferentes dispositivos entre sí.
- **Detección, tratamiento y recuperación** si es posible de las situaciones anómalas de funcionamiento que puedan presentarse.
- **Optimización del funcionamiento** conjunto de los dispositivos de la célula, distribuyendo si es posible las funciones de manera dinámica, para así evitar paradas por espera o acciones innecesarias.
- **Interfaz con el usuario**, mostrando la información adecuada para que en todo momento se conozca con el detalle necesario el estado del sistema, así como permitiendo que el operador acceda, con las restricciones pertinentes, al funcionamiento del mismo y a las utilidades de mantenimiento y ajuste del sistema.
- **Interfaz con otras células**, para permitir la sincronización entre ellas, optimizando el funcionamiento de un sistema de fabricación flexible compuesto por varias células.
- **Interfaz con un sistema de control superior** que realiza básicamente funciones de supervisión y actualización de programas cuando se diese un cambio en la producción.

Estas funciones, que pueden ser necesarias en mayor o menor medida en el control de una célula robotizada, se implementarán en un hardware que será preciso definir y dimensionar. En aquellas ocasiones en las que la simplicidad de la célula lo permita, el propio controlador del robot podrá simultanear las funciones propias de control de sus ejes con el mando del resto de los dispositivos. Para ello utilizará sus entradas/salidas digitales/analógicas (véase Capítulo 8), o si fuera necesario la posibilidad de incorporar ejes externos servocontrolados.

Si por el contrario la célula incluye un mayor número de dispositivos, algunos de los cuales pueden disponer de su propio controlador, inclusive otros robots, será preciso disponer de una estructura jerarquizada en la que un elemento central (ordenador, PLC, etc.) mantenga una comunicación con el resto de los controladores. En este caso, las comunicaciones pueden realizarse a través de diferentes estándares que van desde comunicaciones en serie punto a punto o mediante bus, por ejemplo, Ethernet.

En cualquier caso, el correcto dimensionamiento del control de la célula y las funcionalidades con que se dota a la interfase con el usuario, son tareas que no deben ser subestimadas, pues repercutirán tanto en el coste de implantación y desarrollo de la misma como en el de explotación.

9.2. CARACTERÍSTICAS A CONSIDERAR EN LA SELECCIÓN DE UN ROBOT

Cuando se desea robotizar un determinado proceso, el equipo de técnicos responsable de esta tarea debe seleccionar el robot más adecuado. Para ello recurrirá a su experiencia y buen criterio, escogiendo, dentro del amplio mercado de robots existente, aquel que mejor responda

a las características necesarias y buscando siempre el adecuado compromiso entre precio y prestaciones.

Tabla 9.1. Características a tener en cuenta para la selección de un robot

Caract. geométricas	<ul style="list-style-type: none"> • Área de trabajo • Grados de libertad • Errores de posicionamiento <ul style="list-style-type: none"> – Distancia tras emergencia – Repetitividad – Resolución • Errores en el seguimiento de trayectorias <ul style="list-style-type: none"> – Calidad de una línea recta, arco ... • Precisión cuando se mueve el mínimo incremento posible
Caract. cinemáticas	<ul style="list-style-type: none"> • Velocidad nominal máxima • Aceleración y deceleración
Caract. dinámicas	<ul style="list-style-type: none"> • Fuerza <ul style="list-style-type: none"> – De agarre – Carga máxima – Control de fuerza-par • Frecuencia de resonancia
Tipo movimientos	<ul style="list-style-type: none"> • Movimientos punto a punto • Movimientos coordinados • Trayectorias continuas (CP)
Modo programación	<ul style="list-style-type: none"> • Enseñanza (guiado) • Textual
Tipo accionamiento	<ul style="list-style-type: none"> • Eléctrico (c. alterna o c. continua) • Neumático • Hidráulico
Comunicaciones	<ul style="list-style-type: none"> • E/S Digitales/Analógicas • Comunicaciones línea serie
Servicio proveedor	<ul style="list-style-type: none"> • Mantenimiento, Servicio Técnico, Cursos de formación
Coste	

La selección del robot más idóneo debe hacerse valorando una gran variedad de características, siendo éste un proceso de difícil sistematización. Sin embargo, en general puede ser suficiente con considerar un conjunto limitado.

La norma EN ISO 9946: «1999 Robots Manipuladores Industriales. Presentación de las características», [EN-99] recomienda cuáles deben ser las características de los robots a pre-

sentar por sus fabricantes, aconsejando, incluso, el modo en que éstas son recogidas en una ficha. Esta norma se complementa con la UNE EN ISO 9283 - 2003 «Criterios de análisis de prestaciones» [UNE-03], en la que se especifica el modo en que deben ser medidas muchas de estas características. En el Anexo I se recoge mayor información sobre estas normas.

Sin embargo, no es frecuente que los fabricantes sigan esta normativa, proporcionando una información limitada y no siempre medida de acuerdo a los criterios establecidos en la norma.

No obstante, el conocimiento de la norma debe ser complementado con aspectos de índole práctica para en conjunto tomar la decisión adecuada en la selección del robot.

Se van a comentar a continuación las características más destacadas que deben ser consideradas a la hora de seleccionar un robot para una determinada aplicación, y que han sido recogidas de manera resumida en la Tabla 9.1. En su mayoría estas características son afines a las indicadas en la norma, recomendándose la lectura del Anexo I y de la normativa oficial.

9.2.1. Área de trabajo

El área de trabajo o campo de acción es el volumen espacial al que puede llegar el extremo del robot. Este volumen está determinado por el tamaño, forma y tipo de los eslabones que integran el robot (Figura 9.7), así como por las limitaciones de movimiento impuestas por el sistema de control. Nunca deberá utilizarse el efecto colocado en la muñeca para la obtención del espacio de trabajo, ya que se trata de un elemento añadido al robot, y en el caso de variar el efecto el área de trabajo se tendría que calcular de nuevo.

En los catálogos suministrados por los fabricantes se suele indicar el área de trabajo mediante un dibujo acotado. Cuando la información es de tipo numérico, el área de trabajo se indica mediante el rango de recorrido de cada articulación.

El robot debe elegirse de modo que su área de trabajo (o campo de acción) le permita llegar a todos los puntos necesarios para llevar a cabo su tarea. En este sentido, no debe olvidarse la necesidad de incluir entre los puntos a acceder los correspondientes a puntos de recogida de piezas (alimentadores), mesa de trabajo, puntos de salida de piezas, etc.

El que el robot pueda acceder a todo el espacio de trabajo no significa que lo pueda hacer con cualquier orientación. Existirán un conjunto de puntos, los más alejados y los más cercanos, a los que únicamente se podrá acceder con unas orientaciones determinadas, mientras que otros puntos admitirán cualquier orientación.

Se ha de tener en cuenta también la posible existencia de los denominados puntos singulares, que ya fueron explicados en el Epígrafe 4.3.6. Se trata de puntos con una determinada orientación en el espacio sobre los que, por ejemplo, no es posible realizar una trayectoria rectilínea, bien sea porque su ejecución implicará el movimiento a velocidad infinita de uno de los ejes, bien porque el valor de los ejes en ese punto con esa orientación se encuentre indeterminado. En general las limitaciones de manipulabilidad del robot guardan una estrecha relación con el valor del Jacobiano,

La disposición óptima de todos los elementos que compondrán la célula junto con el robot, es una delicada tarea por el gran número de variables a considerar. No basta con asegurar que todos los puntos necesarios quedan dentro del campo de acción del robot, sino que se deberá verificar que una vez situados los demás componentes de la célula, el robot no colisione con ellos al efectuar sus movimientos.

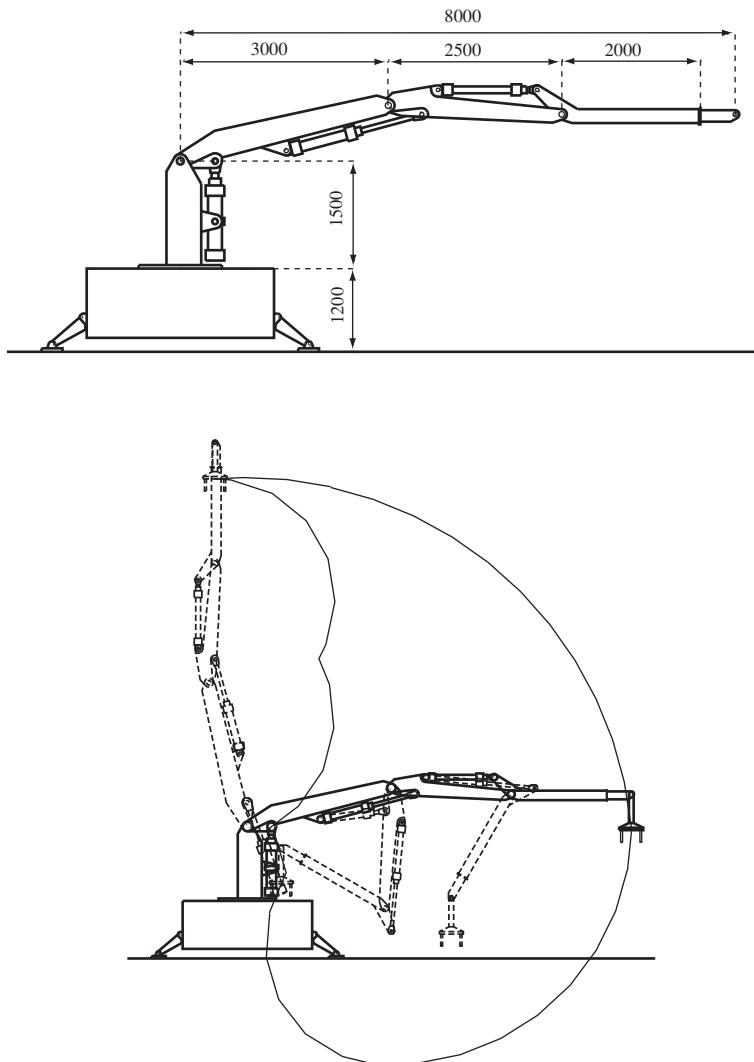


Figura 9.7. Configuración y sección del área de trabajo del robot ROCCO.
(Cortesía DISAM-Universidad Politécnica de Madrid).

Por este motivo, es de gran ayuda el empleo de programas de simulación gráfica (ROB-CAD, GRASP, WorkSpace, COSIMIR, etc.), que dotados de un sistema de diálogo interactivo con el usuario, permiten seleccionar mediante ensayo y error la disposición óptima de la célula, pudiéndose incluso ensayar diferentes robots almacenados para tal efecto (Figura 9.8).

9.2.2. Grados de libertad

El número de grados de libertad (GDL) con que cuenta un robot determina la accesibilidad de éste y su capacidad para orientar su herramienta terminal. Es relativamente frecuente que el

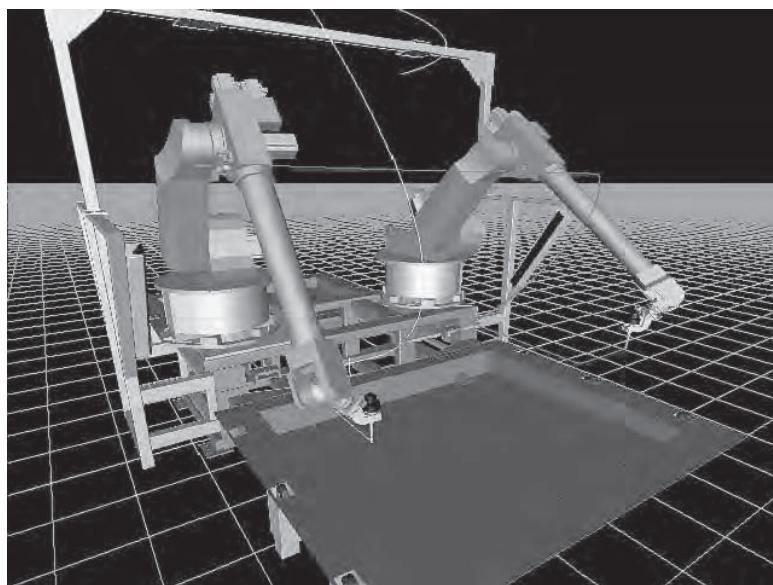


Figura 9.8. Simulador de Robots WorkSpace. (Cortesía Flow Software Technology. ROBOTNIK AUTOMATION SLL).

número de GDL de los robots comerciales coincide con el número de articulaciones, es decir, que cada articulación represente un GDL.

La elección del número de grados de libertad necesarios viene determinada por el tipo de aplicación. Así, en muchas operaciones de manipulación (*pick & place*, paletizado) los objetos se recogen y depositan sobre planos horizontales. En estos casos, un robot con 3 GDL para posicionar, y a lo sumo uno más para orientar (giro en torno a un eje vertical), es suficiente. Sin embargo, en otras aplicaciones es preciso orientar la herramienta en el espacio o acceder a posiciones complicadas, siendo precisos 6 o incluso más grados de libertad. Aplicaciones típicas que precisan de 6 GDL pueden ser la pintura, la soldadura al arco o la aplicación de sellantes.

Con cierta frecuencia los robots disponen opcionalmente de un número de grados de libertad ampliables (de 1 a 3) que son controlados sincronizadamente con el resto de los grados de libertad desde la misma unidad de control del robot. Estos grados extra se añaden al robot bien en su extremo (movimientos extras del efecto), en su base (robot sobre vía) o como elemento externo (mesas posicionadoras)

En general, hay que considerar que el aumento del número de grados de libertad lleva parejo un aumento del coste del robot. En ocasiones, éste puede suplirse con el empleo de un utilaje apropiado y con el rediseño de las piezas que entran a formar parte de la instalación. Así, en tareas en las que es preciso acceder a piezas grandes o complejas, éstas pueden ir montadas sobre mesas posicionadoras u orientadoras, que disponen de un número finito o infinito de posiciones alternativas, controladas de manera sincronizada con el robot. En el primer caso, el accionamiento puede ser neumático o hidráulico, siendo su coste comparativamente reducido. En el segundo caso (posicionamiento continuo), el precio de estos periféricos auxiliares es elevado, debiéndose escoger con cuidado la solución a adoptar.

Para tareas muy específicas, se pueden utilizar robots con más de 6 GDL como configuración básica. A éstos se denomina robots redundantes, aunque esta terminología se aplica de

forma más general a aquellos robots que poseen más GDL que los que implica la tarea que realizan, independientemente de cuál sea el número de los mismos. La mayor parte de los robots comerciales tienen un número de GDL variable entre tres y seis.

9.2.3. Precisión, repetibilidad y resolución

Las ventajas del robot frente a otras máquinas en muchas de las aplicaciones actuales se basan, además, de en la flexibilidad y velocidad, en el bajo error de posicionamiento con el que realizan su trabajo. Para la definición de este error es necesario tener en cuenta tres conceptos complementarios entre sí, como son: la precisión, la repetibilidad y la resolución. De entre los tres, el dato normalmente suministrado por los fabricantes es el de repetibilidad y éste es el utilizado a la hora de seleccionar un robot u otro por su exactitud.

La Figura 9.9 presenta gráficamente estos tres conceptos. El origen de cada uno de ellos es diferente; su definición y causa se indica a continuación:

- **Resolución:** Mínimo incremento que puede aceptar la unidad de control del robot. Su valor está limitado por la resolución de los captadores de posición y convertidores A/D y D/A, por el número de bits con los que se realizan las operaciones aritméticas en la CPU, y por los elementos motrices si éstos son discretos (motores paso a paso, sistemas neumáticos todo nada, etc.)
- **Precisión:** Distancia entre el punto programado (normalmente de manera textual) y el valor medio de los puntos realmente alcanzados al repetir el movimiento varias veces con carga y temperatura nominales. Su origen se debe a errores en la calibración del robot (punto de sincronismo, por ejemplo), deformaciones permanentes por origen térmico y dinámico, errores de redondeo en el cálculo de la transformación cinemática (especialmente en las cercanías de puntos singulares), errores entre las dimensiones reales y teóricas del robot, etc.
- **Repetibilidad:** Radio de la esfera que abarca los puntos alcanzados por el robot tras suficientes movimientos, al ordenarle ir desde el mismo origen al mismo punto de destino programado, con condiciones de velocidad, carga, temperatura, etc., iguales. Normalmente, se considera como repetibilidad la media de las distancias al punto medio alcanzado más tres veces la desviación estándar de dichos distancias. El error de repetibilidad es debido fundamentalmente a problemas en el sistema mecánico de transmisión como rozamientos, histéresis, zonas muertas (*backlash*).

El error de repetibilidad tiene especial importancia en aquellos robots que son programados por aprendizaje, pues entonces no afectan los debidos a la resolución ni precisión. Los valores normales de error de repetibilidad de robots industriales comerciales están entre los 0,5 y los 0,01 milímetros.

En el valor total del error de posicionamiento de un robot afectan una serie de factores, como la longitud de sus brazos, carga manejada, tipo de estructura (la cartesiana no precisa transformación homogénea, evitándose errores de cálculo), que pueden dar una idea general sobre la calidad del posicionamiento final de su extremo. Así, por lo general, los robots cartesianos y los de reducidas dimensiones son más precisos (en el sentido global) que otros como articulares o robots de gran envergadura.

Otras medidas relativas a los posibles errores de posición de un robot son las relacionadas con la precisión con que un robot, que disponga de capacidad para ello, recorre una determinada trayectoria programada, por ejemplo, una línea recta. En este caso, los posibles

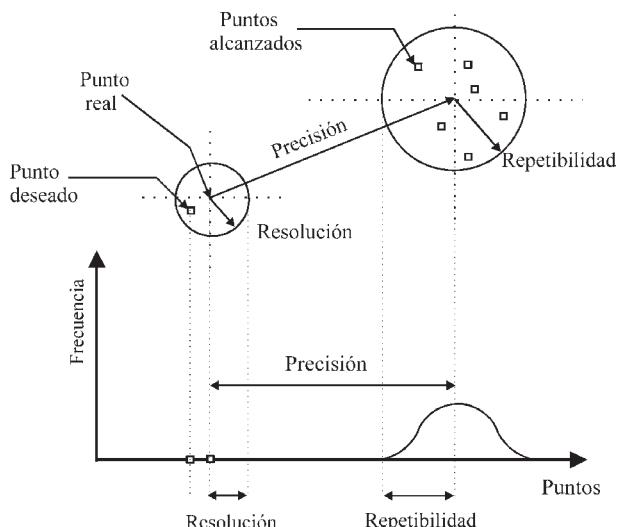


Figura 9.9. Visualización de los conceptos de resolución, precisión y repetibilidad.

errores se ven afectados por las mismas causas que los anteriores más por aquellas derivadas del algoritmo interpolador de la trayectoria y de su control dinámico.

Así, el número de puntos con que se interpole una trayectoria determinará la precisión con que el robot la sigue. Este número de puntos está limitado por el tiempo de cálculo de la transformación inversa (dependiente de la estructura del robot, potencia de cálculo del sistema de control, etc.), así como por la velocidad con que se desee recorrer la trayectoria programada (lógicamente una menor velocidad posibilitará un mayor número de puntos interpolados).

La norma UNE EN ISO 9283: 2003 «Robots Manipuladores Industriales. Criterios de análisis de prestaciones y métodos de ensayo relacionados», [UNE-03] incide de manera especial el modo en que debe ser evaluada la calidad del posicionamiento y movimiento de un robot.

9.2.4. Velocidad

Como ya se ha indicado, la velocidad a la que puede moverse un robot y la carga que transporta están inversamente relacionados. Tanto es así, que en muchas ocasiones los datos proporcionados en catálogo sobre la velocidad de movimiento del robot se dan para diferentes valores de la carga a transportar. De igual forma también suele existir una relación de orden inverso entre el error de posicionamiento y la velocidad del robot.

La velocidad de movimiento de un robot puede darse por la velocidad de cada una de sus articulaciones o por la velocidad media de su extremo, siendo esta última más útil para el usuario, pero más imprecisa. El valor de la velocidad nominal de movimiento de un robot es un dato relevante para el cálculo de los tiempos de ciclo, sobre todo en robots destinados a tareas de manipulación o ensamblaje. No obstante, hay que considerar que el dato proporcionado normalmente corresponde a la velocidad nominal en régimen permanente. Para alcanzar este régimen es preciso que el movimiento del robot sea suficientemente largo. En otro

caso, los tiempos de arranque y parada son proporcionalmente más significativos que el correspondiente al movimiento a velocidad nominal.

En la práctica, en la mayoría de los casos los movimientos del robot son rápidos y cortos, con lo que la velocidad nominal es alcanzada en contadas ocasiones. Por este motivo, la medida del tiempo de ciclo no puede ser obtenida a partir de la velocidad, siendo ésta una valoración cualitativa del mismo. En vez de este dato, algunos robots indican el tiempo empleado en realizar un movimiento típico (un *pick & place*, por ejemplo).

Los valores habituales de velocidad del extremo oscilan entre 1 y 4 m/s con carga máxima.

9.2.5. Capacidad de carga

La capacidad de carga del robot a seleccionar para una determinada tarea está relacionada con el tamaño, la configuración y el sistema de accionamiento del propio robot. Por otra parte, al evaluar la carga a manipular por el robot debe considerarse el peso de las piezas a transportar y el propio peso de la herramienta o pinza que emplee el robot colocada sobre la muñeca (en muchas ocasiones superior al de los propios objetos). Se debe tener en cuenta, además de la carga, el momento que la pieza genera en el extremo del robot. Para ello el fabricante puede proporcionar un cuadro en el que se indica la disminución de la posible carga a transportar, sin disminuir prestaciones, a medida que el centro de gravedad de la misma se aleja del centro de la muñeca.

El dato que normalmente se proporciona en la hoja de características del robot corresponde a la carga nominal que éste puede transportar sin que por ello disminuyan sus prestaciones dinámicas, y siempre considerando la configuración del robot más desfavorable. Sin embargo, es posible aumentar esta carga hasta un cierto límite, siempre y cuando se pueda admitir una disminución en la velocidad de los movimientos del robot e incluso en su precisión.

Los valores más frecuentes de capacidades de carga varían entre 5-100 kg, aunque se pueden encontrar robots que transporten más de media tonelada.

9.2.6. Sistema de control

La potencia de la unidad de control del robot determina en gran medida sus posibilidades. Las características del control del robot hacen referencia entre otros aspectos a sus posibilidades cinemáticas (tipo de trayectorias) y dinámicas (prestaciones dinámicas del robot), a su modo y capacidades de programación (guiado o textual, número de puntos o KB de memoria de usuario), a sus capacidades de comunicación (Entradas-Salidas digitales, comunicaciones de datos de acuerdo a estándares como RS232, TCPIP, etc.).

En cuanto a las posibilidades cinemáticas es muy importante tener en cuenta la aplicación a realizar. Para muchas aplicaciones (*pick & place*, por ejemplo), es suficiente con un control del movimiento punto a punto (PTP) en el que sólo es relevante el punto final a alcanzar por el robot y no el camino seguido. En otras, por el contrario, la trayectoria continua (CP) descrita por el extremo del robot es fundamental (soldadura al arco). Casi todos los robots incorporan la posibilidad de realizar trayectorias continuas en forma de línea recta o interpolación circular. Estas posibilidades vienen normalmente indicadas en las especificaciones técnicas del robot.

Un primer dato relativo al control dinámico de un robot es el que indica si éste se efectúa en cadena abierta o cerrada. El primer caso no es frecuente si bien se emplea cuando no se prevén grandes inercias. Su implementación se realiza, normalmente, con motores paso a paso, simplificando notablemente la complejidad de los algoritmos de control.

Las características del control dinámico del robot, como velocidad de respuesta y estabilidad, son de particular importancia cuando éste debe manejar grandes pesos con movimientos rápidos. En estos casos, un buen control dinámico asegura que el extremo del robot no presente oscilaciones ni errores de posicionamiento. El sobrepasar el punto de destino (*overshoot*) por una elevada inercia, puede originar colisiones de graves consecuencias.

Normalmente, las prestaciones del control dinámico no son indicadas explícitamente como una característica a conocer por un posible usuario. Algunos sistemas de control de robots permiten variar, incluso en mitad de la ejecución de un programa, algunas de las características del control dinámico (su acción P o I en caso de que se trate de un servo).

Otra importante característica relacionada con el control dinámico hace referencia a la posibilidad de realizar un control de esfuerzos de manera selectiva en alguna de las articulaciones o ejes cartesianos. Esta posibilidad, que implica el empleo de sensores de fuerza/par, es fundamental en aquellas aplicaciones en las que la pieza manipulada deba entrar en contacto con algún objeto durante la realización de la tarea (ensamblaje, desbarbado, pulido, etc.).

En cuanto a las características relacionadas con el método de programación y las posibilidades que éste ofrece, puede decirse que una primera división entre programación por guiado y programación textual es suficiente como para decidirse sobre el empleo de un robot u otro para una determinada aplicación. Así, una aplicación de pintura debe realizarse con un robot cuya programación se efectúe fundamentalmente mediante guiado, y más específicamente, con un sistema en el que la unidad de control memorice automáticamente el camino por el que se desplaza el extremo del robot durante la etapa de programación. Por el contrario, en un robot destinado a tareas de paletizado será aconsejable la programación textual.

Tabla 9.2. Características deseables en un robot según aplicación

PINTURA	PALETIZACIÓN
Programación por guiado.	Elevada capacidad de carga.
Campo de acción similar al humano.	Relación grande entre área de trabajo y tamaño del robot.
Estructura antropomórfica con 6 o más grados de libertad.	Control PTP.
Buen acceso a todos los puntos con diferentes orientaciones	
SOLDADURA PUNTOS	SOLDADURA ARCO
Elevada capacidad de carga.	Buena capacidad de control de trayectoria tanto en posición como en velocidad
Control PTP.	Campo de acción similar al humano.
Rapidez.	
PROCESADO	ENSAMBLADO
5-6 grados de libertad.	Elevada precisión y rapidez.
Campo de acción similar al humano.	Campo de acción similar al humano.
Control de trayectoria continua	Potencia del sistema de programación.
	Sistema sensorial (visión, fuerza).

Otras características importantes relacionadas con el modo de programación son las relativas al manejo de entradas salidas, posible estructuración de los programas (manejo de subrutinas, bucles, etc.), posibilidad de atención de interrupciones y modificación de trayectorias atendiendo a señales externas, sistemas de programación y control desde un dispositivo externo (computador), etc. Estos aspectos ya se comentaron con más detalle en el Epígrafe 8.2, dedicado a los sistemas de programación para robots industriales.

Existen otras consideraciones, además de las meramente técnicas, a la hora de seleccionar el robot más adecuado para robotizar un proceso. Así, es importante considerar el servicio técnico que proporciona el fabricante (de postventa, mantenimiento, formación, actualización) y que lógicamente variará según la distribución geográfica del lugar de implantación y de la fábrica o delegación del fabricante del robot. También será importante considerar el costo y posibilidad de amortización del robot, pues un robot más barato, y con menos prestaciones, puede resolver correctamente la aplicación en cuestión, pero ser difícilmente adaptable a otras aplicaciones futuras.

La Tabla 9.2 muestra una primera aproximación de las características a tener en cuenta para la elección de un robot en una determinada aplicación. Estas indicaciones no tienen por qué ser válidas en todas las situaciones, pero se cumplen de forma general. En el Anexo I se incluye la recomendación dada por la norma UNE EN ISO 9283: 2003 «Robots Manipuladores Industriales. Criterios de análisis de prestaciones y métodos de ensayo relacionados sobre las características más relevantes a considerar en cada tipo de aplicación» [UNE-03].

En la Tabla 9.3 se proporcionan las características técnicas más relevantes de algunos robots comerciales.

Tabla 9.3. Características técnicas de algunos robots comerciales

Fabri-cante	Modelo	Aplicación	Configu-ración	GDL	Alcance horizo-n. (mm)	Carga máxi-ma (kg)	Veloc. Máxi-ma (mm) (TCP mm/s o eje 1°/s)	Repeti-bilidad (mm)	Comuni-caciones
ABB	IRB 2400L	General	Articular	6	1800	7	150°/s	0.06	Ethenet, Profibus, Interbus, otras
ABB	IRB 580-12	Pintura	Articular	6	2558	10	112°/s	0.3	Ethenet, Profibus, Interbus, otras
ABB	IRB 340 FlexPicker	Ensamblado, Manipulación, Pick&Place. Sala Blanca	Paralelo	4	1130	1,2	10000 mm/s	0.1	Ethenet, Profibus, Interbus, otras
ADEPT	Adept Three XL	General	SCARA	4	1067	25	920°/s	0.038	Ethenet, Rs232, Devicenet, otras
ADEPT	Cobra S350	Ensamblado, Pick&Place	SCARA	4	350	5,5	7200 mm/s	0.015	Ethenet, Rs232, Devicenet, otras

Tabla 9.3. Características técnicas de algunos robots comerciales (Continuación)

Fabri-cante	Modelo	Aplicación	Configu- ración	GDL	Alcance horizon. (mm)	Carga máxima (kg)	Veloc. Máxima (mm o eje 1º/s)	Repeti- bilidad (mm)	Comuni- caciones
FANUC	M-16iB/20	General	Articular	6	1667	20	165 °/s	0.08	Ethernet, Rs232
FANUC	R-2000 iA/200F	Soldadura Puntos Alta carga	Articular	6	2483	200	90 °/s	0.2	Ethernet, Rs232
KAWASAKI	ZZD-250S	Paletizado	Articular	4	3255	250	95 °/s	0.5	Ethernet, Rs232
KUKA	KR 180-2CR	Sala blanca	Articular	6	2700	180	95 °/s	0.12	Ethenet, Profibus, Interbus, Devicenet
STAÜBLI	RX270	General	Articular	6	2967	270	85 °/s	0.09	PTP CP
STAÜBLI	RS40B	Manipulación, ensamblado	SCARA	4	400	2	350°/s 3800 mm/s	0.01	Ethernet, Rs232, Devicenet, Profibus, Modbus, CanOpen
MOTOMAN	HP 20-6	Soldadura Arco, Corte, Manipulación	Articular	6	1915	6	170 °/s	0.06	Ethernet, Interbus, Profibus, otras
MOTOMAN	HP 350-200	Soldadura Puntos, Alimentación máquinas	Articular	6	3036	200	95 °/s	0.5	Ethernet, Interbus, Profibus, otras

9.3. SEGURIDAD EN INSTALACIONES ROBOTIZADAS

El tema de la seguridad y prevención de accidentes en los sistemas robotizados, suele tratarse de manera marginal en casi todos los textos y demás fuentes de información que sobre robots industriales existen. Sin embargo, éste es un aspecto crítico durante el desarrollo y explotación de una célula robotizada. Las consideraciones sobre la seguridad del sistema robotizado cobran especial importancia fundamentalmente por dos razones. En primer lugar, por el motivo intrínseco de que el robot, como se analizará más adelante, posee mayor índice de riesgo a un accidente que otra máquina de características similares. En segundo lugar, por un aspecto de aceptación social del robot dentro de la fábrica, aceptación aún difícil por lo general hoy en día.

La realidad, sin embargo, es que el número de accidentes ocasionados por los robots industriales no es ni mucho menos alarmante, siendo pocos los países que cuentan con suficiente información al respecto.

En Europa, la norma ISO 10218-1:2006 «Robots for industrial environments - Safety requirements - Part 1: Robot» [ISO-06], proporciona una guía para garantizar la seguridad en los sistemas de fabricación automatizados que incorporan robots manipuladores. En el Anexo I se comenta en detalle esta norma.

9.3.1. Causas de accidentes

Para prevenir los posibles accidentes ocasionados por los robots, hay que comenzar detectando *qué* tipo de accidentes se producen, para después analizar el *porqué* se originan y determinar *cómo* pueden evitarse.

En principio, y dado lo similar de sus características, los riesgos de accidente en un entorno de trabajo con robots industriales deberán ser similares a los debidos al empleo de máquinas herramientas con control numérico. Sin embargo, hay una serie de circunstancias que aumentan el nivel de riesgo en el caso de los robots. Estas causas se reflejan de manera comparativa en la Tabla 9.4. Además, el hecho de que el robot trabaje en muchas ocasiones en ambientes de alto riesgo de accidente (forjas, prensas, pintura, etc.) contribuye a aumentar la probabilidad y gravedad del accidente.

Los tipos de accidentes causados por robots industriales, además de los ocasionados por causas tradicionales (electrocuciones al instalar o reparar el equipo, quemaduras, etc.), son debidos a:

- Colisión entre robots y hombre.
- Aplastamiento al quedar atrapado el hombre entre el robot y algún elemento fijo.
- Proyección de una pieza o material (metal fundido, corrosivo) transportada por el robot.

Estas causas son agravadas por la gran velocidad con la que los robots pueden realizar sus movimientos, además de su elevada energía estática y dinámica.

Establecidos los tipos principales de accidentes, es preciso localizar cuáles son las causas que los originan. Los accidentes provocados por robots industriales se deben normalmente a:

- Un mal funcionamiento del sistema de control (software, hardware, sistemas de potencia).
- Acceso indebido de personal a la zona de trabajo del robot.

Tabla 9.4. Comparación de un robot industrial y una máquina de control numérico en aspectos relacionados con el riesgo de accidentes

Robot industrial	Máquina convencional de control numérico
Movimiento simultáneo de varios ejes (seis o más).	Normalmente mueve simultáneamente sólo uno o dos ejes.
Movimiento independiente de cada uno de los ejes. Trayectorias complejas.	Movimientos limitados y con trayectorias simples.
Campo de acción fuera del volumen cubierto por la propia máquina. Espacio de trabajo no reconocido fácilmente.	Campo de acción dentro del volumen abarcado por la máquina.
Campo de acción solapado con el de otras máquinas y dispositivos.	Normalmente sin solapamiento del campo de acción.

- Errores humanos en las etapas de mantenimiento, programación, etc.
- Rotura de partes mecánicas por corrosión o fatiga.
- Liberación de energía almacenada (eléctrica, hidráulica, potencial, etc.).
- Sobrecarga del robot (manejo de cargas excesivas).
- Medio ambiente o herramienta peligrosa (láser, corte por chorro de agua, oxicorte, etc.).

9.3.2. Medidas de seguridad

Una vez vistos los tipos de accidentes y las causas que los originan, es preciso determinar las medidas de seguridad a seguir que disminuyan el riesgo y la gravedad.

Es importante considerar que según estudios realizados por el *Instituto de Investigaciones de Seguridad en el Trabajo* de Tokyo, el 90 por ciento de los accidentes en líneas robotizadas ocurren durante las operaciones de mantenimiento, ajuste, programación, etc., mientras que sólo el 10 por ciento ocurre durante el funcionamiento normal de la línea.

Este dato es de gran relevancia y pone de manifiesto la gran importancia que tiene, para lograr un nivel de seguridad adecuado, el impedir el acceso de operarios al campo de acción del robot mientras éste está en funcionamiento.

La seguridad en sistemas robotizados presenta, por tanto, dos vertientes: aquella que se refiere a la seguridad intrínseca al robot y que es responsabilidad del fabricante; y aquella que tiene que ver con el diseño e implantación del sistema y su posterior utilización, programación y mantenimiento, responsabilidad del usuario.

Así, la selección de las medidas de seguridad viene definida por las siguientes consideraciones.

Medidas de seguridad a tomar en la fase de diseño del robot

En el diseño del robot y de su sistema de control debe considerarse siempre el posible accidente, tomándose las acciones oportunas para evitarlo en la medida de lo posible. Así, el propio robot debe contar con una serie de medidas internas encaminadas a evitar posibles accidentes:

- **Supervisión del sistema de control:** El sistema de control debe realizar una continua supervisión del correcto funcionamiento de todos los subsistemas (bucles de realimentación, accionamientos, etc.) y de incluso él mismo (*watch-dog*).
- **Paradas de emergencia:** Deben disponerse paradas de emergencia que desenergicen completamente al robot.
- **Velocidad máxima limitada:** El sistema de control asegurará que la velocidad máxima de los movimientos cuando una persona se encuentra en las proximidades del robot (fase de programación, por ejemplo) sea inferior a la nominal (como referencia debe ser inferior a 0,3 m/s).
- **Detectores de sobreesfuerzo:** Se incluirán detectores de sobreesfuerzo en los accionamientos que los desactiven cuando se sobrepase un valor excesivo (caso de colisión o de atrapar a una persona contra una parte fija).
- **Pulsador de seguridad:** Las paletas y consolas de programación dispondrán de un dispositivo de seguridad (pulsador de hombre muerto) que impidan el movimiento accidental del robot.
- **Códigos de acceso:** El acceso a la unidad de control y el arranque, parada y modificación del programa, estarán limitadas mediante el empleo de llaves, códigos de seguridad etc.

- **Frenos mecánicos adicionales:** Si el robot maneja grandes cargas, se deberán de incluir frenos mecánicos que entren en funcionamiento cuando se corte la alimentación de los accionadores. Asimismo, se dispondrán medios para desactivar estos frenos de forma manual.
- **Comprobación de señales de autodiagnóstico** en la unidad de control previamente al primer funcionamiento (niveles de tensión de las fuentes de alimentación, pilotos indicadores, mensajes de error, etc.).

Medidas de seguridad a tomar en la fase de diseño de la célula robotizada

En el establecimiento del *lay-out* de la célula se ha de considerar la utilización de barreras de acceso y protecciones en general que intenten minimizar el riesgo de aparición de un accidente. De forma general se pueden citar las siguientes:

- **Barreras de acceso a la célula:** Se dispondrán barreras en torno a la célula, que impidan el acceso a personas (parada inmediata al entrar en la zona de trabajo) (Figura 9.10).
- **Dispositivos de intercambio de piezas:** En caso de que el operador deba poner/recoger piezas situadas dentro del área de trabajo del robot, se utilizarán dispositivos que permitan realizar estas acciones a distancia, utilizando, por ejemplo, mesas giratorias (Figura 9.11).
- **Movimientos condicionados:** En el caso de que durante el funcionamiento de la célula el operario deba entrar en determinados momentos dentro del campo de acción del robot (para alimentar de nuevas piezas al robot, por ejemplo), se programará a éste de manera que no efectúe movimiento alguno durante estos instantes.

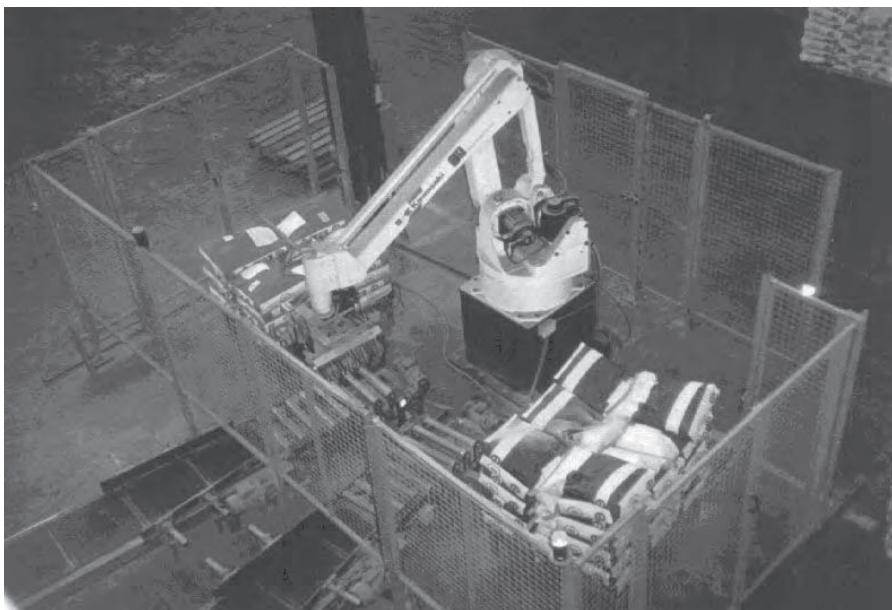


Figura 9.10. Célula robotizada de paletizado con vallas de protección para impedir el acceso. (Cortesía de INSER Robótica).

- **Zonas de reparación:** Se preverá la existencia de zonas de reparación y mantenimiento. Estas zonas, dentro del campo de acción del robot, estarán fuera de su zona de trabajo. En ellas se asegurará mediante diferentes dispositivos que el robot no realizará movimientos de manera automática.
- **Condiciones adecuadas en la instalación auxiliar:** Sistema eléctrico con protecciones, aislamientos, sistemas neumáticos o hidráulicos correctos.

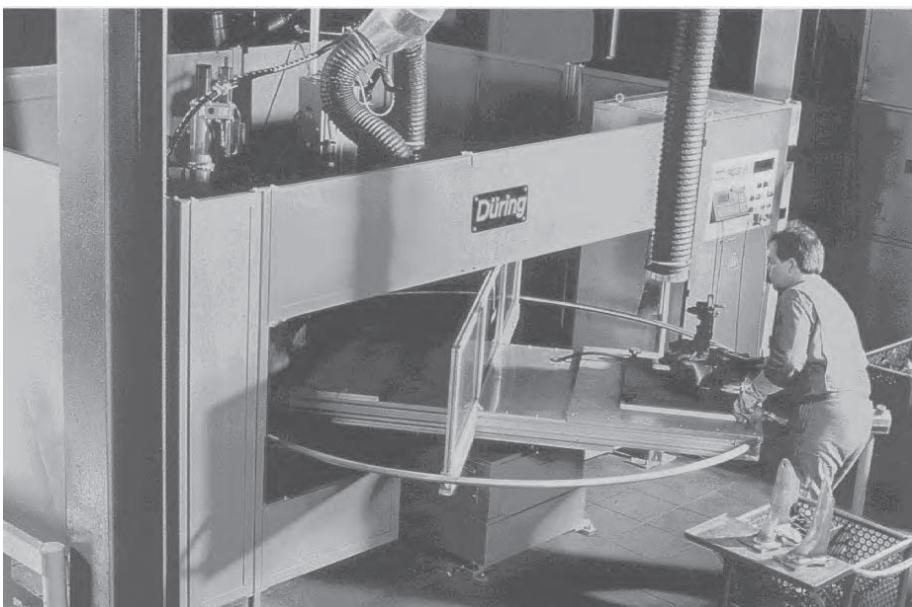


Figura 9.11. Operario utilizando una mesa giratoria para la alimentación de piezas en una célula robotizada de soldadura (Cortesía KUKA).

Medidas de seguridad a tomar en la fase de instalación y explotación del sistema

Por otra parte, durante la utilización del sistema y en especial durante las fases de instalación y puesta en marcha, deben respetarse rigurosamente determinadas normas que reducirán el riesgo de accidente. Además, es importante que exista información en la propia planta de la posibilidad de esos riesgos, así como que los operarios tengan la formación adecuada. Estas consideraciones se pueden resumir de forma breve en los siguientes puntos.

- **Abstenerse de entrar en la zona de trabajo:** Durante la programación e implantación de la aplicación, se procurará permanecer, dentro de lo posible, fuera del campo de acción del robot. Éste trabajará a velocidades lentas. En cualquier caso, se deberá salir fuera del área de trabajo cuando el robot vaya a trabajar de manera automática, aun siendo en fase de pruebas. Es también aconsejable que, siempre que sea posible, la fase de programación se realice con dos operarios, observando uno de ellos la marcha del proceso, estando dispuesto a accionar el paro de emergencia en caso de necesidad.
- **Señalización adecuada:** La célula estará dotada de una adecuada señalización del estado del robot o línea robotizada mediante señales luminosas y acústicas. Así, será acon-

sejable que antes de comenzar el ciclo de trabajo tras una parada se avise mediante una sirena e indicación luminosa. Del mismo modo, señales luminosas llamarán la atención sobre el hecho de que el robot está funcionando y su riesgo potencial de accidente.

- **Prueba progresiva del programa del robot:** El desarrollo y ejecución del programa del robot, y de toda la célula en sí, deberá hacerse con sumo cuidado. El programa deberá ejecutarse primeramente a velocidad lenta y paso a paso. A continuación, se podrá ejecutar de manera continua, pudiéndose aumentar progresivamente la velocidad.
- **Formación adecuada** del personal que manejará la planta.

9.4. JUSTIFICACIÓN ECONÓMICA

Es norma habitual antes de llevar a cabo cualquier proyecto de ingeniería, el realizar un análisis económico del mismo; análisis que determinará de forma aproximada su viabilidad y rentabilidad. Cuando, además, el proyecto consiste en su mayor parte en la inclusión de material tecnológicamente avanzado o en la automatización de un proceso ya conocido, este análisis se convierte en imprescindible. Éste es el caso de un proyecto de ingeniería en el que se utiliza como equipo principal un robot industrial.

Los beneficios sociales o lo avanzado de la tecnología a utilizar, aunque se consideren cuestiones importantes, son normalmente aspectos secundarios, pues el primer objetivo de cualquier empresa que acomete un proyecto de estas características es obtener de él un rendimiento económico, ya sea a corto o a largo plazo.

En este epígrafe se va a considerar la metodología a aplicar para la realización de este análisis.

9.4.1. Factores económicos y datos básicos necesarios

Para poder realizar el análisis económico de un proyecto con robot es necesario tener en cuenta un conjunto de factores económicos particulares, además de contar con una información previa sobre algunos datos básicos del proyecto. Como factor económico principal se considera el tipo de instalación a desarrollar, y como datos básicos se pueden citar los siguientes: coste de inversión, costes de instalación y ahorros o beneficios resultantes del proyecto. Todo ello teniendo en cuenta al robot de manera directa.

Tipo de instalación

A la hora de realizar un proyecto con robot existen dos posibles situaciones. Primera, que la aplicación que se quiere realizar sea de marcado carácter novedoso. En este caso, la inclusión de un robot es sólo una posibilidad entre diversas alternativas. Se deberán considerar todas y seleccionar la que resulte más beneficiosa según los criterios de inversión de la compañía. En este tipo de proyectos existe una dificultad añadida, pues al tratarse de una nueva aplicación muchos datos sobre el proceso no son conocidos de manera fiable, pudiéndose llegar a deducir conclusiones equivocadas. Puede llegar a ser ciertamente compleja la evaluación económica y técnica en este tipo de proyectos si no se posee un conocimiento adecuado sobre la implantación de células robotizadas.

El segundo caso, de aplicación más frecuente, consiste en la automatización, con la inclusión de un robot, de un método de operación que se realiza en buena medida de forma manual. En esta situación el análisis resulta más sencillo, pues los parámetros y tiempos de operación manual o robotizada son fácilmente comparables. Se podrá, asimismo, realizar una comparación de costes y beneficios, encontrándose todos los factores de producción perfectamente delimitados.

Con independencia de cuál sea la situación en la que se encuentre, es necesario, para realizar el análisis, utilizar lo que se denomina el análisis económico.

Datos básicos de coste

Al igual que en cualquier proyecto de ingeniería, los datos básicos de coste a tener en cuenta se dividen en dos categorías: costes de inversión y costes de explotación. Se estudian a continuación dichos costes, orientados siempre hacia el caso particular de una célula robotizada.

Costes de inversión: Los costes de inversión son aquellos costes necesarios para realizar la implantación física del sistema. Como principales costes de inversión se incluyen los siguientes.

- *Coste de adquisición del robot:* Este coste incluye el robot equipado con aquellas características que se consideren oportunas. No se incluirá aquí la herramienta a colocar en el extremo del robot. El coste del robot es muy variable, y depende principalmente de las prestaciones que sea capaz de suministrar. Por regla general, robots más caros podrán adaptarse a un mayor número de tareas diferentes, mientras que robots de un precio inferior se adaptarán peor y se tendrán que desarrollar herramientas especiales para ellos.
- *Coste de herramientas y equipos especiales:* Se incluyen en este apartado tanto la herramienta o efecto final a utilizar por el robot, como todos aquellos equipos especiales que se hayan de utilizar debido a la inclusión del robot. Este coste va íntimamente ligado al coste de compra del robot.
- *Coste de ingeniería e instalación:* Aquí se deben incluir en principio aquellos costes derivados del estudio de planificación y diseño, así como costes de desarrollo para la utilización del robot. Posteriormente se han de añadir aquellos costes específicos de la instalación del sistema. Habrá que tener en cuenta de forma especial aquellos costes generados de forma directa por la inclusión del robot, para poder así comparar, cuando sea necesario, con los costes de índole similar utilizando soluciones alternativas al robot.

Costes y beneficios de explotación: Son aquellos costes derivados de la utilización directa de la célula. También se ha de tener en cuenta el ahorro o beneficios que la utilización del robot, o la automatización de forma general, comporte. Entre los costes de explotación y ahorro se pueden mencionar los siguientes:

- *Mano de obra:* Como costes se deberán incluir tanto la mano de obra directa de operación de la planta, como la mano de obra que de forma indirecta interviene en la explotación, como puede ser en la supervisión, planificación, etc. Se debe computar como un ahorro la mano de obra sustituida por la automatización, siempre teniendo en cuenta los costes sociales que pudieran generarse.
- *Mantenimiento:* Se incluyen aquí los costes derivados del mantenimiento de los equipos de la planta, exceptuando la mano de obra considerada en el factor anterior. Entre los

equipos es necesario destacar el mantenimiento del robot. Estos datos sobre reparaciones, repuestos, etc., han de suponerse en su mayor parte. Habrá que ser consecuente y tener en cuenta las demandas o requerimientos que el trabajo y su entorno exijan al robot y a los demás equipos.

- *Aumento de calidad e incremento de productividad:* Se trata de beneficios importantes a tener en cuenta como consecuencia directa de la utilización de un robot. El aumento de calidad se debe, principalmente, a que el robot realiza su tarea de manera uniforme y consistente, sin la aparición de altibajos propios del estado de ánimo de un operario. El robot puede, en la mayoría de los casos, trabajar tan rápido como un operario, pero además puede seguir realizándolo durante varios turnos sin problema alguno.
- *Entrenamiento:* Al tratarse de una tecnología relativamente moderna, será necesario formar previamente a la mano de obra y al personal que de alguna manera intervenga en la célula. Este entrenamiento ha de ser continuo y por ello se incluye como gasto de explotación y no como gasto de inversión.

9.4.2. El robot como elemento principal del análisis económico

El robot desde el punto de vista económico presenta unas características completamente distintas a los demás equipos de una planta, y como tal merece ser tratado de forma independiente.

Ya se han mencionado en el epígrafe anterior algunas de esas características, como puede ser su coste, mantenimiento o el aumento de calidad y productividad que su presencia aporta. Sin embargo, no se ha tenido en cuenta uno de los factores que definen de por sí a un robot industrial: la versatilidad o flexibilidad de su uso.

Normalmente, en una aplicación industrial se considera que la vida de los equipos de fabricación se corresponde con la del producto que se está fabricando. Es decir, cuando se ha de cambiar de producto, ya sea por cuestiones de mercado o necesidades técnicas, las máquinas empleadas se quedan obsoletas o su reciclaje para el nuevo proceso resulta muy costoso. Su rendimiento posterior al ciclo de vida del producto es prácticamente nulo.

Un robot, en cambio, es una herramienta programable y flexible y, por tanto, susceptible de adaptarse casi sin coste alguno para ser utilizado en diversas aplicaciones. Esta característica es sumamente interesante, pues implica que el robot, como equipo de fabricación, no está sujeto al ciclo de vida del producto, sino que posee un ciclo de vida propio y, por tanto, su rentabilidad puede ser mayor. Existen, sin embargo, dos matices que se deben mencionar.

Primeramente, aunque el robot sea reprogramable nunca se asegura que tras concluir el ciclo del producto al que contribuía a fabricar, el robot pueda incluirse de forma eficiente en un nuevo proceso de fabricación. Existirán muchas más posibilidades que con cualquier otra herramienta, pero no la seguridad total. Segundo, se tiende a utilizar el robot, precisamente por su flexibilidad, en procesos de fabricación con ciclos de vida cortos. Lo que explica que para la primera aplicación sea complicado justificar su inversión.

Esto lleva a tener que considerar un valor de recuperación o retorno del coste del robot al finalizar cada uno de los proyectos en los que se aplica. Lógicamente, este valor de retorno deberá ir disminuyendo con cada proyecto, ya sea por su deterioro o por su obsolescencia. Este valor de retorno es muy importante y se concretará en el siguiente epígrafe cuando se hable de los métodos de análisis económico.

Otro factor a tener en cuenta, ya mencionado en el epígrafe anterior, es el aumento de productividad que el robot aporta. Aumento que es consecuencia directa de la realización del trabajo de forma más rápida y con menores interrupciones (trabajo en varios turnos seguidos). Este factor se verá con más detalle en el siguiente epígrafe.

9.4.3. Métodos de análisis económico

Existen diversos métodos aplicables para realizar el análisis económico de una inversión y poder decidir si ésta va a resultar rentable o no. Se trata de métodos de aplicación general a cualquier tipo de inversión o proyecto [MOCHÓN-90] [GROOVER-89], aunque aquí se particularizarán para proyectos que incluyan la utilización de robots. Los tres métodos a estudiar son:

- Período de Recuperación.
- Método del Valor Actual Neto (VAN).
- Método de la Tasa Interna de la Renta (TIR).

Cada uno de los tres métodos es de aplicación independiente y sirven para realizar análisis similares. Teóricamente, de la aplicación de los tres a un caso concreto se deberán extraer las mismas conclusiones. Es preciso considerar que al basar gran parte de los razonamientos en datos supuestos, los resultados, en ocasiones pueden ser de validez limitada.

Además, cada empresa suele desarrollar sus propios procedimientos, donde realiza una evaluación particular del proyecto y valora los resultados según sus propios criterios.

Período de recuperación

Se entiende como período de recuperación a aquel intervalo de tiempo que transcurre desde el comienzo del proyecto hasta que el flujo de caja (*cash-flow*) neto o acumulado sea mayor que cero. Es decir, indica cuándo se empieza a tener ingresos positivos sumando todas las entradas y salidas de capital desde el comienzo del proyecto. Como es lógico, se busca un período de recuperación lo más corto posible, pues transcurrido este tiempo es cuando realmente la inversión comienza a ser rentable. Períodos de recuperación cercanos al ciclo de vida del proyecto o mayores suponen un descarte automático de la inversión, pues en un caso los riesgos no merecen la pena, y en el otro nunca se recuperará lo invertido.

El período de recuperación se mide normalmente en años, y viene dado por el valor de n que cumple la ecuación:

$$\sum_{j=0}^n (R_j - C_j) = 0 \quad [9.1]$$

en la que R_j y C_j representan los ingresos y costes estimados durante el transcurso del año j . Lógicamente los costes de inversión vendrán incluidos en el valor de C_0 siendo $R_0 = 0$. Para simplificar se supone un *cash-flow* constante durante la vida del proyecto y despejar n de la ecuación:

$$-CI + n(R - C) = 0 \quad [9.2]$$

en la que CI representa el coste de la inversión inicial y $(R-C)$ el *cash-flow* anual. Despejando n resultará:

$$n = \frac{CI}{R - C} \quad [9.3]$$

La realización de un proyecto con robot no cambia significativamente la aplicación de este método, únicamente considerar el aumento de productividad y, por tanto, de ingresos que su utilización acarrearía. Se muestra a continuación un ejemplo.

EJEMPLO 9.1

Supóngase un proyecto que cumpla los datos mostrados en la Tabla 9.5. La influencia de utilizar un robot se notará en los ingresos que se esperan recibir cada año, función directa de la productividad. Para hallar el período de recuperación bastará aplicar la Ecación [9.1], y es sencillo obtener que el período de recuperación n ha de tener un valor de 3,143 años para cumplirla.

$$-2000 + (800 - 300) + (1200 - 500) + 1143(500 - 800) = 0$$

Método del Valor Anual Neto (VAN)

El método anterior, aunque útil por su simplicidad, presenta el inconveniente de que no se considera el valor temporal del dinero. En el método del VAN este concepto sí se tiene en cuenta. Se considera que los elementos de coste de la inversión incluyen además del precio del material a adquirir, el tipo de interés a abonar por financiación externa. Se consideran además los beneficios como rendimientos futuros netos que se espera obtener de la inversión inicial.

Se considera entonces cómo VAN de la inversión al valor presente del *cash-flow* futuro, utilizando como tasa de descuento del coste el tipo de interés. Es decir, el VAN podrá expresarse mediante la siguiente fórmula:

$$\text{VAN} = \sum_{j=0}^n \frac{(R_j - C_j)}{(1+i)^j} \quad [9.4]$$

donde n es el período de vida del proyecto, R_j y C_j los ingresos y gastos estimados durante el año j , e i es el tipo de interés o rentabilidad esperada. Lógicamente, un valor de VAN positivo indica una inversión rentable, y cuanto mayor sea aquél mayor será la rentabilidad. Por el contrario, un valor del VAN negativo supondrá una inversión no rentable.

Como valor de i se elegirá aquel que la empresa considere como aceptable para asumir el riesgo. En este método sí es posible considerar el valor del retorno del robot. Si se supone que al final del proyecto el valor de retorno del robot puede considerarse como M' , el VAN quedaría:

$$\text{VAN} = \sum_{j=0}^n \frac{(R_j - C_j)}{(1+i)^j} + \frac{M'}{(1+i)^{n+1}} \quad [9.5]$$

Se hace notar que el valor de retorno del robot se considera al final del último año del proyecto. Se aplica a continuación sobre un ejemplo.

Tabla 9.5. Datos económicos de un proyecto (en KEuros)

Período de vida	5 años					
	0	1	2	3	4	5
Años	0	1	2	3	4	5
Coste de inversión	2000	—	—	—	—	—
Costes de explotación	—	300	500	800	800	800
Ingresos	—	800	1200	1500	1500	1500
Retorno (Cash-Flow)	-2000	500	700	700	700	700

EJEMPLO 9.2

Se consideran los datos de un proyecto dados por la Tabla 9.5. Suponiendo que el valor de depreciación del robot es lineal con respecto al paso del tiempo y conociendo la vida útil del robot y su coste inicial, es posible calcular el valor de retorno del mismo tras el quinto año. Suponiendo este valor de 30 K€, y que la rentabilidad que se quiere obtener es del 0,2, el VAN vendrá dado por la siguiente ecuación:

$$VAN = -2000 + \frac{800 - 300}{(1+0,2)} + \frac{1200 - 500}{(1+0,2)^2} + \frac{1500 - 800}{(1+0,2)^3} + \frac{1500 - 800}{(1+0,2)^4} + \frac{1500 - 800}{(1+0,2)^5} + \frac{30}{(1+0,2)^6}$$

y operando se obtiene un valor del VAN de -63,19, lo que indica que el proyecto no es rentable, es decir, que no llega a proporcionar el 0,2 de rentabilidad propuesto.

Método de la Tasa Interna de la Renta (TIR)

Este método es muy similar al del VAN, aunque su enfoque es ligeramente distinto. Lo que se trata de hallar es la tasa de rendimiento que se va a obtener del proyecto y, por tanto, de la inversión. Si en el método del VAN se suponía una tasa de rendimiento aceptable, con el TIR se trata de ver cuál es esa tasa de rendimiento máxima posible. Para ello, se utiliza la fórmula del VAN, pero considerando que éste es nulo y que la tasa de rentabilidad i es desconocida. De esta ecuación se obtendrá i , y en base a ella se decidirá si merece la pena el riesgo que supone la inversión. En todo lo demás es similar al método del VAN.

EJEMPLO 9.3.

Se consideran los mismo datos de partida que en el Ejemplo anterior. Sin embargo, se desconoce ahora el valor de la rentabilidad, que es precisamente lo que se quiere obtener. Aplicando la Ecuación [9.5] y considerando el valor del VAN igual a cero, se tiene:

$$0 = 2000 + \frac{800 - 300}{(1+i)} + \frac{1200 - 500}{(1+i)^2} + \frac{1500 - 800}{(1+i)^3} + \frac{1500 - 800}{(1+i)^4} + \frac{1500 - 800}{(1+i)^5} + \frac{30}{(1+i)^6}$$

Despejando i se obtiene el valor del TIR, que en este caso es de 0.186.

9.5. MERCADO DE ROBOTS

Por muchas de las consideraciones realizadas a lo largo de este capítulo, la instalación y posterior explotación de un robot industrial se adapta mejor a un tipo de industria que a otro. Esto es debido principalmente a que determinadas aplicaciones propias de estas industrias permiten la utilización de robots de forma muy rentable. Tradicionalmente, cuando se presentan estadísticas sobre implantación de robots en una determinada zona, se suele contabilizar el número de robots según la aplicación. La propia *Federación Internacional de Robótica* (www.IFR.org) propone una serie de indicaciones sobre cómo realizar esta clasificación.

La realización de este tipo de estadísticas no siempre es sencilla, pues suelen aparecer contradicciones entre los datos proporcionados por suministradores y usuarios, cada uno atendiendo a sus propios intereses. Además, en numerosas ocasiones, la asignación de un robot a un sector o aplicación no está lo suficientemente clara. Aun así, estos datos son extremadamente útiles para conocer tendencias y la situación aproximada del mercado.

Los datos estadísticos sobre el mercado de robots son actualizados anualmente por la IFR a partir de la información suministrada por cada país socio. En España, la *Asociación Española de Robótica y Automatización Tecnologías de la Producción* (www.aeratp.com), como organismo miembro de la IFR, proporciona anualmente estos datos. Las estadísticas presentadas en este epígrafe han sido extraídas del informe anual del IFR correspondiente al año 2005 (WORLD ROBOTICS 2005) [IFR-05].

España ocupa el séptimo lugar mundial en cuanto a número de robots instalados. Esta circunstancia está en gran medida motivada por la particularidad de albergar numerosas industrias de automoción, lo que, como más adelante se verá, condiciona de forma importante las características de su parque de robots. Normalmente, el índice de robotización de un país se define en función del número de robots en funcionamiento por cada 10.000 trabajadores en la industria. En este sentido España ocupa igualmente un séptimo lugar, después de Japón, Alemania, Corea del Sur, Italia, Suecia y Finlandia (Figura 9.14).

En la Figura 9.12 se muestra la evolución seguida por el parque de robots en España durante los últimos años. Se aprecia un crecimiento constante y sostenido, impulsado fundamentalmente por la industria del automóvil.

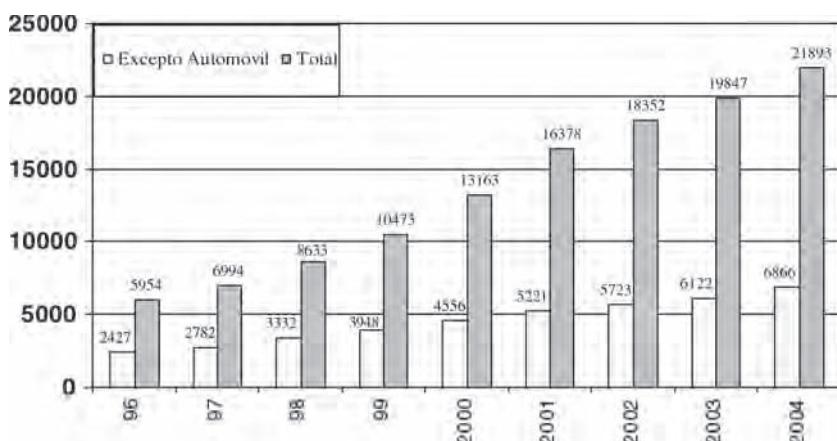


Figura 9.12. Evolución del parque de robots manipuladores industriales en España, hasta el año 2004 (Fuente: IFR).

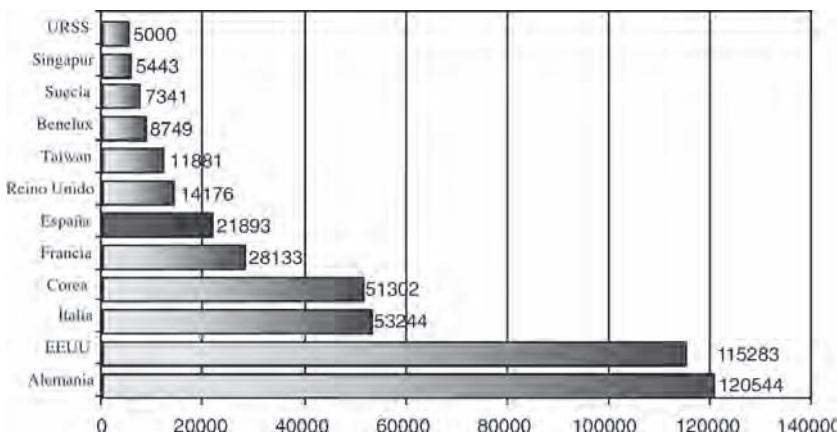


Figura 9.13. Parque mundial (excepto Japón) de robots a comienzos del año 2005. (Fuente: IFR).

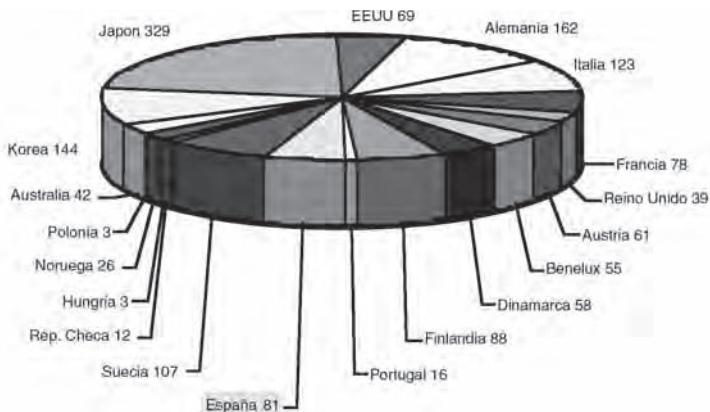


Figura 9.14. Densidad de robots 2004 (robots por 10.000 empleados en manufactura). (Fuente: IFR).

Las condiciones presentes y seguramente futuras de la economía, tienden a llevar la fabricación de bienes de consumo en general a países con menores costes de producción, lo que a medio plazo puede hacer que esta tasa de crecimiento en España se vea frenada. La aparición de otros mercados, como puede ser la introducción decidida de la robótica en la Pequeñas y Medianas Empresas, puede en gran medida paliar esa futura situación.

En total el número de robots funcionando en nuestro país durante el año 2004 alcanzó los 21.893. En el ámbito mundial el número de robots instalados a finales del año 2004 fue de 847.764, con un incremento respecto al año anterior de 47.000 unidades. Japón es con diferencia el país con un mayor número de robos instalados: 356.483 unidades a finales del año 2004. La evolución de las ventas mundiales en los últimos años muestra que tras una importante recesión en las mismas en el año 2000, éstas se han recuperado de manera notable.

La Figura 9.15 junto con la Tabla 9.6, muestran la distribución de robots por aplicaciones en España a finales del año 2004. Destaca de forma apreciable el número de robots dedicados a la soldadura (en particular a la soldadura por puntos), tarea típica de la industria del automóvil. En el próximo capítulo se explican con detalle todas las aplicaciones mencionadas en la tabla y que constituyen, con más o menos implantación, las aplicaciones más idóneas para la utilización de robots.

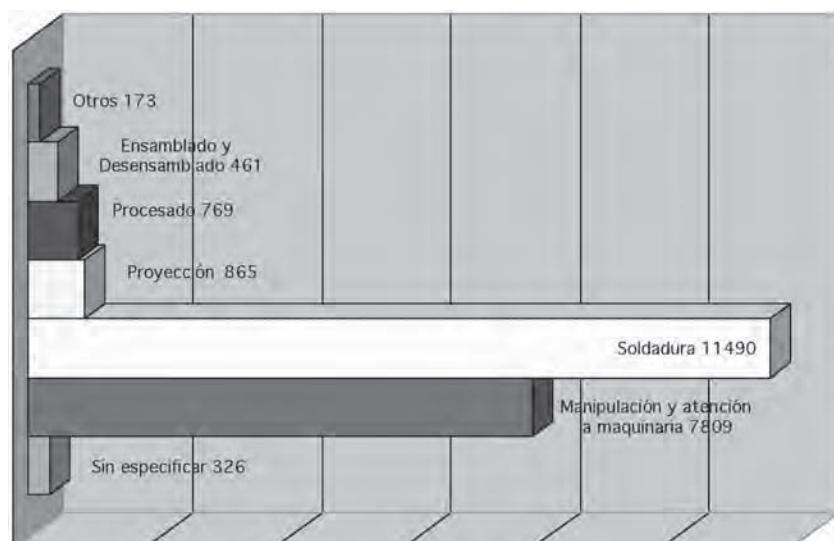


Figura 9.15. Distribución de robots en España por aplicaciones. (2004). (Fuente IFR).

Tabla 9.6. Distribución de robots en España por aplicaciones (2004) (Fuente IFR)

	Aplicación	Número de robots
0	Sin especificar	326
100	Manipulación y atención a maquinaria	7.809
	111 Fundición metal	1.813
	112 Moldeado plástico	1.813
	113 Estampado y forja	1.335
	114 Máquina y herramienta	1.180
	115 Atención maquinaria otros	314
	116 Manipulación para medida, inspección y test	252
	117 Manipulación para paletizado	953
	118 Manipulación para empaquetado y «pick & place»	
	119 Manipulación otros	1.206
160	Soldadura	11.490
	161 Soldadura arco	3.245
	162 Soldadura puntos	7.856
	163 Soldadura láser	46
	164 Otras soldaduras	274
	165 Soldadura electrónica	69
170	Proyección	865
	171 Pintura	407
	172 Aplicación de sellantes y adhesivos	350
	179 Otros proyección	108
190	Procesado	769
	191 Corte por láser	22
	192 Corte por chorro agua	140
	193 Corte mecánico, pulido, desbarbado	290
	194 Otros procesados	317
200	Ensamblado y desensamblado	461
	201 Ajuste por presión	182
	202 Ensamblado, montaje, inserción	43
	203 Desensamblado	1
	209 Otros	235

Por último, en la Tabla 9.7 se muestra la distribución de robots por marcas en España en el año 2000.

Tabla 9.7. Distribución de robots en España por marcas (2000) (Fuente IFR)

	Incremento 2000	Final 2000
ABB	1.013	5.610
KUKA	1.040	2.439
Fanuc	290	1.451
Otros	0	801
Sepro	140	627
Wittman	88	454
Motoman (Yaskawa)	121	437
Kawasaki	57	251
Yamaha	24	186
Reis	27	152
Panasonic	27	152
Staubli	24	152
Adept	25	108
Comau	20	105
Mitsubishi	18	65
Cloos	9	60
Eshed Robotec	7	46
CRS	5	37
Bosh	4	25
DEA	2	5
Total	2.941	13.163

9.6. EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio 9.1

Se pretende evaluar la calidad de posicionamiento de un robot planar de manera experimental. Para ello se le programa un movimiento desde un punto A hasta un punto B y se le hace repetir el movimiento 10 veces, midiendo y anotando las posiciones del punto de destino (B_i) mediante un sistema metrológico externo. Obtener a partir de estos datos experimentales la exactitud y la repetibilidad del robot.

Datos: Coordenadas de los puntos en milímetros

Punto	X	Y
A	0,750	1,250
B	1,000	1,000
B_1	1,005	0,995
B_2	1,012	1,004
B_3	0,998	0,995
B_4	1,004	0,999
B_5	1,006	1,002
B_6	0,995	0,997
B_7	0,995	0,995
B_8	1,005	1,005
B_9	1,000	1,010
B_{10}	0,997	1,001

Solución:

Para el cálculo de la precisión y repetibilidad, no tiene importancia las coordenadas del punto origen del movimiento (A), siempre que éste sea el mismo en todos los experimentos.

La precisión se calcula como la distancia entre el punto programado (B) y el valor medio de los puntos alcanzados (baricentro).

A partir de los datos del enunciado se tiene que el baricentro es $Bm = (1,0017, 1,0003)$

Por tanto, la precisión de posicionamiento (Ap) será la distancia entre el punto programado $B = (1,000, 1,000)$ y el baricentro $Bm (1,0017, 1,0003)$:

$$Ap = \sqrt{(x - xm)^2 + (y - ym)^2} = \sqrt{(1 - 1,0017)^2 + (1 - 1,0003)^2} = 0,0017 \text{ m} = 1,7 \text{ mm}$$

Para obtener la Repetibilidad (RP) es preciso calcular las distancias de cada punto alcanzado al baricentro (L_j) y obtener la media de éstas (Lm) y su desviación estándar (Ls), siendo entonces la repetibilidad $RP = Lm + 3Ls$

Operando sobre los datos del enunciado, se obtiene:

$$L_j = \sqrt{(x_j - xm)^2 + (y_j - ym)^2}$$

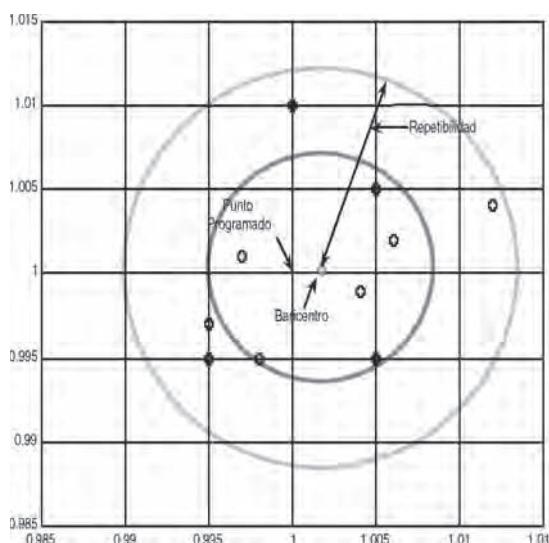
$$Lm = \frac{\sum L_j}{n-1} = 0,0067 \text{ m}$$

$$Ls = \sqrt{\frac{\sum (L_j - Lm)}{n-1}} = 0,0025 \text{ m}$$

$$RP = Lm + 3Ls = 0,0118 \text{ m} = 11,8 \text{ mm}$$

Se incluye, a continuación, el código MATLAB para el cálculo de dichos valores y su representación gráfica.

En la figura se muestran el punto programado, los puntos alcanzados, su baricentro, el círculo de radio el error medio y el círculo de radio la repetibilidad.



Obsérvese que si el punto programado (B) hubiera sido otro, habría cambiado la precisión (distancia entre B y Baricentro), pero no la repetibilidad, que mide la dispersión de los puntos alcanzados

```
% CÁLCULO DE LA PRECISIÓN Y REPETIBILIDAD
% EN EL POSICIONAMIENTO DE UN ROBOT DE 2 gdl

%Datos
%Punto programado
xb=1.000;
yb=1.000;
%Puntos alcanzados
x=[1.005;1.012;0.998;1.004;1.006;0.995;0.995;1.005;1.000;0.997];
y=[0.995;1.004;0.995;0.999;1.002;0.997;0.995;1.005;1.010;1.001];
n=size(x);
n=n(1);

% Punto medio alcanzado
xm=mean(x);
ym=mean(y);
%Precisión
AP=sqrt((xb-xm)^2+(yb-ym)^2);

disp ('Baricentro:');disp([xm,ym]);
disp ('Precisión:');disp(AP);

% Distancias al punto programado y Repetibilidad
for i=1:1:n
    Lj(i)=sqrt((x(i)-xm)^2+(y(i)-ym)^2);
end
Lm=mean(Lj);
Ls=std(Lj);
RP=Lm+2*Ls;
disp('Repetibilidad:');disp(RP);

% Grafica los resultados
% Puntos alcanzados (negro)
plot(x,y,'ko')
hold
grid
% Baricentro (rojo)
plot(xm,ym,'rd')

%Círculos de error medio (verde) y repetibilidad (cian)
for i=1:0.01:3*pi
    %Círculo de error medio
    plot(xm+Lm*cos(i),ym+Lm*sin(i),'g-');
    %Círculo de repetibilidad
    plot(xm+RP*cos(i),ym+RP*sin(i),'c-')
end
hold
```

Ejercicio 9.2

Un proceso de soldadura al arco robotizada se realiza mediante un robot articular. Las dimensiones de la pieza han llevado a considerar el uso de un robot de tipo cartesiano, suspendido sobre una vía que le permite un desplazamiento lineal adicional. El proceso de soldadura se desarrolla según la siguiente secuencia:

- El operario sitúa y fija las piezas a soldar, notificando cuándo ha concluido este proceso mediante un pulsador.
- El robot realiza el ciclo de soldadura sobre la pieza. Cuando acaba activa una salida digital.
- El operario retira la pieza soldada y repite la acción a).

Proponer las medidas de seguridad que se considere oportuno incorporar en la fase de diseño de la célula.

Solución:

Al objeto de evitar tiempos muertos conviene que el trabajo de carga y descarga del operario sea simultáneo con el proceso de soldadura del robot.

Para ello, es preciso disponer de dos zonas de trabajo, de modo que mientras el operario trabaja en una, el robot trabaja en la otra.

Las medidas de seguridad deben garantizar que operador y robot no comparten nunca la misma zona de trabajo.

La figura representa un posible *lay out*, en el que se han definido las dos zonas a las que el robot accede haciendo uso del grado de libertad adicional del robot del desplazamiento lineal.

El operario accede a ambas zonas desde el frente, estando separadas ambas por una barrera física, de modo que es necesario salir de la zona de acceso para llegar a la otra.

Cada zona de acceso cuenta con una alfombra sensible, que detecta la presencia del operario en dicha zona.

El pulsador que utiliza el operario para indicar que ha concluido su tarea se ha duplicado, situando uno en la salida de cada zona de acceso, de modo que el operario debe pulsarlo al salir de la zona de acceso. La situación del mismo impide que se alcance el pulsador si el operario está pisando la alfombra.

Cada zona de trabajo del robot cuenta con una baliza luminosa que permanece parpadeante cuando el robot está trabajando en la zona. Adicionalmente, una baliza general permanece parpadeante durante todo el proceso de actividad de la célula.

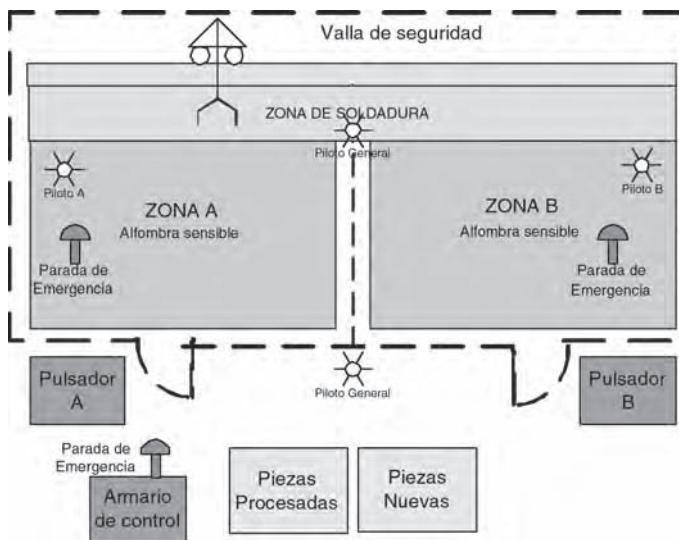
La lógica de control del sistema debe garantizar que siempre que la alfombra sensible de un zona detecte presión, el robot deba estar trabajando en la otra zona. En caso contrario, el robot debe pararse de inmediato. Se garantiza así, entre otras cosas, que a pesar de que por algún motivo (otro operario) actúe sobre el pulsador de una zona estando el operario dentro, el robot no se mueva dentro de dicha zona.

Toda la zona de trabajo ha sido protegida por una valla, situándose el armario de control con la parada de emergencia fuera de esta zona.

Se han situado igualmente paradas de emergencia en el interior de cada zona y en el exterior junto al armario de control.

Se propone al lector familiarizado con la especificación del funcionamiento de automatismos mediante el GRAFCET (Grafo de Control Etapa Transición. Normalizado en España

según norma EN 60848) que desarrolle el mismo para el control de secuencia del sistema, considerando las posibles alarmas y paradas de emergencia que puedan surgir en un funcionamiento irregular.



Ejercicio 9.3

Indicar si las siguientes afirmaciones, referidas a un robot aplicado a la soldadura al arco, son verdaderas o falsas, justificándolo.

- Es imprescindible el control de trayectoria continua.
- Es imprescindible el manejo de Entradas Salidas digitales.
- Es imprescindible la integración de sensores externos capaces de modificar la trayectoria preprogramada.
- Es imprescindible una elevada capacidad de carga (superior a los 15 kg).

Solución:

- Verdadero. El proceso de soldadura al arco se realiza aportando material fundido mientras el robot se mueve, es decir, el proceso se realiza de manera simultánea al movimiento del robot. La soldadura se realiza a lo largo de la trayectoria recorrida por el electrodo manejado por el robot y la cantidad de material depositado se ve afectada por la velocidad con la que el robot se mueve. Por tanto, es imprescindible tener un buen control de trayectoria del robot que garantice que recorre los caminos prefijados a la velocidad especificada mientras.
- Verdadero. La activación y desactivación de la corriente de soldadura, debe realizarse de manera sincronizada con el movimiento del robot. Por tanto, es necesario que éste maneje al menos una salida digital para arrancar y parar el proceso de soldadura.

- c) Falso. Los sensores para seguimiento del cordón, ayudan en gran medida a resolver las imprecisiones de fijación de las piezas en el proceso de soldadura, pero no son imprescindibles, sólo una opción a considerar.
- d) Falso. La carga a transportar por el robot es únicamente la antorcha de soldadura. Suele ser suficiente con una capacidad de carga de 5 o 10 kg.

Ejercicio 9.4

El suministro de una instalación llave en mano (equipos e ingeniería) de corte y soldadura robotizada, ha sido presupuestado por 700.000 euros. La instalación utiliza 5 robots, cuyo coste total, incluidos sus efectores finales y equipos de soldadura y corte) asciende a 225.000 euros, así como otra maquinaria específicamente desarrollada para la instalación (transportes, utilaje, etc.).

La previsión de los ingresos que se espera conseguir con esta instalación y los costes de explotación de la misma, durante los próximos cinco años viene dada por la siguiente tabla

Años	1	2	3	4	5
C: Costes de explotación	60.000	65.000	70.000	70.000	70.000
R: Ingresos	180.000	200.000	240.000	270.000	290.000
Retorno (Cash-Flow)	120.000	135.000	170.000	200.000	220.000

Se estima que los robots sufren una devaluación del 10 por ciento anual.

Utilizando el método de la Tasa Interna de Renta (TIR), obtener la tasa de rendimiento que se prevé obtener del proyecto en cinco años.

Solución:

En el método del TIR se obtiene el rendimiento i necesario para conseguir un valor de inversión nulo, de acuerdo a la expresión:

$$0 = \sum_{j=0}^n \frac{(R_j - C_j)}{(1+i)^j} + \frac{M'}{(1+i)^{n+1}}$$

Donde n es el número de años en los que se pretende amortizar la inversión, R_j y C_j son los ingresos y costes estimados durante el transcurso del año j y M' es el valor que se considera tendrán los robots a los cinco años de la instalación. Si M es el valor inicial y se considera que se deprecia un d por ciento anual, a los n años el valor de los robots será de

$$M' = M * (1-d)^n$$

Con estos datos se puede evaluar el valor de i que resuelve la anterior expresión.

El siguiente código MATLAB representa gráficamente el valor del VAN para diferentes valores de i , pudiéndose leer en la gráfica el valor que hace $VAN = 0$, siendo éste $i = 0.985$.

```

% CÁLCULO DEL VALOR DE LA RENTABILIDAD
% (Tasa Interna de Renta TIR)
% =====

% Coste de la inversión
C0=700000;
% Costes de explotación
C=[60000; 65000; 70000; 70000; 70000];

% Ingresos
R=[180000;200000;240000;270000;290000];

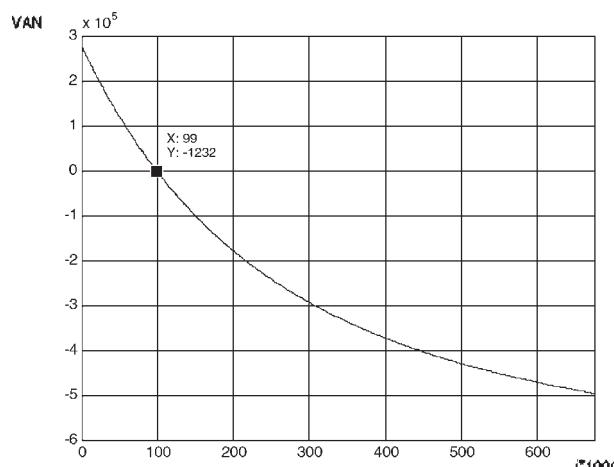
% Valor inicial del Robot
M=225000;

% Depreciación anual del Robot (en tanto por uno)
d=0.10;

% Años de amortización de la inversión
n=5;

iter=1000;
for ii=1:1:iter
    i=ii/iter;
    van(ii)=-C0+M*(1-d)^n/(1+i)^(n+1);
    for j=1:1:n
        van(ii)=van(ii)+(R(j)-C(j))/(1+i)^j;
    end
end
plot(van)
grid

```



9.7. BIBLIOGRAFÍA

- [AGUAYO-90] Aguayo, F., Ortega, M. y Durán, M, «Estudio de Seguridad en Sistemas Robótizados», *Revista de Robótica y Automatización Integrada*, 47, pp 40-48, 1990.
- [CACI-95] CACI Products Company, *Simulation with SIMFACTORY II.5*, 1995.
- [EN-99] EN ISO 9946:1999. *Robots manipuladores industriales. Presentación de las características*, ISO 1999.
- [ENGELBERGER-80] Engelberger, J. K., «Fundamentals and Management», en *Robotics in Practice*, pp 3-141. Kogan Page, Londres, 1980.
- [GROOVER-89] Groover, M. P. et al., *Robótica Industrial, Tecnología, Programación y Aplicaciones*, pp 343-593. McGraw-Hill, Madrid, 1989.
- [IFR-05] International Federation of Robotics and United Nations. *World Robotics 2005. Statistics, Market Analysis, Forecast, Case studies and Profitability of Robot Investment*, United Nations Publications. 2005.
- [ISO-06] ISO 10218-1: 2006 (E), *Robots for industrial environments - Safety requirements- Part 1: Robot*, ISO 2006.
- [MOCHON-90] F. Mochón, *Economía. Teoría y política*, McGraw-Hill, 1990.
- [UNE-03] UNE-EN ISO 9283: 2003, *Robots manipuladores industriales. Criterios de análisis de prestaciones y métodos de ensayo relacionados*. AENOR.

CAPÍTULO 10

Aplicaciones de los robots

Si no se pisa el barro, no se hace el jarro.
Refranero popular

En la actualidad, los robots se usan de manera extensa en la industria, siendo un elemento indispensable en una gran parte de los procesos de manufactura. Impulsados principalmente por el sector del automóvil, los robots han dejado de ser máquinas misteriosas propias de la ciencia ficción para ser un elemento más de muchos de los talleres y líneas de producción.

Por su propia definición el robot industrial es multifuncional, esto es, puede ser aplicado a un número, en principio ilimitado, de funciones. No obstante, la práctica ha demostrado que su adaptación es óptima en determinados procesos (soldadura, paletización, etc.) en los que hoy en día el robot es, sin duda alguna, la solución más rentable [ENGELBERGER-80], [GROOVER-89] [APPLETON-87].

En la década de los ochenta, empezaron a desarrollarse robots destinados a trabajar en aplicaciones no industriales. A diferencia de aquéllas, en las que el robot justificaba su presencia, fundamentalmente por su elevada capacidad productiva, en estas nuevas aplicaciones el robot aportaba el eximir al humano de tareas peligrosas o el ampliar sus capacidades de fuerza o precisión. La utilización de estos robots, que se han venido a denominar genéricamente «robots de servicio», no se realiza a gran escala, esto es, no trabajan en largas líneas de producción, sino en aplicaciones singulares como ambientes contaminados, salas asépticas, construcción, quirófano, etc. [ENGELBERGER-89] y [SCHRAFT-02]. En la actualidad, la robótica ha abordado un nuevo mercado: el doméstico. Éste posee unas características comerciales particulares (precios reducidos, gran número de usuarios potenciales) y unas necesidades tecnológicas singulares (interfases sencillas aptas para usuarios no especializados, ergonomía, seguridad, etc.). Sus aplicaciones van desde el entretenimiento o la atención personal (mascotas, asistentes para personas con dificultades de movilidad) hasta la realización de labores domésticas (aspirador, cortacésped, etc.). Los robots domésticos se consideran aún como una variante de los robots de servicio, pero sus particularidades y el gran volumen actual e incremento potencial de unidades que está previsto sean instaladas, puede dar lugar a que en un futuro cercano tengan su propia identidad.

En este capítulo se repasan las aplicaciones industriales más frecuentes, destacando las posibilidades del robot y sus ventajas frente a otras alternativas. Asimismo, se revisan las aplicaciones de robots de servicio tratando de mostrar, con una perspectiva abierta, cuáles son los cometidos que pueden ser encomendados a un robot.

10.1. APLICACIONES DE LOS ROBOTS INDUSTRIALES MANIPULADORES. CLASIFICACIÓN

La *Federación Internacional de la Robótica* (IFR), con el apoyo de sus miembros nacionales (en España éste es la Asociación Española de Robótica y Automatización Tecnologías de Producción) realiza y publica anualmente en colaboración con la *Economic Comision for Europe* de las Naciones Unidas, un estudio sobre el estado mundial de la robótica ([IFR-04] y [IFR-05]). En éste las aplicaciones de los robots industriales manipuladores se clasifican de acuerdo a las áreas recogida en Tabla 10.1. Esta clasificación pretende englobar la mayor parte de los procesos robotizados en la actualidad aunque se pueden encontrar aplicaciones particulares que no aparecen de manera explícita en esta clasificación, como demuestran las revisiones periódicas de la estructura de la clasificación que la IFR realiza. En el siguiente epígrafe se tratan con detalle todas estas aplicaciones.

Tabla 10.1. Clasificación de las aplicaciones de los robots industrial manipuladores, según IFR [IFR-04]

000	Sin especificar
110	Manipulación en fundición <ul style="list-style-type: none"> 111 Moldes 119 Otros
130	Manipulación en moldeo de plásticos
140	Manipulación en tratamientos térmicos
150	Manipulación en la forja y estampación
160	Soldadura <ul style="list-style-type: none"> 161 Al arco 162 Por puntos 163 Por gas 164 Por láser 169 Otros
170	Aplicación de materiales <ul style="list-style-type: none"> 171 Pintura 172 Adhesivos y secantes 179 Otros
180	Mecanización <ul style="list-style-type: none"> 181 Carga y descarga de máquinas 182 Corte mecánico, rectificado, desbarbado y pulido 189 Otros
190	Otros procesos <ul style="list-style-type: none"> 191 Corte por Láser 192 Corte por chorro de agua 199 Otros
200	Montaje <ul style="list-style-type: none"> 201 Montaje mecánico 202 Inserción 203 Unión por adhesivos 204 Unión por soldadura 205 Manipulación para montaje 209 Otros
210	Paletización y empaquetado
220	Medición, inspección, control de calidad
230	Manipulación de materiales
240	Formación, enseñanza e investigación
900	Otros

10.2. APPLICACIONES INDUSTRIALES DE LOS ROBOTS

La implantación de un robot industrial en un determinado proceso exige un detallado estudio previo del proceso en cuestión, examinando las ventajas e inconvenientes que conlleva la introducción del robot. Será preciso siempre estar dispuesto a admitir cambios en el desarrollo del proceso primitivo (modificaciones en el diseño de piezas, sustitución de unos sistemas por otros, etc.) que faciliten y hagan viable la introducción del robot.

En cuanto al tipo de robot a utilizar, habrá que considerar aspectos de diversa índole como área de acción, velocidad de carga, capacidad de control, coste, etc. Éstos ya fueron examinados con detalle en el Capítulo 9.

En la actualidad ciertas aplicaciones industriales cuentan con suficiente experiencia en su robotización como para poder fijar unos criterios generales en cuanto a las posibilidades reales del uso del robot en ellas, así como en cuanto a las dificultades, cambios y ventajas a las que la introducción del robot puede dar lugar. El tiempo transcurrido desde la primera robotización de un proceso industrial, la manipulación de piezas procedentes de fundición por inyección (instalado en la fábrica de la *General Motors* de Trenton en 1961), es más que suficiente como para haber podido valorar con detalle las ventajas e inconvenientes del robot.

A continuación, van a ser analizadas algunas de las aplicaciones industriales de los robots manipuladores, dando una breve descripción del proceso, exponiendo el modo en el que el robot entra a formar parte de él, y considerando las ventajas e inconvenientes. Por último, en algunos casos, se presentará y comentará alguna aplicación práctica real.

10.2.1. Trabajos en fundición

La fundición por inyección fue el primer proceso robotizado (1961). En este proceso el material usado, en estado líquido, es inyectado a presión en el molde. Este último está formado por dos mitades que se mantienen unidas durante la inyección del metal mediante la presión ejercida por dos cilindros. La pieza solidificada se extrae del molde y se enfriá pasando a continuación a un proceso de eliminación de rebabas procedentes del metal que ha rebosado el molde y los bebederos (desbarbado). El molde, una vez limpio de residuos de restos de metal y adecuadamente lubricado, puede ser usado de nuevo.

En la fundición por inyección el robot puede realizar numerosas tareas auxiliares (Figura 10.1) como son:

- Extracción de las piezas del molde y transporte de éstas a un lugar de enfriado y posteriormente a otro proceso (desbarbado, corte, etc.).
- Limpieza y mantenimiento de los moldes eliminando residuos (por aplicación de aire comprimido u otro elemento) y aplicando el lubricante que facilite el desmoldeo.
- Colocación de piezas en el interior de los moldes (embutidos).

Las cargas manejadas por los robots en estas tareas suelen ser medias o altas (entre decenas y centenas de kilogramos), no necesitan una gran precisión (salvo tal vez si deben colocar piezas en el interior del molde) y su campo de acción ha de ser grande. Su estructura más frecuente es la polar y la articular. Su sistema de control no requiere prestaciones especiales. El robot suele situarse bien en el centro de una célula, atendiendo a diversas máquinas (prensa de moldeado, prensa de desbarbado, baño de enfriamiento, etc.), o bien suspendido sobre la prensa, facilitando el acceso a su interior para las tareas de desmoldeo y limpieza-lubricación.

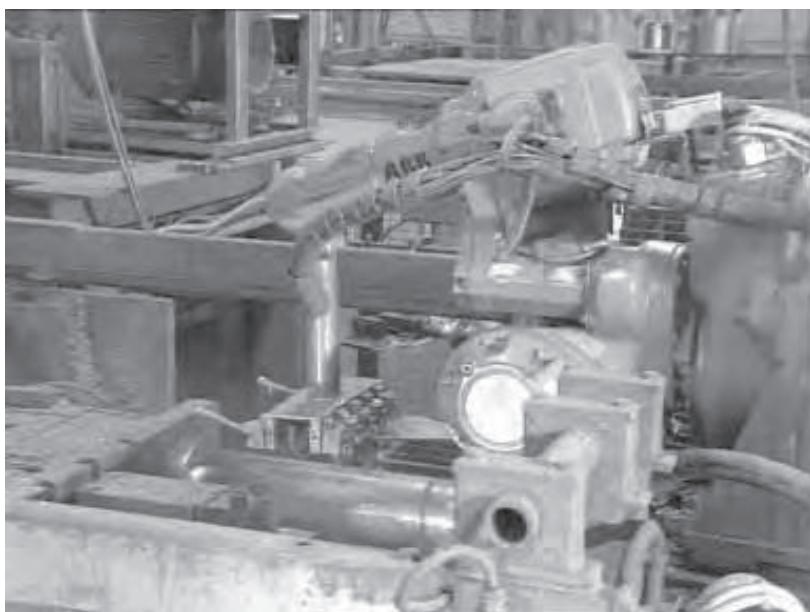


Figura 10.1. Robot trabajando en moldeo por inyección. (Cortesía ABB).

Otro proceso de fundición robotizado es el denominado fundición a la cera perdida, por microfusión o a la cáscara. Este sistema permite fundir piezas con una gran precisión y buen acabado superficial.

En este proceso, el robot puede realizar las tareas relativas a la fabricación del molde de material refractario a partir del modelo de cera, por sucesivas inmersiones controladas del mismo en baños de arenas refractarias. El robot, dotado de una pinza especial, recoge un racimo de modelos (conjunto de varios modelos unidos) y lo introduce en una masa de grano fino, intercalando extracciones y centrifugaciones para conseguir un reparto uniforme del recubrimiento. Varios robots en serie pueden ir introduciendo, secuencialmente, los racimos en diferentes tipos de arenas y, por último, en un horno, pudiéndose conseguir un proceso continuo de fabricación de moldes (Figura 10.2).

Por lo general, los robots de fundición deben estar preparados para trabajar en un ambiente sucio y hostil, con temperaturas superiores a los 1.000 °C. Sus capacidades de carga varían entre los 10 kg y los 250 kg.

10.2.2. Soldadura

La industria automovilística ha sido la gran impulsora de la robótica industrial, empleando la mayor parte de los robots hoy en día instalados. La tarea más frecuentemente robotizada dentro de la fabricación de automóviles ha sido sin duda alguna la soldadura de carrocerías. En este proceso, dos piezas metálicas se unen en un punto por la fusión conjunta de ambas partes, denominándose a este tipo de soldadura «por puntos».

Para ello, se hace pasar una corriente eléctrica de elevada intensidad (1.500 A) y baja tensión a través de dos electrodos enfrentados entre los que se sitúan las piezas a unir. Los electrodos instalados en una pinza de soldadura, deben sujetar las piezas con una presión deter-

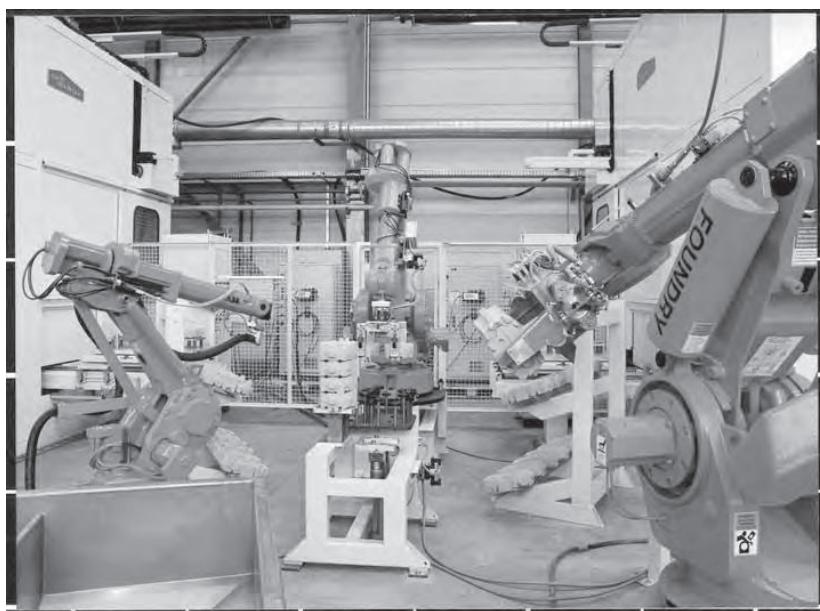


Figura 10.2. Grupo de robots trabajando en fundición a la cera. (Cortesía ABB).

minada (de lo que depende la precisión de la soldadura). Además, deben ser controlados los niveles de tensión e intensidad necesarios, así como el tiempo de aplicación. Todo ello exige el empleo de un sistema de control del proceso de soldadura.

La robotización de la soldadura por puntos admite dos soluciones: el robot transporta la pieza presentando ésta a los electrodos que están fijos, o bien, el robot transporta la pinza de soldadura posicionando los electrodos en el punto exacto de la pieza en el que se desea realizar la soldadura. El optar por uno u otro método depende del tamaño, peso y manejabilidad de las piezas.

En las grandes líneas de soldadura de carrocerías de automóviles, éstas pasan secuencialmente por varios robots dispuestos frecuentemente formando un pasillo. Una vez situada una carrocería en el pasillo, los robots, de manera coordinada, posicionan las pinzas de soldadura realizando varios puntos consecutivamente (Figura 10.3)

La gran demanda de robots para la tarea de soldadura por puntos ha originado que los fabricantes desarrollen robots especiales para esta aplicación que integran en su sistema de programación el control de la pinza de soldadura que portan en su extremo. Asimismo, la conveniencia de situar el transformador que alimenta a los electrodos cerca de éstos para minimizar las pérdidas originadas por la circulación de intensidades elevadas a lo largo de grandes longitudes de cables y las desventajas que supone situar un elemento pesado, como es el transformador, en el extremo del robot (junto a los electrodos) hace conveniente que las características particulares de los robots de soldadura por puntos sean consideradas en el diseño mecánico y en el control del robot, resultando que con frecuencia los fabricantes proporcionan una gama específica de robots para la soldadura por puntos.

Los robots de soldadura por puntos precisan capacidad de carga del orden de los 50-100 kilogramos y estructura articular, con suficientes grados de libertad (5 o 6) como para posicionar y orientar la soldadura (o pieza, según el caso) en lugares de difícil acceso. En cuanto al control y dado que los puntos de soldadura sólo se dan una vez que el robot ha llegado a su destino, es suficiente con que dispongan de control punto a punto. No obstante, y dado que el

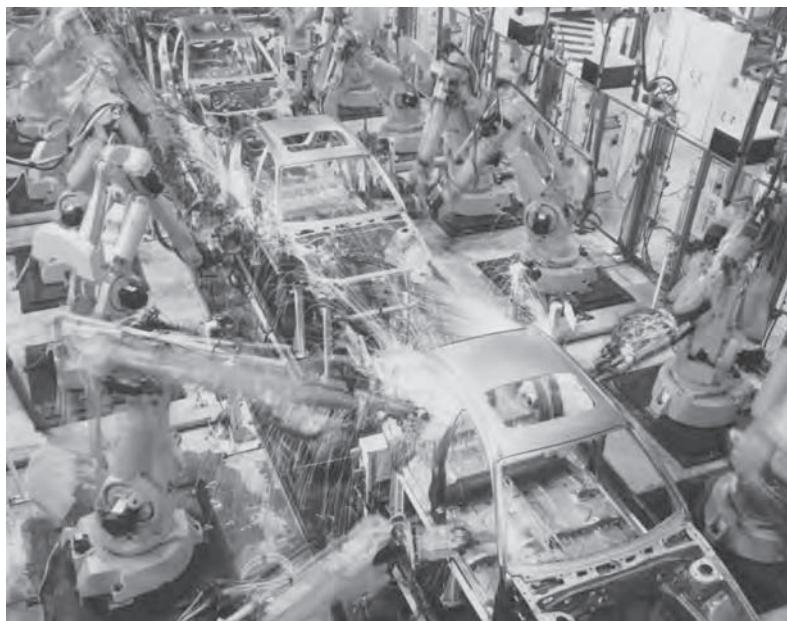


Figura 10.3. Línea de soldadura por puntos robotizada. (Cortesía ABB).

acceso a los puntos de soldadura se realiza a través de entornos complejos (interior de la carrocería del vehículo), el control continuo de la trayectoria es en ocasiones cuanto menos aconsejable.

El otro tipo de soldadura, también ampliamente robotizado aunque en menor grado que el anterior, es el de soldadura por arco. En ella se unen dos piezas mediante la aportación de un flujo de material fundido procedente de una varilla de metal (electrodo). Un arco eléctrico, entre la pieza a soldar y el electrodo, origina las altas temperaturas que funden este último. La calidad de la soldadura depende de la distancia entre pieza y electrodo, de la velocidad de desplazamiento del electrodo por la trayectoria de soldadura, de la tensión e intensidad empleadas, del ángulo de ataque del electrodo, etc. Las altas temperaturas facilitan la oxidación del metal y su consecuente deterioro. Para solventarlo, se proyecta, sobre la zona sometida a la soldadura, un gas inerte o un gas no activo que, generando una campana que la aísla del oxígeno del aire, contribuye a mejorar el resultado del proceso.

La dificultad de mantener constantes las variables antes citadas, junto con el ambiente peligroso en el que se desarrolla la soldadura por arco (radiación ultravioleta, humo, chispas, etc.) propician que el robot sustituya al humano en este proceso.

Los robots de soldadura por arco cuentan con una pistola que aporta el alambre del electrodo (véase Figura 10.4). Para realizar cordones de soldadura siguiendo caminos complicados, precisan un control de trayectoria continua. No necesitan gran capacidad de carga (10 kg), pero sí es conveniente un amplio campo de acción (alrededor de 2 m de radio) y un número elevado de grados de libertad (5 o 6), incorporando incluso el control de ejes externos que mueven el utillaje que soporta a la pieza. Algunos fabricantes han dotado a las unidades de control de sus robots de instrucciones especiales para efectuar la soldadura por arco, pudiéndose especificar los parámetros de soldadura. En ocasiones, y para aumentar la accesibilidad del robot, se dispone éste suspendido sobre las piezas a soldar. Esto permite cubrir grandes superficies posicionando y orientando la pistola a lo largo de complicadas trayectorias.

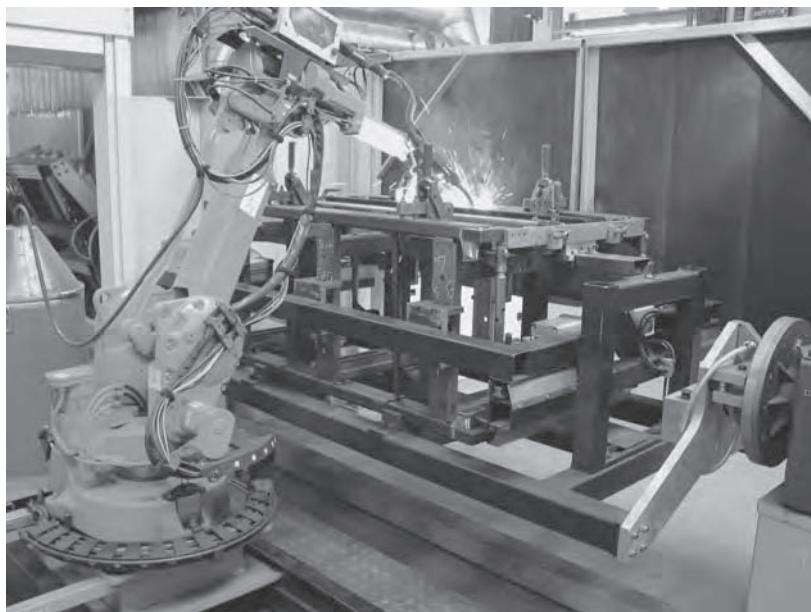


Figura 10.4. Célula robotizada de soldadura al arco. (Cortesía ABB).

Con el mismo objetivo de facilitar el acceso del robot a la zona a soldar, las piezas son fijadas en ocasiones a soportes con capacidad de movimiento (mesas orbitales) que orientan la pieza en la posición más adecuada en base a las órdenes recibidas desde la misma unidad de



Figura 10.5. Programación de robot de soldadura al arco dotado de una mesa orbital. (Cortesía ABB).

control del robot. Los movimientos de estas mesas son controlados como grados de libertad externos del robot, de modo que son especificados en las mismas instrucciones de movimiento del robot (Figura 10.5).

Asimismo, la posible imprecisión en el posicionamiento de las piezas a unir dificulta el posicionamiento inicial y seguimiento del cordón. Por ello, algunos robots incluyen sensores especiales para localizar el comienzo y seguir el cordón de manera automática.

Estos sistemas de seguimiento del cordón están basados normalmente en sensores láser. Éste es capaz de detectar inicialmente la posición de comienzo del cordón así como de determinar su anchura para, posteriormente, seguir el cordón. Se consiguen así precisiones del orden de 0,5 mm a velocidades de 40 mm/s.

10.2.3. Aplicación de materiales. Pintura

El acabado de superficies por recubrimiento de un cierto material (pintura, esmalte, partículas de metal, etc.) con fines decorativos o de protección, es una parte crítica en muchos procesos de fabricación.

Tanto en la pintura como en el metalizado o esmaltado, la problemática a resolver es similar, siendo la primera la que cuenta con mayor difusión. Su empleo está generalizado en la fabricación de automóviles, electrodomésticos, muebles, etc.

En estos procedimientos se cubre una superficie (de forma tridimensional y en general complicada) con una mezcla de aire y material (pintura) pulverizada mediante una pistola. Es preciso conseguir una perfecta homogeneidad en el reparto de la pintura, realizándose para ello un control de la viscosidad, de la distancia entre pieza y pistola, velocidad de movimiento de ésta, número de pasadas, etc. Todos estos parámetros son tradicionalmente controlados visualmente por el operario.

Por otra parte, el entorno en el que se realiza la pintura es sumamente desagradable y peligroso. En él se tiene simultáneamente un reducido espacio, una atmósfera tóxica, un alto nivel de ruido, un riesgo de incendio, etc. Estas circunstancias han hecho de la pintura y operaciones afines, un proceso de interesante robotización. Con el empleo del robot se eliminan los inconvenientes ambientales y se gana en cuanto a homogeneidad en la calidad del acabado, ahorro de pintura y productividad.

Normalmente, los robots de pintura son específicos para este fin. El método de programación preferido es el de aprendizaje o guiado. Suelen ser robots articulares, ligeros, con 6 o más grados de libertad que les permiten proyectar pintura en todos los huecos de la pieza. Cuentan con protecciones especiales para defenderse de las partículas en suspensión dentro de la cabina de pintura y sus posibles consecuencias (explosiones, incendio, deterioros mecánicos, etc.) (véase Figura 10.6).

Este mismo motivo ha originado que, hasta hace algunos años, los accionamientos de los robots de pintura fuesen hidráulicos, evitando los riesgos de explosión debidos a las comunicaciones de las escobillas de los motores de corriente continua. Las ventajas generales de los accionamientos eléctricos frente a los hidráulicos, ha dado lugar a que actualmente la gran mayoría de los robots recurran a accionamientos eléctricos, disminuyendo el riesgo de explosión con el uso de motores sin escobillas o introduciendo el cableado por el interior de conductos a sobrepresión, que impiden el contacto de éstos con las partículas de pintura en suspensión.



Figura 10.6. Robot de Pintura. (Cortesía ABB).

10.2.4. Aplicación de adhesivos y sellantes

Los robots son frecuentemente utilizados para la aplicación de cordones de material sellante o adhesivos en la industria del automóvil (sellante de ventanas y parabrisas, material anticorrosión en los bajos del coche, etc.) (Figura 10.7).



Figura 10.7. Aplicación de sellante en el interior de un automóvil mediante Robot. (Cortesía ABB).

En este proceso el material a aplicar se encuentra en forma líquida o pastosa en un tanque, siendo bombeada hasta la pistola de aplicación que porta el robot, que regula el caudal de material que es proyectado.

El robot, siguiendo la trayectoria preprogramada, proyecta la sustancia que se solidifica al contacto con el aire. En este proceso, tan importante como el control preciso de la trayectoria del robot, es el control sincronizado de su velocidad y del caudal de material suministrado por la pistola, puesto que la cantidad de material proyectado en un punto de la pieza depende de ambos factores. Por estos motivos es preciso que el robot tenga capacidad de control de trayectoria continua (posición y velocidad regulados con precisión), así como capacidad de integrar en su propia unidad de control la regulación del caudal de material aportado en concordancia con la velocidad del movimiento.

La disposición de robot suspendido sobre la pieza aporta las ventajas derivadas de un mejor aprovechamiento del campo de acción.

10.2.5. Alimentación de máquinas

La alimentación de maquinas especializadas es otra tarea de manipulación de posible robotización. La peligrosidad y monotonía de las operaciones de carga y descarga de máquinas como prensas, estampadoras, hornos o la posibilidad de usar un mismo robot para transferir una pieza a través de diferentes máquinas de procesado, ha conseguido que gran número de empresas hayan introducido robots en sus talleres.

En la industria metalúrgica se usan prensas para conformar los metales en frío o, para mediante estampación y embutido, obtener piezas de complicadas formas a partir de planchas de metal. En ocasiones la misma pieza pasa consecutivamente por varias prensas de estampación hasta conseguir su forma definitiva. La carga y descarga de estas máquinas se realiza tradicionalmente a mano, con el elevado riesgo que esto conlleva para el operario, al que una pequeña distracción puede costarle un serio accidente.

Estas circunstancias, junto con la superior precisión de posicionamiento que puede conseguir el robot, y la capacidad de éste de controlar automáticamente el funcionamiento de la máquina y dispositivos auxiliares, han hecho que el robot sea una solución ventajosa para estos procesos (Figura 10.8).

Por otra parte, los robots usados en estas tareas son, por lo general, de baja complejidad, precisión media, número reducido de grados de libertad y un control sencillo (PTP), bastando en ocasiones con manipuladores secuenciales. Su campo de acción interesa que sea grande. En cuanto a la carga, varía mucho, pudiéndose necesitar robots con capacidad de carga de pocos kilogramos, hasta de algunos cientos (existen robots capaces de manipular hasta tonelada y media).

Las estructuras cilíndrica, esférica y articular se prestan bien a este tipo de tareas, pero la flexibilidad de aplicaciones de la estructura articular y la oferta de mercado de robots, hace que sea esta última la configuración predominante. En ocasiones es ventajoso el uso de un grado de libertad adicional que permita el desplazamiento longitudinal del robot.

Atención especial merece la aplicación del robot en las células flexibles de mecanizado. Éstas emplean centros de mecanizado o varias máquinas de control numérico (CN) para conseguir complejos y distintos mecanizados sobre las piezas. En los centros de mecanizado se realiza sobre una pieza los diferentes procesos de mecanización para dar a ésta la forma programada. La capacidad de programación de estas máquinas permite una producción flexible de piezas, adaptándose así perfectamente a las necesidades del mercado actual (pequeñas y variadas series, etc.).

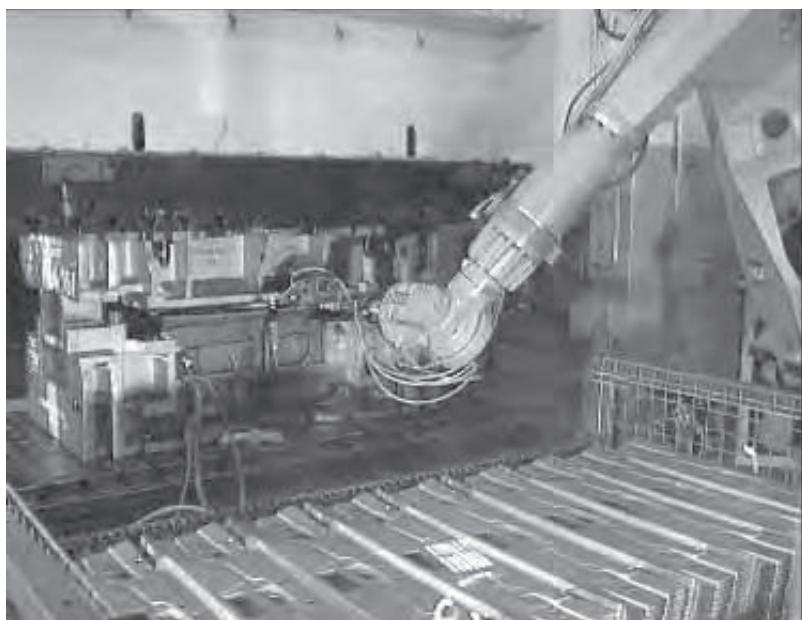


Figura 10.8. Robot alimentando de prensa de estampación. (Cortesía Kuka).

Estas máquinas emplean diferentes herramientas que se acoplan a un cabezal común de manera automática cuando el proceso de mecanizado lo precisa. Las herramientas a usar en un proceso concreto son almacenadas en tambores automáticos que permiten un rápido intercambio de la herramienta.

El robot es el complemento ideal de estas máquinas. Sus tareas pueden comenzar con la recogida de la pieza del sistema de transporte y su carga en la máquina de mecanizado. Cuando ésta finaliza su programa, el robot retira la pieza para dejarla en el sistema de transporte encargado de evacuarlas o para llevarla a otra máquina (o a la misma tras un cambio de orientación). Asimismo, el robot puede ocuparse de cargar el alimentador automático de herramientas de la máquina, reponiendo herramientas gastadas o seleccionando las adecuadas para la producción de una determinada pieza.

En las células de multiproceso el mismo robot alimenta a varias máquinas o centros de mecanizado. Una misma pieza, transportada por el robot, puede ir pasando de una máquina a otra, incluyendo controles metrológicos de calidad u otras tareas de calibración (Figura 10.9).

La sincronización de toda la célula (alimentadores, centros de mecanizado, robots, etc.) puede ser realizada por la propia unidad de control del robot que cuenta, por lo general, con gran potencia de cálculo y capacidad de manejo de entradas y salidas.

Las características de los robots para estas tareas de alimentación de máquinas herramientas son, por lo general, similares a las necesarias para la alimentación de otras máquinas. Las únicas discrepancias estriban en su mayor precisión y capacidad de carga inferior (decenas de kilogramos a lo sumo).

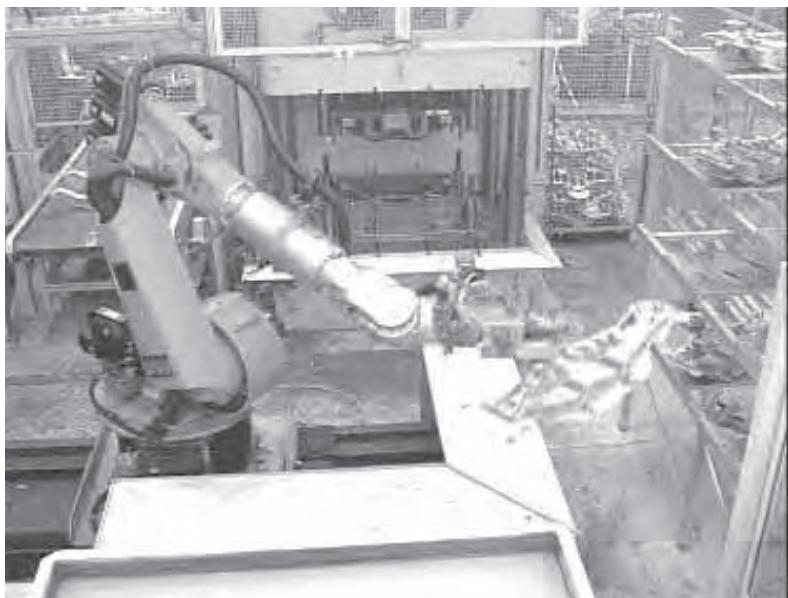


Figura 10.9. Manutención de célula de fundición por inyección. (Cortesía Kuka).

10.2.6. Procesado

Dentro del procesado se incluyen aquellas operaciones en las que el robot enfrenta pieza y herramientas (transportando una u otra) para conseguir, en general, una modificación en la forma de la pieza.

El desbarbado consiste en la eliminación de rebabas de las piezas de metal o plástico, procedentes de un proceso anterior (fundición, estampación, etc.). Esta operación se realiza manualmente con una esmeriladora o fresa, dependiendo la herramienta de las características del material a desbarbar. Un robot dedicado al desbarbado porta la herramienta o la pieza, según la aplicación, haciendo entrar en contacto ambas. La herramienta debe seguir el contorno de la pieza, que en muchas ocasiones es complejo, con elevada precisión en su posicionamiento y velocidad. Por este motivo se precisan robots con capacidad de control de trayectoria continua y buenas características de precisión y control de velocidad. Además, puesto que las rebabas con que vienen las piezas presentan formas irregulares, conviene que el robot posea capacidad para adaptarse a éstas mediante el empleo de sensores o el desarrollo de un elemento terminal del robot autoadaptable.

Parecida al desbarbado en cuanto a necesidades es la aplicación de pulido, cambiando básicamente la herramienta a emplear. Las necesidades de precisión y de empleo de sensores son tal vez en este caso menos exigentes (Figura 10.10).

10.2.7. Corte

El corte de materiales mediante robot es una aplicación reciente que cuenta con notable interés. La capacidad de reprogramación del robot y su integración en un sistema CIM, hacen que aquél sea el elemento ideal para transportar la herramienta de corte sobre la pieza, realizando con precisión un programa de corte definido previamente desde un sistema de Diseño Asistido por Computador (CAD).

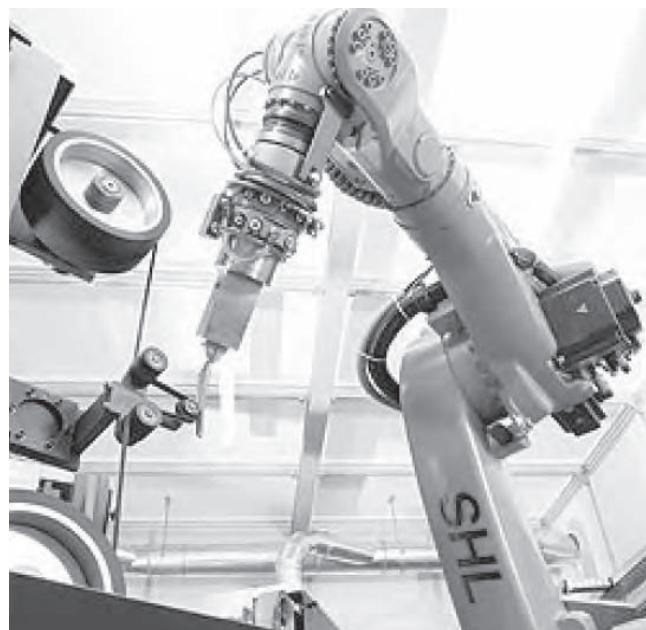


Figura 10.10. Pulido de implantes de cadera. (Cortesía Kuka).

Los métodos de corte no mecánico más empleados son oxicorte, plasma, láser y chorro de agua, dependiendo de la naturaleza del material a cortar. En todos ellos el robot transporta la boquilla por la que se emite el material de corte, proyectando éste sobre la pieza al tiempo que sigue una trayectoria determinada (Figura 10.11).

Las piezas a cortar pueden disponerse en varias capas, unas encima de otras, realizándose el corte simultáneo de todas ellas (corte de patrones en la industria textil).



Figura 10.11. Estación de corte por plasma robotizada. (Cortesía Kuka).

Si bien el oxicorte y el corte por plasma son tecnologías muy extendidas y consecuentemente bien conocidas, no ocurre lo mismo con el corte por láser y por chorro de agua, de más reciente aparición. La disposición típica del robot en el corte por chorro de agua es la de robot suspendido trabajando sobre las piezas fundamentalmente en dirección vertical.

El robot porta una boquilla de pequeño diámetro (normalmente de 0,1 mm) por la que sale un chorro de agua, en ocasiones con alguna sustancia abrasiva, a una velocidad del orden de 900 m/s, y a una presión del orden de 4.000 kg/cm². El sistema completo precisa de bomba, intensificador, reguladores de presión y electroválvulas [DRAUGHTON-93].

El corte por chorro de agua puede aplicarse a materiales como alimentos, fibra de vidrio, PVC, mármol, madera, gomaespuma, neopreno, yeso, tela, cartón, e incluso a metales como aluminio, acero y titanio. En estos casos se añade al agua una sustancia abrasiva.

Las principales ventajas del corte por chorro de agua frente a otros sistemas son:

- No provoca un aumento de temperatura en el material.
- No es contaminante.
- No provoca cambios de color.
- No altera las propiedades de los materiales.
- Coste de mantenimiento bajo.

Los robots empleados precisan control de trayectoria continua y elevada precisión. Su campo de acción varía con el tamaño de las piezas a cortar, siendo en general de envergadura media (de 1 a 3 metros de radio). En este sentido, como se ha comentado, con mucha frecuencia se dispone al robot suspendido boca abajo sobre la pieza (Figura 10.12).

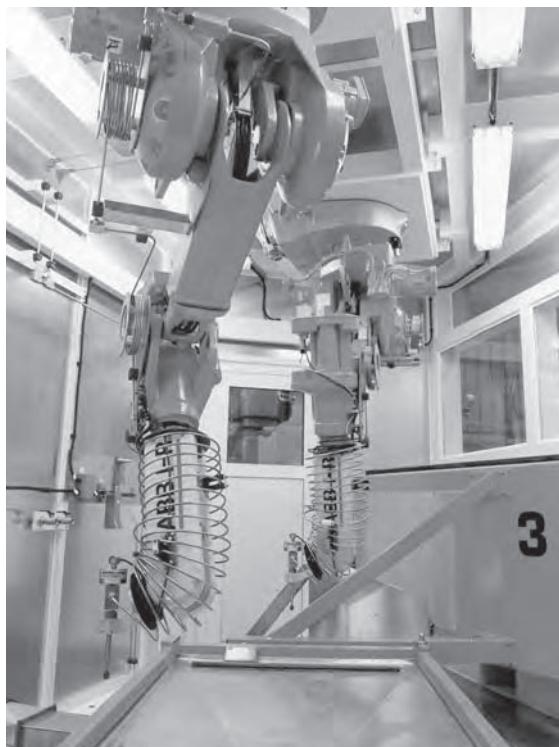


Figura 10.12. Corte por chorro de agua robotizado. (Cortesía ABB).

10.2.8. Montaje

Las operaciones de montaje, por la gran precisión y habilidad que normalmente exigen, presentan grandes dificultades para su automatización flexible. Sin embargo, el hecho de que estas operaciones representen una buena parte de los costes totales del producto, ha propiciado las investigaciones y desarrollos en este área, consiguiéndose importantes avances.

Muchos procesos de ensamblado se han automatizado empleando máquinas especiales que funcionan con gran precisión y rapidez. Sin embargo, el mercado actual precisa de sistemas muy flexibles, que permitan introducir frecuentes modificaciones en los productos con unos costes mínimos. Por este motivo, el robot industrial se ha convertido en muchos casos en la solución adecuada para la automatización del ensamblaje.

En particular, el robot resuelve correctamente muchas aplicaciones de ensamblado de piezas pequeñas en conjuntos mecánicos o eléctricos (Figura 10.13). Para ello, el robot precisa toda una serie de elementos auxiliares o periféricos cuyo coste es similar o superior al del propio robot. Entre éstos cabe destacar los alimentadores (tambores vibradores, por ejemplo), posicionadores y los posibles sensores que usa el robot para ayudarse en su tarea (esfuerzos, visión, tacto, etc.).

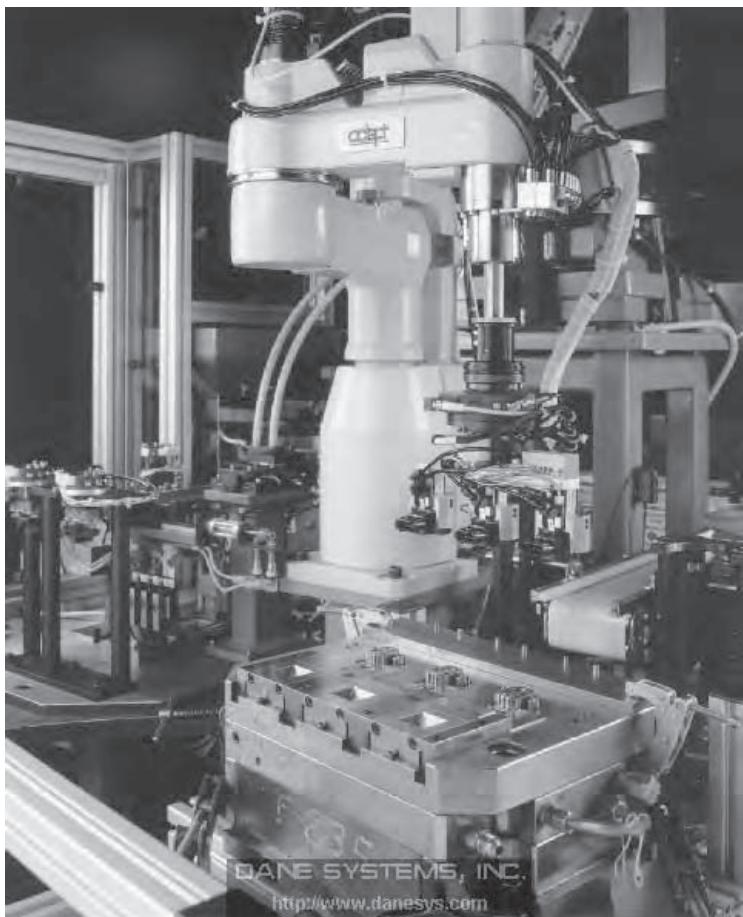


Figura 10.13. Célula de ensamblado con Robot Adept. (Cortesía Dane Systems, Inc.).

Estos sensores son indispensables en muchos casos debido a las estrechas tolerancias con que se trabaja en el ensamblaje y a los inevitables errores, aunque sean muy pequeños, en el posicionamiento de las piezas que entran a tomar parte en él.

Los robots empleados en el ensamblaje requieren, en cualquier caso, una gran precisión y repetitividad, no siendo preciso que manejen grandes cargas. El tipo SCARA ha alcanzado gran popularidad en este tipo de tareas por su bajo coste y buenas características. Éstas se consiguen por su *adaptabilidad selectiva*, presentando facilidad para desviarse, por una fuerza externa, en el plano horizontal y una gran rigidez para hacerlo en el eje vertical. También son adecuados los robots cartesianos por su elevada precisión y, en general, los robots articulares que pueden resolver muchas de estas aplicaciones con suficiente efectividad.

La dificultad inherente a este tipo de tareas obliga, en casi todos los casos, a facilitarlas con un adecuado rediseño de las partes que componen el conjunto a ensamblar. De este modo, conjuntos cuyo ensamblaje automatizado sería inabordable con su diseño inicial, pueden ser montados de una manera competitiva mediante el empleo de robots.

10.2.9. Paletización y empaquetado

La paletización es un proceso básicamente de manipulación, consistente en disponer piezas sobre una plataforma o bandeja (*pallet*). Las piezas en un *pallet* ocupan normalmente posiciones predeterminadas, procurando asegurar la estabilidad, facilitar su manipulación y optimizar su extensión. Los *pallets* son transportados por diferentes sistemas (cintas transportadoras, carretillas, AGV, etc.) llevando su carga de piezas, bien a lo largo del proceso de fabricación, bien hasta el almacén o punto de expedición.

Dependiendo de la aplicación concreta, un *pallet* puede transportar piezas idénticas (para almacenamiento por lotes por ejemplo), conjuntos de piezas diferentes, pero siempre los mismos (subconjuntos procedentes de ensamblados) o cargas de piezas diferentes y de composición aleatoria (formación de pedidos en un almacén de distribución).

Existen diferentes tipos de máquinas específicas para realizar operaciones de paletizado. Éstas, frente al robot, pueden presentar ventajas en cuanto a velocidad y coste, sin embargo, son rígidas en cuanto a su funcionamiento, siendo costoso o imposible modificar su tarea de carga y descarga.

Así pues, los robots realizan con ventaja aplicaciones de paletización en las que la forma, número o características generales de los productos a manipular, cambian con relativa frecuencia (Figura 10.14). En estos casos, un programa de control adecuado permite resolver la operación de carga o descarga, optimizando los movimientos del robot, aprovechando al máximo la capacidad del *pallet* o atendiendo a cualquier otro imperativo.

Generalmente, las tareas de paletización implican el manejo de grandes cargas, de peso y dimensiones elevadas. Por este motivo, los robots empleados en este tipo de aplicaciones acostumbran a ser robots de gran tamaño, con una capacidad de carga de 10 a 100 kg.

Dado que el paletizado se realiza en un espacio de la tarea de 4 grados de libertad (X, Y, Z, q) en el que los productos son recogidos y depositados siempre en la dirección vertical, cabe asumir que para el paletizado sea suficiente con utilizar robots de 4 gdl. Los robots con configuración cartesiana y Scara son por ello una alternativa directa para el paletizado que, sin embargo, se ve superada en el mercado por el uso de robots articulares. En este sentido, varios fabricantes de robots han desarrollado robots articulares de 4 gdl específicos para el paletizado, en los que se garantiza que la carga adopta siempre la dirección vertical.



Figura 10.14. Paletizado mediante Robot. (Cortesía ABB).

Un ejemplo típico de aplicación del robot al paletizado sería la formación de *pallets* de cajas de productos alimenticios procedentes de la línea de empaquetado. En estos casos, cajas de diferentes productos llegan aleatoriamente al campo de acción del robot. Allí, son identificadas bien por una célula de carga, por alguna de sus dimensiones, o por un código de barras. Conocida la identidad de la caja, el robot procede a recogerla y a colocarla en uno de los diferentes *pallet* que, de manera simultánea, se están formando. El propio robot gestiona las líneas de alimentación de cajas y de *pallet*, a la vez que toma las decisiones necesarias para situar la caja en el *pallet* con la posición y orientación adecuadas de una manera flexible. El robot podría ir equipado con una serie de ventosas de vacío y su capacidad de carga estaría en torno a los 50 kg.

Las denominadas tareas de empaquetado, enmarcadas dentro de las denominadas de *pick & place* (coger y colocar), tienen características diferentes al paletizado, pero guardan cierta relación con éste (Figura 10.15).

La misión de un robot trabajando en un proceso de *pick & place* consiste en recoger piezas de un lugar y depositarlas en otro. La complejidad de este proceso puede ser muy variable, desde el caso más sencillo en el que el robot recoge y deja las piezas en una posición prefijada, hasta aquellas aplicaciones en las que el robot precise de sensores externos, como visión artificial o tacto, para determinar la posición de recogida y colocación de las piezas .

Al contrario que en las operaciones de paletizado, las tareas de *picking* suelen realizarse con piezas pequeñas (peso inferior a los 5 kg) necesitándose velocidad y precisión.



Figura 10.15. Empaque de copas de cristal mediante Robot. (Cortesía Stäubli).

10.2.10. Control de Calidad

La tendencia a conseguir una completa automatización de la producción abarca todas las etapas de ésta, inclusive el control de calidad.

El robot industrial puede participar en esta tarea usando su capacidad de posicionamiento y manipulación. Así, transportando en su extremo un palpador, puede realizar el control dimensional de piezas ya fabricadas. Para ello el robot toca con el palpador varios puntos claves de la pieza. A partir del conocimiento que en todo instante tiene la unidad de control del robot de la posición y orientación de su extremo, se obtienen los datos relativos a la posición espacial de los puntos determinados de la pieza. Estos datos son utilizados para registrar posibles desviaciones sobre los valores deseados.

Otras posibles aplicaciones del robot en el control de calidad consisten en utilizar a éste para transportar el instrumental de medida (ultrasonidos, rayos X, etc.) a puntos concretos de la pieza a examinar. La situación de posibles defectos detectados puede registrarse y almacenarse a partir, como antes, de la propia unidad de control de robot.

El robot puede usarse también como manipulador encargado de clasificar piezas según ciertos criterios de calidad (piezas correctas e incorrectas, por ejemplo). En este caso, el con-



Figura 10.16. Robot OCCUBOT VI ensayando asiento de automóvil. (Cortesía Kuka).

trol y decisión de a qué familia pertenece la pieza se hace mediante un sistema específico, capaz de comunicarse con el robot (visión artificial, sistema de pesaje, etc.).

No existe, en este caso, un tipo concreto de robot más adecuado para estas tareas. En el control dimensional suelen usarse robots cartesianos por la precisión de éstos pero, en general, son igualmente válidos robots articulares.

Una posible contribución adicional del robot dentro del control de calidad puede encontrarse en los ensayos de fatiga de productos. Por ejemplo, es frecuente que, de acuerdo a un adecuado muestreo, algunos de los elementos producidos se sometan a ensayos en los que se trata de evaluar la vida del producto, simulando para ello el uso del mismo un elevado número de veces. En este tipo de ensayos se englobaría, por ejemplo, la apertura y cierre de la puerta de un electrodoméstico, la maniobra de un grifo monomando o la flexión de la suela de un calzado. Estas maniobras se pueden automatizar mediante mecanismos desarrollados a medida y controlados por un equipo como un PLC o un sistema informático simple. Sin embargo, si las modificaciones en el tipo de maniobra a realizar son frecuentes, o si las trayectorias espaciales a realizar son complejas, el uso de un robot puede ser ventajoso, por cuanto no precisa del diseño y fabricación del automatismo electromecánico y puede realizar maniobras que impliquen movimientos espaciales complicados (Figura 10.16).

10.2.11. Manipulación en salas limpias o blancas

Ciertos procesos de manipulación deben ser realizados en ambientes extremadamente limpios o controlados. En ellos, la actividad del operador se ve dificultada no por el trabajo en sí, que no tiene porqué ser especialmente complejo o delicado, sino por la necesidad de mantener elevadas medidas de control de impurezas mediante el uso de trajes especiales y controles rigurosos. Las denominadas salas blancas de la industria de los semiconductores o las salas de fabricación de algunos productos farmacéuticos, son ejemplos típicos (Figura 10.17).

Diversos procesos de la industria farmacéutica, como la producción de vacunas y hormonas, o la preparación de injertos de piel y reproducción de células, deben ser realizados bajo estrictas condiciones de esterilidad. La manipulación de estos productos durante su fabricación se realiza en cabinas con protección de clase 10, en las que los operadores deben pasar por un minucioso proceso de esterilización antes de entrar al interior.

Las funciones típicas de manipulación a realizar en estos procesos son la recogida de una de las probetas que contienen el producto en fase de fabricación, su apertura, la adición de algún nuevo producto, giro de la probeta, etc.

La utilización de un robot para estas funciones se realiza introduciendo éste de manera permanente en la cabina. El robot debe cumplir la normativa correspondiente al entorno de clase 10, siendo por lo demás válido cualquier robot comercial, normalmente de seis grados de libertad y alcance inferior a un metro. De este modo se consigue, entre otros beneficios, una reducción del riesgo de contaminación, una mayor homogeneidad en la calidad del producto, y una reducción en el coste de la fabricación.

Con menos exigencias de limpieza que las demandadas en la fabricación de semiconductores o en la industria farmacéutica, la industria alimenticia puede hacer uso de robots para la preparación o procesado de alimentos. En las salas de despiece de carne, se debe trabajar a temperaturas bajas, con un grado de limpieza adecuado. Los cortes a realizar deben comenzar en un punto definido y seguir una trayectoria especificada por la disposición de determinados huesos o músculos. El robot puede llevar la herramienta de corte (sierra o chorro de agua) y realizar la tarea del despiece. Puesto que en este caso los elementos a manipular no

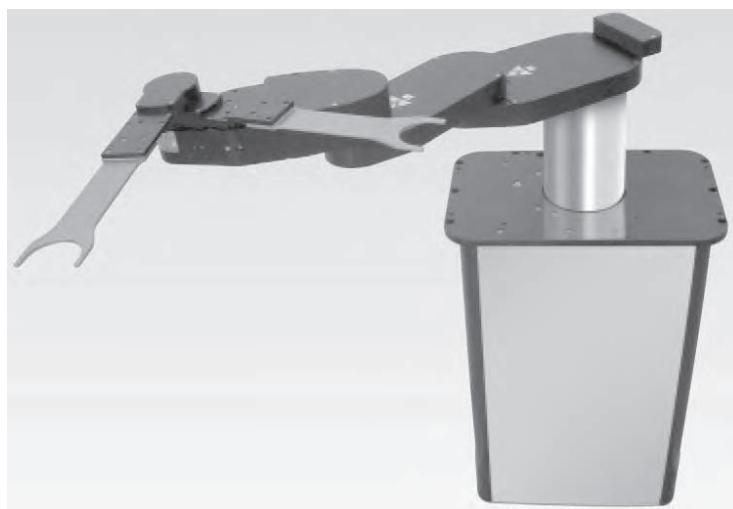


Figura 10.17. Robot para sala blanca. (Cortesía Kawasaki).



Figura 10.18. Robot en sala de despice de porcino. (Cortesía Kuka).

son completamente iguales, se precisa de un uso intensivo de sensores auxiliares (visión y fuerza) para guiar al robot en sus tareas (Figura 10.18).

Otra aplicación cuya robotización es frecuente, es la preparación de bandejas de comida o el embasado de productos en bandejas para su comercialización. En este caso, se trata de tareas de coger y colocar («*pick & place*») que deben ser realizadas sobre un volumen elevado



Figura 10.19. Robot de estructura paralela manipulando alimentos. (Cortesía ABB).

de productos a gran velocidad. Robots de tipo Scara o con estructura paralela, auxiliados de sistemas de visión, están siendo aplicados exitosamente en este tipo de tareas.

10.3. APLICACIONES DE LOS ROBOTS DE SERVICIO. CLASIFICACIÓN

Las aplicaciones de la robótica examinadas anteriormente responden a los sectores que, como el del automóvil o de la manufactura, han sido desde los años setenta usuarios habituales de los robots industriales. Este uso extensivo de los robots en los citados sectores se ha visto propiciado por la buena adaptación del robot industrial a las tareas repetitivas en entornos estructurados. De este modo, la competitividad del robot frente a otras soluciones de automatización se justifica por su rápida adaptación a series cortas, sus buenas características de precisión y rapidez, y por su posible reutilización con costes inferiores a los de otros sistemas.

Sin embargo, existen otros sectores donde no es preciso conseguir elevada productividad, en los que las tareas a realizar no son repetitivas, y no existe un conocimiento detallado del entorno.

Entre estos sectores podría citarse la industria nuclear, la construcción, la medicina o el uso doméstico.

De acuerdo a la definición dada por la Federación Internacional de Robótica (IFR) un **robot de servicio** es «*aquel que opera de manera parcial o totalmente autónoma, desarrollando servicios útiles para el bienestar de los humanos y equipos, excluyendo las aplicaciones de manufactura*».

Esta definición es sin duda generalista, lo que viene motivado por la gran variedad de tareas que realizan en la actualidad los robots de servicio. Así, la definición contempla que los robots de servicio puedan incorporar o no capacidades de manipulación o de movilidad.

La misma IFR ha establecido la siguiente extensa clasificación de las aplicaciones que pueden ser realizadas por los robots de servicio [IFR-04] (Tabla 10.2):

Tabla 10.2. Clasificación de las aplicaciones de los robots de servicio, según IFR

Sección I ROBOTS PERSONALES Y DOMÉSTICOS	
1-5	Robots para tareas doméstica 1 Aspiradores 2 Cortacésped 3 Limpieza de fondos de piscinas 4 Limpieza de ventanas 5 Otros
6-10	Robots de entretenimiento 6 Juguetes robotizados 7 Entretenimiento 8 Ocio 9 Educación y entrenamiento 10 Otros
11-14	Asistenciales, ayuda a discapacitados 11 Sillas de ruedas robotizadas 12 Otras funciones asistenciales 13 Rehabilitación
15	Transporte Personal
16	Seguridad y vigilancia de la vivienda
17	Otros usos personales y domésticos

Tabla 10.2. Clasificación de las aplicaciones de los robots de servicio, según IFR (Continuación)

Sección II	ROBOTS DE SERVICIOS PROFESIONALES
18-23	Robots de exteriores 18 Agricultura 19 Ordeñadoras robotizadas 20 Trabajos en bosque y silvicultura 21 Minería 22 Espacio 23 Otros
24-28	Limpieza profesional 24 Limpieza de suelos 25 Limpieza de ventanas y paredes 26 Limpieza de tanques, tubos y tuberías 27 Limpieza de depósitos 28 Otras tareas de limpieza
29-31	Sistemas de inspección 29 Robots para alcantarillas 30 Inspección de tanques, tubos y tuberías 31 Otros sistemas de inspección
32-36	Construcción y demolición 32 Sistemas de demolición- desmantelamiento y demolición de sistemas con contaminación nuclear 33 Otros sistemas de demolición 34 Robots de soporte a la construcción y mantenimiento 35 Construcción 36 Otros tipos de construcción
37-40	Sistemas logísticos 37 Mensajería 38 Correo 39 Logística en fábrica 40 Otras actividades logísticas
41-44	Medicina 41 Sistemas de diagnóstico 42 Terapia o Cirugía asistida con robot 43 Sistemas de rehabilitación 44 Otras aplicaciones en medicina
45-50	Defensa, rescate y seguridad 45 Desactivadores de minas 46 Lucha contra fuego y explosivos 47 Vigilancia y seguridad 48 Vehículos aéreos no tripulados (UAV). Sistemas de vigilancia 49 Armamento 50 Otros
51	Submarinos
52	Plataformas móviles de uso general
53-55	Robots de laboratorio 53 Manipulación de materiales en general 54 Robots de sala blanca 55 Otros
56-59	Relaciones públicas 56 Hoteles y restaurantes 57 Robots guía o cicerone 58 Marketing 59 Otros (por ejemplo, servicio en bibliotecas)

Tabla 10.2. Clasificación de las aplicaciones de los robots de servicio, según IFR (Continuación)

Sección II ROBOTS DE SERVICIOS PROFESIONALES (Continuación)	
60-61	Propósito especial
60	Atención en gasolineras o estaciones de servicio (recarga de combustible)
61	Otros
62	Humanoides
63	Robots a medida
64	Otros no especificados
Sección III INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO EN ROBÓTICA	
64	Percepción
65-67	Actuación
65	Plataformas móviles
66	Manipulación y agarre
67	Materiales
68	Micro y nano robots
69	Arquitecturas e integración
70	Navegación y control
71	Interfases con usuario y otras
72	Otras actividades de I+D no especificadas
73	Investigación básica

En general, la aplicación de la robótica a estos sectores se caracteriza por la falta de estructuración tanto del entorno como de la tarea a realizar, y la menor importancia de criterios de rentabilidad económica frente a la de realizar tareas en entornos peligrosos o en los que no es posible el acceso de las personas o el aportar cualidades que no posee el humano (fuerza, precisión, etc.).

Estas características obligan a que los robots de servicio cuenten con un mayor grado de *inteligencia*, que se traduce en el empleo de sensores y del software adecuado para la toma rápida de decisiones. Puesto que en muchas ocasiones el estado actual de la inteligencia artificial (disciplina que aborda esta problemática) no está lo suficientemente desarrollado como para resolver las situaciones planteadas a los robots de servicio, es frecuente que éstos cuenten con un mando remoto, siendo en muchas ocasiones robots teleoperados. En el Capítulo 11 se abordan con detalle los tele-robots.

Para dar una idea general de las posibilidades de la robótica en estos sectores, se van a comentar algunas aplicaciones concretas en las que el robot ha aportado mejoras y beneficios al proceso primitivo.

De entre los diferentes sectores de aplicación de la robótica de servicio, se han escogido los siguientes: Agricultura, Construcción, Nuclear, Medicina, Aéreos, Submarinos, Asistenciales y Ocio. Las aplicaciones de la robótica en el sector Espacio, están recogidas en el Capítulo 11, por cuanto éstas están íntimamente ligadas a la telerrobótica.

Estos sectores cubren una buena parte de las aplicaciones de la robótica de servicio identificadas por la IFR. La Tabla 10.3 indica qué aplicaciones, de acuerdo a la clasificación de la IFR (Tabla 10.2), son cubiertas por cada uno de los sectores de aplicación que a continuación se desarrollan.

Tabla 10.3. Aplicaciones implicadas en los sectores tratados

Sector considerado	Aplicaciones implicadas según clasificación IFR
Agricultura	18
Construcción	34, 35, 36
Nuclear	32
Medicina	42, 43
Aéreos	31, 47, 48, 49
Submarinos	31, 47, 51
Asistenciales	11, 12, 13
Ocio	6, 7, 8, 56, 57, 58
Espacio	22

10.3.1. Robots en la Agricultura

Son varios los tipos de actividades agrícolas en las que los robots pueden intervenir. Conviene distinguir, por su diferente problemática, entre las actividades bajo invernadero y las actividades de exterior.

Bajo invernadero es posible conseguir un relativo conocimiento y estructuración del terreno por el que el robot deberá moverse, facilitándose en gran medida los desplazamientos e intervenciones de los robots. Más compleja es la estructuración de las plantas y frutos que deben ser manipulados. Tareas como la siembra, el acondicionamiento y preparación del terreno o la recolección de los frutos, son susceptibles de robotización. Los movilidad del robot a través de los pasillos del invernadero puede ser abordada de manera similar al caso de los robots móviles que operan en factorías, incluso en ocasiones pueden ser aprovechadas las tuberías instaladas para calefacción o riego como guía para el desplazamiento de los robots. Dada la importancia de manipular plantas y frutos sin que éstos sean dañados y la fragilidad de los mismos, se debe prestar especial atención a esta actividad, tanto con el desarrollo de útiles específicos (garras o pinzas de manipulación, por ejemplo) como con la utilización de sensores adecuados para localizar correctamente los puntos de agarre.

En el caso de cultivos de exteriores, los desarrollos existentes consisten básicamente en la robotización de maquinaria específica para agricultura (tractores, cosechadoras, etc.) a la que se le dota de capacidad de conducción autónoma o teleoperada (Figura 10.20). En este caso, es mucho más difícil garantizar el conocimiento o estructuración del entorno en el que deberá operar el robot, debiendo preverse la presencia de obstáculos desconocidos que dificultarán la movilidad, las condiciones de luz cambiante que afectarán, por ejemplo, a la localización de frutos, o las condiciones climáticas adversas entre otras dificultades añadidas.

La aparición y popularización de los sistemas de navegación por satélite (en la actualidad GPS y en un futuro Galileo) ha resuelto en gran medida los problemas de localización y navegación autónoma inherentes al movimiento por una gran extensión de terreno, con frecuentes deslizamientos de las ruedas u orugas que hacen inservible la navegación inercial.

En [RODRÍGUEZ-05], puede encontrarse un estudio detallado del estado actual y previsión futura de la robotización y automatización en general de la agricultura. En él se citan, entre otros, los siguientes argumentos a favor de la robotización de la agricultura:

- Escasez de mano de obra
- Sustitución de operarios en tareas peligrosas, como la aplicación de productos fitosanitarios.



Figura 10.20. Cosechadora robotizada «Demeter».

- La posibilidad de trabajar en varios turnos, disminuyendo los tiempos de realización de tareas estacionales (campañas de recolección, vendimias, etc.).
- Optimización del uso de los productos fitosanitarios con el correspondiente ahorro y disminución de riesgos ambientales.

10.3.2. Robots en la Construcción

El sector de la construcción es, en la mayoría de los países industrializados, uno de los que moviliza mayor número de recursos económicos y humanos. No es pues de extrañar, que exista un notable interés en el desarrollo de sistemas robotizados, orientados a automatizar en lo posible algunas de las múltiples labores que entran a formar parte de los procesos constructivos [BALAGUER-04].

En este tipo de aplicaciones de la robótica, como en otros muchos, es Japón el país que cuenta con un mayor número de sistemas en funcionamiento. En algunos casos, se trata de robots parcialmente teleoperados, construidos a partir de maquinaria convencional (grúas, excavadoras, etc.). En otros, es maquinaria específicamente construida para resolver un proceso concreto.

Si se analizan las condiciones existentes para la robotización de la construcción se llega entre otras a las siguientes conclusiones:

- Las condiciones de trabajo son complejas.
- Los robots deben tener capacidad de locomoción y cierto grado de inteligencia.
- Los robots deben estar preparados para trabajar en exteriores, moviéndose en entornos difíciles y no protegidos.
- Deben manejar piezas pesadas y de grandes dimensiones.
- Las operaciones a realizar son complejas, variadas y poco repetitivas.
- Los robots deben ser fácilmente transportables a la obra.

Con estos condicionantes, las posibles tareas robotizables dentro de la construcción de edificios (comerciales, industriales o residenciales) podrían agruparse en [OPPENHEIM-90]:

1. Operaciones de colocación de elementos.
 - Construcción mediante colocación repetitiva de estructuras básicas (ladrillos, bloques, etc.) (Figura 10.21).
 - Posicionamiento de piezas, normalmente grandes y pesadas (vigas, etc.).
 - Unión de diferentes piezas que componen una estructura (soldadura, remaches, etc.).
 - Sellado de las uniones entre diferentes piezas.
2. Operaciones de tratamiento de superficies.
 - Acabado de superficies (pulido, etc.).
 - Recubrimiento de superficies con pintura, barniz, etc.
 - Extensión de material sobre la superficie (cemento, espuma aislante, etc.).
3. Operaciones de relleno.
 - Vertido de cemento u hormigón en encofrados.
 - Excavación para la preparación de terrenos y movimiento de tierras.
 - Rellenado con tierra de volúmenes vacíos.
4. Otras.
 - Inspección y control.

Fuera de la construcción de edificios, cabría destacar las realizaciones de robots para la construcción de túneles, carreteras (asfaltado), inspección de estructuras en puentes o muros de edificios difícilmente accesibles, etc.

De acuerdo a los datos recogidos por la IFR y UNECE [IFR-04] el número de robots dedicados a la construcción a finales del año 2003 era de cerca de 3.000 unidades, estando previsto su incremento en unas 1.000 unidades hasta el año 2007.



Figura 10.21. Robot Rocco para la construcción. (Cortesía DISAM-Universidad Politécnica de Madrid).

10.3.3. Robots en la Industria nuclear

Por sus especiales características, el sector nuclear es uno de los más susceptibles de utilizar robots de diseño específico [FOGLE-93]. Entre las diversas aplicaciones se han escogido aquí, por su especial relevancia, las relativas a operaciones de mantenimiento en zonas contaminadas y de manipulación de residuos.

Inspección de los tubos del generador de vapor de un reactor nuclear

Las operaciones de inspección y mantenimiento de las zonas más contaminadas de una central nuclear de producción de energía eléctrica son por naturaleza largas y costosas.

De realizarlas manualmente, el tiempo de exposición de los operadores a la radiación es un factor crítico que, junto con el elevado coste que supone una interrupción temporal del funcionamiento del sistema en cuestión, justifica, sin lugar a dudas, la utilización de sistemas robotizados, normalmente teleoperados, total o parcialmente, que sustituyan al operador.

En el generador de vapor se produce el intercambio de calor entre el fluido primario y secundario. Para ello, dentro de la vasija del generador, se encuentran dispuestas en forma matricial los tubos por los que circula el fluido receptor del calor.

El inevitable desgaste de estos tubos obliga a realizar periódicamente labores de inspección, para que en el caso de que alguno se encuentre dañado inutilizarlo, poniendo en funcionamiento alguno de los tubos de reserva que, a tal fin, se han dispuesto en el generador.

Para realizar esta operación de manera automática puede utilizarse un robot de desarrollo específico que, introducido en la vasija, posicione una sonda de inspección en la boca de cada tubo. Ésta, empujada por el interior del tubo, proporcionará información sobre el estado del mismo.

Es preciso considerar que el robot se introduce en la vasija mediante un sistema mecánico que, junto con los posibles errores en la disposición matricial de los tubos, obliga a que el robot trabaje, bien con ayuda de teleoperación, o bien con sistemas sensoriales externos como visión o láser, que proporcionen la posición real relativa entre el extremo del robot y los tubos.

Manipulación de residuos radioactivos

Como se indicó en el Capítulo 1 y se detalla en el Capítulo 11, los primeros sistemas teleoperados, desarrollados por el Argonne National Laboratory (ANL) tuvieron como objetivo la manipulación de productos radioactivos sin riesgo para el ser humano.

La industria nuclear genera una cantidad considerable de residuos radioactivos de baja contaminación (vestimentas, envases de plástico, papel, etc.) o de alta (restos de las células del reactor, materiales en contacto directo prolongado con las zonas radiactivas, etc.). La forma, tamaño y peso de estos desechos es variable y su manipulación tiene por objetivo final su envase en contenedores especiales, que son posteriormente transportados y almacenados (lo que origina una nueva problemática).

Para manipular remotamente estos residuos se hace uso tanto de telemanipuladores con unión mecánica y seguimiento directo del proceso por parte del operador a través de un cristal (caso de baja contaminación), como con sistemas con mando remoto por radio o cable en el caso de contaminación elevada. Estos manipuladores permiten la flexibilidad necesaria para manipular elementos de peso variable y forma no definida (incluso no rígidos).

Además, es preciso considerar la importancia que tiene la optimización del espacio ocupado por los residuos en su almacenamiento, por lo que antes de su envasado en los contenedores puede ser preciso fragmentarlos [LARCOMBE-84].

10.3.4. Robots en Medicina

De entre las varias aplicaciones de la robótica a la medicina destaca la cirugía. Las primeras aplicaciones de la robótica a la cirugía del cerebro datan del año 1982. En esta fecha se comienza en *Memorial Medical Center de Long Beach* (California) un programa cuyo objetivo consistía en utilizar un robot comercial (PUMA 260) para realizar determinadas operaciones de neurocirugía. Desde entonces se han conseguido notables avances que han hecho que la cirugía robotizada sea hoy en día una realidad, existiendo varios productos comerciales con varios años de uso.

La cirugía robotizada tiene dos vertientes de características diferenciadas. La primera de ellas, resulta de aplicar el concepto de CAD-CAM (Diseño asistido por computador - Fabricación asistida por computador) a la cirugía ortopédica. En ésta la inserción de un implante óseo (por ejemplo, para resolver los problemas derivados de una rotura del fémur), precisa de eliminar la parte del hueso inservible y realizar en la parte útil el vaciado necesario para insertar el implante artificial que sustituirá la funcionalidad de la parte del hueso dañada. Para ello el cirujano debe fresar el interior del hueso, procurando conseguir un vaciado en el que encaje con la mayor precisión posible el implante.

Los recursos de imagen médica actuales (Tomografía, Resonancia Magnética, etc.) permiten disponer de una información detallada de las estructuras óseas, siendo posible utilizar esta información en soporte informático para planificar sobre ella el fresado a realizar en el hueso, así como seleccionar las dimensiones más adecuadas de la prótesis a implantar. De esta planificación surge un programa, que será cargado en el robot y ejecutado por éste con total precisión en el quirófano, consiguiéndose un mecanizado del hueso de una calidad muy superior a la conseguida manualmente. Lógicamente, es preciso referenciar adecuadamente los movimientos previstos en la fase de planificación, con la posición real del paciente en el quirófano. Por ello antes del comienzo del trabajo del robot se debe proceder a una fase de referenciado con ayuda de unas marcas insertadas en el hueso del paciente antes de realizar la toma de imágenes. Uno de los sistemas existentes más avanzados en este tipo de actividad es el Robodoc, comercializado por *Integrated Surgical System Inc.*

La otra vertiente de la cirugía robotizada está centrada en la cirugía mínimamente invasiva (MIS). Esta técnica quirúrgica permite abordar determinadas intervenciones mediante la realización de tres pequeñas incisiones en el paciente, por dos de las cuales se introducen el instrumental quirúrgico, que es manejado por el cirujano desde el exterior, mientras que por la tercera incisión se introduce una cámara (endoscopio) que permite observar la posición del instrumental y el interior del cuerpo del paciente.

La técnica MIS es aplicable a diferentes fines como, por ejemplo, la cirugía del tórax, prostatectomía, cirugía cardiaca, o la extracción de vesícula biliar, siendo sus ventajas más significativas, la reducción de trauma operatorio, una menor pérdida de sangre durante la intervención, la disminución del riesgo de infección o la disminución de las molestias postoperatorias y del tiempo de recuperación. Su ejecución es compleja, precisando de un equipo de cirujanos muy especializados, lo que limita su grado de implantación.

La participación de la robótica en la cirugía mínimamente invasiva, se materializa en el uso de tele-robots. El cirujano, que no tiene porqué estar presente en el quirófano, maneja los dispositivos de control remoto del robot que a su vez manipula el instrumental y la cámara en-

doscópica en el interior del cuerpo del paciente. Para ello dispone de la imagen proporcionada por la cámara y de las sensaciones de fuerza y tacto (hápticas) que reproducen las fuerzas que aparecen en el contacto entre los instrumentos manipulados por los robots y el paciente. Entre las órdenes generadas por los movimientos por el cirujano y los efectuados por el robot, así como entre las fuerzas captadas por los robots y las transmitidas al cirujano, se intercala un sistema informático que permite el procesado de los datos, siendo en éste en donde radican las ventajas de esta técnica. Este procesamiento de los datos permite, por ejemplo, eliminar el temblor fisiológico que puede experimentar el cirujano (crítico en intervenciones de precisión), escalar los movimientos de éste facilitando así la micro-cirugía, fijar zonas prohibidas en el interior del paciente garantizando así, por ejemplo, que no se originen hemorragias críticas por el seccionamiento involuntario de vasos sanguíneos o automatizar el movimiento de la cámara endoscópica de modo que los instrumentos quirúrgicos queden siempre dentro de la imagen.

Existen varios sistemas comerciales para el desarrollo de cirugía mínimamente invasiva con ayuda de tele-robots. Entre ellos pueden citarse los sistemas *DaVinci de Intuitive Surgical Inc.* (Figura 10.22) que proporciona un sistema completo de cirugía mínimamente invasiva mediante telerobots o el AESOP (*Automated Endoscopic System for Optimal Positioning*) de Computer Motion, que automatiza los movimientos de la cámara.

Una ventaja futura adicional del uso de tele-robots en la cirugía se encuentra en las operaciones remotas, que permitirán la participación de equipos médicos muy especializados sin precisar que se encuentren en el quirófano. Por el momento este tipo de intervenciones sólo se han realizado de manera experimental como consecuencia de los problemas derivados de los retrasos originados en la transmisión de la señal por las distancias (véase la problemática del retraso temporal en el Capítulo 11).

Otro interesante uso de la robótica en medicina es su utilización como máquina para la rehabilitación de pacientes con movilidad limitada.

El sistema Lokomat es una ortosis robotizada, desarrollado por *Hocoma Medical Engineering* (Figura 10.23) para ser utilizada en la terapia rehabilitadora de la marcha de pacien-

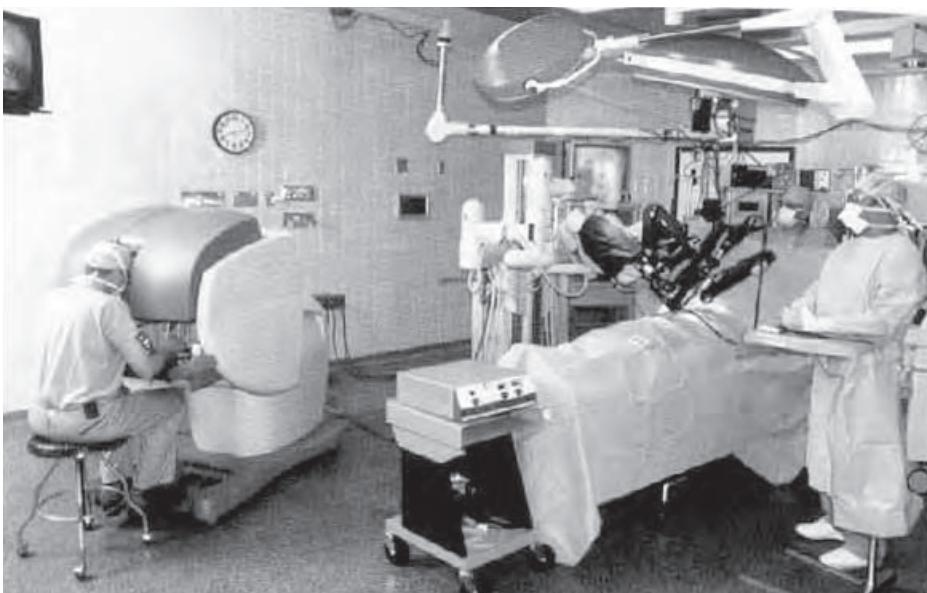


Figura 10.22. Sistema DaVinci de cirugía mínimamente invasiva mediante telerobots
(Cortesía Intuitive Surgical Inc.)



Figura 10.23. Sistema Lokomat para rehabilitación de la marcha. (Cortesía Hocoma).

tes con daños medulares u otros trastornos neuronales que impidan o dificulten el caminar. El sistema consta de un arnés que suspende al paciente, una cinta de marcha y un exoesqueleto robótico, todos controlados por un computador que regula la velocidad de la cinta y el movimiento del exoesqueleto fijado a las piernas de acuerdo a un programa de entrenamiento preestablecido, a la vez que monitoriza la marcha del paciente. Su objetivo, basado en la plasticidad neuronal es, fundamentalmente, el de entrenar al paciente en el gesto de la marcha, para conseguir su reeducación, de modo que las señales neuronales de la marcha, generadas en el cerebro, encuentren nuevas vías alternativas a las dañadas o interrumpidas, para llegar hasta los músculos implicados en el movimiento. Adicionalmente a esta función reeducadora, el sistema consigue movilizar el sistema músculo esquelético contribuyendo a evitar su atrofia.

Pueden encontrarse sistemas similares para la rehabilitación neuromuscular de otras partes del cuerpo, permitiendo incorporar la capacidad de ofrecer una resistencia controlada al paciente.

10.3.5. Robots aéreos y submarinos

Los robots aéreos y submarinos, son básicamente vehículos autónomos, capaces de desplazarse por sus respectivos medios, transportando una carga de pago o instrumentación destinada al desarrollo de una misión concreta.

Su desarrollo inicial fue impulsado sobre todo por la industria militar, interesada en disponer de sistemas que facilitaran la localización y recogida de armamento submarino, o de servir como blanco móvil o elemento para la observación remota en el caso de los robots aéreos.

Posteriormente, su uso se ha extendido a aplicaciones civiles de muy diversa índole, contando en la actualidad con un número destacado de unidades operativas, dedicadas sobre todo a aplicaciones relacionadas con la inspección, la vigilancia o la seguridad, junto a otras como el medio ambiente o el cine.

En el caso de robots aéreos pueden encontrarse tanto aeroplanos, dirigibles, helicópteros u otros vehículos de aterrizaje y despegue vertical. Mientras que los aeroplanos permiten grandes velocidades y alcances, los helicópteros aportan su capacidad de vuelo estacionario y maniobrabilidad a pesar de su complejo control. Por su parte los dirigibles son intrínsecamente estables y precisan de un consumo de energía mínimo, lo que junto a su poco nivel de ruido los hace adecuados en ciertas aplicaciones a pesar de su baja relación tamaño-capacidad de carga y mala maniobrabilidad.

Por su parte los robots submarinos, fueron inicialmente operados remotamente (ROV) mediante un cable que los unía con el buque nodriza o con una estación submarina intermedia. Las limitaciones impuestas por este cable de unión, llevaron al desarrollo de los vehículos submarinos autónomos (AUV). De acuerdo a los datos recogidos por la Federación Internacional de Robótica [IFR-04], a finales del año 2003 había 4.875 robots submarinos operativos, siendo el tipo de robots de servicio que cuenta con mayor número de instalaciones. Las dimensiones y capacidades de los robots submarinos pueden variar desde los de estructura ligera, destinados a trabajar en pequeñas profundidades (hasta pocos cientos de metros) a los de mayor envergadura, capacitados para sumergirse a profundidades de hasta varios miles de metros. Junto a su propia instrumentación necesaria para proporcionales autonomía, van dotados de cámaras y sistemas de iluminación y en ocasiones de brazos manipuladores destinados a realizar operaciones de reparación, mantenimiento o toma de muestras.

Las aplicaciones de los robots aéreos y submarinos son amplias. El mantenimiento de infraestructuras de larga longitud y de difícil acceso, como gaseoductos, líneas de energía eléctrica o líneas de comunicación submarina, que pueden implicar instalaciones de varios cientos de kilómetros, precisa de una periódica revisión de todo su recorrido. Estas revisiones precisan para su realización medios económicamente costosos y que implican ciertos riesgos, como helicópteros para el caso de instalaciones terrestres, o de minisubmarinos unidos a barcos mediante un cable para el caso de instalaciones submarinas. La utilización de vehículos aéreos autónomos (UAV - *Unmanned Aerial Vehicles*) (Figura 10.24) para el primer caso o de submarinos autónomos (AUV - *Autonomous Underwater Vehicle*) (Figura 10.25) para el segundo, permite disminuir los riesgos y los costes y con ello aumentar la periodicidad de la inspección. El uso de estos sistemas puede ser igualmente útil en la inspección de obras civiles, como presas, acueductos o diques.



Figura 10.24. Robot aéreo autónomo (UAV). (Cortesía Universidad Politécnica de Madrid).

La Tabla 10.4 recoge una serie de posibles aplicaciones civiles para los robots aéreos y submarinos.

Tabla 10.4. *Aplicaciones de los robots aéreos y submarinos*

Aplicaciones de los robots aéreos
Toma de imagen aérea (cine, publicidad, retransmisiones deportivas).
Vigilancia medioambiental (incendios).
Inspección de obra civil (presas, acueductos, puentes).
Inspección de infraestructuras (tendidos eléctricos, oleoductos, etc.).
Reconocimiento en zonas de desastre (desastres medioambientales, desastres naturales).
Fumigación de campos de cultivo.
Localización de bancos de pesca.
Levantamientos topográficos.

Aplicaciones de los robots submarinos
Localización de restos arqueológicos.
Localización de cargas submarinas.
Inspecciones de cascos de buques para mantenimiento o tras siniestro.
Inspecciones de fondo marino con fines biológicos (observación de especies).
Inspecciones para fondo marino para explotación de recursos (acuicultura).
Inspección y mantenimiento de plataformas petrolíferas.
Inspección y mantenimiento de conducciones submarinas.
Inspecciones de tendido de cable submarino.

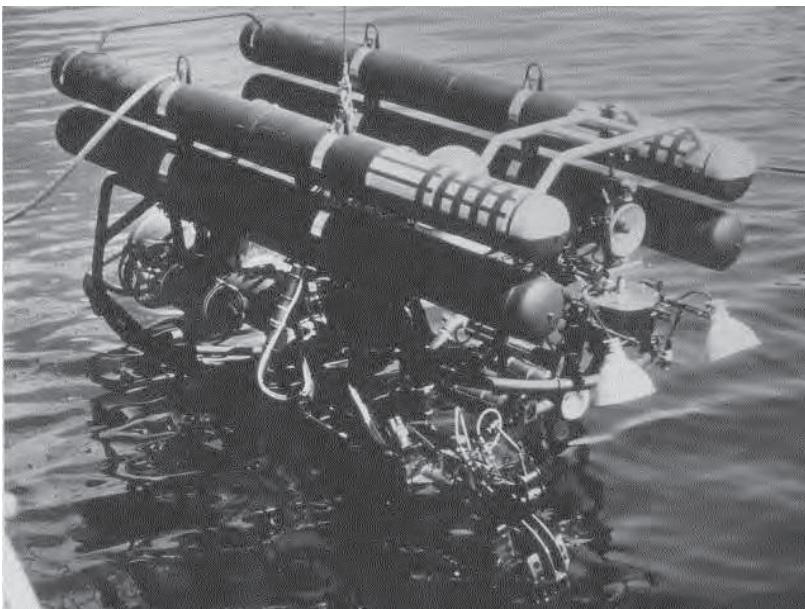


Figura 10.25. Robot submarino CURV.

10.3.6. Robots asistenciales

La necesidad de atender al creciente colectivo de personas mayores y el interés de dotar del mayor grado de independencia posible a las personas que por alguna causa tienen la movilidad limitada, origina que el desarrollo de robots asistenciales sea de un interés social destacado. Posiblemente, los precios de la tecnología utilizada y del esfuerzo de I+D necesario para su desarrollo, sean el principal motivo de su limitada difusión, que según la Federación Internacional de Robótica, se limitaba a 260 unidades a finales del año 2003 (con una previsión de 1.640 unidades más para finales del 2007).

Las sillas de ruedas parcial o totalmente autónomas, incorporan a las sillas motorizadas sistemas de navegación y control, que las permiten moverse por entornos no estructurados, bien añadiendo funciones de seguridad para el caso de que sean conducidas por usuarios con capacidades senso-motoras limitadas (falta de percepción de parte del entorno, ausencia de movilidad en todas las extremidades, movimientos espasmódicos, etc.), o bien haciéndose cargo plenamente de las funciones de movimiento a partir de la indicación del destino por parte de un usuario que no pueda realizar el guiado directo de la silla.

La robótica puede contribuir en gran medida a dotar de independencia y con ello de calidad de vida, a aquellas personas que por tener una movilidad limitada precisan de ayuda para el desarrollo de sus actividades diarias más básicas (aseo, alimentación, etc.). Existen diferentes desarrollos de robots manipuladores, especialmente diseñados para este fin (Figura 10.26). En ellos es importante enfatizar las capacidades de interfase con el usuario y de seguridad, puesto que entrarán en contacto directo con las personas.

Dada la necesidad de que el robot esté siempre cerca del usuario a pesar de que éste se desplace por su vivienda, estos robots suelen montarse sobre la propia silla de ruedas, en caso de que se use, o deben de ser fáciles de transportar y fijar sobre un soporte móvil por parte de alguna persona que ayude al usuario final. En la actualidad, existen diferentes proyectos de investigación que tienen por objeto el desarrollo de robots móviles dotados de brazos manipuladores e interfases humano-robot avanzadas con el objeto de dar un número amplio de servicios a las personas con discapacidad (Care-O-bot, Morpha, etc.)



Figura 10.26. Robot asistencial MATS. (Cortesía Universidad Carlos III de Madrid).

10.3.7. Robots para el ocio

Dentro de esta aplicación de los robots de servicio, se engloban todos los usos en los que el robot contribuye de alguna manera en actividades de ocio de las personas. Sin ser excluyentes, entre estas actividades se pueden citar:

- Robots para hostelería (comida rápida, servicio de bebidas a gusto del cliente).
- Robots figurantes para parques temáticos (Animatrónica).
- Robots para parques de atracciones (Robocoaster).
- Robots guías para museos y exposiciones.
- Robots juguetes y mascotas.

La automatización de la preparación de comida rápida como pizzas o bebidas (cócteles) a gusto del cliente puede ser abordada con relativa facilidad con la ayuda de la robótica. El uso de un robot en este tipo de tareas, frente a sistemas automáticos más convencionales, agiliza el desarrollo, da al sistema una gran flexibilidad y le incorpora unas apreciables cualidades de reclamo comercial. Para este tipo de aplicaciones suelen usarse robots manipuladores convencionales (en el caso de manipulación de alimentos, preparados para trabajar en ambientes limpios), coordinados con los alimentadores y demás periféricos que componen la célula.

El robot Robobar, desarrollado y comercializado por Motoman en diferentes versiones, utiliza un brazo doble (Dual-Arm DA-20) que a modo de brazos se montan sobre un eje vertical giratorio que ejerce de torso (Figura 10.27). Uno de los brazos manipula las botellas mientras que el otro maneja el vaso. A su alrededor se disponen botellas, dispensadores de hielo, bebidas no alcohólicas, etc. El consumidor, solicita la bebida a través de una pantalla táctil, que es preparada por el robot a la vista del usuario. De acuerdo al fabricante el uso de Robobar aporta entre otras ventajas: un mejor control de las materias primas, homogeneidad en las mezclas preparadas, reducción de coste frente a la mano de obra, funcionamiento continuo 24 horas.

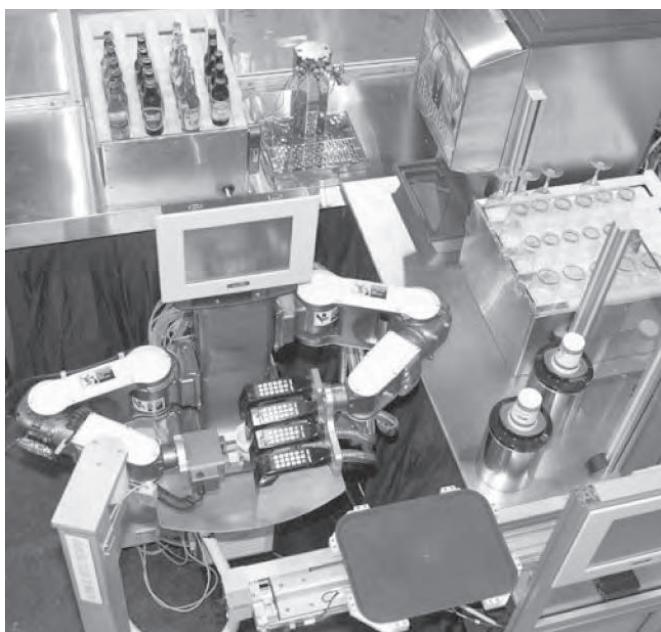


Figura 10.27. Robot Barman «Robobar». (Cortesía Motoman).

En las últimas décadas el número de parques temáticos y parques de atracciones ha crecido considerablemente, ofreciendo junto a las atracciones clásicas (norias, montañas rusas, etc.) otras nuevas, en las que se procura ambientar con realismo otras civilizaciones, paisajes o situaciones.

Las atracciones basadas en desencadenar sensaciones de vértigo en base a someter a los clientes a aceleraciones elevadas y movimientos contra la gravedad, pueden utilizar robots como sistema de actuación alternativo a las plataformas convencionales. El uso de robots para este cometido, proporciona una gran amplitud de movimientos a la vez que aporta la robustez y facilidad de puesta en marcha y mantenimiento asociados a un producto comercial como es un robot. Uno de los fabricantes de robots más destacados, Kuka, comercializa el robot Robocoaster. Éste es un robot articulado de 6 grados de libertad con un alcance de 6.750 mm, que está dotado en su extremo de un asiento doble. A partir de un programa predefinido o configurado por el propio usuario, el robot realiza todo tipo de movimientos, transportando en su extremo a 2 pasajeros (Figura 10.28).

Los maniquís robotizados con aspecto humano o animal se utilizan con frecuencia como figurantes en el cine o en las atracciones de los parques temáticos. El destacable grado de realismo se consigue en base a un complicado sistema de actuadores y control. Estos sistemas son, por tanto, dispositivos robóticos hechos a medida, con un número elevado de grados de libertad y con una programación generalmente basada en el aprendizaje o guiado.

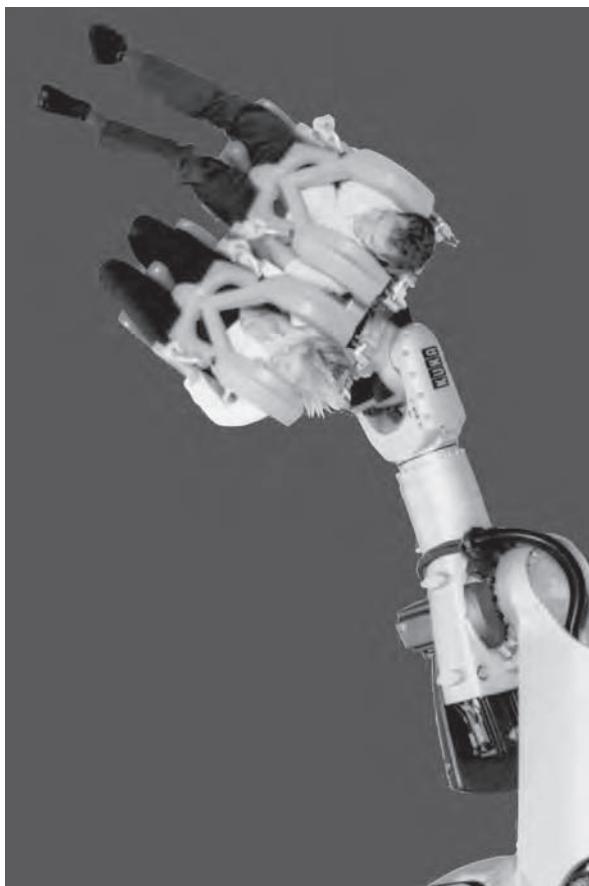


Figura 10.28. Robot ROBOCOASTER. (Cortesía de Kuka).



Figura 10.29. Robot Maggie. (Cortesía Universidad Carlos III de Madrid).

Cabe citar también como una actividad cercana al uso de los Robots en los parques temáticos, su empleo como guías para museos, salas de exposiciones o ferias. Éstos, no persiguen necesariamente la imitación de un ser vivo en cuanto a forma o movimientos, pero ven aumentada su necesidad de interacción, pues deben responder a las demandas de los visitantes, en muchas ocasiones más fascinados por el propio Robot que por la visita guiada (Figura 10.29). La problemática asociada al desarrollo de este tipo de robots es amplia, debiendo resolverse aspectos de navegación por un entorno con obstáculos móviles, aspectos de seguridad y robustez derivados de la interacción directa con el público y aspectos de comunicación e interfase tratando de facilitar el diálogo entre humano y máquina y el acercamiento entre ambos.

Por último, dentro de los robots dedicados al ocio cabe considerar los robots juguete o mascota, que están paulatinamente incorporando funciones más complejas y abaratando sus precios. Junto a los aspectos mecánicos y de control de movimiento comunes en gran medida a otros casos, estos robots suelen incorporar capacidades avanzadas de interacción con el usuario, que hacen que éste adopte con el robot un trato cercano al que tendría con una mascota real. Para ello, el robot puede incorporar modos de comportamiento evolutivo, de modo que éste se va modificando en base a la respuesta que observa en el humano ante determinadas actitudes. De este modo, de la misma manera que un ser vivo dotado de cierta inteligencia, el robot va aprendiendo cuál es el tipo de relación que debe mantener con su entorno y, en particular, con el humano para obtener un indeterminado beneficio. Tras el hito del perro robótico AIBO fabricado por Sony, otros fabricantes comercializan robots mascotas como el gato Necoro de OMRON (Figura 10.30), o el iCat de Philips



Figura 10.30. Gato Robot NECORO. (Cortesía Omron).

10.4. EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio 10.1

La Figura 10.31 muestra a un robot industrial trabajando en un proceso. Indicar para esta aplicación (independientemente del caso concreto mostrado en la imagen):

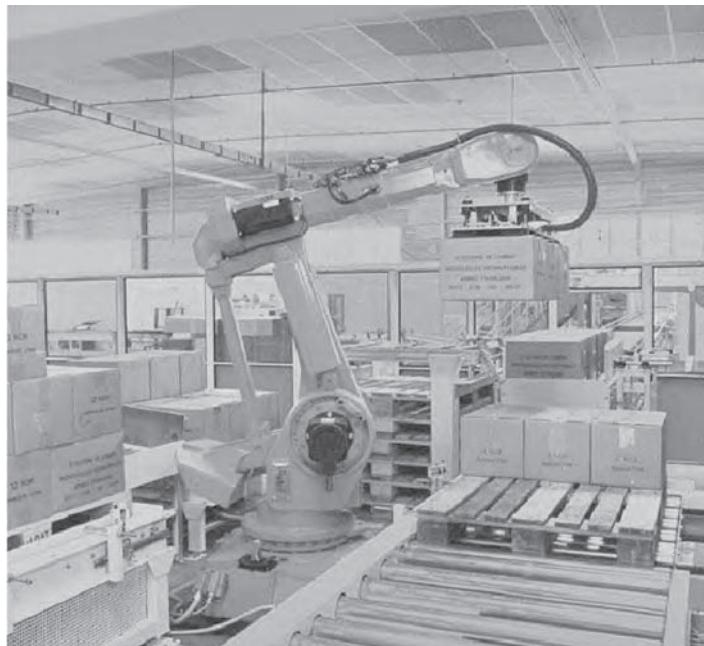


Figura 10.31. Célula robotizada ejercicio 10.1.

- a) Aplicación en la que trabaja el robot.
- b) Tipo de configuración del robot.
- c) Modo de programación que se le presupone.
- d) Capacidad de carga.
- e) Número de grados de libertad.

Solución:

El proceso mostrado en la imagen corresponde al paletizado de cajas. Para este tipo de aplicaciones son adecuados robots que trabajen con facilidad en la dirección vertical, como son el cartesiano, Scara y articular, este último por la flexibilidad que tiene para adaptarse a diferentes tareas. Una adecuada concepción de los elementos periféricos puede permitir el uso de robots de 4 grados de libertad, si bien el uso de estas alternativas, frente a la de 6, debe ser evaluada teniendo en cuenta posibles aplicaciones complementarias o futuras del robot. Las características del paletizado, recomiendan una programación en la que sea fácil la indexación de las posiciones de destino del robot, de manera que todas las localizaciones del mosaico puedan ser definidas a partir de una posición inicial. Por ello la programación textual es la más adecuada, utilizando instrucciones que calculen la posición del destino del robot a partir de la inicial y de los adecuados desplazamientos. Si bien la capacidad de carga del robot dependerá del peso de los productos a paletizar, por lo general, y en particular en la imagen mostrada, se precisa de robots con una capacidad de carga media de 50 a 150 kilogramos.

Por tanto, respondiendo de manera directa a las cuestiones del enunciado se tendrá:

Aplicación en la que trabaja el robot	Paletizado
Tipo de configuración del robot	Articular
Modo de programación que se le presupone	Textual
Capacidad de carga	50-150 kg
Número de grados de libertad	6 (existen robots articulares de 4 gdl específicos para paletizado)

Ejercicio 10.2

Indicar si las siguientes afirmaciones, referidas a un robot aplicado a la soldadura al arco, son verdaderas o falsas

- a) Es imprescindible una elevada capacidad de carga.
- b) Es imprescindible un control continuo de trayectoria.
- c) Es imprescindible el uso de sensores externos para realizar movimientos acomodativos.
- d) Es imprescindible el manejo de E/S digital.

Solución:

Un robot de soldadura al arco maneja una antorcha de soldadura cuyo peso es ligero. Su trabajo se desarrolla siguiendo el perfil tridimensional de las piezas a unir mientras se aplica al cordón de soldadura. Las incertidumbres en el acabado de las piezas a unir, en su fijación en los utillajes o en la ubicación de estos mismos, puede ser opcionalmente resuelta incor-

porando al robot un sistema de seguimiento de cordón. El proceso de soldadura debe quedar integrado con el movimiento del robot, tanto en los aspectos básicos (encendido y apagado de la antorcha, alimentación del hilo, etc.) como en los más complejos (adecuación de la tensión e intensidad o la distancia a la pieza).

Estas razones justifican la siguiente respuesta a los apartados del enunciado:

Es imprescindible una elevada capacidad de carga	FALSO
Es imprescindible un control continuo de trayectoria	VERDADERO
Es imprescindible el uso de sensores externos para realizar movimientos acomodáticos	FALSO (no es imprescindible)
Es imprescindible el manejo de E/S digital	VERDADERO

Ejercicio 10.3

El proceso de fabricación del queso Gruyère, acaba con una fase de maduración, en la que los quesos son depositados en una zona de maduración (sótano de maduración) que conserva unas condiciones ambientales constantes de 12 °C y 95% de humedad. Adicionalmente, la atmósfera del sótano de fermentación contiene gas amoniaco. De manera periódica es preciso dar la vuelta al queso. Además, las cortezas de los quesos tienen que ser limpiadas y untadas con una regularidad aproximada de 5 días con determinadas sustancias (principalmente agua salada), a la vez que se controla el grado de maduración. Todo este proceso dura unos 10 meses.

Una determinada fábrica de quesos dispone de un sótano de maduración que cuenta con 2 estanterías lineales, dispuestas en 1 pasillo de 10 metros de largo y 2 metros de alto, en las que se depositan los quesos de 35 kg y forma cilíndrica de 60 cm de diámetro y 10 de alto. De esta manera, dejando el necesario entre quesos y estantes, cada estantería contiene 120 quesos en proceso de maduración (12×10), con un total por consiguiente de 240 quesos en el sótano.



Figura 10.32. Sótano de maduración de queso Gruyère.

Proponer una solución robotizada, para la manipulación que implica el proceso antes indicado, especificando el tipo de robot a utilizar y características, y argumentando las ventajas que esta solución aportaría a la actual manipulación manual.

Nota: la solución propuesta es una aproximación académica, sin el rigor de definición del proyecto necesario en una solución real.

Solución:

Las tareas que se pretende robotizar serían las correspondientes a:

- Entrada de piezas de queso desde el exterior al sistema.
- Colocación del queso en una ubicación determinada de la estantería.
- Volteo periódico de cada pieza, según programa.
- Limpieza del exterior de las piezas y aplicación de sustancias (en una primera fase puede ser realizada manualmente a la vez que se hace un control del estado de maduración).
- Salida de pieza por petición y según grado de maduración.

En la definición de la solución, cabe tener en cuenta entre otras las siguientes particularidades de la aplicación:

- Disposición lineal de las estanterías y su longitud.
- Posicionamiento del robot frente a la pieza mediante desplazamiento XZ y avance Y de distancia fija.
- Rotación de la pinza de valor fijo (180°) para volteo de las piezas.
- Eventual rotación de paso fijo (90°) de la base del robot para la entrada o salida de piezas del sótano o su transporte a la zona de limpieza y aplicación de sustancia.
- Manipulación de alimentos en condiciones de humedad y temperatura que facilitan la proliferación de microorganismos.

Con estos condicionantes se proponen a priori dos posibles soluciones:

La primera consiste en el uso de un robot de tipo cartesiano XZ y con desplazamiento Y a distancia fija (control todo-nada). El cabezal se posicionará en la coordenada X adecuada, elevándose hasta la cota Z, momento en el que la pinza entrará una distancia que puede ser controlada de manera binaria. El giro de la pieza se debe de hacer fuera de la estantería, mediante un volteo de 180° del alabeo de la pinza. Se incorpora, además, la capacidad de desplazar desde el centro al lateral del cabezal las piezas extraídas permitiendo así la entrada y salida por los extremos del pasillo. Los desplazamientos XZ del robot y su servo control se conseguirán mediante unidades lineales modulares comerciales. El avance y retroceso de la pinza frente a la estantería, el volteo de las piezas y los desplazamientos centro lateral de las piezas, se realizará mediante un control todo nada. Todos los actuadores serán eléctricos evitando la conducción de aire comprimido y el necesario tratamiento previo del aire. La pinza estará dotada de sensores de presencia que le ayuden a centrarse sobre la pieza, en caso de desajustes, y garanticen en todo momento que no se producen colisiones con los quesos o estantería.

La segunda alternativa consistiría en el uso de un robot manipulador articular comercial montado sobre vía. Puede considerarse la posibilidad de que la vía sea aérea, quedando el ro-

bot suspendido y de esta manera permitiendo el paso de personas al interior del pasillo en caso de necesidad. En caso de que la distancia entre las dos estanterías del pasillo no permita el giro sobre el eje vertical del robot para enfrentarse a ambas estanterías, el giro puede realizarse fuera del pasillo, debiendo de planificarse las acciones de modo que se procese el mayor número de quesos sobre una de las estanterías antes de girar para procesar las de la otra.

Un enfoque alternativo a los anteriores sería el de sustituir el desplazamiento longitudinal a lo largo de la estantería mediante vía, por un robot móvil que dispondría de mayor capacidad de movimiento siendo por ello adecuado a instalaciones con varios pasillos (véase Figura 10.33 www.sugnaux.com).



Figura 10.33. Robot específico para el curado de quesos. (Cortesía Sugnaux).

En ambos casos el peso del queso, incrementado en el peso del útil terminal, determina la capacidad del carga del robot (unos 50 kg). El alcance vertical del mismo debe ser superior a los 2 metros. Dado que el número de piezas a manipular por unidad de tiempo es bajo, no se precisan velocidades ni aceleraciones elevadas, por lo que las inercias serán limitadas a pesar del peso de la carga.

El sistema de control del robot, deberá estar conectado con un ordenador de gestión del sótano de maduración, responsable de determinar los ciclos de manipulación, gestionar la ubicación y posible rotación de los quesos en la estantería, gestionar la salida de quesos de acuerdo a su tiempo de maduración, y desarrollar un adecuada interfase con el usuario.

En ambos casos, se deberá prever una zona al final del pasillo para mantenimiento del robot, sirviendo, además, como zona de vía muerta para el caso en que se deba trabajar manualmente en la estantería.

Las ventajas de la robotización del proceso son en primer lugar las derivadas del entorno de trabajo (temperatura baja, humedad elevada, presencia de gas amoniaco, necesidad de garantizar la higiene). En segundo lugar las derivadas de la mecanización de la gestión. El uso de un sistema informático y la no intervención humana garantiza el desarrollo preciso del plan de maduración establecido y el conocer en todo momento el estado preciso de cada queso.

10.5. BIBLIOGRAFÍA

- [APPLETON-87] E. Appleton y D. J. Williams, *Industrial Robot Applications*, Halsted Press, John Wiley and Sons y Open University Press, 1987.
- [BALAGUER-04] C. Balaguer, «Nowadays trends in robotics and automation in construction industry: Transition from hard to soft robotics», 21st International Symposium on Automation and Robotics in Construction (ISANRC-04), Corea del Sur, 2004.
- [DRAUGHTON-93] R. N. Draughton, «Robotic ultrahigh-pressure waterjet cutting», en: *Robotics for Competitive Industries*, Mechanical Engineering Publications Limited, Londres, 1993.
- [ENGELBERGER-80] J. F. Engelberger, *Robotics in Practice*, Kogan Page, Londres, 1980.
- [ENGELBERGER-89] J. F. Engelberger, *Robotics in Service*, Kogan Page, Londres, 1989.
- [FOGLE-93] Fogle, R. F., «Robots and teleoperators in radioactive applications», en: *Robotics and Remote Systems for Hazardous Environments*, Ed. M. Jamshidi y P. J. Eicker, Prentice-Hall, 1993.
- [GROOVER-89] M. P. Groover, *et al.*, «Aplicaciones de robot en fabricación», en: *Robótica industrial. Tecnología, programación y aplicaciones*, McGraw-Hill, Madrid, 1989.
- [IFR-04] International Federation of Robotics and United Nations. *World Robotics 2004. Statistics, Market Analysis, Forecast, Case Studies and Profitability of Robot Investment*, United Nations Publications, 2004.
- [IFR-05] International Federation of Robotics and United Nations. *World Robotics 2005. Statistics, Market Analysis, Forecast, Case Studies and Profitability of Robot Investment*, United Nations Publications, 2005.
- [LARCOMBE-84] Larcombe y J. R. Halsall, *Robotics in Nuclear Engineering*, C.E.C., EUR 9312EN, 1994.
- [NOF-99] S. Y. Nof, *Handbook of Industrial Robotics*, John Wiley & Sons, 1999.
- [NOSTRAND-90] J. W. Nostrand y E. L. Sampson, «Robots in Service Industry», en: *Concise International Encyclopedia of Robotics*, Editor R. C. Dorf, John Wiley & Sons, 1990.

- [OPPENHEIM-90] J. J. Oppenheim, «Robots in Construction», en: *Concise International Encyclopedia of Robotics* (Editor. R. C. Dorf), John Wiley and Sons, 1990.
- [RODRÍGUEZ-05] F. Rodríguez Díaz y M. Berenguer «Control y Robótica en Agricultura», Universidad de Almería. Servicio de publicaciones, 2005.
- [SCHRAFT-02] R. D. Schraft y G. Schmiederer, *Service Robots*, AK Peters, 2000.

CAPÍTULO 11

Fundamentos de teleoperación

Más vale acia que fuerza de oficial
Refranero Popular

Desde muy antiguo, el hombre ha venido utilizando distintas herramientas para poder aumentar el alcance de su capacidad de manipulación. En un principio no se trataba más que de palos utilizados para, por ejemplo, hacer caer la fruta madura de un árbol. También ha sido frecuente el uso de herramientas para transportar o manipular piezas cándentes o peligrosas para el ser humano como, por ejemplo, las tenazas de un herrero. A mediados del siglo pasado se vió la necesidad de tener que manipular materiales con propiedades radioactivas, y fue entonces cuando se comenzaron a desarrollar dispositivos más complejos para la manipulación a distancia. Estos desarrollos desembocaron, finalmente, en lo que se conoce como sistemas de teleoperación maestro-esclavo, en los que un manipulador denominado esclavo reproduce fielmente los movimientos marcados por un dispositivo o manipulador maestro, controlado a su vez manualmente por un operador humano. Se puede decir que es entonces cuando la teleoperación cobra importancia como tecnología.

De forma general, la teleoperación comprende todas aquellas tecnologías que permiten a un ser humano operar a distancia, con aplicación específica a la realización de tareas impredecibles y/o no repetitivas en ambientes hostiles y/o inaccesibles. También como teleoperación se entiende la acción propiamente dicha de operar a distancia.

En los últimos años, se ha experimentado un renovado interés en las tecnologías de teleoperación y al mismo tiempo una apertura a nuevos campos de aplicación, como el espacial o la cirugía, diferentes del nuclear y submarino, donde la teleoperación tuvo su origen y evolución principal durante muchos años. Esto se ha debido a que poco a poco, con la ayuda de nuevos desarrollos en computadores digitales y la integración de tecnologías propias de la robótica y la inteligencia artificial, las prestaciones de los sistemas de teleoperación han aumentado considerablemente. Se han desarrollado, además, nuevos elementos que mejoran la eficiencia de la manipulación, como pueden ser novedosos diseños de dispositivos de entrada y nuevas técnicas de control, como puede ser el control supervisado.

La teleoperación, por tanto, puede considerarse hoy en día como una tecnología madura que forma parte de la robótica, aunque sus orígenes fueran bien distintos. En ambas tecnologías el objetivo fundamental es el realizar el control de un brazo articulado de varios grados de libertad, con la diferencia que en la teleoperación es el operador, y no un programa, el que comanda en todo momento al manipulador, con la posibilidad de que existan diversos modos de acoplamiento entre ambos.

Este capítulo está dedicado a proporcionar los fundamentos básicos en teleoperación (con especial referencia a la teleoperación de manipuladores) imprescindibles para todo aquel que quiera conocer a fondo el campo de la robótica hoy en día sin dejar de lado ninguna de sus vertientes.

11.1. ANTECEDENTES HISTÓRICOS

A principios del siglo XX se tomó conciencia por primera vez del peligro que comportaba trabajar cerca de materiales radiactivos. Dado que la intensidad de radiación disminuye con el cuadrado de la distancia, se adoptó como primera solución utilizar pinzas de manipulación, más o menos sofisticadas, para separar al operador del material radiactivo más allá de medio metro, disminuyendo así el riesgo de contaminación de forma ostensible. A medida que el trabajo con materiales contaminados aumentaba, se vio la necesidad de manejar determinadas sustancias especialmente peligrosas mediante pinzas de accionamiento remoto, colocadas a través de una barrera de protección, generalmente una pared de plomo. El trabajo se llevaba a cabo de forma especialmente incómoda, pues los movimientos de las pinzas se encontraban restringidos a su paso por la barrera, y la visión de la zona de trabajo tenía que realizarse a través de espejos.

Ante este problema se construyeron una serie de manipuladores, tanto eléctricos como hidráulicos, con un control independiente para cada eje, con el objetivo de mover piezas y objetos radioactivos varios. El principal problema de estos manipuladores era la lentitud y no tener ningún tipo de control sobre el esfuerzo que se ejercía con los mismos sobre los materiales y el entorno.

En 1947 comenzaron las primeras investigaciones, lideradas por Raymond Goertz del *Argonne National Laboratory* en Estados Unidos, encaminadas al desarrollo de algún tipo de manipulador de fácil manejo a distancia mediante el uso por parte del operador de otro manipulador equivalente. El primer fruto se obtuvo en 1949 con el desarrollo de un manipulador teleoperado mecánico, denominado M1 [GOERTZ-64], antecesor de toda la familia de sistemas maestro-esclavo de telemanipulación existentes actualmente. El mecanismo de este sistema permitía que la pinza, situada en el extremo del manipulador esclavo, reprodujese de forma fiel los movimientos realizados por la mano del operador al extremo, en forma de mango, del manipulador maestro. Ambos manipuladores eran prácticamente iguales, y los movimientos entre ambos se reproducían eje a eje, de tal manera que el extremo de ambos describiese la misma trayectoria separados unos metros.

El sistema M1 se fue mejorando durante varios años, llegándose a desarrollar hasta ocho modelos distintos. La Figura 11.1 muestra el sistema maestro-esclavo denominado M8. Se consiguió aumentar la velocidad de realización de tareas con respecto a los primeros mani-



Figura 11.1. Sistema de telemanipulación maestro-esclavo M8. (Cortesía de CRL).

puladores en un factor entre 10 y 100 veces. A pesar del gran avance realizado, estos sistemas poseían una serie de desventajas: a) el esclavo y el maestro se hallaban unidos solidariamente entre sí y con las instalaciones, b) el volumen de trabajo era muy limitado, c) la relación unitaria entre fuerzas llevaba generalmente al operador a tener que utilizar las dos manos en vez de una y d) el tiempo de realización del trabajo era ocho veces más que si el trabajo se realizase con las propias manos.

A principios de los años cincuenta se comenzaron los desarrollos encaminados a motorizar ambos manipuladores, maestro y esclavo, de una forma adecuada [GOERTZ-51]. Fue en 1954 cuando Goertz presentó el primer manipulador maestro-esclavo con servocontrol eléctrico en ambos manipuladores. Se denominó E1 y se trataba de un sistema bilateral, es decir, si se movía el extremo del esclavo de forma directa, el maestro seguía ese movimiento, o de otra manera, si el operador movía el maestro y la pinza del esclavo se encontraba con alguna resistencia, esta resistencia se transmitía a la mano del operador, impidiéndole proseguir con su movimiento. Se llegaron a construir hasta cuatro modelos distintos, y las principales ventajas que aportó su desarrollo fueron: a) la capacidad de separar a la distancia deseada al manipulador maestro del esclavo, b) la facilidad en el cambio o escalado de la fuerza reflejada al operador y c) la facilidad en la construcción de maestro y esclavo en distintos tamaños.

En los años siguientes distintos laboratorios de todo el mundo, especialmente en Estados Unidos y Francia, se pusieron a trabajar en esta prometedora área [VERTUT-85A] (Figura 11.2). Aunque no se tienen muchos datos de la Unión Soviética, es de esperar que también se comienzasen a realizar avances en ella relativos a este campo [KULESHOV-88].

A finales de los años cincuenta, se comenzaron a aplicar estas tecnologías, hasta ese momento confinadas a la industria nuclear, al campo de las prótesis humanas y de la rehabilitación en general. En los años sesenta, se extendieron las investigaciones hasta el campo de las aplicaciones submarinas, siendo los sistemas cada vez más sofisticados, especialmente por la inclusión de cámaras y otros dispositivos para aumentar la sensación de presencia del operador en el entorno remoto.

A finales de los años sesenta y principios de los setenta, la tecnología de la teleoperación alcanzó su mayoría de edad con su utilización en aplicaciones espaciales. Aparecieron nuevos retos y problemas, siendo de especial relevancia la existencia de retardos temporales en la comunicación entre la zona local (donde se encuentra el operador con el dispositivo de entrada) y la zona remota (donde se encuentra el manipulador esclavo). También en estos años, la in-

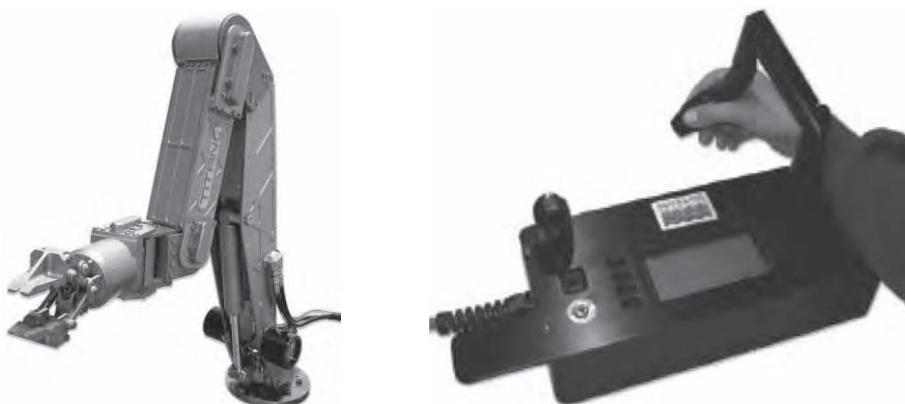


Figura 11.2. Sistema de telemanipulación TITAN 4.
Manipulador esclavo y manipulador maestro. (Cortesía de Schilling Robotics Inc.).

dustria nuclear potencia sus investigaciones en el campo de la teleoperación, desarrollándose en Francia el conocido modelo MA23 y en Estados Unidos el SM-229, ambos de tipo bilateral y todavía con unidades en funcionamiento. A este último modelo, originalmente con control analógico, se le implantó un control digital en el *Oak Ridge National Lab* (ORNL), convirtiéndose en el primer sistema teleoperado maestro-esclavo con control digital del mundo.

Desde los años ochenta, los avances realizados en los sistemas de teleoperación, y en concreto, en cuanto a su control se refiere, han venido marcados por su utilización en misiones espaciales y en cirugía y por la progresiva utilización de tecnologías propias de la robótica.

Para un repaso exhaustivo por la historia de la teleoperación y la descripción técnica de los distintos progresos realizados en cada una de las distintas familias de manipuladores, consultar [VERTUT-85A].

11.2. DEFINICIÓN DE NUEVOS TÉRMINOS

En este epígrafe, se van a definir una serie de términos relacionados con teleoperación, acotando el significado más comúnmente aceptado de cada uno de ellos, intentando al mismo tiempo, mantener una coherencia terminológica entre todos [PEÑIN-98A].

Hay que hacer notar que en algunos casos, se ha tomado la acepción del término que más se ha encontrado en la bibliografía durante su utilización, aunque contradiga en algún punto a alguna definición dada ex profeso. También es necesario señalar que no se ha de ser muy estricto, y que un grado de flexibilidad en la aceptación de los matices ayudará a tener, por lo menos, un marco de referencia fiable con el que poder expresarse con claridad.

Los términos a definir se pueden clasificar en dos grandes grupos: aquellos relacionados con la propia tecnología de actuación sobre el entorno o la manipulación, y aquellos relacionados con la realimentación sensorial.

11.2.1. Definición de términos relacionados con la manipulación

En primer lugar, es necesario definir el término de teleoperación.

Teleoperación: conjunto de tecnologías que comprenden la operación o gobierno a distancia de un dispositivo por un ser humano. Por tanto, *teleoperar* es la acción que realiza un ser humano al operar o gobernar a distancia un dispositivo; mientras que un *sistema de teleoperación* será aquél que permita teleoperar un dispositivo, que se denominará *dispositivo teleoperado*.

Se puede teleoperar una cámara, una válvula, un manipulador, un vehículo submarino o un robót móvil. El dispositivo generalmente será de tipo móvil e interaccionará de una forma muy directa con el entorno. Si el dispositivo teleoperado es específicamente un manipulador, se hablará entonces de telemanipulación:

Telemanipulación: conjunto de tecnologías que comprenden la operación o gobierno a distancia por un ser humano de un manipulador. Por tanto, *telemanipular* es la acción que realiza un ser humano al operar o gobernar a distancia un manipulador; mientras que un *sistema de telemanipulación* será aquél que permita teleoperar un manipulador, que se denominará *manipulador teleoperado*.

En este libro, se utilizará el término teleoperación o telemanipulación de forma indistinta para hacer referencia a la teleoperación de un manipulador. Si además el manipulador que

está siendo teleoperado posee las características de un robot, en el sentido de que posee un grado de reprogramación y de adaptación autónoma al entorno, de forma que el operador humano únicamente tenga que comunicarse con él de forma intermitente monitorizando su funcionamiento y cambiando objetivos o planes, se hablará de tele-robot.

Telerrobótica: conjunto de tecnologías que comprenden la monitorización y reprogramación a distancia de un robot por un ser humano. Se tendrá entonces la teleoperación de un robot, que se denominará *telerobot* o *robot teleoperado*.

Generalmente, en lengua inglesa en vez de utilizar el término manipulador teleoperado se prefiere utilizar el término de '*telemanipulator*' o el de '*teleoperator*' [SHERIDAN-92]. La traducción al español de los mismos como *telemanipulador* o *teleoperador* puede llegar a ser confusa, pues da más idea de referirse a la persona que realiza la operación de telemánipular o teleoperar que al propio sistema que le permite realizar la acción. De ahí, que en la nomenclatura de lengua española sea mejor obviar estos términos, aunque es necesario conocer su utilización habitual en la comunidad internacional.

11.2.2. Definición de términos relacionados con la realimentación sensorial

Otro grupo de conceptos relacionados con la teleoperación son aquellos que tienen que ver con la realimentación de información sensorial al operador. Debido a que el entorno de trabajo está alejado del lugar donde se encuentra el operador, éste ha de recibir algún tipo de información que le permita seguir la evolución de la tarea. Es decir, es necesario que el operador se sienta de alguna manera presente en el lugar donde se desarrolla la tarea. La puesta en práctica de esto lleva consigo el desarrollo y aplicación de una nueva serie de tecnologías con sus respectivos conceptos asociados, algunos de los cuales se van a tratar de clarificar aquí.

El primero de los conceptos hace referencia a la base misma de la tecnología, al objetivo primario que se quiere conseguir. Es el concepto de telepresencia:

Telepresencia: situación o circunstancia que se da cuando un ser humano tiene la sensación de encontrarse físicamente en un lugar remoto. La telepresencia se consigue proporcionando coherentemente al ser humano suficiente cantidad de información sobre el entorno remoto.

En el caso de la telemánipulación la manera más básica de conseguir algo de telepresencia es contar con un número adecuado de cámaras de vídeo en la zona remota. Si, además, se puede realimentar al operador las fuerzas de contacto con el entorno o los sonidos que se producen durante el transcurso de la tarea, se tendrá un mayor grado de telepresencia. Por tanto, el objetivo propio de las tecnologías de la telepresencia es hacer sentir al operador lo que sentiría si estuviera en la zona remota. Sin embargo, no hay que confundir el concepto de telepresencia con el de realidad virtual:

Realidad virtual: situación o circunstancia que se da cuando un ser humano tiene la sensación de encontrarse en un lugar distinto de donde físicamente está, gracias a la información generada exclusivamente por un computador. El entorno que se genera, y en el que el operador se encuentra inmerso se denomina *entorno virtual*, y la situación de estar en él, también se conoce como *presencia virtual*.

Como se ve, la realidad virtual se consigue generando información artificial para hacer creer al operador que está en un entorno ficticio, mientras que la telepresencia se alcanza «transportando» hasta el operador información de un entorno real para que éste se sienta

como si estuviera en él. Para conseguir la telepresencia no es imprescindible la utilización de un computador, aunque es una opción frecuente. Mientras que para conseguir la realidad virtual sí es imprescindible el uso de un computador.

Sin embargo hoy en día, estos términos empiezan a entremezclarse, porque se empieza a intentar conseguir telepresencia haciendo uso de algunas ayudas propias de la realidad virtual. Aparece entonces lo que se llama realidad aumentada [AZUMA-97].

Realidad aumentada: situación o circunstancia que percibe un operador cuando la información sensorial que le es realimentada de un entorno es modificada previamente por un computador con el objetivo de añadirle nueva información creada artificialmente, y que no es accesible directamente por los sentidos del operador, aunque éste se encontrase en la zona remota.

Dentro de la realidad aumentada se incluyen la superposición de gráficos sobre imágenes de vídeo para, por ejemplo, colorear los niveles de radiación de una instalación, o la generación de superficies de contacto virtuales para la protección de equipos.

Otro conjunto de términos, en los que no existe un acuerdo claro, son aquellos que tienen que ver con el tipo de información que se realimenta hacia el operador desde la zona remota o el entorno virtual. Sobre todo, la confusión aparece en la diferente nomenclatura utilizada por los investigadores en teleoperación y los investigadores en realidad virtual, también en conflicto con la terminología médica.

Para trabajar en el ámbito de la teleoperación e intentando ser coherente con la terminología médica ya establecida, se propone el siguiente marco de trabajo. Primero, se clasifican las sensaciones somáticas en dos tipos: sensaciones **exteroceptivas** y sensaciones **proprioceptivas**. Las *sensaciones exteroceptivas* son aquéllas nacidas en la superficie del cuerpo, y que en un contacto se manifiestan mediante una realimentación táctil:

Realimentación táctil: realimentación de la sensación de contacto aplicada a la piel. Es medida por los receptores colocados cerca de la piel. Estos receptores poseen un gran ancho de banda (50-350 Hz) y permiten detectar el primer contacto con el entorno, conocer la geometría de la superficie, su rugosidad y su temperatura.

Las *sensaciones proprioceptivas* se refieren al propio estado interno del cuerpo, e incluyen la realimentación *cinestésica* o de fuerzas y la misma *propiocepción*.

Realimentación cinestésica o de fuerzas: realimentación de la sensación de una resistencia al avance o un peso que hace referencia a la excitación de los sensores colocados en los músculos y tendones, unidos a huesos y articulaciones, y que transmiten a la espina dorsal y al cerebro las tensiones y fuerzas que se producen durante el movimiento (ineriales o de contacto). Se trata de receptores con poco ancho de banda y que proporcionan información sobre la fuerza total de contacto, así como el peso y deformabilidad de un objeto.

Propiocepción: capacidad de un ser humano de conocer la disposición estática de cada uno de sus miembros. Hace referencia a la sensación de posición estática. Esta capacidad está basada en los receptores localizados en las articulaciones del esqueleto, en el oído y en impulsos generados por el sistema nervioso central.

En un sistema de teleoperación, si se considera que el manipulador esclavo es un miembro (brazo) del operador, la mayor o menor capacidad con que el sistema dote al operador para que éste sepa en cada momento dónde se encuentra el manipulador remoto con respecto al entorno y a su punto de vista, dotará al operador de mayor o menor **telepropriocepción**.

La realimentación táctil aparece únicamente durante el contacto, mientras que la realimentación de fuerzas puede darse sin contacto, pues éstas pueden deberse a un peso o a fuer-

zas iniciales. Además, la realimentación de fuerzas se opone activamente al movimiento libre de la mano o el brazo, mientras que la realimentación táctil es del todo pasiva. Sin embargo, en el caso de existir contacto, estos dos conceptos pueden englobarse en uno sólo, que se denomina realimentación háptica (*hapthai* es un término del griego relativo al tacto):

Realimentación háptica: realimentación de la sensación de contacto, ya sea de tipo táctil o de fuerzas.

De aquí, que a los dispositivos capaces de realimentar al operador sensaciones táctiles y de fuerza se les denomine interfases hápticos (*haptic interfaces*), aunque es necesario hacer notar que algunos autores al utilizar este término únicamente se refieren a la realimentación táctil.

11.3. ELEMENTOS Y ARQUITECTURA DE UN SISTEMA DE TELEOPERACIÓN

Si en la robótica industrial el principal elemento es el propio robot con su armario de control, un sistema de teleoperación cuenta además del sistema teleoperado, ya sea manipulador o robot móvil, con otros elementos igualmente necesarios. Además, no existe una única configuración posible de esos elementos dentro del sistema de teleoperación, y su interrelación puede ser de muy distinta naturaleza. Es decir, que dentro de una arquitectura general, pueden existir diversas implementaciones específicas. Ambos aspectos —elementos y arquitectura— son tratados con detalle en este epígrafe.

Finalmente, se realiza una breve comparación entre la robótica y la teleoperación, principalmente de manipuladores. Primero, desde el punto de vista de los elementos que intervienen en una y en otra y, posteriormente, desde el punto de vista de su evolución y utilidad.

11.3.1. Elementos de un sistema de teleoperación

Como se vio en el Capítulo 1, un robot industrial prácticamente está compuesto por dos únicos elementos: un brazo manipulador y un armario de control. Para que el robot pueda ser fácilmente programable, se le suele añadir una unidad simple de programación. La forma de trabajar está dividida en dos partes bien diferenciadas. En la primera, el operador programa el robot, indicándole las acciones y movimientos que tiene que realizar en cada momento. En la segunda fase, que es la fase de trabajo del robot propiamente dicha, éste ejecuta el programa una y otra vez de forma automática, estando únicamente bajo las órdenes y la supervisión del armario de control.

Se ha explicado esta forma de trabajar con un robot industrial como contraste de la forma de trabajar con un sistema de teleoperación, y para poder justificar los distintos elementos que lo componen. La primera diferencia está en que en un sistema de teleoperación es necesario contar con un operador humano, que ha de estar siempre presente durante la realización de la tarea; pero, es más, a no ser que se esté teleoperando un robot, es el propio operador el que cierra en todo momento el bucle de control más externo.

A continuación, se va a describir la forma más habitual de trabajar con un sistema básico de telemanipulación, pero aunque es la más general hay que tener en cuenta que no es la única posible. Primero, el operador maneja un manipulador maestro (o en el caso general, un dispositivo de control) para indicar los movimientos y demás acciones (abrir/cerrar de la pinza, etc.) del manipulador esclavo que realiza el trabajo en la zona remota. Como esta zona suele ser peligrosa (contaminada, con radioactividad, etc.), o estar a una considerable distancia (espacio

exterior, profundidades marinas, etc.), es necesario contar con algún tipo de interfaz que proporcione algo de telepresencia al operador. Lo más básico es contar con un interfaz visual que le permita ver los objetos del entorno y cómo se mueve el sistema teleoperado. En este caso, unas cámaras con sus correspondientes monitores suelen ser los equipos más frecuentes. Para aumentar más la telepresencia, se puede contar, además, con un sistema para la realimentación sobre el operador de las fuerzas de reacción que siente el dispositivo teleoperado en su interacción con el entorno. Para ello, se tendrá que contar con los respectivos sensores de fuerza/par en el esclavo y los respectivos actuadores sobre el dispositivo de entrada.

Tanto para la transmisión de las señales desde el maestro hacia el esclavo y viceversa, es necesario que existan unos buenos canales de comunicación, adaptados a las necesidades de ancho de banda y a los requerimientos propios del entorno en el que se trabaja (ruidos electromagnéticos, contaminación, etc.). Generalmente, en los sistemas un poco más avanzados se cuenta con un computador encargado de procesar todo este flujo de señales y de adaptarlas o utilizarlas para otros fines cuando sea necesario (diferente cinemática existente entre maestro y esclavo, ayudas gráficas, etc.).

En resumen, de forma general, un sistema de teleoperación consta de los siguientes elementos (véase Figura 11.3):

1. *Operador o teleoperador*: ser humano que realiza a distancia el control de la operación. Su acción puede ir desde un control continuo hasta una intervención intermitente, con la que únicamente se ocupa de monitorizar y de indicar objetivos y planes cada cierto tiempo.
2. *Dispositivo teleoperado*: podrá ser un manipulador, un robot, un vehículo o dispositivo similar. Es la máquina que trabaja en la zona remota y que está siendo comandada o controlada por el operador.
3. *Dispositivos de control*: conjunto de dispositivos que permiten la interacción del operador con el sistema de teleoperación, permitiendo generar comandos (por ejemplo, joysticks o manipuladores maestros).
4. *Dispositivos de realimentación*: dispositivos que realimentan al operador algún tipo de información de la zona remota (por ejemplo, monitores de vídeo).
5. *Control y canales comunicación*: conjunto de dispositivos que modulan, transmiten y adaptan el conjunto de señales que se transmiten entre la zona remota y la local. Generalmente, se contará con uno o varias unidades de procesamiento.
6. *Sensores*: conjunto de dispositivos que recogen la información de la zona remota para ser utilizada por el interfaz y el control.

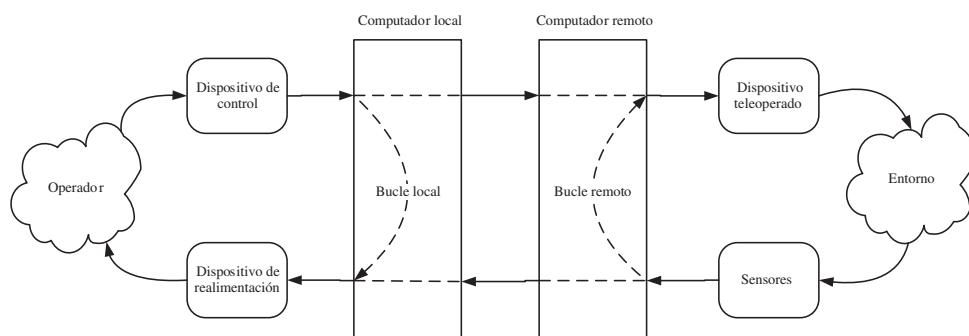


Figura 11.3. Elementos básicos de un sistema de teleoperación.

11.3.2. Arquitectura de control de un sistema de teleoperación

En esta apartado se presenta la arquitectura genérica de un sistema de teleoperación como generalización de los elementos básicos anteriormente citados, identificando y describiendo sus elementos principales. Previamente, se describen algunos conceptos básicos sobre niveles de control en teleoperación.

Control manual y control supervisado

El grado y modo de intervención en la realización de la tarea con un sistema de teleoperación podrá variar según circunstancias y necesidades. En la Figura 11.4 se muestran diversos grados de control, desde un control totalmente manual a un control totalmente automático. En este último caso ya no se estaría trabajando con un sistema de teleoperación, sino con un sistema robotizado.

Entre estos dos extremos se tiene en primer lugar un control manual en el que las señales de control y realimentación son procesadas por un ordenador, principalmente para adecuarlas a las necesidades del dispositivo teleoperado o del operador, como por ejemplo, el escalado de los comandos. En este esquema el operador sigue teniendo el control total del sistema y de la generación de comandos.

Cuando ciertos bucles de control se cierran a través de un ordenador sin que lleguen al operador, se hablará de control supervisado. Es lo que se representa en el esquema tercero y cuarto de la Figura 11.4. Lógicamente, existirán distintos grados de supervisión posibles, en los que operador se verá más o menos liberado de realizar ciertas tareas.

En el tercer esquema, el operador todavía mantiene un cierto grado de control y genera comandos de forma continua, mientras el ordenador se encarga de forma autónoma de adaptar o mejorar los comandos manuales o de cerrar bucles de control complementarios. En este tipo de control supervisado existen dos opciones dependiendo de cómo se comparta temporalmente la realización de la tarea entre el operador y el sistema de control:

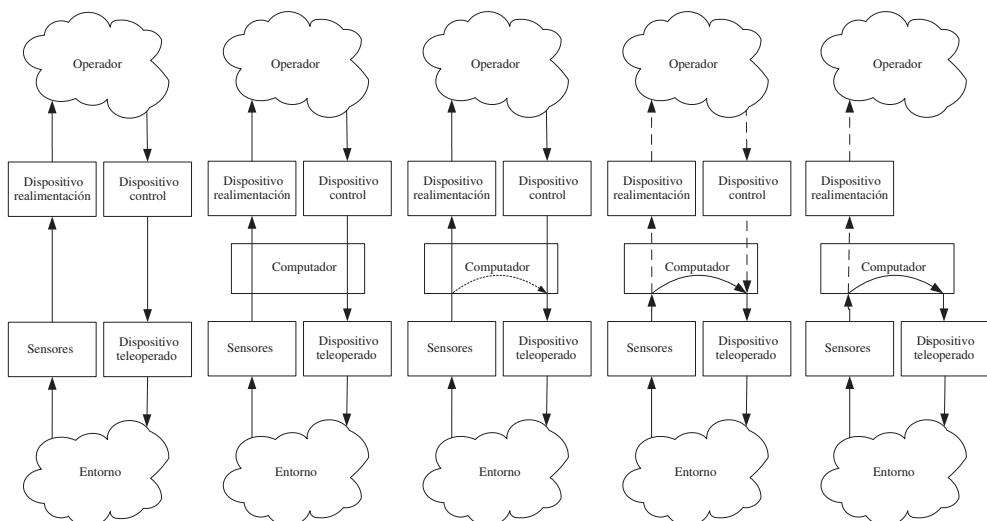


Figura 11.4. Niveles de modo de control remoto. Adaptado de [SHERIDAN-92].

- Control compartido (*shared control*): ambos comparten la ejecución de la tarea simultáneamente, relevando o ayudando el computador al operador en la operación.
- Control negociado (*traded control*): computador y operador trabajan de forma alternativa. El computador se encarga de ejecutar tareas sencillas de forma automática y el operador de aquellas que impliquen un grado mayor de complejidad o de decisión.

Finalmente, en el cuarto esquema la mayor parte del control la realiza el computador. El operador se ocupa principalmente de la generación intermitente de comandos de alto nivel, que son interpretados y transformados por el ordenador a comandos de bajo nivel para los actuadores. El propio ordenador es el que se encarga de cerrar todos los bucles de control en la zona remota, enviando información al operador para que éste sepa como transcurre el desarrollo de la misma. Este tipo de control es especialmente útil para situaciones en las que existe un retardo en las comunicaciones entre la zona local y la zona remota.

Una particularización de este tipo de control supervisado es lo que se denomina tele-programación. En ella, los comandos del operador se generan a través de la interpretación que hace el computador de cómo realizar la tarea tras ser ejecutada por el operador en un entorno virtual que modela de forma realista el entorno de la zona remota.

El control supervisado y la tele-programación, serán tratados con más detalle en el Epígrafe 11.8.

Arquitectura genérica de un sistema de teleoperación

La Figura 11.5 muestra una arquitectura genérica de un sistema de teleoperación, con los bloques de procesamiento y los canales de comunicación. Consiste en una generalización con mayor grado de detalle del sistema básico presentado en el apartado anterior. Dependiendo de la implementación particular de un sistema de teleoperación, habrá ciertos bloques o canales que no estarán presentes, así como la información que fluye por el sistema de un bloque a otro será distinta.

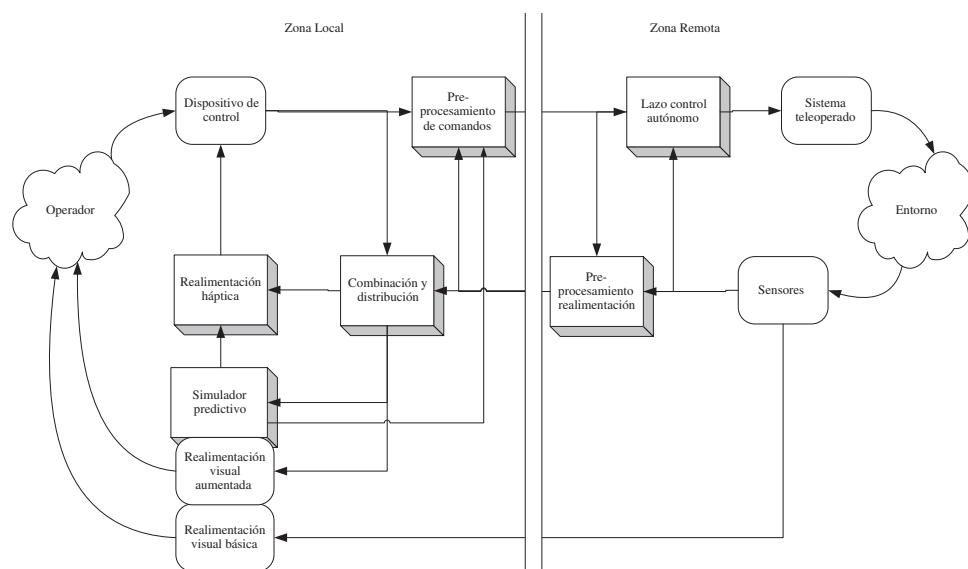


Figura 11.5. Arquitectura genérica de un sistema de teleoperación.

A continuación, se describe la funcionalidad de cada uno de los bloques principales de esta arquitectura.

- *Dispositivo de control:* es el dispositivo que controla el operador, generalmente un joystick o un brazo maestro articulado, con el que se generan los comandos hacia el dispositivo teleoperado. A este dispositivo también le pueden llegar órdenes provenientes de bloque que representa la realimentación háptica de fuerzas.
- *Pre-procesamiento de comandos:* este bloque representa el procesamiento de las señales generadas por los dispositivos de la zona local y que contienen los comandos a enviar a la zona remota. Los comandos pueden venir principalmente del dispositivo de control o de un simulador predictivo. Se pueden combinar con señales provenientes de la zona remota para adaptarlos según el estado medido del dispositivo teleoperado.
- *Lazo de control autónomo:* dependiendo del grado de autonomía, generalmente existe un lazo de control autónomo, que basado en los comandos provenientes de la zona local y de los propios sensores en el dispositivo teleoperado, modifica o adapta los comandos o incluso genera órdenes nuevas.
- *Sistema teleoperado:* se trata en sí del dispositivo teleoperado que está bajo el control del operador a través del sistema de teleoperación. Tendrá unos sensores, que dependiendo del tipo de realimentación existente en el sistema, enviará distintos tipos de medidas a la zona local, entre ellas generalmente imágenes.
- *Preprocesamiento de realimentación:* este bloque representa el procesamiento de las señales de realimentación que se envían desde la zona remota a la zona local. Las señales se preparan y combinan en conjunto con los comandos recibidos y se envían a la zona local.
- *Combinación y distribución de información:* en este bloque se concentra toda la información proveniente de la zona remota, que comparada con los comandos que se están generando, proporcionan información útil tanto para la posible realimentación de fuerzas como para una realimentación visual, ya sea a través de simulador predictivo u otras formas de representación.
- *Realimentación visual básica:* dispositivos básicos de realimentación de la información visual. Comúnmente monitores de vídeo.
- *Realimentación visual aumentada:* representa pantallas en las que se representa en forma de gráficos información proveniente de la zona remota. Puede ser directamente información en crudo o convenientemente tratada. Generalmente, está íntimamente ligada a un simulador, como se verá a continuación.
- *Simulador:* muchos de los sistemas de teleoperación cuentan con un simulador en la zona local. Puede tratarse de un simulador predictivo, muy útil para prever el resultado de los comandos en sistemas con retardos en la comunicación entre zona local y zona remota. Pero también puede estar dotado de algo más de inteligencia y ser capaz de, a partir de los comandos básicos generados por el operador mediante el dispositivo de entrada, crear los comandos finales a transmitir a la zona remota.
- *Realimentación háptica:* como se verá más adelante, los sistemas de teleoperación pueden también incluir un sistema de realimentación de fuerzas directamente sobre el brazo o la mano del operador, a través del dispositivo de control. Es lo que se conoce como realimentación háptica. La generación de esta fuerza puede estar basada directamente en la fuerza de contacto medida en la zona remota, o incluso basada en un modelo existente en el simulador.

11.3.3. Teleoperación frente a robótica

Los robots desde sus orígenes han estado confinados a los talleres, especialmente los de la industria automovilística y asociadas. Su utilidad radica en la capacidad de realización de una tarea más o menos simple de un forma repetitiva, aportando mayor rapidez, uniformidad y calidad que un operador humano. Al mismo tiempo, su aplicación libera al operador de un trabajo monótono y las más de las veces perjudicial para su salud.

Atendiendo a la definición de robot dada en el Capítulo 1, puede decirse que un robot manipulador es una cadena cinemática articulada, reprogramable en sus movimientos y con una capacidad mayor o menor de manipulación. Poder programar de antemano los movimientos de un robot implica conocer con cierto detalle el entorno en el que éste va a moverse, especialmente la posición y orientación de las piezas a manipular, y la secuencia detallada de movimientos y operaciones automáticas que se han de realizar.

De todo lo dicho cabe resumir que los robots industriales actuales se diseñan, y por tanto se aplican, en la realización de tareas predecibles y repetitivas. Cuando la operación o tarea no puede estructurarse de una forma definida porque el entorno es variable, no se conoce o la tarea no es fija, entonces un robot industrial no podrá ser utilizado. Habrá que recurrir a la inteligencia y capacidad de adaptación de un ser humano. El problema aparece cuando el entorno en el que se tiene que realizar la tarea es especialmente hostil, como puede ser la manipulación de materiales radioactivos o tóxicos, el espacio exterior o las profundidades submarinas. Es en estas situaciones donde el concepto de teleoperación o telemánipulación toma sentido. Como ya se ha comentado, la teleoperación comprende todo aquel conjunto de tecnologías que permiten a un ser humano operar a distancia, siendo especialmente útil en la realización de tareas impredecibles a priori y/o no repetitivas en ambientes hostiles o inaccesibles. En estas situaciones se tiene que seguir contando con la inteligencia de un operador, que es el que toma las decisiones.

Aunque tradicionalmente la robótica y la teleoperación han llevado caminos separados, sin embargo tratan con el mismo tipo de dispositivos: los manipuladores. El que una, la robótica, trabaje de forma automática en entornos estructurados y generalmente fijos y con operaciones repetitivas; y la otra, la telemánipulación, centre su aplicación en entorno complejos, impredecibles y normalmente hostiles, define por sí mismo cómo cada una de ellas ha venido abordando el mismo problema: el de la manipulación.

Es interesante realizar una breve comparación entre ambas tecnologías, no desde el punto de vista de las aplicaciones, sino desde el punto de vista del tipo de manipulador y control que se emplea (véase Tabla 11.1). Así, en un robot industrial el principal parámetro de control

Tabla 11.1. Comparación entre un manipulador de un sistema de telemánipulación y un robot industrial

Característica	Sistema de teleoperación	Robot industrial
Velocidad extremo	0,1 m/s	3 m/s
Juego angular	Medio bajo	Sin juego angular
Control	Desde maestro	Desde programa
GDL	6 GDL más herramienta	4-6 GDL más herramienta
Dinámica del manipulador	Baja inercia	Alta inercia y rigidez
Cinemática manipulador	Parecida al brazo humano	Dependiente de la tarea
Precisión y repetibilidad	No es importante	Muy importante, hasta 0,01 cm
Herramienta	Pinza propósito general	Intercambiable
Reversibilidad	Alguna	Ninguna
Flexibilidad	2,5-5 cm a plena carga	0,025-0,125 cm plena carga

lo constituye el posicionamiento preciso de su extremo o de la herramienta. Además, se requerirá normalmente que éste se mueva a una velocidad elevada, unos 3 m/s, para así disminuir el tiempo de ciclo de la operación. En cambio, en un manipulador teleoperado es la fuerza que éste ejerce sobre el entorno lo verdaderamente importante, y no tiene sentido hablar de su posicionamiento preciso, de la misma manera que no tiene sentido hablar de ello con respecto al posicionamiento de la mano. Además, la velocidad del movimiento no será, superior a la de un brazo humano, que es de un máximo de 0.1 m/s durante la realización de una operación estándar.

Otra diferencia importante se encuentra en la estructura mecánica empleada. Los robots industriales suelen tener cadenas cinemáticas con articulaciones prismáticas o rotativas de 4 a 6 grados de libertad, combinadas según su funcionalidad, y con efectores finales de diseño muy específico y ligados a la aplicación, colocados en el extremo de la cadena. En cambio, los manipuladores teleoperados adoptan configuraciones basadas en articulaciones rotativas en serie (salvo excepciones muy especiales en las que se puede usar cadenas paralelas) con 6 grados de libertad y asemejándose en lo posible al movimiento de un brazo humano. Además, cuentan la mayoría de las veces, en el extremo con una pinza de propósito general, con la que se pueden coger, como si fuera con una mano, las herramientas necesarias para realizar la tarea.

Otra diferencia, también asociada a su estructura mecánica, es la diferente rigidez y reversibilidad de los actuadores y las articulaciones. Los robots industriales cuentan con unas articulaciones muy rígidas, con muy poco juego angular y ningún tipo de reversibilidad. Esto se debe a los requerimientos tan grandes de velocidad y posicionamiento a los que se les somete, y que su interacción con el entorno está perfectamente definida, generándose en la misma pocas fuerzas de reacción. Por el contrario, los manipuladores teleoperados poseen unas articulaciones reversibles, poco rígidas y con algún juego angular. Sus requerimientos de posicionamiento y velocidad no son excesivos, pero sí su constante interacción con el entorno sobre el que se generan grandes fuerzas de reacción, que habrá que minimizar con la flexibilidad.

Es necesario, por último, hacer hincapié, que éstas y otras características contrapuestas son fruto de las diferencias en las aplicaciones y en la forma de trabajar para la que han sido pensados. En los robots se busca trabajar con total autonomía, mientras que en la teleoperación se busca la adaptación ante el entorno, es decir, flexibilidad. Estas dos capacidades, por las que la teleoperación y la robótica han ido evolucionando desde sus comienzos (Figura 11.6) y son contrapuestas.

Como ya se ha visto en el Capítulo 10, hoy en día la tendencia es intentar sacar a los robots de los talleres y darles un cierto nivel de inteligencia que les permita trabajar en diversos tipos de entornos, menos estructurados, y en operaciones no repetitivas. Para ello es necesario realizar un avance importante en cuanto a sensores, sistemas de visión y navegación, y lo que es más relevante, un avance de las técnicas de inteligencia artificial que permitan la integración y el comportamiento coherente de todos los subsistemas. En el otro extremo, se encuentran los manipuladores teleoperados, a los que actualmente se les pretende dotar de cierto grado de autonomía para la realización automática de determinados procedimientos. En ellos se requiere avanzar en los sistemas de visión, en los interfaces hombre-máquina, que son cruciales en teleoperación, y en los controladores. En definitiva, el objetivo final de la robótica y la teleoperación es el mismo: total flexibilidad con completa autonomía, aunque el camino por el que ambas han avanzado ha sido hasta ahora totalmente distinto, aunque no divergente.

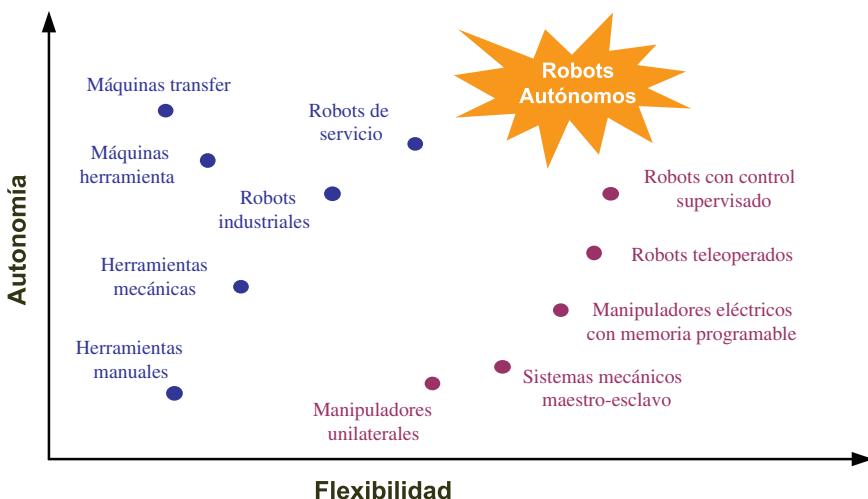


Figura 11.6. Evolución de la robótica y la teleoperación en cuanto a flexibilidad y autonomía.

11.4. DISPOSITIVOS DE CONTROL Y REALIMENTACIÓN

Se ha visto en el Epígrafe 11.3.1 que dos elementos sumamente importantes de un sistema de teleoperación son los dispositivos de control y los dispositivos de realimentación.

Los primeros, son utilizados por el operador para generar comandos de movimiento o control para el sistema teleoperado. Por otro lado, los dispositivos de realimentación tienen como objetivo proporcionar al operador información de lo que está ocurriendo en la zona remota, tanto de forma visual como mediante la excitación de otros sentidos, como el tacto.

En este epígrafe se realiza un repaso a los dispositivos de control y realimentación comúnmente empleados y sus tecnologías asociadas. Existen en el mercado una gran variedad de ambos tipos de dispositivos, muchos de ellos recién salidos de los laboratorios de investigación, pues se trata de un mercado en constante evolución. Se presentan éstos a continuación de manera estructurada, haciendo referencia a los dispositivos y tecnologías más maduros y consolidados, sin ánimo de ser exhaustivo. Para más detalles se recomienda al lector acudir a fuentes más especializadas [BURDEA-03] [BURDEA-96].

11.4.1. Dispositivos de control

Existen en el mercado una gran variedad de dispositivos de control aplicables a la generación de comandos para un dispositivo teleoperado remoto. Algunos han sido diseñados específicamente para el ámbito de la teleoperación, mientras otros son dispositivos de entrada habituales en interacción con los computadores o provienen del ámbito de la realidad virtual o la industria de los juegos de ordenador.

Una primera clasificación puede realizarse en función de los grados de libertad que el dispositivo permite comandar de forma independiente. De esta manera, se tendrán dispositivos 2D (comandos en un plano) y dispositivos 3D (comandos en el espacio) que pueden ser únicamente de 3 GDL en posición o también en orientación, con un total de 6 GDL.

Los dispositivos 3D son los más habituales en teleoperación. Pueden distinguirse dos familias diferentes: los denominados *joysticks* y los dispositivos articulados, generalmente formados por una cadena cinemática en serie.

Existen además otros posibles dispositivos de entrada como son los guantes, dispositivos de seguimiento del cuerpo o de seguimiento de los ojos, siendo todos ellos más propios del ámbito de la realidad virtual. Los siguientes epígrafes presentan en detalle cada uno de estos grupos.

Dispositivos de control 2D

Se trata de dispositivos que permiten la introducción de comandos para un entorno de dos dimensiones. El entorno más habitual de control en dos dimensiones son las pantallas de los equipos electrónicos e informáticos, por lo que existe una gran variedad de este tipo de dispositivos de entrada en el mercado. Aunque no estén diseñados específicamente para el control remoto, son fácil y directamente aplicables, con muy bajo coste y necesidad de desarrollo. Por supuesto, su principal limitación estriba en que son pocas las aplicaciones de teleoperación que únicamente precisen de movimientos en dos dimensiones.

La Tabla 11.2 presenta un resumen de los dispositivos de control 2D más habituales, junto a sus principales ventajas e inconvenientes.

Tabla 11.2. Descripción de dispositivos de control 2D

Dispositivo	Descripción	Ventajas	Inconvenientes
Ratones	Dispositivo habitual de control del cursor para ordenadores personales.	Se puede mover y activar botones más rápido que con el teclado.	Es necesario mover la mano del teclado al ratón y viceversa. Un uso muy continuado puede provocar dolores en la mano.
Trackballs	Versión de ratón estático que el usuario mueve directamente la bola con un dedo.	No se necesita tanto espacio como con el ratón. No es tan cansado como el ratón, pues no hay casi movimiento.	Se necesita controlar muy finamente la bola con un dedo. Movimientos repetitivos de los mismos músculos crea dolores.
Panel táctil	Superficie sensible al contacto sobre la que el usuario mueve el dedo y el cursor sigue el movimiento.	No requiere tanto espacio como un ratón. Tiene una alta resolución. Puede utilizar botones o golpecitos sucesivos para clicking.	La mano se cansa rápido porque no hay ningún tipo de soporte. Algunas personas no encuentran el movimiento natural.
Joysticks	Palanca de mando giratoria con un sensor de dos grados de libertad en el eje de giro.	Muy intuitivos y naturales. Muy adecuados para entretenimiento. Pueden tener más botones y con ello más funcionalidades.	Más voluminosos. Más caros y a veces complejos.
Apuntadores	Dispositivos que hacen uso de una especie de lápiz o bolígrafo para la introducción de datos.	Muy intuitivos y naturales. Pequeño tamaño.	Para determinadas funciones es necesario el entrenamiento.
Pantallas táctiles	Pantallas en las que la selección de comandos se realiza directamente con el dedo o con otro dispositivo de contacto sobre la pantalla.	Muy intuitivos. Muy útiles para la selección de comandos.	Poco precisos para comandos continuos. Susceptible a errores de calibración. Cansado para el operador.

Joysticks de control 3D

Se conocen como *joysticks* de 3D a aquellos dispositivos con un palanca o agarradera capaces de medir desplazamientos y generar comandos en tres o más grados de libertad. Se distinguen, por tanto, de los *joysticks* habitualmente utilizados para videojuegos en los que únicamente es posible generar comandos en 2D. Generalmente, se trata de diseños específicos para teleoperación. Se distinguen los siguientes tipos:

- **Joysticks cartesianos:** se componen de una palanca de mando sobre un sistema de ejes lineales colocados en una configuración ortogonal. Sus principales ventajas son el aumento del volumen de trabajo (determinado por la longitud de los ejes) y la mayor movilidad del usuario. Por otro lado, pueden llegar a ser muy voluminosos. Existen versiones de 6 GDL creadas tras acoplar tres articulaciones giratorias en la base del mando (véase Figura 11.7).

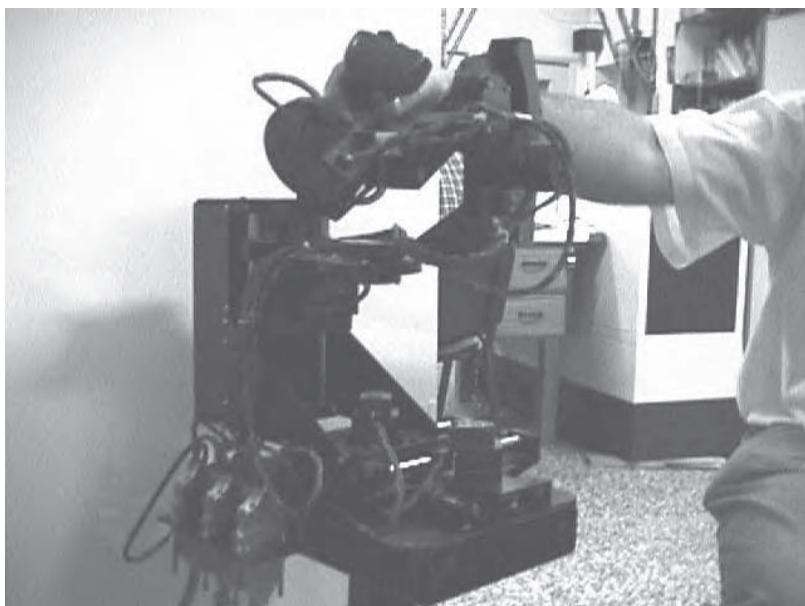


Figura 11.7. PERForce: Ejemplo de Joystick Cartesiano.
(Cortesía DISAM-Universidad Politécnica de Madrid).

- **Joysticks paralelos:** están basados en una cadena cinemática paralela denominada plataforma de Steward, compuesta por una base fija y una plataforma móvil conectadas por seis articulaciones lineales dispuestas en paralelo (véase Figura 11.8). La palanca de mandos está sobre la plataforma móvil con posibilidad de movimiento en 6 GDL. Sus principales ventajas son la buena precisión de posicionamiento, su gran robustez y su buenas características dinámicas. Por otro lado, el control cinemático es más complicado y para permitir grandes desplazamientos la estructura puede hacerse demasiado voluminosa
- **Joysticks en fuerza/par:** son dispositivos en los que la palanca o agarradera fija cuenta con un sensor fuerza/par que sea capaz de medir la fuerza y el par que el operador

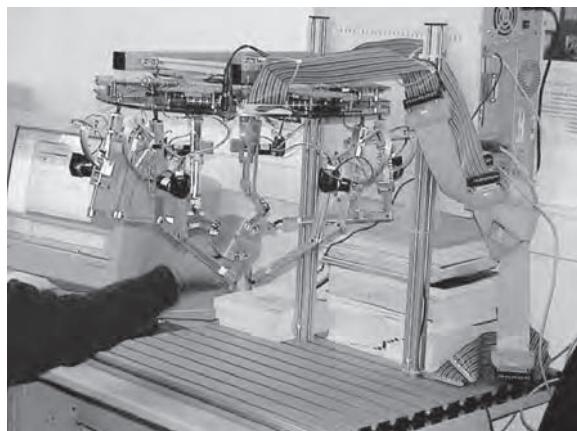


Figura 11.8. Ejemplo de joystick paralelo. (Cortesía de la Universidad Miguel Hernández).

está realizando. El ejemplo más característico es el Space Mouse (véase Figura 11.9), cuya palanca es una bola. Sus principales ventajas estriban en el poco volumen de trabajo necesario y en ser compacto y robusto. Por otro lado, puede no ser intuitivo para algunos movimientos y la precisión de los comandos por parte del operador no es buena.



Figura 11.9. Space Mouse: ejemplo de joystick en fuerza/par.

Dispositivos de control articulados

Se incluyen en este grupo los dispositivos de entrada que permiten generar comandos en 3 o más GDL y están compuestos por una cadena cinemática articulada en serie. Son siempre diseños específicos para teleoperación y buscan aumentar la telepropriocepción del operador durante la operación. Se pueden distinguir los siguientes grupos:

- **Brazos maestros:** mecanismos en forma de brazo con articulaciones en serie. Similares a manipuladores pasivos que el operador guía moviendo su extremo en forma de agarraadera. Existen distintos tipos, según el brazo esté anclado al techo o a la pared, o se apoyen en el suelo o en una mesa.

Son muy intuitivos para el operador, pues se mueven como si se moviera el brazo para realizar la operación. Permiten realizar movimientos en 6 GDL dentro de un gran volumen de trabajo. Además, suelen ser bastante robustos. Por el contrario, son pesados y voluminosos y presentan en general características dinámicas deficientes. Los brazos maestros son los dispositivos de entrada más comunes en los sistemas de teleoperación comerciales (véase Figura 11.10).



Figura 11.10. GRIPS: ejemplo de brazo maestro. (Cortesía de Kraft Telerobótics).

- **Sondas maestras:** mecanismos articulados de pequeño tamaño, también con articulaciones en serie. El operador agarra el extremo con los dedos y lo opera como si se tratase de un lápiz, un apuntador o un escalpelo. Existen versiones de 3 y 6 GDL. Este tipo de dispositivos tiene especial aplicación en tele-cirugía.

Son también muy intuitivos, y mucho más compactos que los brazos maestros, lo que les permite tener una mayor rango dinámico, con un volumen medio de trabajo. Su principal inconveniente está en el cansancio que provoca su operación. (véase Figura 11.11).



Figura 11.11. Phantom: Ejemplo de sonda maestra. (Cortesía de SensableTechnologies Inc).

- **Exo-esqueletos:** estructuras similares a los brazos maestros pero ancladas directamente al brazo del operador, de forma que reproducen directamente sus movimientos. De ahí la referencia a un esqueleto externo. Son, por tanto, totalmente transportables, y particularmente intuitivos de manejar. Por otro lado, en la actualidad y por su complicado diseño, son algo aparatosos y voluminosos, y suelen cansar al operador.

Otros dispositivos de control

Existen también otras técnicas y dispositivos propios de otros campos, como puede ser el de la realidad virtual, que pueden utilizarse como dispositivos de entrada o control en teleoperación, aunque con reducidas prestaciones en relación a los dispositivos anteriormente citados. Se describen a continuación los más relevantes:

- **Guantes sensorizados:** también llamados guantes de datos (*Data Gloves*). Se trata de guantes en los que se han colocado una serie de sensores que permiten captar el movimiento y la posición de cada uno de los dedos de la mano. Existen versiones en los que también es posible conocer la posición de la mano en el espacio.

Su principal ventaja es que permiten una mayor libertad y movilidad de movimientos, con la posibilidad de control de un gran número de GDL. En general su aplicación en teleoperación es limitada por la poca precisión de los mismos. Su principal campo de empleo son los videojuegos o las aplicaciones de realidad virtual, e incluso el reconocimiento de gestos de personas discapacitadas.

- **Dispositivos de seguimiento corporal:** son dispositivos que permiten localizar en el espacio los diversos miembros (cabeza, brazos, piernas...), e incluso el cuerpo entero. Su principal aplicación es la interacción con entornos virtuales o la utilización en combinación con otros dispositivos, como los guantes sensorizados. Para realizar la localización hacen uso de una gran variedad de tecnologías: mecánica, magnética, óptica o inercial.

- **Dispositivos de seguimiento del movimiento del ojo:** como un caso particular de los dispositivos de seguimiento corporal, estos dispositivos siguen el movimiento de la pupila del operador para conocer hacia qué punto se dirige la vista. Están generalmente basados en el procesamiento digital de una imagen del ojo y la aplicación previa de una calibración de las posiciones relativas de la pupila, el ojo y la cabeza en el entorno correspondiente.

Su principal ventaja es que no se necesitan las manos y que es muy intuitivo y natural. Por otro lado, la calibración previa es compleja, necesita entrenamiento y la precisión que se alcanza hoy en día es baja.

11.4.2. Características de los dispositivos de control

Las características de los dispositivos de control o de entrada de comandos de un sistema de teleoperación determinarán en gran medida la utilidad del mismo. Por supuesto, cada tipo de tarea se verá favorecida por unas características determinadas. Por ejemplo, no es lo mismo tener que controlar un brazo de grandes dimensiones con comandos de velocidad y de baja precisión, que un manipulador para cirugía, con comandos en posición, convenientemente escalados para aumentar la precisión.

Es interesante, por tanto, contar con una serie de características que permitan identificar las prestaciones de un dispositivo de control frente a otro para una determinada aplicación. A

continuación, se presentan las principales características a tener en cuenta en el diseño y selección de un dispositivo de control, clasificadas en tres grandes grupos:

Características funcionales: hace referencia a aquellas características propias del funcionamiento del dispositivo en distintos tipos de tareas:

- *Modos de control:* como se generan los comandos (por ejemplo, desplazamientos del dispositivo) y como esos comandos se relacionan con el movimiento del dispositivo remoto (por ejemplo, comandos de posición).
- *Manejabilidad:* hace referencia a la facilidad de movimiento del dispositivo en el volumen de trabajo.
- *Manos requeridas:* el número de manos necesarias para el control del dispositivo de entrada.
- *Precisión y control fino de movimiento:* hace referencia a la precisión del dispositivo y a su resolución para la realización de movimientos precisos
- *Carga de trabajo:* se refiere a la atención y necesidad de aplicación de los diferentes sentidos para el uso del dispositivo

Características de diseño: aquellas características físicas del dispositivo a tener en cuenta durante su diseño, y que se reflejarán en sus prestaciones durante su uso:

- *Ancho de banda:* ancho de banda del bucle de control entre dispositivo de control y el sistema teleoperado. Es decir, la frecuencia a la que se muestrean los comandos y se transmiten al sistema teleoperado.
- *Volumen de operación:* el volumen necesario para poder operar cómodamente el dispositivo de entrada.
- *Velocidades y aceleraciones máximas:* valores máximos de velocidad y aceleración a los que el operador puede mover el dispositivo.
- *Flexibilidades y errores estáticos:* hace referencia tanto a la flexibilidad mecánica, como a la del servo control y a los posibles errores estáticos (principalmente mecánicos) que tenga el dispositivo.
- *Acoplamiento cruzado:* acoplamiento físico durante la operación entre distintos comandos de movimiento. Por ejemplo, la posibilidad de acoplar o desacoplar los comandos en diferentes direcciones.
- *Efectos iniciales:* la inercia aparente que ‘siente’ el operador al mover el dispositivo de entrada. Se ha de tener en cuenta también el peso de dispositivo y su compensación para evitar que el operador se canse.

Características de adecuación para el uso: se agrupan aquí características generales a tener en cuenta en la aplicación del dispositivo, independientemente de su diseño o funcionalidad:

- *Complejidad y fiabilidad:* complejidad del diseño que pueda comprometer su fiabilidad o precise de un mantenimiento especial.
- *Coste:* el coste es un factor clave en muchas de las aplicaciones, y se habrá de llegar a un compromiso entre coste y funcionalidad del dispositivo
- *Seguridad:* si el dispositivo es seguro de utilizar y no entraña ningún peligro para el operador.

11.4.3. Dispositivos de realimentación

Se entiende como dispositivos de realimentación a todos aquellos que informan al operador sobre el desarrollo de la tarea en la zona remota. Los tipos de dispositivos estarán directamente relacionados con el tipo de información que se quiere mostrar al operador: información visual, cinestésica, táctil o auditiva, fundamentalmente.

Dispositivos de realimentación visual

Se incluyen en este grupo todo aquellos sistemas que proyecten algún tipo de información de la zona remota para su visualización por parte del operador. Se incluyen aquí únicamente sistemas que proporcionen una imagen real de la zona remota (aunque sea en parte), y no únicamente una simulación de la misma. La Tabla 11.3 presenta una comparación entre ellas:

- **Monitores de vídeo:** dispositivos de visualización clásicos. Se proyecta en una pantalla de dos dimensiones una imagen de vídeo que está siendo tomada en la zona remota. Son baratos y de fácil uso. Su principal inconveniente es la poca sensación de inmersión que crean en el operador, que únicamente ve una imagen plana y reducida de la zona de trabajo.

- **Pantallas de visualización tridimensional:** pantallas que, combinadas o no, con unas gafas especiales, permiten ver la imagen proyectada en tres dimensiones. Existen diferentes tecnologías:

Pantallas estereoscópicas pasivas: basados en una gafas con filtros especiales que únicamente dejan pasar a cada ojo la imagen que corresponda para crear el efecto de tridimensionalidad. Las pantallas han de generar imágenes para cada ojo codificadas de alguna manera (color, polarización) que las gafas pueda filtrar.

Pantallas estereoscópicas activas: similares a las anteriores pero en este caso las gafas cuentan con obturadores electrónicos que muestran imágenes alternativamente en cada ojo.

Pantallas auto-estereoscópicas: se trata de pantallas que sin ningún tipo de ayuda a la visualización, como pueden ser unas gafas, son capaces de crear la sensación de tridimensionalidad. Las principales tecnologías son las pantallas lenticulares, las pantallas *Parallax Barriers* y las holografías.

- **Cascos de visualización tridimensional:** consisten en dispositivos de visualización que se montan en la cabeza, sin necesidad de pantallas adicionales externas. Delante de cada ojo y a una distancia de unos centímetros, se coloca una pequeña pantalla, de manera que a cada ojo se le presenta de forma independiente una imagen, que combinadas dan la sensación de profundidad.

Su utilidad es principalmente para la visualización tridimensional de gráficos (véase Figura 11.12), aunque existen versiones que trabajan con vídeo.

- **Visualizadores transparentes:** son dispositivos en los que sobre una imagen real se superpone información digital relevante provenientes de la zona remota. Generalmente consisten en unas gafas convencionales sobre las que se proyecta la información digital. Estrictamente hablando no realimentan imágenes de la zona remota, sino que aumentan la visualización directa de la misma.

La Tabla 11.3 resume las ventajas e inconvenientes de los principales dispositivos existentes de realimentación visual.



Figura 11.12. Ejemplo de casco de realimentación visual. (Cortesía de www.5DT.com).

Tabla 11.3. Comparación de dispositivos de realimentación visual

Dispositivo	Ventajas	Inconvenientes
Monitores de vídeo	Baratos y accesibles. No necesitan entrenamiento.	Información exclusivamente 2D. Volumen de visión limitado.
Pantallas estereoscópicas pasivas	Ligeras. Bajo ancho de banda: dos imágenes 2D. Múltiples usuarios al mismo tiempo Gafas baratas, aunque el monitor puede ser caro.	No sirven para mostrar volumen, sólo efecto 3D. Contraste pobre. La codificación mediante color llega a cansar al usuario. Sin posibilidad de enfoque.
Pantallas estereoscópicas activas	Ligeras. Múltiples usuarios al mismo tiempo Bajo ancho de banda: dos imágenes 2D.	No sirven para mostrar volumen. La frecuencia de refresco se divide por dos. Posible contaminación recíproca de imágenes. Sin posibilidad de enfoque.
Pantallas auto-estereoscópicas	No estorban al operador. Diversos usuarios al mismo. Flexibilidad: uso de otros dispositivos.	Baja resolución. Movimiento del operador restringido a un área concreta. No sirve para visualización de volumen.
Cascos de visualización tridimensional	Alto nivel de inmersión. Cubren toda el volumen de visión. Gran libertad de movimiento.	Peso sobre la cabeza. Visualización por una sola persona a la vez. Óptica que introduce distorsiones.
Visualizadores transparentes	Gran resolución. Flexibilidad: se puede utilizar un teclado. Simplicidad: la realidad no tiene que ser simulada. Seguridad: un fallo de corriente no deja ciego al usuario.	Visualización por una sola persona a la vez. Dificultad de ‘alterar’ la realidad. Difícil sincronización entre imagen digital y realidad.

Dispositivos de realimentación *háptica*

Son dispositivos que estimulan el sentido del tacto de diversas maneras para transmitir información al operador. La información se genera habitualmente a partir de información de contacto medida en la zona remota. Generalmente, estos dispositivos se corresponden con dispositivos de control articulados, de manera que haya una reciprocidad entre el movimiento y la realimentación. Se pueden distinguir dos tipos bien diferenciados dependiendo de si la realimentación es táctil o de fuerzas.

- **Dispositivos de realimentación táctil:** estos dispositivos generan una sensación exteroceptiva de contacto. Lo hacen excitando los receptores existentes sobre la superficie de la piel y que poseen un gran ancho de banda. Esta realimentación es muy útil en la discriminación y manipulación de objetos.

Existe una gran variedad de tecnologías: piezoeléctrica, neumática, solenoide, SMA aunque en la actualidad no existen productos comerciales de alta fiabilidad

- **Dispositivos de realimentación cinestésica o de fuerzas:** estos dispositivos generan una sensación propioceptiva de resistencia al avance o la existencia de un peso. Lo hacen excitando los sensores localizados en los músculos y articulaciones que presentan un bajo ancho de banda.

Existen igualmente una gran variedad de tecnologías: motores eléctricos, neumática, piezo-eléctrico o magneto-restrictivos. Actualmente la mayoría de los sistemas comerciales con este tipo de realimentación utilizan motores eléctricos en las articulaciones del dispositivo de control o maestro. La Figura 11.13 muestra un ejemplo de joystick con reflexión de fuerzas. Además, los dispositivos de entrada mostrados en la Figura 11.7, Figura 11.10 y Figura 11.11 también son dispositivos de control con realimentación cinestésica.



Figura 11.13. Ejemplo de joystick con reflexión de fuerzas. (Cortesía de Inmersión Inc.).

Otros dispositivos de realimentación

Además de los dispositivos de realimentación mencionados que proporcionan información a través de la vista y el tacto, cabe destacar aquellos dispositivos relacionados con el sentido del oído, uno de los más importantes del ser humano y la forma principal de comunicación. Además, la información acústica aumenta la sensación de inmersión.

El uso más inmediato es la transmisión del sonido ambiente de la zona remota, pero esta información puede carecer de utilidad si la fuente del mismo no está focalizada en los sonidos propios de la operación. Además, los dispositivos de realimentación acústica pueden utilizarse como medio para transmitir información adicional, ya sean mensajes, alarmas o como medio sustitutivo de otro tipo de realimentación como, por ejemplo, la codificación en sonidos del nivel de la fuerza de contacto (véase Epígrafe 11.6.2).

11.4.4. Características de los dispositivos de realimentación

Para que la información sea útil al operador, no le confunda y le transmita una imagen fiel de lo que está ocurriendo en la zona remota, es necesario prestar atención a una serie de características. Éstas permiten comparar las prestaciones de un dispositivo frente a otro para una determinada aplicación. A continuación, se presentan las principales características a tener en cuenta en el diseño y selección de un dispositivo de realimentación, clasificadas en dos grandes grupos, ya se trate de sistemas de realimentación cinestésica y táctil o de sistemas de realimentación visual, que son los más comunes:

Características mecánicas: indican las distintas características mecánicas a considerar en el diseño y aplicación del dispositivo para proporcionar una realimentación de información adecuada. Son de aplicación fundamental para sistemas de realimentación cinestésica o táctil, aunque algunas de ellas (por ejemplo el peso y el tamaño) también son aplicables a otro tipo de dispositivos:

- *Ancho de banda:* ancho de banda de la información que se realimenta al operador de forma mecánica.
- *Nivel de realimentación:* capacidad de generar fuerzas de mayor o menor nivel sobre la mano o el brazo del operador. Dependiendo del sistema de control y del tipo de dispositivo, se precisará la reproducción exacta o escalada de la fuerza de contacto del manipulador remoto.
- *Realimentación activa o pasiva:* indica si la realimentación sobre el operador implica una reacción inmediata del mismo (por ejemplo la aplicación de una fuerza sobre el brazo) o si éste puede permanecer recibiendo la información de forma pasiva, sin tener que reaccionar (por ejemplo, con una vibración de bajo nivel del dispositivo).
- *Ajuste:* posibilidad de ajuste y adaptación a distintos tipos de usuarios.
- *Ergonomía:* es decir, postura del usuario: de pie, sentado, mirando hacia el frente o hacia abajo, etc.
- *Peso y tamaño:* peso y tamaño del dispositivos de realimentación. Especialmente importante en aquellos dispositivos que sean transportables.
- *Equilibrado:* distribución del peso de una manera adecuada. Aplicable a aquellos dispositivos que son transportables.
- *Resistencia:* capacidad de aguantar condiciones mecánicas adversas, como golpes, movimientos bruscos, polvo, etc.
- *Mantenimiento y almacenamiento:* tipo de mantenimiento necesario y capacidad de almacenamiento y transporte cuando no está en uso.

Características ópticas: indican las distintas características de visualización de los dispositivos de realimentación visual, que forman parte principal de todo sistema de teleoperación.

- *Inmersión visual*: grado de inmersión del operador en la zona remota, dado principalmente por el tipo de visión 2D o 3D, el volumen de visión y la sincronización de la imagen con el movimiento del observador.
- *Parámetros de visión*: tales como distancia del ojo al dispositivo, ángulo de visión o ángulo desde el cual el dispositivo permanece operativo, resolución y velocidad de refresco de la imagen, etc.
- *Tipo de visión*: visión monoscópica o estereoscópica.
- *Confort visual*: determinado en gran medida por la adecuada selección y mantenimiento de los parámetros ópticos.
- *Color, contraste y brillo*: parámetros de visualización que afectan al confort visual y al rendimiento de la aplicación.
- *Distorsión*: imperfecciones del sistema que hacen qué partes de la imagen se encuentren desplazadas de su posición ideal en función de su distancia al centro de la imagen.
- *Aberraciones*: imperfecciones en la imagen producidas por efectos físicos de la luz en unas condiciones particulares.

11.5. FACTORES HUMANOS EN TELEOPERACIÓN

Una de las mayores diferencias de los sistemas de teleoperación con respecto a sistemas de funcionamiento automático es la intervención de un operador humano en la realización del proceso. Esta necesaria intervención se debe, principalmente, al hecho de que se quiere realizar tareas no predecibles a priori o de una gran complejidad, y que no permiten una fácil automatización. Se aprovecha así la enorme capacidad de decisión y respuesta ante eventos externos que poseen los seres humanos.

La importancia del operador en un sistema de teleoperación radica, entonces, en que cierra el bucle de control del sistema global. El operador actúa como un controlador, generando señales de actuación sobre el dispositivo de control a partir de la realimentación visual de información, y en su caso de fuerza, procedente de la zona remota (véase Figura 11.14). Si sus acciones de control no son adecuadas para el comportamiento del sistema, los resultados pueden ser desastrosos. Un ejemplo muy claro resulta en la teleoperación de un manipulador en el que existen retardos en la comunicación entre la zona local y la remota. En esta situación el operador trabaja con información no actualizada y, por tanto, genera acciones de control sobre situaciones ya pasadas; a su vez su mando llega retrasado al manipulador remoto. Los resultados pueden ser catastróficos, al hacerse

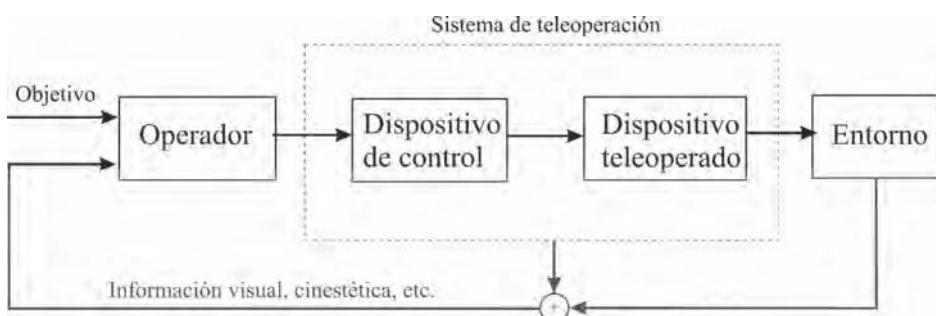


Figura 11.14. El operador como controlador del sistema de teleoperación.

el sistema inestable. Estos problemas se agravan cuando el sistema de teleoperación posee algún tipo de control bilateral que refleje las fuerzas de forma cinestésica sobre el operador. En este caso la información reflejada es de tipo reactivo, lo que hace provocar una reacción inmediata del operador ante el estímulo, con lo que los problemas de estabilidad se agravan de forma considerable.

11.5.1. Características dinámicas del operador

Las definiciones para describir cómo se comporta un operador desde el punto de vista de control manual son variadas: «el operador humano actúa como un controlador adaptativo y robusto», «el operador humano en un sistema hombre-máquina es el arquetipo de un controlador de toma de decisiones jerárquico, adaptativo y optimizador» y «el operador humano es un controlador adaptativo que aprende de la experiencia», entre otras.

A pesar de las excelentes capacidades de control de un operador humano en un sistema hombre-máquina, el operador en su comportamiento está sujeto, como todo sistema físico, a una cierta dinámica de respuesta. Esta dinámica se debe tanto a la toma de decisiones como a la física propia del movimiento, y puede afectar de forma crucial al comportamiento de un sistema de teleoperación.

Características relacionadas con la toma de decisiones

Frente al conjunto de estímulos externos, el operador humano presenta dos limitaciones principales. En primer lugar, su capacidad de atención es limitada, y si existen diversos estímulos simultáneamente deberá compartir la atención entre todos ellos. Por otro lado, requiere un tiempo para la toma de decisiones o la elección entre diversas alternativas.

Desde que se produce el hecho relevante hasta que el cerebro envía la correspondiente orden de acción al sistema neuro-muscular, transcurre un tiempo. Este tiempo se debe principalmente a la realimentación visual y al procesamiento de la información en el cerebro.

Existe un modelo bastante general para determinar el tiempo de decisión de un operador entre distintas alternativas de movimiento corto indicadas por un estímulo visual externo. Este modelo, denominado de Hick [SHERIDAN-92], viene dado por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} T_{elección} &= \alpha + \beta H_{elección} \\ H_{elección} &= \sum_i p_i \log_2 \left(\frac{1}{p_i} \right) \end{aligned} \quad [11.1]$$

donde $T_{elección}$ es el tiempo total de toma de decisión, $H_{elección}$ representa la información contenida en la tarea (es decir, su complejidad), y p_i es la probabilidad de ocurrencia del evento. Los parámetros α y β , son parámetros de escala que dependen de las condiciones de la tarea.

Características dinámicas relacionadas con el movimiento

Una vez que se ha tomado una decisión y se ha generado una orden de movimiento a los músculos, por un lado se necesita un determinado tiempo para que la información llegue al sistema neuro-muscular, y por otro, este sistema tiene su propia dinámica de respuesta. A este respecto, en general, la frecuencia máxima de movimiento voluntario está entre 5-10 Hz.

Los seres humanos pueden variar algunas características de funcionamiento del sistema neuromuscular junto con su realimentación propioceptiva. Se pueden variar las características dinámicas del brazo y del codo, como la rigidez, la inercia y el amortiguamiento, aunque los cambios que se pueden realizar en la inercia son mínimos, y la rigidez y amortiguamiento están linealmente correlados. Diversos estudios informan que el ser humano tiene capacidad de variación de la rigidez del codo entre 2 Nm/rad y 400 Nm/rad aproximadamente.

También se tiene la capacidad de poder controlar de forma separada el par que se desarrolla y la rigidez del brazo, gracias a la posibilidad de co-activación de músculos antagonistas y la existencia de músculos que unen y dependen de dos articulaciones.

Características asociadas al control senso-motriz y realimentación háptica

Es importante destacar el diferente ancho de banda en la actuación y en la sensación del ser humano; mientras la actuación ronda los 5-10 Hz, la sensación está por encima de los 20-30 Hz llegando hasta los 100 Hz para realimentaciones cinestésicas. A pesar de todo ello, y como consecuencia de los retrasos en las distintas transmisiones y respuestas de los componentes, el ancho de banda de la respuesta del ser humano en el control manual ante señales de referencia aleatorias de fuerza y posición no llega habitualmente a los 2 Hz.

Además de los elementos senso-motrices situados en el brazo, los humanos poseemos en la mano unos sensores exteroceptivos, denominados mecano-receptores cutáneos, que permiten recoger información táctil del entorno (véase Tabla 11.4). Estudios experimentales han demostrado que mediante éstos se detectan estímulos hasta los 300 Hz, e incluso se pueden detectar vibraciones por encima de 1 kHz en frecuencia y por debajo de un micrómetro en amplitud. A partir de estos sensores es con los que se realiza la realimentación táctil.

Tabla 11.4. Características de los mecano-receptores cutáneos

Tipo de receptor	Velocidad de adaptación	Frecuencia del estímulo	Área receptiva	Función
Discos Merkel	Lenta Irregular	0-10 Hz	Pequeña Bien definida	Detección de bordes e intensidad
Corpúsculos Ruffini	Lenta Regular	0-10 Hz	Grande No bien definida	Detección de fuerzas estáticas y estiramiento de la piel
Corpúsculos Meissner	Rápida Irregular	20-50 Hz	Pequeña Bien definida	Detección de velocidad y bordes
Corpúsculos Pacinianos	Rápida Regular	100-300 Hz	Grande Bien definida	Detección de aceleración y vibraciones

En cuanto a la resolución, diversos estudios han confirmado que únicamente se pueden discernir variaciones de aproximadamente 2 grados de las articulaciones de los dedos, muñecas y codos, llegando hasta 0.8 grados en el hombro. Por otro lado, la distancia mínima entre dos estímulos táctiles en los dedos que permite distinguirlos es de alrededor de 2.5 mm, mientras que en la palma de la mano es de 11 mm y en los muslos de 67 mm.

Por tanto, de forma general es posible afirmar, que en la realización de tareas con herramientas u objetos, el operador posee dos canales para el reconocimiento del entorno en forma de dos señales de características distintas: una de baja frecuencia y alta energía que es medida por músculos y demás elementos del brazo y que sirve para la coordinación; y una segunda de alta frecuencia y baja energía que es medida por los elementos sensoriales situados en la piel y que transmite información de alta calidad sobre el entorno (rugosidad, textura, bordes, etc).

La Tabla 11.15 resume, de forma general, las características que debe tener un sistema de teleoperación teniendo en cuenta las características fisiológicas senso-motrices de los seres humanos anteriormente citadas.

Tabla 11.15. Características necesarias de un sistema de teleoperación derivadas de las características fisiológicas senso-motrices de los seres humanos [BURDEA-96]

	Control	Realimentación táctil	Realimentación cinestésica
Retardo de transmisión	10 ms	5 ms	20 ms
Ancho de banda	100 Hz	0-10 KHz	50-100Hz
Resolución	10 bits/GDL	Vibración 10-100 mm Espacial 1-2 mm	0.1 N
Rango dinámico	20 N en continuo 1 N a 10 Hz	8 bit	20 N en continuo 1 N a 10 Hz
Ratio de nivel de ruido admisible	200:1	200:1	64:1

11.5.2. Modelo general de un operador en un bucle de control manual

Es extremadamente difícil definir el comportamiento como controlador de un operador debido a su enorme versatilidad en el procesamiento de información. Ha sido necesario un extenso trabajo interdisciplinar entre ingenieros de control, fisiólogos y psicólogos experimentales para poder llegar a expresar en términos de control los diferentes subsistemas que conforman el comportamiento humano y su respectiva interrelación. El origen de todo este esfuerzo se encuentra en el intento durante y después de la II Guerra Mundial de mejorar la efectividad de los sistemas antiaéreos con control manual.

El resultado es un modelo general del comportamiento del ser humano en un bucle de control manual, cuyo esquema se presenta en la Figura 11.15, y en la que se muestran los elementos principales y los respectivos canales de comunicación [MCRUER-80].

A la derecha del esquema, se encuentra el elemento controlado, que sería el dispositivo de control, como puede ser una palanca de mando. La señal de entrada a este elemento controlado es directamente la fuerza realizada por el operador a través de su sistema de actuación neuromuscular. Se trata de un complejo sistema que comprende el miembro encargado del control (brazo) junto con los músculos y su dinámica asociada. A su vez, existe un bucle de realimentación de la fuerza que se está ejerciendo, implementado por los tendones y demás fi-

bras asociadas al movimiento de los músculos. La espina dorsal es la encargada de generar las correspondientes señales al miembro y músculos y de integrar la realimentación de fuerza ya comentada, que tiene un comportamiento puramente reflejo.

Existen también otros canales de realimentación sensorial, como son los mismos sensores cinestésicos de los músculos, además de sensores adicionales en la articulaciones y de la visión periférica, que indican al operador en cada momento dónde tiene situado su miembro y le proporcionan información de tipo propioceptivo para el procesamiento a nivel perceptual. Esta información es tratada a nivel cerebral en la parte de córtex encargada del sistema perceptual, siendo representada en la Figura 11.15 mediante el bloque denominado de realimentación propioceptiva. El bloque perceptual incluye, además, tres bloques diferentes que describen distintos tipos de control (compensatorio, de seguimiento y precognitivo) a partir de una señal de entrada que es de tipo visual.

El bloque de control compensatorio es adecuado cuando el operador actúa únicamente en base a errores entre el objetivo que tiene marcado y el valor actual en el que se encuentra el elemento controlado y que conoce por realimentación visual. El control buscará únicamente minimizar el error existente entre ambos valores ante cambios en el objetivo y perturbaciones.

Cuando, por las características de la información presentada al operador, éste sea capaz de distinguir las referencias a seguir de las salidas del elemento controlado y que, por tanto, su acción no se base únicamente en el error entre ambas, el operador hará uso también del bloque denominado de seguimiento. La calidad del control, en principio será superior a la que únicamente utiliza la compensación.

Existe un modo de control aún superior, denominado precognitivo, y que aparece cuando se tiene completa familiaridad con la dinámica del elemento controlado y el operador prácticamente actúa en bucle abierto, pues conoce de forma totalmente exacta los comandos que debe generar para obtener la respuesta deseada de parte del elemento controlado. Este modo debe ir acompañado siempre al final de una parte de compensación. De los tres modos de control comentados, el modo de compensación es, con mucho, el más estudiado en los sistemas hombre-máquina.

Finalmente, existe una realimentación global de tipo visual sobre la posición o el estado de la salida del elemento controlado.

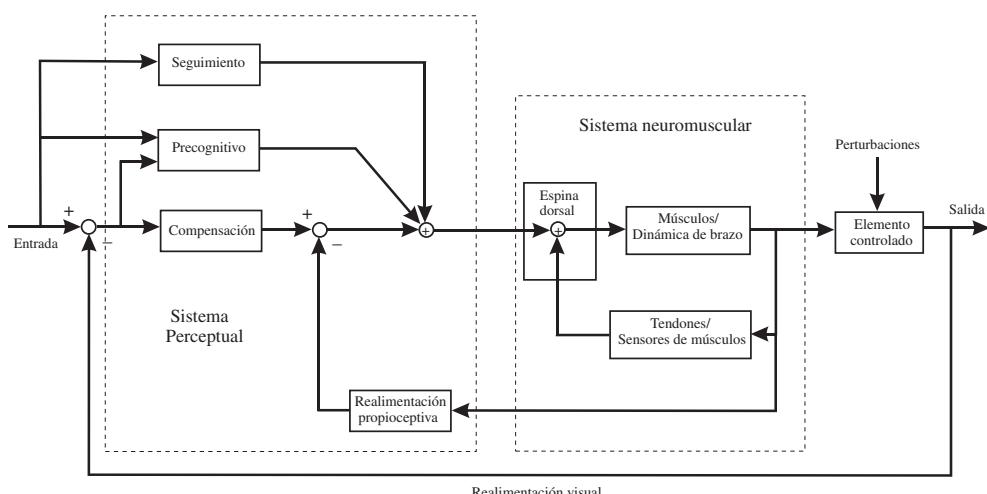


Figura 11.15. Elementos principales en el control manual por un operador.

Desde un primer momento, los investigadores en el control manual apostaron por la hipótesis de poder representar a un controlador humano mediante ecuaciones diferenciales lineales de parámetros constantes. Esta hipótesis fue confirmada posteriormente, lo que ha dado en llamarse el paradigma del control manual. Sin embargo, bajo este paradigma han aparecido dos metodologías distintas. La primera de ellas denominada estructural, utiliza un modelo con bloques que tienden a identificar el comportamiento de los distintos subsistemas que componen el operador humano. Se hace hincapié en relaciones de causa-efecto y se utiliza teoría clásica de control. La segunda de ellas, denominada algorítmica, utiliza teoría de control óptimo con modelos lineales, cuadráticos y gaussianos.

Si se consideran tareas de compensación siguiendo la metodología estructural, que es lo más habitual, es posible en la gran mayoría de los casos hacer una simplificación, que partiendo del modelo de la Figura 11.15, permite expresar el comportamiento del operador como una equalización de información visual y cinestésica junto con la dinámica neuromuscular. Esto es lo que se muestra en la Figura 11.16, donde, además, se muestra el tipo de dinámica asociada a cada bloque [HESS-96].

En este modelo, valores típicos que se emplean para la dinámica neuromuscular son de $\omega_n = 10 \text{ rad/s}$ y $\xi = 0.707$.

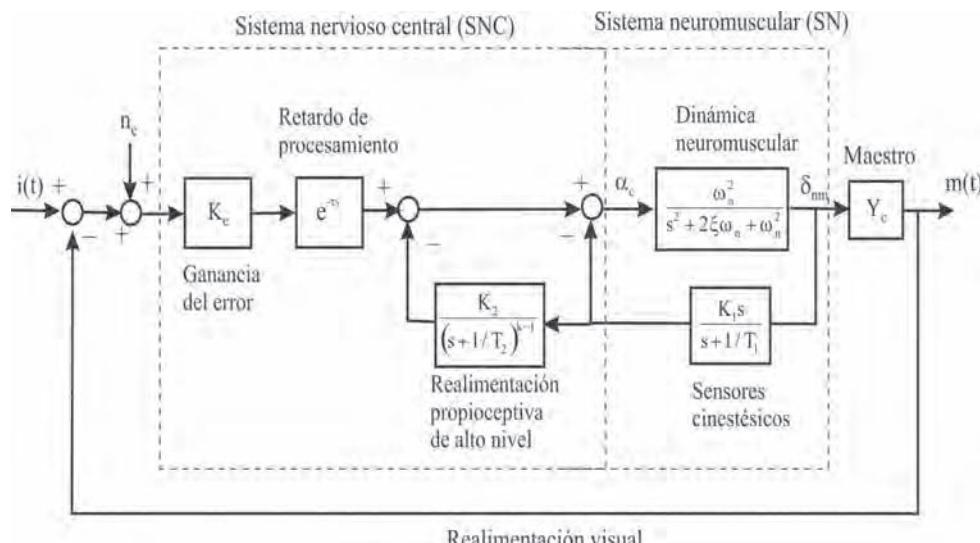


Figura 11.16. Diagrama de bloques del modelo estructural del operador para tareas de tipo compensatorio.

11.5.3. Modelo de *cross-over* de McRuer

Utilizando la metodología estructural, se puede llegar a obtener funciones de transferencia que identifican el comportamiento de cada bloque funcional del modelo del operador. El principal problema radica en encontrar los valores adecuados para cada uno de los parámetros que intervienen, pues éstos dependen de forma muy acusada del tipo de tarea que se esté realizando. Esta variación es debida a que el operador modifica su comportamiento para estabilizar el propio comportamiento del sistema en bucle cerrado y poder conseguir, además, una buena respuesta temporal. De este modo, puede considerarse que el operador se adapta al sistema, consiguiendo que al final el conjunto se comporte de una forma invariante.

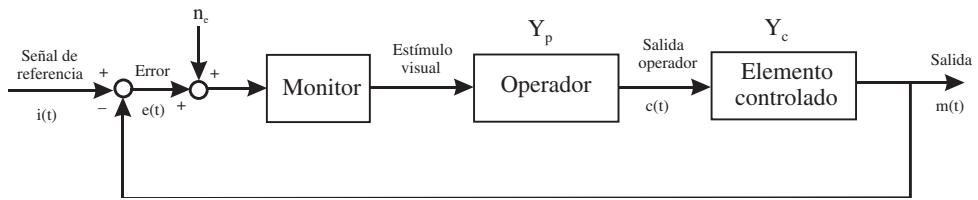


Figura 11.17. Sistema de teleoperación con visualizador compensatorio.

McRuer en 1965 ideó entonces modelar al operador y al elemento controlado como una sola entidad [MCRUER-80]. Para ello realizó experimentos con visualizadores de tipo compensatorio, con un esquema de funcionamiento tal y como el de la Figura 11.17, en la que la entrada n_e es una señal que representa la parte de la señal de error que no es explicable por el comportamiento lineal del operador y que no está correlada linealmente con la entrada.

En los experimentos se utilizó un elemento controlado que respondía a la siguiente función de transferencia:

$$Y_c = \frac{K_c}{s(Ts + 1)} \quad [11.2]$$

Al tratarse de un visualizador de tipo compensatorio al operador únicamente se le mostraba de forma continua el error entre el valor deseado y el actual, que él tenía que minimizar. Los distintos experimentos realizados en estas condiciones demostraron que el operador se comportaba con una función de transferencia del tipo:

$$Y_p = K_p (Ts + 1) e^{-\tau s} \quad [11.3]$$

lo que indica que el operador desarrolla un adelanto que es aproximadamente igual al atraso de primer orden del elemento controlado, y que, además, esta respuesta se encuentra retardada τ segundos con respecto al estímulo visual.

De lo explicado, se deduce que la función de transferencia conjunta operador-elemento controlado es entonces:

$$G = Y_p Y_c = \frac{K_p K_c e^{-\tau s}}{s} = \frac{\omega_c e^{-\tau s}}{s} \quad [11.4]$$

que es lo que se conoce como modelo de *cross-over*, y que representa la función de transferencia en cadena abierta del sistema global. La ω_c es la frecuencia de cruce o *cross-over*.

Los parámetros ω_c y τ varían con los cambios que se produzcan en la realización de la tarea y, por ejemplo, el efecto del entrenamiento se traduce en que ω_c se ve incrementada. También el valor de ω_c aumenta a medida que el ancho de banda de la entrada aumenta, y se reduce para amplitudes de entrada pequeñas. Valores razonables son entre 1 y 3 rad/s.

El parámetro τ tiene una variación mucho mayor, pues se trata de una aproximación a bajas frecuencias de adelantos y retrasos a alta frecuencia que introduce el operador en su movimiento. Dependerá en gran medida del tipo de elemento controlado y del control que el operador tenga sobre él. Un valor típico es de 0.25 segundos.

Tras obtener este modelo, la acción del operador se puede definir como una acción sensorimotriz de tipo plástico y adaptativa. Este modelo ha sido validado tanto en respuesta temporal

como frecuencial, y su validez es general para un rango muy amplio de dinámicas distintas del elemento controlado, aunque presenta la limitación de ser adecuado para situaciones en las que la entrada a seguir tenga movimiento continuo y aleatorio. Su utilidad radica en demostrar la invariancia de la función de transferencia conjunta de operador y elemento controlado.

El modelo expuesto es aplicable en el caso de movimientos continuos. Si se parte de una situación de reposo y se realizan movimientos discretos de un punto a otro, al modelo se le deberá añadir un bloque de retardo antes de la obtención del error que representa el desfase en la reacción al estímulo. Este retraso estará en el orden de los 0.20 segundos.

En las Figuras 11.18 y 11.19 se muestran la comparación de respuesta temporal y la comparación de respuesta frecuencial en cadena abierta entre el modelo de cross-over de McRuer y un experimento de seguimiento compensatorio (tanto continuo como discreto) utilizando un grado de libertad de un dispositivo de entrada maestro [PEÑIN-98A]. Cada uno de los experimentos fue realizado por un total de 7 personas distintas. En la respuesta temporal se muestra el resultado medio, mientras que la frecuencial se muestra además la dispersión máxima. Se aprecia la bondad del modelo en ambos casos.

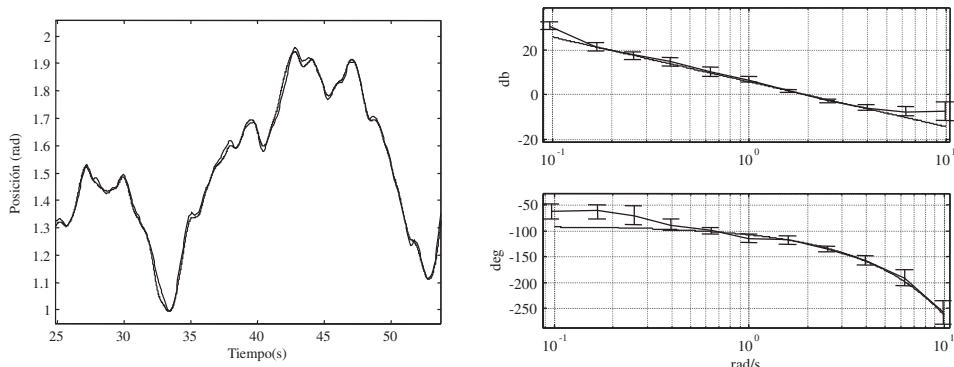


Figura 11.18. Comparación temporal y frecuencial entre la respuesta experimental (claro) y la respuesta del modelo de *cross-over* (oscuro) para un experimento de movimiento continuo utilizando un dispositivo de entrada de un grado de libertad.

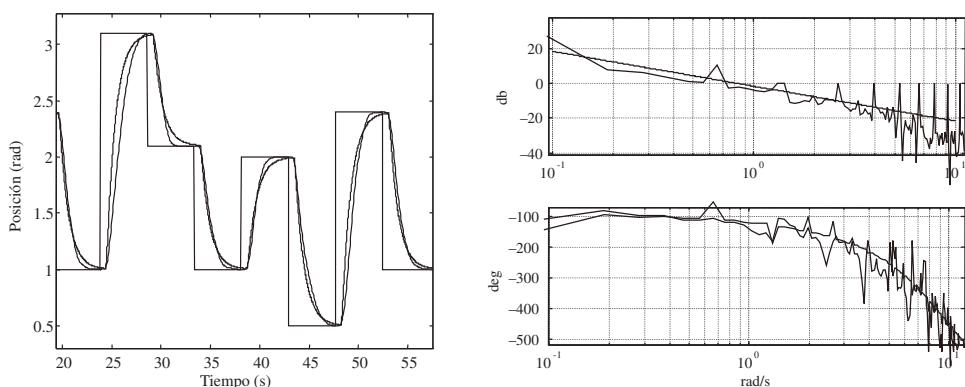


Figura 11.19. Comparación temporal y frecuencial entre la respuesta experimental (claro) y la respuesta del modelo de *cross-over* (oscuro) para un experimento de movimiento discreto utilizando un dispositivo de entrada de un grado de libertad.

11.6. CONTROL EN TELEOPERACIÓN

Un sistema de teleoperación se puede definir de forma simplificada como un sistema en el que un operador humano controla un dispositivo móvil remoto. El concepto de control es, por tanto, intrínseco a la teleoperación, pero desde el punto de vista de una relación operador-dispositivo teleoperado, y no tanto desde la perspectiva de control dinámico de este último, que estaría tratada en el Capítulo 7. Además, este control está ligado a una operación manual por parte del operador, y no a una programación a distancia, como sería el caso del control supervisado o tele-programación, que se tratarán en el Epígrafe 11.8.

En este apartado, se presentan en grado creciente de complejidad los conceptos principales de control en teleoperación. Empezando por los conceptos principales de control manual unilateral, se pasará a presentar el control bilateral como culminación de la reflexión de fuerzas, aunque el control bilateral se tratará con detalle en otro epígrafe posterior. Se aborda, seguidamente, la problemática de los retardos en las comunicaciones y las posibles soluciones adoptadas habitualmente para contrarrestar sus efectos. Finalmente, ningún control puede ser evaluado sin una serie de índices de rendimiento o prestaciones, que están determinados en gran medida por un grupo de factores funcionales de diseño y de operación. Ambos conceptos, de especial relevancia, son tratados detalladamente en secciones específicas.

11.6.1. Control unilateral

En los primeros desarrollos de sistemas de teleoperación maestro-esclavo el control implantado era de tipo unilateral o también llamado de bucle abierto (con respecto a la tarea o entorno). En este tipo de control no existe realimentación de señal alguna desde el esclavo hacia el maestro, no estando este último motorizado en sus articulaciones.

El nombre de unilateral deriva de la noción de que únicamente se puede realizar un control en un sentido, es decir, que el manipulador esclavo se mueve al mover el manipulador maestro pero no a la inversa. Es decir, en el control unilateral el maestro genera las señales de referencia o deseadas, ya sean de posición o velocidad, para los bucles de control de las articulaciones del esclavo. Se podría decir que el esclavo posee un sistema de control como el de un robot industrial, pero que en vez de recibir las referencias para los bucles de control de las articulaciones desde un programa de la unidad de control, las recibe generadas por las articulaciones del maestro. En verdad, tal y como se verá ahora, el control del esclavo es mucho más sencillo que el de la mayoría de los robots industriales.

Tipos de sistema de control

Dentro del control unilateral, se pueden distinguir diversas formas de realizar el control según cómo y cuáles son las señales que se generan en el maestro para controlar el esclavo.

Control independiente y control integrado

En primer lugar, cabe distinguir entre el control independiente o por interruptores (*analytical o switch control*) y el control integrado (*integrated control*). El control independiente o por interruptores se realiza con dispositivos maestros en los que al mismo tiempo únicamente se

pueden generar referencias o mandar señales de control que, generalmente, son del tipo todo o nada en velocidad, a una articulación del esclavo. Es decir, cada eje del esclavo o está parado o se mueve a una velocidad fija de forma totalmente independiente a los demás. Se suelen utilizar botoneras con distintos pulsadores o interruptores, uno para cada eje. Un ejemplo muy característico de dispositivo esclavo con este tipo de control son los puente grúa.

Por contra, en el control integrado, existe un dispositivo maestro (*hand controller, master*) que genera señales de referencia de uso simultáneo en todos los bucles de control del esclavo (véase la Figura 11.20). La relación de señales de referencia obtenidas de las articulaciones del dispositivo de control manual no tienen porqué ser aplicadas directamente sobre los bucles de las articulaciones del esclavo, sino que pueden existir unas transformaciones cinemática intermedias de forma que se consiga que el movimiento en posición y orientación del mando del maestro se transformen en comandos de posición y orientación para el extremo del esclavo.

En el primer caso, se hablará de control integrado con manipuladores maestros de cinemática equivalente, y en el segundo, denominado en algunas ocasiones como control resuelto, de control integrado con dispositivos maestros y que en algunos casos pueden ser similares a un *joystick*. En este último caso, lo que habrá es una asociación entre grados de libertad (GDL) articulares o cartesianos del maestro a GDL cartesianos del esclavo.

Como se podría fácilmente deducir, el control independiente es de poca utilidad comparado con el control integrado en la realización de tareas que necesiten un poco de soltura y/o rapidez (relación 1:10 en el tiempo de ejecución) y por ello únicamente se utiliza para manipuladores de grandes dimensiones, tipo grúa. Sin embargo, la diferencia entre utilizar un control integrado con maestro con y sin cinemática equivalente, no es clara y dependerá del tipo de tarea y de la disposición de los dispositivos que se comparen.

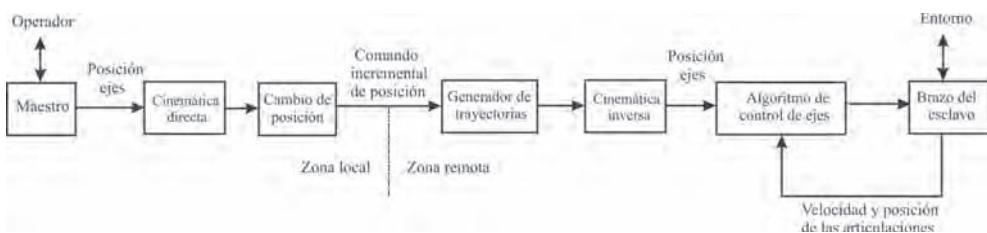


Figura 11.20. Esquema general de control unilateral integrado.

Control en posición o en velocidad

En el control integrado es posible realizar dos tipos de control distintos en función de como se utilice las señales de salida (normalmente de desplazamiento o posición) de la articulaciones del maestro. Si las señales de salida de los GDL del maestro se utilizan como referencias de posición para los GDL del esclavo, se hablará de control en posición. Si en cambio se utilizan como referencias de velocidad para los GDL del esclavo, se hablará de control en velocidad. En la Figura 11.20 se muestra un esquema general de control unilateral integrado en posición y con dispositivo maestro. Si se tuviera un sistema manipulador maestro con cinemática equivalente, se obviarían los bloques de transformación cinemática y la relación entre las articulaciones del maestro y el control de las del esclavo sería directa.

En los diversos estudios realizados con respecto a la idoneidad de utilizar un tipo de control u otro, se llega a la conclusión de que el control en posición es con diferencia bastante más útil que el control en velocidad (aunque existen algunas excepciones) tanto en tiempo de

ejecución como en otros parámetros, tales como la fuerza media ejercida sobre el entorno o la valoración de los operadores sobre su comodidad de operación.

El control en velocidad puede llegar a ser más útil que el de posición cuando el radio de acción del esclavo es mucho mayor que el del maestro, especialmente cuando se cuenta con dispositivos de control tipo joystick. En este caso, un control de posición implicaría bien utilizar un escalado de posiciones elevado, con la consiguiente pérdida de resolución, o bien indexar las posiciones. Indexar las posiciones indica poder utilizar el recorrido de cada GDL del dispositivo maestro varias veces para recorrer el desplazamiento del GDL del esclavo, mediante un desacoplamiento momentáneo de ambos (véase Figura 11.21). El control en velocidad es útil también cuando la dinámica del esclavo es muy lenta, habitual en manipuladores de grandes dimensiones o con grandes cargas. Por último, como ya se ha mencionado, el control en velocidad se utiliza también cuando existe control independiente, para mover cada eje por separado en velocidad. Se distingue entonces control en velocidad progresivo o todo o nada (*on-off*).

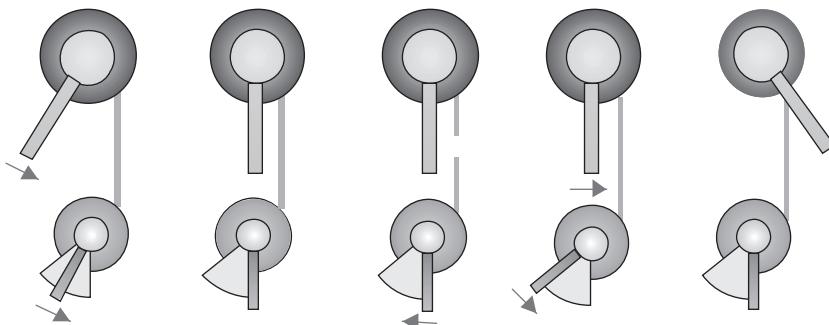


Figura 11.21. Concepto de re-indexación como solución ante menor rango de acción del dispositivo de entrada (abajo) con respecto al sistema teleoperado (arriba). Adaptado de [SAYERS-99].

Esquema de servo-control en el esclavo

Se quiere indicar aquí las características habituales de los bucles de control que se cierran en el manipulador remoto y su diferencia con respecto a los bucles de control habituales en robótica industrial.

Se hablará de esquemas de control mono-articular o desacoplados, pues es raro trabajar con modelos acoplados de todos los ejes. El esquema básico de control en posición en el esclavo consiste en un bucle en el que se compara la referencia de posición con la posición real del eje. El error resultante alimenta un regulador que define la ley de control sobre el actuador, es decir, el par que se le comanda generar al actuador. Alrededor del actuador se puede cerrar un bucle interno de velocidad (o incluso de aceleración), a través de una tacogeneratriz en el caso de actuadores eléctricos, para mejorar así su comportamiento dinámico. El regulador es casi siempre, y se está hablando de esquemas sencillos y muy extendidos, de tipo PD.

Es un detalle muy importante que no se incluya en el regulador una acción integral, al contrario que en el caso de los robots industriales, en los que, a no ser que incluyan un algoritmo de compensación de gravedad, se hace imprescindible para reducir el error en régimen permanente a cero. El interés de la acción integral radica en poder conseguir una buena precisión en el posicionamiento, pues ésta no deja de tener efecto hasta que el error entre la posición deseada y la

real se anule. En teleoperación el concepto de precisión de posicionamiento no tiene mucho sentido, pues el operador, a través de la realimentación visual, podrá llevar al manipulador esclavo donde desee, a pesar de que exista un error en régimen permanente entre la referencia del maestro y la posición del esclavo. En todo caso, podrá existir un problema de resolución. Además, el efecto de la acción integral puede ser catastrófico en el caso de que el esclavo tope con un elemento del entorno que lo frene, pues si el operador sigue moviendo el maestro, el error de posición crecerá de forma desmedida y el sistema se volvería inestable.

Si sumado a lo comentado sobre la precisión requerida se tiene en cuenta que la dinámica de movimiento del esclavo vendrá limitada por la dinámica de movimiento del brazo del operador, con velocidades máximas de 0,1 m/s, se comprende que los requerimientos del sistema de control del esclavo en teleoperación distan mucho de los requeridos en robótica industrial. De forma general, el ancho de banda requerido de las articulaciones del esclavo para sacar el máximo rendimiento al sistema, debe de ser de entre 1 y 3 Hz.

Es interesante, sin embargo, que sí exista un buen seguimiento dinámico del esclavo con respecto al maestro, de ahí que en muchas ocasiones se añada al bucle PD una prealimentación en velocidad y aceleración, que con un buen conocimiento del modelo del esclavo, permite que la posición y velocidad del esclavo sigan de forma muy cercana las referencias provenientes del controlador manual durante su evolución.

La muestra el esquema de control de un eje del manipulador Mascot IV, utilizado para el mantenimiento del JET tokamak [BECQUET-92], y cuyos actuadores son motores eléctricos de dos fases. En el esquema se puede apreciar todo lo comentado. (Véase Figura 11.22).

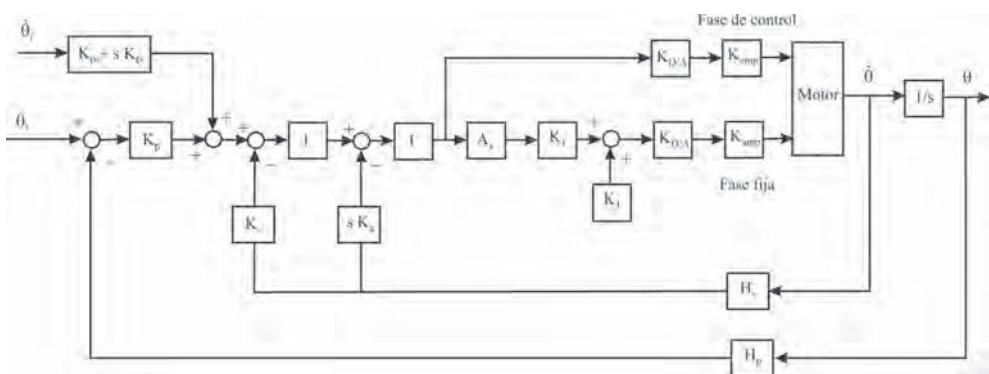


Figura 11.22. Bucle de control en una articulación del manipulador esclavo Mascot IV.

11.6.2. Reflexión de fuerzas

Se ha mencionado anteriormente, la conveniencia de transmitir al operador los esfuerzos de contacto que el manipulador esclavo realiza en el entorno remoto. Este proceso se conoce como reflexión de esfuerzos. Téngase en cuenta que se está hablando de reflexión y no de realimentación, que sería un caso particular de reflexión.

La reflexión de esfuerzos puede ser realizada de diferentes formas, siendo las más frecuentes la reflexión visual y la realimentación haptica, aunque se conocen experimentos de reflexión de esfuerzos mediante sonidos (reflexión auditiva) y de reflexión táctil [MASSIMINO-93]. A continuación, se describe brevemente cada una de ellas.

La reflexión visual de fuerzas se realiza presentando éstas al operador de manera gráfica a través de un visualizador. El gráfico de presentación debe incluir tanto las fuerzas ejercidas por el operador en cada uno de los ejes coordinados como los respectivos momentos. (véase Figura 11.23).

En la realimentación háptica se busca aprovechar la excelente capacidad que posee el ser humano de percibir información transmitida mediante contacto o fuerzas de reacción. Como ejemplo, cabe señalar la facilidad que poseemos los humanos en conocer la estructura de un entorno complejo tanteándolo únicamente con un palo. Como se ha visto en el Apartado 11.5.1 y, por tanto, el rango de frecuencias que una persona puede sentir es mucho mayor que el rango de frecuencias del sistema motriz, es muy importante llegar hasta ella para obtener una realimentación háptica de gran fidelidad. Este tipo de reflexión se realizará, por tanto, generando directamente una fuerza sobre la mano, excitando así dos elementos básicos de transmisión de señales hápticas hacia el sistema neurológico: los mecanoreceptores cutáneos de la mano (realimentación táctil) y los propioceptores de los músculos del brazo (realimentación de fuerzas). Se trata del método más natural de realizar reflexión háptica, pues es el único que no comporta una substitución sensorial, siendo la realimentación de fuerzas o cinestésica la más habitual, y la que se considerará de ahora en adelante.

Existe también lo que se denomina *reflexión háptica indirecta*. Consiste en reflejar la fuerza de contacto medida en la zona remota en la mano que no está realizando el control del dispositivo. De esta manera, se desacopla la percepción de la reacción y, por tanto, el sistema gana en margen de estabilidad, especialmente en presencia de pequeños retardos en la comunicación.

Los experimentos realizados *reflejando la fuerza mediante sonidos* [MASSIMINO-93] consisten en emitir sonidos al operador cuya intensidad está directamente relacionada con la magnitud de la fuerza que se está aplicando. Para tareas más complicadas, como pueden ser insertar un bulón en un agujero (*peg-in-the-hole*), las diferentes fuerzas de contacto (laterales, inferior y superior) se reflejan con sonidos de diferente frecuencia y combinando con ambos oídos.

En el caso de los experimentos para comprobar la bondad de reflejar la fuerza mediante tacto, el dispositivo empleado presenta una señal vibratoria en los dedos con una frecuencia fija de 250 Hz y con magnitud proporcional a la de la fuerza a reflejar.

Llevar a cabo cualquiera de los métodos de reflexión de fuerzas comentados en los párrafos anteriores implica un esfuerzo material y económico que debe estar justificado. Desde los primeros modelos de sistemas de teleoperación maestro-esclavo de transmisión mecánica,

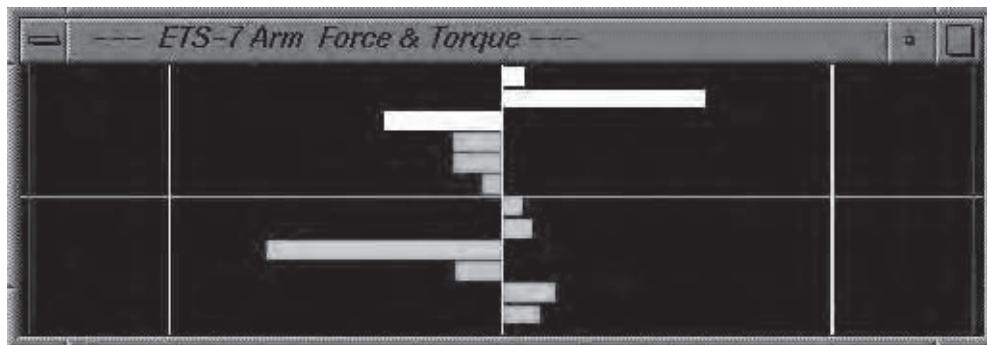


Figura 11.23. Ejemplo de reflexión visual de fuerzas.

se ha intentado que el operador reciba información sobre las fuerzas de contacto del esclavo sobre el entorno, pues es intuitivo que esta información ayudará al operador a realizar la tarea. En [BEJCZY-83] se habla de una reducción del tiempo de ejecución de hasta el 40%, pero, en realidad son pocos los estudios que cuantifiquen las ventajas que la reflexión de esfuerzos introduce en la teleoperación. Puede verse un estudio de los mismos en [FERRE-97].

Como conclusión, cualquiera de los modos de reflexión presentados mejora las prestaciones de un sistema de teleoperación. La reflexión cinestésica es la más adecuada, mientras que la visual, sonora y táctil, aunque menos útiles, podrían serlo en determinadas aplicaciones, como aquellas que impliquen un retraso en la comunicación y que impidan la reflexión cinestésica.

11.6.3. Control bilateral

En el epígrafe anterior se concluyó que para tener un buen comportamiento, un sistema de teleoperación ha de incluir algún tipo de reflexión de fuerzas hacia el operador. Se concluyó también que el método más natural de llevarlo a cabo es la reflexión cinestésica, que consiste en convertir la fuerza de contacto del esclavo en una fuerza aplicada sobre la mano o el brazo del operador. Lo más normal, es que el operador sienta la fuerza reflejada a través del dispositivo maestro. Se trata del tipo de sistemas de teleoperación más habitualmente utilizado en las aplicaciones actuales de la teleoperación.

El control bilateral surge, entonces, como el control necesario a implantar en un sistema de teleoperación para que exista realimentación háptica (que se supone cinestésica) hacia el operador. El sistema con este tipo de control pasa de ser unilateral, variables de control en el sentido del maestro al esclavo, a ser bilateral, en el que también existen variables de control fluyendo en el sentido contrario. Se supone, entonces, que ambos dispositivos o manipuladores, cuentan con algún tipo de accionamiento en sus articulaciones que vendrán ligados en su comportamiento gracias al esquema de control bilateral. No hay que olvidar, sin embargo, que un sistema maestro-esclavo con transmisión mecánica es un sistema bilateral de por sí, aunque no cuente con un sistema de control bilateral como tal.

Algunos autores realizan una clasificación de los sistemas de teleoperación con control bilateral en función de las señales y equipos que se encuentran en la zona local o remota. Se trata de una clasificación muy descriptiva y enfocada a aplicaciones, pero poco útil a la hora de estudiar y comparar los diferentes comportamientos. Lo más habitual es clasificar los sistemas de control bilateral en función del tipo de magnitudes utilizadas para realizar el control de cada uno de los dos dispositivos (el maestro y el esclavo). Esta clasificación ahonda más en el comportamiento intrínseco de los sistemas y en el tipo de control que se está empleando.

Dada la relevancia del control bilateral dentro de la teleoperación, se ha preferido dedicar un apartado completo (11.7) al estudio del mismo.

11.6.4. Control de sistemas con retardo temporal

La existencia de retardos en la comunicación supone uno de los mayores problemas en la estabilidad de los sistemas de teleoperación. Fue en los años setenta cuando las primeras aplicaciones de la teleoperación en el espacio pusieron de manifiesto estas limitaciones, impuestas, principalmente, por las grandes distancias existentes entre la zona local (la base terrestre) y la zona remota (órbita espacial o base lunar) que han de salvar las ondas de radio que poseen una velocidad de transmisión limitada.

El tiempo de ciclo (el tiempo que transcurre entre emitir una señal y recibir respuesta) para sistemas en órbita terrestre es como mínimo de 0,4 segundos, mientras que para sistemas cerca de la luna o en ella misma es de 3 segundos. A estos tiempos, normalmente, hay que sumarles retrasos debido a los procesamientos en satélites y demás estaciones de comunicación, lo que puede hacer que el retraso bidireccional llegue hasta los 5-10 segundos. Para el caso de vehículos sobre Marte, el retraso bidireccional es de entre 20 y 40 minutos, dependiendo de la distancia relativa entre la Tierra y el planeta rojo.

Considerables retardos en la comunicación también se dan en aplicaciones submarinas en las que se utiliza telemetría acústica cuya velocidad de transmisión en el agua está limitada a 1.700 m/s. Es decir, que teniendo en cuenta retrasos de procesamiento, se puede hablar de entre 0,5-1 segundo por cada kilómetro de distancia.

Otro canal de comunicación habitual hoy en día para teleoperación es Internet. Además de existir un retraso de entre 0,1-1 segundos, dependiendo de la distancia de los nodos y el tráfico existente, se añade la complejidad de que el tiempo de retardo no es fijo ni predecible.

Problemática del retraso temporal en el control de sistemas teleoperados

De forma intuitiva, se puede entender el problema que presenta el retraso temporal en un sistema de control considerando el caso de un teclado de ordenador que tiene un retraso en su respuesta. Es decir, que se tarde un determinado tiempo en visualizar en la pantalla lo que se está tecleando. Si se escribe con la misma rapidez que se haría sin tener el retraso y se comete un error, se tendrá que borrar a ciegas, con el consiguiente peligro de una nueva equivocación y de incluso estropear lo que ya estaba bien escrito.

En el caso de la teleoperación el problema se agrava porque existe un contacto físico del dispositivo teleoperado con el entorno. Si la información de ese contacto tiene un retraso, el operador no se dará cuenta hasta un tiempo después de que tiene que parar para no forzar el sistema. Pero, además cuando reaccione, el sistema teleoperado ya no estará donde él creía que estaba.

Científicamente, de teoría clásica de control es conocido que un retraso en la transmisión en un bucle de control puede provocar inestabilidades, sobre todo a medida que aumenta la ganancia estática. También es conocido que el efecto de un retraso puro en la fase del sistema es de una caída en un valor igual al producto de la frecuencia y del valor del retraso que exista.

La aparición de inestabilidades se puede explicar de la siguiente manera. La mayoría de los sistemas de control utilizan una realimentación negativa y ganancia mayor que la unidad, para poder así anular o minimizar el error entre la señal deseada y la real. Si entonces existe un retraso en la comunicación tal que en el rango de frecuencias de interés, el retraso es igual o mayor que la mitad de un ciclo, la realimentación se hace positiva debido a la caída de fase añadida (véase Figura 11.24). De esta manera, la energía a esa frecuencia se estará continuamente sumando al sistema, haciendo que la amplitud crezca sin límites, inestabilizando así a todo el sistema.

De lo dicho, está claro que si se trabaja a frecuencias bajas, de manera que a frecuencias altas y cercanas a la frecuencia crítica (frecuencia en la que la mitad del período es igual al tiempo de retraso) la ganancia es menor que uno, el sistema mantendrá la estabilidad.

Fue en 1962 cuando Ferrel realizó los primeros experimentos con un sistema unilateral con retraso en la realimentación visual, y demostró la importancia de los mismos en el rendimiento global del sistema. Fue entonces cuando se adoptó por primera vez la solución denominada de «mover y esperar» para paliar los negativos efectos de los retardos temporales. Otros experimentos, de los muchos que a partir de entonces se realizaron, demostraron que incluso con retardos tan pequeños como 0,3 segundos, al ser humano le es imposible llegar a mantener la coordinación senso-motriz.

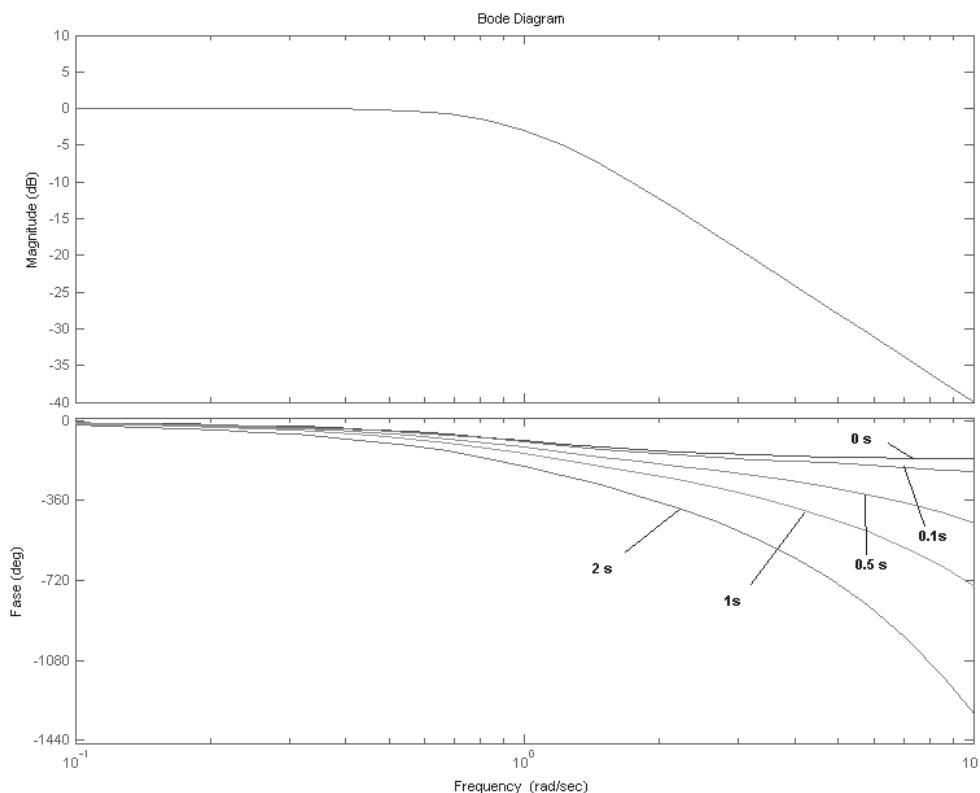


Figura 11.24. Diagrama de Bode de un sistema de segundo orden ($\omega_n = 1$ rad/s y $\zeta = 0,7$) realimentado con distintos retardos.

Estrategias para contrarrestar el retardo temporal

Como ya se ha comentado, la solución más inmediata es adoptar una estrategia de «mover y esperar». Es decir, realizar pequeños movimientos y esperar el resultado tras cada uno de ellos. Es el método más intuitivo y natural si no se tiene otro tipo de ayuda, aunque aumenta el tiempo de ejecución de la tarea exponencialmente en función del retardo y no soluciona el problema, sino que lo esconde.

A continuación, se presentan las técnicas más habituales para contrarrestar los efectos del retardo temporal:

- **Acomodación activa remota:** consiste en dotar al sistema teleoperado de una capacidad de adaptación o acomodación (*compliance*) al entorno. Esta acomodación es especialmente útil para tareas como la inserción, donde es necesario que el efecto final del manipulador corrija ligeramente su posición en función de las fuerzas de contacto con el entorno sin tener que esperar a una reacción por parte del operador.

Generalmente, esta acomodación es de tipo activo, consistente en modificar la referencia de posición del manipulador mediante cálculos por computador que reciben información sobre las fuerzas de contacto de un sensor fuerza/pár situado en el extremo del manipulador (véase Figura 11.25).

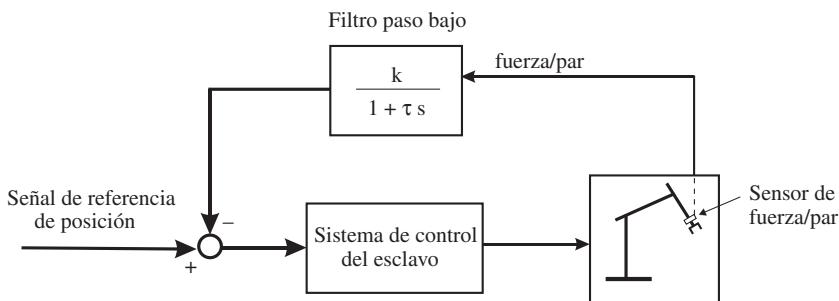


Figura 11.25. Esquema de implementación de la acomodación activa remota.

- **Visualizadores predictivos:** sistemas de visualización en los que se muestra al operador en tiempo real mediante simulación el resultado de las acciones que realiza, sin que tenga que esperar a recibir la información visual del resultado real. Para ello es necesario tener un modelo preciso de la zona remota (dispositivo teleoperado más entorno) y realizar las respectivas extrapolaciones (simulaciones) del mismo en el tiempo. La Figura 11.26 muestra un ejemplo de visualizador predictivo utilizado en experimentos de teleoperación espacial.

Son extremadamente útiles en el caso de haber un retardo significativo (más de 0.5 s) con el operador trabajando de manera muy lenta (por debajo de 1 Hz), pero presentan limitaciones en cuanto a que hay que conocer de forma precisa los modelos, ha de ser previamente calibrado y puede presentar problemas para tareas de mucha precisión, como pueden ser las de inserción.

En algunos casos, la información real y simulada es combinada en el mismo visualizador para dar un mayor grado derealismo y telepresencia.

Los visualizadores predictivos necesitan un modelo preciso del entorno, pero si se tiene ese modelo, ¿por qué teleoperar? ¿Por qué no programar directamente la tarea? Esta situación es lo que se conoce como la paradoja de Rosenborough.



Figura 11.26. Visualizador predictivo empleado en los experimentos de teleoperación desde tierra del brazo robótico a bordo del satélite japonés ETS-VII.

- **Embragues temporales y espaciales:** consisten en un refinamiento más de los visualizadores predictivos. En el caso del embrague espacial, los movimientos que realiza el operador, cuyo resultado ve mediante el visualizador predictivo, no son inmediatamente enviados a la zona remota, sino que se comprueba su resultado y si no es el adecuado el operador puede repetir la operación cuantas veces quiera, hasta que, una vez satisfecho, mande los comandos adecuados a la zona remota.

En el caso del embrague temporal, el operador puede salir de sincronismo con la operación real, y con ayuda del visualizador predictivo acelerar el proceso en las operaciones fáciles y frenarlo en las difíciles. Incluso se podría realizar la prueba de distintas alternativas. El sistema guarda los datos y los envía a la velocidad adecuada al sistema real. Generalmente, el embrague espacial implica uno temporal, pero no a la inversa.

Cuando se quiere mantener el control bilateral, las soluciones apuntadas no son del todo válidas y hay que recurrir a otros mecanismos. La razón radica en que la fuerza retardada resulta ser una perturbación que, debida a su naturaleza reactiva, el operador no puede ignorar y que su respuesta provoca la inestabilidad. Con reflexión visual el operador puede ignorar la perturbación y, por tanto, la inestabilidad, de una forma tan fácil como seguir el procedimiento de mover y esperar.

Entre las soluciones aportadas cabe destacar primero el reflejar la fuerza de forma visual y no cinestésica, lo que de por sí es no tener un control bilateral. Otra opción es lo que se conoce como reflexión indirecta, en la que la reflexión de fuerza se hace en la mano que no mueve o agarra al maestro. Otras soluciones pasan por predecir la fuerza a reflejar, como si de un visualizador predictivo se tratara, o también reflejar las fuerzas mayores de una cierta magnitud durante un breve período de tiempo en el que la ganancia del sistema se reduce por debajo de la unidad.

11.6.5. Prestaciones de un sistema de teleoperación

Una vez decidida cuál va a ser el sistema de control a utilizar en el sistema de teleoperación, es necesario especificar cuáles van a ser los parámetros de comportamiento del sistema que van a considerarse como significativos. Es decir, hay que definir una serie de factores o parámetros con los que poder analizar y/o comparar diversos sistemas de teleoperación, incluso para poder marcar un comportamiento ideal en base a los mismos.

De forma general, sí que se pueden escoger una serie de parámetros habitualmente utilizados y que indican la bondad del comportamiento. Estos parámetros son los siguientes:

1. Estabilidad del sistema.
2. Tiempo de ejecución y de una tarea.
3. Fuerzas ejercidas sobre el entorno.
4. Número de errores.
5. Error en posición y en fuerza.
6. Transparencia.
7. Opinión subjetiva del operador.

A continuación, se explicará brevemente qué significa cada uno de los parámetros enumerados y el porqué de su utilización en el análisis.

Estabilidad

Es quizá el parámetro más importante a considerar, pues un sistema inestable es un sistema inútil y peligroso. Los esquemas de control bilateral tienden especialmente a hacerse inestables ante determinadas circunstancias, entre las que se pueden citar las siguientes:

- **Retardo temporal en la comunicación:** la aparición de un retardo temporal en la transmisión de las señales entre la zona local y la zona remota inestabiliza rápidamente al sistema (retrasos de 0,5 s son suficientes en la mayoría de los casos). Esta inestabilidad aparece tanto por el propio funcionamiento del sistema de control como por la acción desfasada del operador sobre el sistema debido a que trabaja con una realimentación visual no actualizada.
- **Coeficiente de reflexión de esfuerzos elevado:** se ha comprobado, tanto teóricamente como experimentalmente, que según el tipo de arquitectura y parámetros del sistema (masas, fricciones, etc.) el valor del coeficiente de reflexión de esfuerzos es un parámetro decisivo en la estabilidad del sistema, y que cada sistema tiene un máximo que no podrá ser rebasado. En este mismo epígrafe se comenta con más detalle la importancia de este parámetro.
- **Asimetría del sistema:** los sistemas simétricos en cuanto al control del maestro y del esclavo, tienden a mantener la estabilidad más fácilmente [VERTUT-85], debido a que la forma de comportarse de ambos es similar y en su influencia mutua no aparecen efectos contrapuestos.
- **Enmascaramiento de fuerzas:** se trata de un problema no inherente al control sino al uso del mismo por el operador. El operador no siente las fuerzas que le genera el maestro hasta que éstas no vencen el rozamiento estático del maestro y además superan el umbral de insensibilidad de fuerza del operador. Esto puede provocar inestabilidad debido a que el operador no siente en su magnitud las fuerzas que realiza el esclavo en el entorno y puede intentar seguir moviendo el maestro cuando debería pararse. Esta situación puede agravarse con un coeficiente de reflexión de esfuerzos muy bajo.

El estudio de la estabilidad de un sistema puede realizarse de diversas maneras. En el caso de haber abordado el análisis mediante la teoría clásica de control, las herramientas más habituales son el criterio de Routh, el lugar de las raíces (LDR) y el análisis mediante Nyquist. Con las dos últimas es posible tener una medida cuantitativa de si el sistema está más o menos cerca de la estabilidad, y qué puede inestabilizarlo o estabilizarlo en función de parámetros físicos de interés.

En el caso de que el análisis se realice a través de la teoría del cuadripolo (véase apartado 11.7.6), el análisis de estabilidad se torna más complejo, y hay que recurrir a la teoría de pasividad de aplicación en redes eléctricas [ANDERSON-89].

Tiempo de ejecución y fuerzas ejercidas sobre el entorno

En la mayoría de las comparaciones que se realizan entre la aplicación práctica de diversos sistemas de control para la realización de tareas determinadas, los parámetros que sirven para catalogar un sistema como mejor con respecto a otro, se refieren exclusivamente al tiempo necesario para realizar la tarea asignada y la cantidad de fuerza que el manipulador esclavo ejerce sobre el entorno al realizarla.

El primero de ellos, el tiempo de ejecución, da una idea de la facilidad que aporta el sistema de control para poder realizar la tarea. Cuanto menor sea este tiempo, el sistema será más útil y productivo.

Por otro lado, también es interesante comprobar la fuerza que se está realizando sobre el entorno, que dará una idea de la suavidad con la que se realiza la tarea y el grado de desgaste que se infringe al manipulador y a los objetos del entorno. En este caso, es habitual considerar dos factores. En primer lugar, la media de fuerza ejercida, y que vendrá definida por:

$$\text{Fuerza media} = \frac{\sum_{i=1}^N |f_s|}{N} \quad [11.5]$$

donde N es el número de muestras que se han tomado durante la ejecución de la tarea.

En segundo lugar, también es interesante considerar el valor de fuerza acumulada durante la realización de la tarea, que vendrá dada por:

$$\text{Fuerza acumulada} = \sum_{i=1}^N f_s \Delta t \quad [11.6]$$

donde Δt es el tiempo de muestreo. Algunos autores prefieren realizar la suma acumulativa de fuerzas al cuadrado (*Sum Of Squared Forces SOSF*), pues así se da más peso a las fuerzas más grandes, que son las que pueden ser más perniciosas.

Número errores

El número de errores cometidos durante la ejecución de la tarea también es una medida de cómo se está realizando la misma y de su complejidad. Se entiende por error, por ejemplo, el que una pieza se caiga de la pinza de agarre, o que en un proceso de inserción se tenga que comenzar de nuevo porque se ha llegado a una situación de bloqueo.

Error en posición y en fuerza

Por error en posición se entiende la diferencia entre la posición de la articulación de maestro y de la articulación del esclavo (suponiendo un solo grado de libertad), es decir:

$$e_p = x_m - x_s \quad [11.7]$$

Mientras que por error en fuerza se entiende la diferencia entre la fuerza f_m que se ejerce sobre el maestro, y la fuerza f_s de reacción del entorno sobre el esclavo. Es decir:

$$e_f = f_m - f_s \quad [11.8]$$

De forma general, es deseable que ambas expresiones e_p y e_f tiendan a un valor nulo, teniendo entonces un acoplamiento cinestésico ideal, aunque existen investigadores que discrepan de ello y propongan dar más importancia a otros factores. Lo habitual es realizar o presentar gráficas en el tiempo en las que se presentan estos errores ante entradas del operador determinadas y aparición de contactos con diversos tipos de entorno.

Para poder analizar el comportamiento dinámico en todo el rango de frecuencias de varios sistemas con control bilateral, en [YOKOKOHJI-94] se proponen unos índices denominados de

manejabilidad. Estos índices miden el error de posición y fuerza entre maestro y esclavo a partir de las funciones de transferencia entre la fuerza del operador τ_{op} y los cuatro parámetros (las posiciones y fuerzas de maestro y esclavo):

$$\begin{aligned} G_{mp}(s) &= \frac{X_m(s)}{\tau_{op}(s)} & G_{sp}(s) &= \frac{X_s(s)}{\tau_{op}(s)} \\ [11.9] \quad G_{mf}(s) &= \frac{F_m(s)}{\tau_{op}(s)} & G_{sf}(s) &= \frac{F_s(s)}{\tau_{op}(s)} \end{aligned}$$

Se define, entonces, en base a estas funciones de transferencia los siguientes índices de manejabilidad de los sistemas:

$$\begin{aligned} J_p &= \int_0^{\omega_{\max}} \left| G_{mp}(j\omega) - G_{sp}(j\omega) \right| \left| \frac{1}{1+j\omega T} \right| d\omega \\ [11.10] \quad J_f &= \int_0^{\omega_{\max}} \left| G_{mf}(j\omega) - G_{sf}(j\omega) \right| \left| \frac{1}{1+j\omega T} \right| d\omega \end{aligned}$$

donde ω_{\max} es la máxima frecuencia del ancho de banda del operador humano durante la manipulación (típicamente 1-10 Hz), y T (con $T\omega_{\max} > 1$), es la constante de tiempo de un filtro paso bajo que se utiliza para dar más peso a la región de bajas frecuencias.

Estos índices básicamente lo que hacen es obtener en un rango significativo de frecuencias, los errores de posición y fuerza. De manera, que en sistemas con J_p pequeño los errores de posición entre maestro y esclavo se mantienen pequeños, y que sistemas con J_f pequeño tienen un buen seguimiento de fuerza entre maestro y esclavo. Estos índices son la aplicación de la idea de transparencia, que se explica a continuación, para sistemas especificados mediante funciones de transferencia.

Transparencia

El concepto de transparencia, de utilización habitual en el análisis con teoría del cuadripolo (que se aborda en el Apartado 11.7.6), se basa en la idea de que el objetivo es poder conseguir una transmisión de las señales de fuerza y posición entre maestro y esclavo de manera que el operador se encuentre lo más acoplado posible desde el punto de vista cinestésico con el entorno. Es decir, que el sistema de teleoperación (maestro, control y esclavo) se comporte de manera transparente entre el operador y el entorno de la zona remota.

Un sistema transparente de teleoperación se comporta como una conexión sin masa y de rigidez infinita. Como ejemplo práctico podría aproximarse a una barra rígida con la que se tantea el entorno (pensar en un grado de libertad).

Utilizando la representación del cuadripolo de la Figura 11.35, para conseguir la transparencia del sistema de teleoperación es necesario que la impedancia que ve el operador:

$$Z_t = \frac{f_m}{-x_m} \quad [11.11]$$

sea igual a la impedancia del entorno Z_e , que viene dada por:

$$Z_e = \frac{f_s}{x_s} \quad [11.12]$$

Existen autores que afirman que la transparencia no tiene porqué ser un ideal en sí, y que al diseñar sistemas de control que tiendan a ella, sin poder nunca alcanzarla, se están perjudicando otros factores que afectan al rendimiento práctico que se pueden obtener del sistema. Es decir, se critica que se intenten seguir límites teóricos sin fundamento práctico alguno, en perjuicio del rendimiento práctico del sistema.

Opinión subjetiva del operador

También es importante a la hora de valorar la ejecución de una tarea la opinión del operador. Por supuesto esta opinión es subjetiva, pero ya que el resultado de la tarea depende en gran medida de la confortabilidad y acoplamiento del operador con la tarea, el resultado de la misma dependerá en gran medida de cómo éste la considere y se encuentre realizándola.

Este tipo de análisis se suele realizar mediante unos cuestionarios tipo en el que una serie de preguntas permite extraer conclusiones cualitativas para la mejora del sistema desde el punto de vista del operador.

11.6.6. Factores funcionales de operación

Se ha visto en los apartados anteriores las distintas alternativas existentes para el sistema control. Antes de comenzar el diseño del mismo es necesario analizar todos aquellos factores que pueden influenciar las prestaciones finales del mismo y, por tanto, hacer decidir entre una alternativa u otra. En el caso de la teleoperación, este proceso de análisis es aún más importante, si cabe, por la complejidad del sistema y de los diversos elementos que lo componen y su posible interacción. Es por ello, que es necesario especificar una serie de factores funcionales asociados al sistema de teleoperación que afectan a su funcionamiento y, por consiguiente, a la calidad de la tarea realizada [MORA-04].

Habrá algunos factores, denominados intrínsecos, que pueden ser escogidos por el diseñador o incluso modificados por el operador durante la ejecución de la tarea. Mientras otros, denominados extrínsecos, son definidos de antemano sin dar libertad para el diseñador u operador para modificarlos. Estos factores vendrán dados generalmente por el tipo de aplicación.

Los siguientes epígrafes describen brevemente ambos grupos de factores funcionales, subdivididos a su vez en otros tipos.

Factores intrínsecos asociados a la cinemática: hacen referencia a las posibles relaciones cinemáticas entre los dispositivos de control y los dispositivos teleoperados.

- *Sistema de referencia de comandos:* es decir, cuál es el sistema de referencia sobre el sistema teleoperado para el que se generan los comandos. Podrán ser comandos directamente a las articulaciones (coordenadas articulares), basados en un sistema fijo (coordenadas cartesianas) o en relación al efecto final del manipulador (coordenadas de la herramienta).

- *Acoplamiento entre estímulo y respuesta:* hace referencia a la relación espacial existente entre el movimiento del dispositivo de control y el movimiento del sistema teleoperado. El acoplamiento es directo cuando ambos movimientos coinciden. En el caso de desajuste o acoplamiento indirecto, pueden existir dos causas distintas, tal y como se muestra en la Figura 11.27 un desajuste geométrico o un desajuste debido a la observación. Este factor afecta principalmente a la tele-propiocepción.

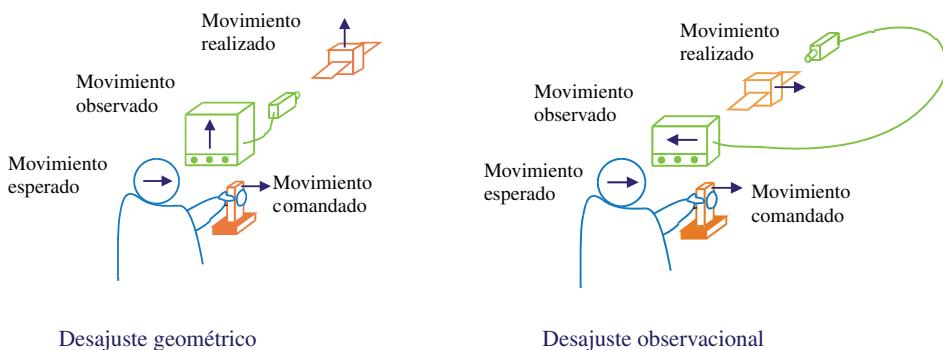


Figura 11.27. Ejemplos de desajustes entre estímulo y respuesta.

- *Escala de rango trabajo:* entre el dispositivo de control y el dispositivo teleoperado. Es decir, la diferencia entre el tamaño y los rangos de trabajo de ambos dispositivos. Si éstos son diferentes, será necesario realizar una escalado (ya sea para aumentarlos o disminuirlos) entre los comandos que se envían y los que se aplican sobre el dispositivo teleoperado.

Factores intrínsecos asociados al control: estos factores se refieren al tipo de control que se está empleando en el sistema de teleoperación:

- *Comando de control:* existirá diferencia si los comandos de control se realizan en posición o velocidad. Estará íntimamente ligado al factor funcional relativo al sistema de referencia para el que se generan los comandos.
- *Control bilateral:* hace referencia a si se ha implementado un control bilateral y de qué tipo es entre los distintos esquemas posibles (véase Epígrafe 11.7): posición-posición, fuerza-posición o fuerza-fuerza.
- *Esquemas avanzados de control:* es el caso de que se cuente con esquemas avanzados de control específicos para solventar un determinado problema o alcanzar un determinado objetivo. Es decir, si se cuenta con estrategias específicas para, por ejemplo, contrarrestar el efecto del retardo temporal en las comunicaciones, o para reducir las fuerzas de contacto, etc.

Factores intrínsecos asociados a la realimentación: estos factores intrínsecos indican cómo se realiza la realimentación de información al operador para aumentar su telepresencia. Existirán fundamentalmente dos tipos de información a realimentar, espacial y cinestésica:

- *Modo de realimentación de posición:* indica cómo se le indica al operador la posición del dispositivo teleoperado dentro del entorno. Fundamentalmente, esta realimentación será visual, aunque se podrán utilizar realimentación auditiva para, por ejemplo, indicar

que se ha alcanzado una posición y la realimentación cinestésica para, por ejemplo, frenar el paso a una zona prohibida.

- *Modo de realimentación de fuerzas:* indica la forma de realimentación de las fuerzas de contacto del dispositivo teleoperado hacia el operador. Como ya se ha indicado en el Epígrafe 11.6.2 dedicado a la reflexión de esfuerzos, esta información puede ser proyectada sobre el operador de forma visual (mediante gráficos), auditiva (tonos en función del nivel de fuerza) o directamente generando fuerzas sobre el brazo del operador. En este último caso, la realimentación puede ser directa si se realiza sobre el mismo miembro que controla, o indirecta si se realiza sobre el otro brazo o mano.
- *Ganancia de realimentación de fuerzas:* la ganancia de reflexión de esfuerzos (*Force FeedBack Ratio FFB*) es la relación existente entre la fuerza de reacción del esclavo con el entorno f_s y la fuerza τ_m que genera el actuador del maestro para llevar a cabo la reflexión de esfuerzos. Es decir:

$$FFB = \frac{\tau_m}{f_s} \quad [11.13]$$

Se suele expresar como una relación del tipo $1:k$, con la que se indica que si el valor de la fuerza de reacción del esclavo es de k , únicamente se realimenta 1. El FBB indica el grado de realimentación que se está realizando sobre el maestro de la fuerza de reacción del esclavo y, por tanto, dé la sensación que tiene el operador de las fuerzas que se desarrollan en la zona remota. Afecta directamente a cómo se realiza la tarea. En principio, se buscará que sea lo más cercano posible a la unidad, de manera que el operador tenga la mayor información posible sobre la zona remota, aunque en determinados casos, como la recogida de grandes pesos, será interesante que sea menor para así descargar al operador del mantenimiento del peso.

La Tabla 11.6 muestra las ganancias de reflexión de fuerzas de algunos sistemas comerciales o de laboratorio.

Tabla 11.6. Comparación del FFB para varios sistemas de teleoperación

Modelo	Control	Disp. control/tamaño	FFB
SM-229	posición-posición	maestro/igual	1:1
M2	posición-posición	maestro/igual	1:1,2,4,8
GRIPS (Kraft)	fuerza-posición	maestro/menor	1:10
JPL-PUMA	configurable	joystick/menor	1:10

Factores intrínsecos asociados a la calidad de la información: este grupo de factores hace referencia a la calidad de la información que se transmite y se recibe de la zona remota. Están muy ligados con el ancho de banda global del sistema. Se pueden distinguir los siguientes factores:

- *Frecuencia de actualización de control:* este factor determina la frecuencia a la que son actualizados los comandos de control del dispositivo, así como, en el caso de sistemas bilaterales, la frecuencia de la información de control sobre el dispositivo de entrada. Este factor afecta considerablemente a la estabilidad de todo el sistema, así como a la calidad de las sensaciones que tiene el operador.

- *Ancho de banda del dispositivo de control:* un factor que afecta de modo decisivo a la reproducción de las fuerzas en el dispositivo de control es el ancho de banda dinámico del mismo, especialmente cuando se quiere proporcionar una realimentación táctil. El ancho de banda estará determinado por la frecuencia de actualización del servo y por las características dinámicas del dispositivo.
- *Tipo de visión:* ya se ha visto que existen visualizadores de dos y tres dimensiones, lo que proporcionarán una visión de la escena remota de tipo monocular o binocular, también denominada estéreo.
- *Tipo y resolución de las imágenes:* las imágenes que se muestran en el visualizador pueden, en primer lugar, ser en blanco y negro o en color. Por supuesto, los visualizadores en blanco y negro son más económicos y pueden ser útiles para superponer gráficos. Por otro lado, el contraste de colores puede dar información adicional para realizar la tarea con mejores prestaciones. También habrá que tener en cuenta la resolución de las imágenes, tanto en tamaño como en calidad de compresión. Imágenes de poca resolución podrán dificultar al operador en tareas de una determinada precisión.
- *Frecuencia de imágenes:* indica el refresco de la imagen mostrada por el visualizador, generalmente medida en imágenes por segundo. Afectará a la percepción del sistema teleoperado y su entorno. Dependiendo de la velocidad de control del dispositivo teleoperado tendrá mayor o menor influencia.

Factores funcionales extrínsecos: se engloban en un solo grupo todos aquellos factores sobre los que ni el diseñador ni el operador tienen la capacidad de actuar. Son propios de la tarea en cuestión y de las circunstancias en las que ésta se lleva a cabo. Se pueden distinguir los siguientes:

- *Experiencia del operador:* el entrenamiento del operador y, en general, su capacidad y experiencia serán un elemento muy importante para la calidad de ejecución de la tarea. Lógicamente, sería deseable contar siempre con operadores muy experimentados, pero esto no es siempre posible, y dependerá de otras muchas circunstancias.
- *Modelo del entorno:* la posibilidad de contar o no con un modelo preciso del entorno es un factor clave que puede cambiar drásticamente las prestaciones del sistema. Esto dependerá, fundamentalmente, si se trata de un entorno medianamente estructurado y de si es accesible para su modelado. En caso de contar con este modelo, es posible utilizarlo convenientemente para ayudar al operador a ejecutar la tarea más eficientemente.
- *Existencia de retardo temporal:* como ya se ha visto anteriormente, la existencia de un retardo en la transmisión de la información entre la zona local y la zona remota, condiciona de forma decisiva las prestaciones del sistema de teleoperación y la arquitectura del mismo. El retardo puede ser constante o variable, siendo en este último caso más problemático.
- *Tipo de aplicación:* el tipo de aplicación condicionará muchos de los requisitos del sistema (véase Tabla 11.7). Afectará al tipo de tarea básica que se realiza (tareas de coger y dejar o más precisas, con necesidad de realizar ensamblados o movimientos de contacto fino), al mayor o menor acceso a la zona remota, la velocidad de manipulación necesaria, la robustez necesaria del sistema, etc.

11.7. CONTROL BILATERAL PARA TELEOPERACIÓN

El control bilateral ya fue brevemente introducido anteriormente cuando se habló de los distintos tipos de control en teleoperación. Se vio que el control bilateral surge como el control necesario a implantar en un sistema de teleoperación para que exista realimentación háptica (que se supone cinestésica) hacia el operador.

En esta sección se presenta en detalle el concepto de control bilateral y los esquemas habituales de implementación del mismo. Se aborda también las distintas técnicas de diseño y análisis de este tipo de controles.

El estudio en un esquema de control bilateral es lo suficientemente complejo, para que habitualmente y en primera aproximación se consideran los GDL de cada manipulador desacoplados entre sí, analizándose sistemas de un único grado de libertad en el maestro y en el esclavo. A cada grado de libertad, ya sea rotativo o lineal, se le asocia un actuador que típicamente es eléctrico en el maestro y eléctrico o hidráulico en el esclavo.

Puede encontrarse un análisis detallado de los sistemas de control bilateral, en [PEÑIN-98A].

11.7.1. Esquema general de implantación del control bilateral

Se considera, a continuación, el caso general de maestro y esclavo formados por un eslabón con un grado de libertad, en el que existe un actuador y sensores de posición, velocidad y fuerza/par¹ en la articulación. La Figura 11.28 muestra el esquema general de implantación de control bilateral para un sistema de teleoperación con un único grado de libertad y articulaciones rotativas en ambos manipuladores, lo que no restringe generalidad. Será el esquema en el que se basarán la mayoría de las explicaciones y análisis posteriores.

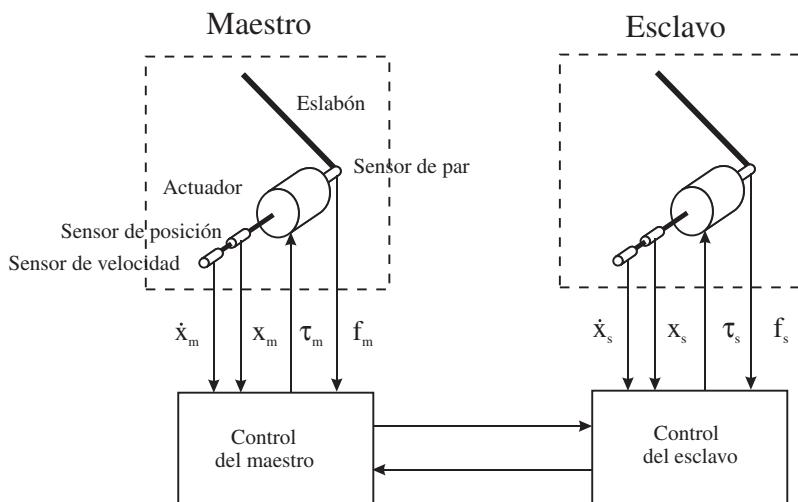


Figura 11.28. Esquema general de control bilateral.

¹ En el marco de este texto se hablará indistintamente de fuerza y par al referirse a la magnitud actuante sobre una articulación, pues el nombre adecuado dependerá de si ésta es de desplazamiento o rotativa.

En este esquema se distinguen dos grandes bloques que representan al dispositivo maestro y al manipulador esclavo respectivamente. Se trata de dos bloques semejantes en sus características. Contienen un eslabón del manipulador con su correspondiente articulación accionada por un actuador. Asociado al eje de la articulación se hayan, de forma general, un sensor de posición, un sensor de velocidad y un sensor de par. La información captada en cada instante por estos sensores va directamente al controlador de la articulación. A su vez, cada controlador genera directamente la señal de mando para su actuador correspondiente. Esta señal de mando dependerá, de forma general, de la información obtenida con los sensores de la propia articulación y de información enviada por el controlador de la articulación correspondiente al otro manipulador. El que exista información fluyendo entre los dos controladores en ambos sentidos es lo que confiere al esquema global la característica de bilateral. Es importante hacer notar que el eslabón del maestro será el mando que mueve el operador para indicar el movimiento deseado sobre el eslabón del esclavo.

11.7.2. Esquemas básicos de control bilateral

En esta arquitectura general se podrán implementar arquitecturas más simples o más complejas dependiendo de si se hace uso de toda la información disponible de los sensores y de cómo sea la ley de control diseñada en cada uno de los controladores. Existen tres esquemas básicos de control bilateral, basados en las magnitudes empleadas en el control de cada manipulador, que en la literatura se consideran como clásicos y se suelen utilizar como patrones de comparación con esquemas propuestos más avanzados. Estos esquemas básicos de control bilateral son:

1. Control posición-posición.
2. Control fuerza-posición.
3. Control servo de fuerza-posición.

Existe alguna configuración adicional que podría considerarse como básica, como puede ser fuerza-fuerza, que en realidad no está muy extendida.

Esquema de control bilateral posición-posición

Es el primer esquema de control bilateral que se llevó a la práctica, y lo realizó el equipo de Ray Goertz en 1954. Ha sido utilizado abundantemente en los desarrollos de la industria nuclear. También se le conoce como error común en posición o como servo simétrico de posición. La Figura 11.29 muestra el esquema básico de su funcionamiento.

Consiste en controlar el maestro con un bucle de posición cuya referencia es la posición actual del esclavo. Mientras que el esclavo también se encuentra servocontrolado en posición teniendo como referencia la posición del maestro. Se trata, tal y como se aprecia en la Figura 11.29, de un esquema totalmente simétrico en cuanto al control de los dos manipuladores.

En este esquema se ha suprimido la medición de fuerza/par en los actuadores, lo que hace al sistema más sencillo y barato. Se consigue así un sistema totalmente reversible sin la necesidad de utilizar ningún sensor de fuerza. En su configuración básica, no se hace uso de la señal de velocidad, aunque es habitual implementar un bucle de velocidad similar al de posición en ambos manipuladores, para poder corregir los efectos de la fricción viscosa y mejorar así el comportamiento dinámico del conjunto. De ahí que en la Figura 11.29 se haya mantenido las flechas de los sensores de velocidad.

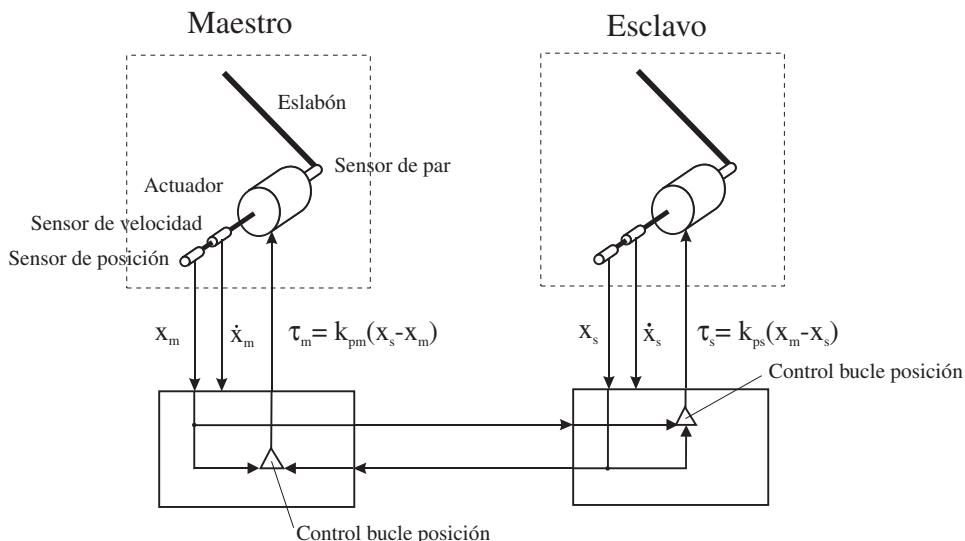


Figura 11.29. Esquema de control bilateral posición-posición.

Se trata de un sistema bastante estable en su funcionamiento, y en régimen permanente la fuerza que el operador aplica sobre el eslabón del maestro es similar a la fuerza realizada por el eslabón del esclavo sobre el entorno, aunque en régimen transitorio los esfuerzos sentidos por el operador no son todo lo fiables que serían deseables.

Esquema de control bilateral fuerza-posición

Es un esquema de control bilateral un poco más moderno que el posición-posición, desarrollándose las primeras investigaciones entre 1965 y 1969 por Carl Flatau del Brookhaven National Laboratory [VERTUT-85], y hoy en día se trata de un esquema muy popular en los centros de investigación. La Figura 11.30 presenta un esquema básico de su funcionamiento.

Al igual que en el posición-posición, el esclavo se encuentra servocontrolado en posición tomando como referencia en cada momento la posición del maestro. Sin embargo, ahora el actuador del maestro recibe directamente una señal de realimentación de fuerza, proveniente del sensor de fuerza en el eje del esclavo. Generalmente, esta señal de realimentación de fuerza es atenuada para mantener o mejorar la estabilidad del conjunto. Al igual que en el esquema posición-posición, es posible utilizar las velocidades en el control del esclavo para mejorar su comportamiento. De ahí que se hayan mantenido las señales de velocidad provenientes de los sensores.

Se trata de un sistema totalmente asimétrico en el tratamiento del maestro y del esclavo, lo que en cierta medida agrava los problemas de estabilidad. Se ha suprimido el uso del sensor de fuerza en el maestro, manteniendo el del esclavo. Como principal ventaja tiene que el maestro reproduce más fielmente la fuerza de reacción que el esclavo realiza sobre el entorno, tanto en régimen permanente como en el transitorio, lo que da una mayor fidelidad de reflexión de esfuerzos para el operador.

Existe una variación bastante habitual de la implementación práctica del esquema de control fuerza-posición. En este nuevo esquema, la realimentación de fuerza no se hace directa-

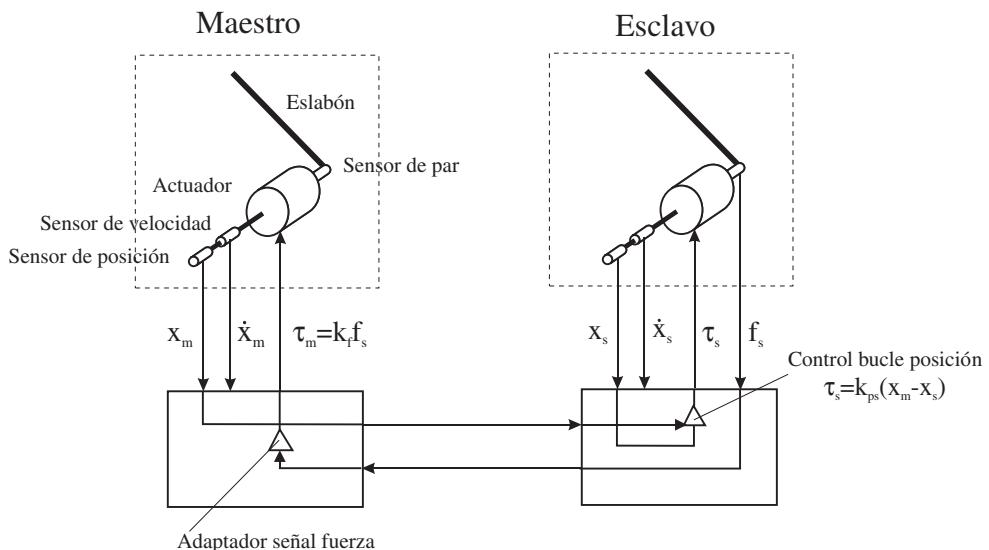


Figura 11.30. Esquema de control bilateral fuerza-posición.

mente de un sensor de fuerza en el extremo del esclavo, sino que se realimenta directamente de la fuerza que está generando el actuador. Es decir, en un manipulador esclavo con accionamiento hidráulico se estaría realimentando la diferencia de presiones en el cilindro, que es una medida de la fuerza que está generando el cilindro. En el caso de un manipulador esclavo con motores eléctricos de corriente continua, se estaría realimentando la intensidad por los devanados que es una medida del par que genera el motor, aunque este caso no sea tan habitual.

Por lo demás, el esquema es el mismo que el fuerza-posición, pudiéndose identificar uno a uno todos los parámetros, incluida la constante de reflexión de fuerza k_f . A este nuevo esquema se le ha denominado con el nombre de *presión-posición* [PEÑÍN-98A] por ser bastante habitual en sistemas con accionamiento hidráulico en el esclavo, en los que se realimenta una señal que en su captación tiene unidades de presión.

Esquema de control bilateral servo fuerza-posición

Es un esquema de control de aparición simultánea con el de fuerza-posición a finales de los años sesenta, y aunque su utilización no está muy extendida, se suele incluir entre los sistemas básicos de control bilateral [YOKOKOHJI-94]. La Figura 11.31 presenta un esquema básico de su funcionamiento.

De forma similar a los esquemas anteriores, el manipulador esclavo está controlado en posición utilizando como referencia la posición que marca el maestro. Se puede incluir también un bucle en velocidad, si se quiere mejorar el comportamiento dinámico. El esclavo, por su parte, realimenta la fuerza proveniente de su sensor a un bucle de fuerza en el maestro, que controla la fuerza que éste debe desarrollar de forma que en cada momento se reproduzca en el eje de salida exactamente la fuerza del esclavo.

Este esquema es muy similar al fuerza-posición, pero el bucle de fuerza consigue que en eje de salida se reproduzca de forma exacta la fuerza sentida por el esclavo, que en el esquema fuerza-posición queda degradada debido a la inercia y al rozamiento del maestro. Esta

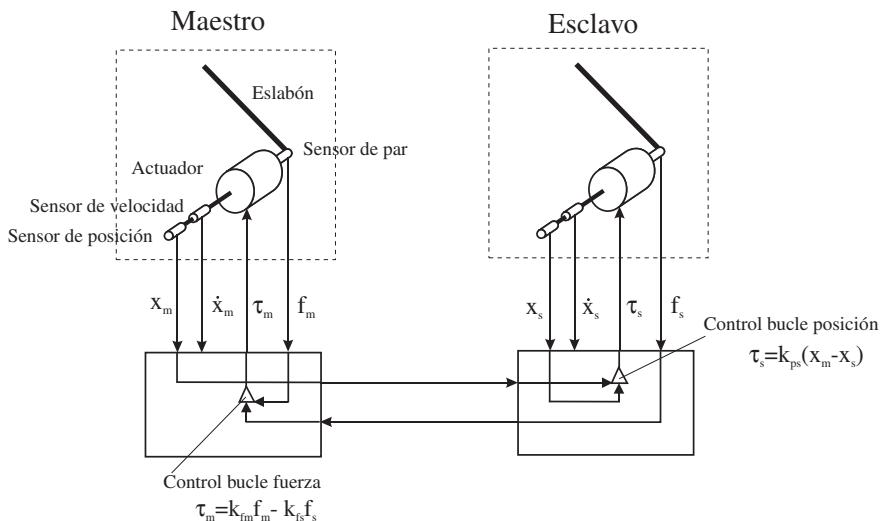


Figura 11.31. Esquema de control bilateral servo fuerza-posición.

ventaja tiene el coste de un sensor de fuerza en el maestro junto con el correspondiente control del bucle, lo que a menudo no le hace rentable. Este esquema también se utiliza cuando los actuadores del maestro son irreversibles, de manera que el operador no es capaz de mover las articulaciones con su propia fuerza. Se utiliza entonces f_m como medida de la fuerza que imprime el operador, realimentándose para comandar al actuador.

Se trata también de un sistema no simétrico que presenta problemas de estabilidad, dependientes en gran medida del grado de reflexión de la fuerza del esclavo.

11.7.3. Comparación entre esquemas de control bilateral

En esta apartado se va a realizar un resumen de la comparación del distinto comportamiento de los dos principales esquemas considerados: posición-posición y fuerza-posición.

Comparación en cuanto a realización práctica y coste

El primer criterio a tener en cuenta en la comparación entre el esquema fuerza-posición y el esquema posición-posición es su facilidad y coste en cuanto a la realización práctica de los mismos.

El esquema posición-posición fue el primero en realizarse a mediados de los años cincuenta. Esto indica su facilidad de montaje, pues puede comprenderse la escasez de medios tecnológicos avanzados existentes en aquella época [VERTUT-85]. Su montaje es tan simple como unir dos bucles tradicionales de control en posición, a los que se puede añadir una realimentación tacometrífica, todo de forma totalmente analógica. Los sensores de posición necesarios en las articulaciones del maestro y del esclavo (ya sean potenciómetros o sensores más sofisticados) no son excesivamente caros. Lo único que puede complicar un poco el diseño son los actuadores, sobre todo del maestro, pues se tratará de motores reversibles que han de estar continuamente trabajando a velocida-

des muy bajas, incluso nulas, mientras han de dar un par elevado. El diseño en un principio era el de motores de dos fases, como los que se puede encontrar en el sistema Mascot IV [BECQUET-92], para pasar después a motores de par de corriente continua, y últimamente a motores de tipo sin escobillas (*brushless*), como los que fueron utilizados en el primer sistema de control bilateral completamente digital en el año 1982. La principal ventaja de estos últimos motores radica en su fiabilidad y en la posibilidad de trabajar bajo agua o en el vacío.

En cambio, en el sistema fuerza-posición, implantado por primera vez a finales de los años sesenta, es necesario, además de los potenciómetros o sensores de posición en el maestro y en el esclavo, un sensor de fuerza/par en el extremo del esclavo. Sensor que suele ser bastante caro, aunque en un principio se utilizaban galgas extensiométricas, que presentaban bastantes problemas en cuanto a nivel y ruido de la señal. Además, el control de los actuadores del maestro no se realizará con un bucle en posición, que es lo habitual, sino que habrá que diseñar un control especial para el procesamiento de la señal de fuerza del sensor y su traducción directa a fuerza/par generada por el actuador. Este control es más delicado, lo que junto con el sensor de par y la utilización también de actuadores especiales en el maestro, hace más complicado y caro realizar de forma práctica un esquema fuerza-posición que un esquema posición-posición, que es mucho más natural.

En cuanto al sistema presión-posición, los problemas son los mismos que en el sistema fuerza-posición, sólo que en este caso el sensor es bastante más barato. Suelen ser sensores de presión diferencial que se colocan en las dos cámaras del cilindro. La señal de salida de estos sensores también ha de ser tratada de forma adecuada para poder ser realimentada al actuador del maestro.

Comparación en cuanto a estabilidad

Uno de los criterios más importantes para realizar la comparación entre dos esquemas de control bilateral es su capacidad de mantenerse estable ante diversas situaciones.

El esquema posición-posición es un esquema de control muy estable, sean cuales sean los parámetros físicos y de control con los que se trabaje. Bien es verdad, que habrá situaciones en las que los márgenes de estabilidad serán mayores o menores, pero de forma general su comportamiento es excepcionalmente estable. Su estabilidad viene motivada por la simetría y del amortiguamiento intrínseco del sistema, que hace que maestro y esclavo se amortigüen mutuamente. Esto se traduce en un funcionamiento adecuado ante retrasos o tiempos de procesamiento de las señales, muy habitual en los sistemas de control digital modernos. El trabajar con sistemas tipo réplica, con el maestro y el esclavo de idénticas características, aumenta aún más esos márgenes de estabilidad. Es normal que con los sistemas tipo réplica se pueda trabajar con un coeficiente de reflexión de fuerza cercano a la unidad sin que haya muchos problemas con la estabilidad.

Por contra, el sistema fuerza-posición, debido principalmente a su palpable asimetría, sí que tiene bastantes problemas con la estabilidad. Éstos se agravan principalmente cuando los manipuladores maestro y esclavo presentan diferentes parámetros dinámicos (masa, rozamiento viscoso, etc.), lo que aumenta aún más la asimetría y desequilibra al sistema.

La manera de mantener estos sistemas estables es reducir en un cierto grado el coeficiente de reflexión de fuerzas, lo que puede limitar su utilidad práctica. Además, este tipo de sistemas se ve muy afectado por los retrasos en el procesamiento de las señales debido al tratamiento digital. La utilización de sistemas grandes y, si puede ser, con el maestro lo más parecido en tamaño y características al esclavo, hará que el sistema pueda llegar a utilizar valores del coeficiente de reflexión de

fuerzas cercanos a la unidad, pero siempre a costa de ralentizar y hacer menos ágil al sistema. Es decir, hay que tratar de amortiguar la respuesta del sistema de una u otra forma, generalmente amortiguando la dinámica del maestro.

En cuanto al sistema presión-posición, se verá que estructuralmente es equivalente al sistema posición-posición y, por tanto, su estabilidad podría decirse que es la misma. Pero esto no es realmente así porque la realimentación hacia el maestro no es el error de posición entre maestro y esclavo (por una constante) sino que se está realimentando la diferencia de presión en las cámaras de cilindro, lo que no tiene una relación lineal directa con el error. Es otra señal muy distinta, que, además, es muy débil y presenta mucho ruido. Por ello, en la realidad, la estabilidad de este tipo de sistema es menor que el de posición-posición, tanto por su asimetría como por el uso de señales con mucho ruido. Eso sí, su estabilidad será algo mejor que la del sistema fuerza-posición, debido a que en su funcionamiento dinámico básico se aprovecha del amortiguamiento que provocan la dinámica del maestro y del esclavo.

Comparación en cuanto a respuesta temporal

A parte de la estabilidad, una de las facetas más importantes de cualquier sistema es la evolución de su respuesta, sobre todo en lo que se refiere a la precisión, a la velocidad y a las oscilaciones.

Ambos sistemas presentan un error en régimen permanente entre la posición del maestro y la posición del esclavo. Sus expresiones son las mismas, y dependen de la constante de reflexión de fuerza y de la constante de servo del esclavo.

Este error en un principio no parece tener mucha importancia, pues es perfectamente corregible por la realimentación visual del operador. Pero si se quiere tener un sistema coherente, en el que el esclavo sea capaz de seguir al maestro de forma adecuada, será necesario suprimirlo, o por lo menos, minimizarlo lo máximo posible.

De forma general, se puede afirmar que en igualdad de condiciones dinámicas y de control, un sistema posición-posición presenta una respuesta mucho menos oscillatoria que un sistema fuerza-posición. Esta diferencia se hace muy sustancial a medida que se aumenta el coeficiente de reflexión de fuerza de ambos sistemas. Mientras en el posición-posición las oscilaciones van aumentando, e incluso llegan a estabilizarse y disminuir, en el caso del esquema fuerza-posición las oscilaciones se disparan, haciendo al sistema prácticamente inútil, y pudiendo llegar a inestabilizarlo.

En cuanto a la velocidad de respuesta, sobre todo en movimiento libre, el sistema fuerza-posición es generalmente algo más rápido, por no tener que soportar el efecto de amortiguamiento provocado por la realimentación de posición del esclavo al maestro, que tiende a ralentizar a éste y por ende a todo el sistema, aunque depende de los valores de control. Cuando el movimiento está limitado por el entorno, esta velocidad de respuesta no es tan importante y entran otros factores en juego que definen mejor la utilidad del sistema.

11.7.4. Modelo básico de un sistema de teleoperación con control bilateral

En todo sistema de teleoperación de tipo maestro-esclavo existen cuatro elementos físicos bien diferenciados que intervienen en su comportamiento. Éstos son: el propio operador que realiza la tarea, el dispositivo maestro manipulado por el operador, el manipulador esclavo que realiza la tarea en la zona remota y el entorno con el que interacciona el manipulador esclavo.

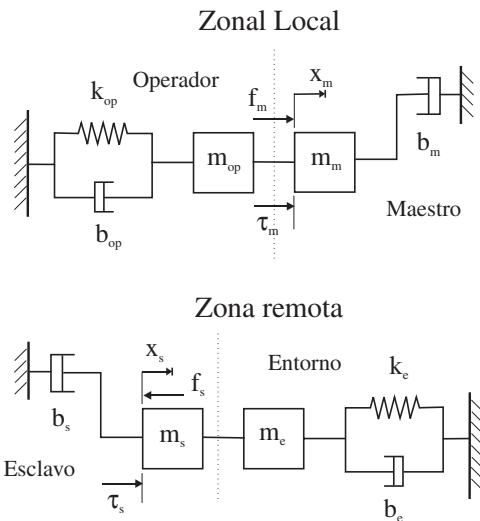


Figura 11.32. Modelo general de un sistema de teleoperación con control bilateral.

La Figura 11.32 muestra el modelo mecánico habitual utilizado para análisis de cada uno de estos elementos junto con la relación física existente en cada una de las dos zonas [DANEL-98]. En la zona local, el manipulador maestro se modela como una masa de valor m_m que ha de vencer un rozamiento viscoso de valor b_m tanto del medio como de los actuadores. A su vez, el manipulador maestro es agarrado por el brazo del operador que le imprime una fuerza f_m para poder moverlo, mientras que la fuerza del accionamiento del maestro que implementa la reflexión de esfuerzos se denomina τ_m .

La forma de modelar el operador para diseño de sistemas de control es generalmente mucho más simple que la expuesta en el Épígrafe 11.5.2. El brazo del operador se modela como una masa de valor m_{op} con una rigidez k_{op} y un rozamiento viscoso b_{op} asociado a su movimiento. Los músculos del brazo generan una fuerza τ_{op} para moverse a sí mismo y al maestro. Es decir, únicamente se considera el comportamiento mecánico del operador: la fuerza que imprime al maestro más las características dinámicas del brazo en su acción. La principal carencia de este modelo es tener en cuenta en qué se basa el operador para generar un valor de fuerza τ_{op} determinado.

En la zona remota el esclavo es modelado de forma similar al maestro: como una masa de valor m_s que tiene asociado un rozamiento viscoso b_s tanto del medio como de los actuadores. El accionamiento del esclavo desarrolla una fuerza que se llama τ_s . El entorno, que puede ser un objeto, se modela como una masa de valor m_e a cuyo movimiento se opone un rozamiento viscoso b_e y una rigidez elástica k_e . La fuerza de reacción del entorno actuante sobre el esclavo recibe el nombre de f_s .

Con este modelo se está suponiendo que la rigidez del servo de control que se implante, tanto en el esclavo como en el maestro, es mayor que la rigidez propia de las articulaciones, que se desprecian. El modelo del operador y del entorno es un modelo general que engloba diferentes características. Generalmente, el entorno que se considera de forma práctica es una superficie de contacto con una rigidez determinada, eliminándose, por tanto, la masa y el rozamiento viscoso asociado el entorno. El entorno está definido como un elemento pasivo, en el que no se generan fuerzas que no sean de reacción. Esto puede que no se corresponda con la realidad en determinadas circunstancias (cuando el esclavo coge un peso o el operador le em-

puja), pero en general, únicamente interesa analizar operaciones de contacto, que son las que mayores problemas presentan en el control. Por otra parte, la utilización de un modelo lineal de entorno provoca que éste en determinadas circunstancias se comporte de forma antinatural. Tal es el caso en el que para un valor de x_s negativo (entorno traccionado) el entorno tiende a su posición de equilibrio y arrastre consigo al esclavo. Aunque no es habitual trabajar en estas circunstancias habrá que tener muy en cuenta la influencia de este efecto no real.

Es interesante conocer que existen modelos más completos del entorno según el material de que se trate (Figura 11.33), siendo todos ellos de tipo visco-elástico, ya que el tiempo y la velocidad juegan un papel dominante en su respuesta ante la acción de fuerzas externas. Estos modelos permiten no sólo deformaciones elásticas, sino también plásticas.

En el caso del operador, lo habitual es considerar su masa y la del maestro como una única masa, y para simplificar, en determinadas circunstancias, despreciar la viscosidad de operación del brazo.

Teniendo en cuenta que la posición del maestro dada por x_m es la misma que la posición de la mano del operador, y que la del esclavo x_s es la misma en todo momento que la posición del objeto o entorno, a partir de la Figura 11.32 se pueden escribir las siguientes ecuaciones:

$$\tau_m + f_m = m_m x_m + b_m x_m \quad [11.14]$$

$$\tau_s - f_s = m_s x_s + b_s x_s \quad [11.15]$$

$$f_s = m_e x_s + b_e x_s + k_e x_s \quad [11.16]$$

$$\tau_{op} - f_m = m_{op} x_m + b_{op} x_m + k_{op} x_m \quad [11.17]$$

Estas ecuaciones únicamente expresan la física de interacción entre los distintos elementos. Es muy importante resaltar que en este modelo se han obviado de forma ostensible elementos diversos que intervienen en el sistema real, como pueden ser los actuadores, pero la creación de este modelo es únicamente para un análisis ideal de comportamiento.

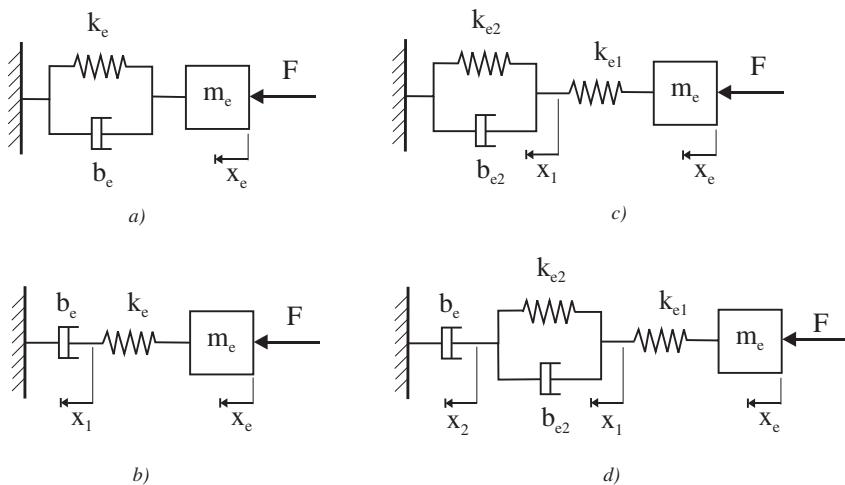


Figura 11.33. Modelos de entorno alternativos *a)* Kelvin, *b)* Maxwell, *c)* lineal estándar y sólido y *d)* Maxwell-Kelvin.

El esquema de control bilateral implantado en este sistema vendrá definido por la ley de control asociada al actuador del maestro y al actuador del esclavo, es decir, el valor de τ_m y τ_s en función de las variables (posiciones y fuerzas) en juego en el sistema. De forma general:

$$\tau_m = \begin{bmatrix} K_{mpm} & K_{mfm} \\ f_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ f_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{mps} & K_{mfs} \\ f_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ f_s \end{bmatrix} \quad [11.18]$$

$$\tau_s = \begin{bmatrix} K_{spm} & K_{sfm} \\ f_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ f_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{sps} & K_{sfs} \\ f_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ f_s \end{bmatrix} \quad [11.19]$$

donde K , con los distintos subíndices, indica una expresión en derivada del tiempo (función de transferencia en el dominio de Laplace).

Con estas leyes de control, el par del actuador del maestro depende tanto de sus variables de posición y fuerza como de las del esclavo. Lo mismo ocurre en el esclavo. Estas ecuaciones indican como «unir» maestro y esclavo y constituyen el punto de partida de cualquier esquema de control que se quiera diseñar. Definen de por sí el tipo de control bilateral que se ha implantado.

En el caso particular de un esquema de control bilateral posición-posición, y admitiendo realimentación en velocidad, las Ecuaciones [11.18] y [11.19] quedarían de la forma:

$$\tau_m = \begin{bmatrix} -k_{pm} - k_{vm} \frac{d}{dt} & 0 \\ f_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ f_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{pm} + k_{vm} \frac{d}{dt} & 0 \\ f_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ f_s \end{bmatrix} \quad [11.20]$$

$$\tau_s = \begin{bmatrix} k_{ps} + k_{vs} \frac{d}{dt} & 0 \\ f_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ f_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -k_{ps} - k_{vs} \frac{d}{dt} & 0 \\ f_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ f_s \end{bmatrix} \quad [11.21]$$

donde k_{pm} y k_{ps} son las constantes proporcionales del bucle de posición en maestro y esclavo respectivamente, y k_{vm} y k_{vs} son las constantes proporcionales del bucle de velocidad, también para maestro y esclavo.

Es muy importante señalar que en este caso se ha considerado una ganancia en posición y velocidad entre el maestro y el esclavo de la unidad, que es lo más habitual. Los casos particulares de ganancia mucho menor que la unidad corresponden a esquemas de macro-micro teleoperación, de amplia aplicación en microcirugía; mientras que los de ganancias mucho mayor que la unidad corresponden a esquemas de teleoperación de grandes manipuladores, como pueden ser grúas de carga, y que se denominan amplificadores del hombre (*man-amplifiers*) o «extendedores», cuyo origen se encuentra en el Hardy-Man desarrollado por Mosher a finales de los sesenta. La capacidad de conseguir que los movimientos y fuerzas del esclavo estén magnificadas o reducidas con respecto a las del maestro se denomina generalmente como escalado de potencia.

Si se quisiera implantar un esquema de control bilateral del tipo fuerza-posición, las ecuaciones que se tendrían son:

$$\tau_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ f_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ f_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -k_f \\ f_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ f_s \end{bmatrix} \quad [11.22]$$

$$\tau_s = \begin{bmatrix} k_{ps} + k_{vs} \frac{d}{dt} & 0 \\ f_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ f_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -k_{ps} - k_{vs} \frac{d}{dt} & 0 \\ f_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ f_s \end{bmatrix} \quad [11.23]$$

donde la Ecuación [11.23] es idéntica a la [11.21]. Ahora, sin embargo, el par del actuador del maestro únicamente depende de la fuerza f_s ejercida por el esclavo sobre el entorno a través de una constante k_f , que se denomina coeficiente de reflexión de fuerzas.

En el caso de un sistema con control bilateral servo fuerza-posición, las leyes de control de los actuadores del maestro y del esclavo vendrían dadas por [YOKOKONJI-94]:

$$\tau_m = \begin{bmatrix} 0 & k_{fm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ f_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -k_{fs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ f_s \end{bmatrix} \quad [11.24]$$

$$\tau_s = \begin{bmatrix} k_{ps} + k_{vs} \frac{d}{dt} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ f_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -k_{ps} - k_{vs} \frac{d}{dt} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ f_s \end{bmatrix} \quad [11.25]$$

donde la ley de control en el esclavo permanece igual que en los casos anteriores, y en el maestro se utilizan dos constantes k_{fm} y k_{fs} para implementar el bucle de fuerza.

11.7.5. Análisis de sistemas de control bilateral con teoría clásica de control

Una vez obtenido un modelo, el análisis del comportamiento del mismo ante diferentes entradas y condiciones de funcionamiento puede abordarse según diversas teorías. Ya que se trata de controlar un sistema físico determinado, parece adecuado utilizar la teoría clásica de control. Se aplica sobre sistemas lineales, de parámetros concentrados constantes y de tipo invariante.

Realizar un diagrama de bloques para un esquema de control bilateral que sea general es poco aclaratorio. Es pues preferible, mostrar el diagrama para arquitecturas de control particulares. En la Figura 11.34 se muestra el diagrama de bloques del esquema de control bilateral fuerza-posición en el que se han incluido todos los elementos del modelo, como son los bloques del operador y del entorno.

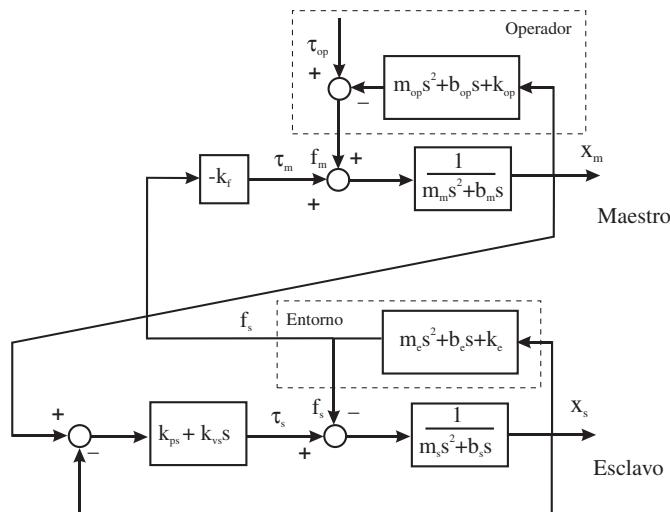


Figura 11.34. Diagrama de bloques del esquema de control bilateral fuerza-posición.

En este esquema se puede identificar una entrada τ_{op} y dos salidas, que se corresponden a las posiciones del maestro x_m y del esclavo x_s . Se podría haber considerado también fuerzas activas del entorno sobre el esclavo, como se ha mencionado en el epígrafe correspondiente al modelado, pero implicaría una complejidad adicional (dos entradas) sin que tenga particular interés, pues los mayores problemas de control surgen ante el contacto del esclavo con una superficie con más o menos rigidez. Si se quisiese tener en cuenta, bastaría añadirla sumando su valor constante con el valor de la fuerza de reacción f_s debida al contacto.

El diagrama se puede simplificar para análisis considerando que el operador únicamente imprime una fuerza f_m sobre el maestro, y que el entorno es elástico puro (k_e).

La teoría clásica de control basa todo su estudio en las llamadas funciones de transferencia (f.d.t.), que describen el comportamiento de una señal de salida en función de una señal de entrada. Por tanto, el primer paso en el análisis del esquema fuerza-posición es la obtención de aquellas f.d.t que se consideren interesantes.

En primer lugar, habrá que identificar la entrada al sistema. Según el modelo elegido y la descripción que del mismo se ha hecho, la única entrada al sistema que se considera a efectos prácticos es la fuerza f_m que el operador imprime al maestro. Podría considerarse f_s como otra entrada, pero dado se van a considerar generalmente situaciones de contacto, f_s depende directamente de la posición x_s del esclavo y, por tanto, es interna al sistema. Si se hubiese querido estudiar la situación en la que se coloca un peso al esclavo, o se le aplica una fuerza externa, entonces sí que habría que haber considerado a f_s como otra entrada.

En cuanto a las salidas, existen tres señales que son interesantes de considerar. En primer lugar, las dos posiciones x_m y x_s del maestro y esclavo respectivamente. Está claro que es especialmente interesante observar la evolución de ambas posiciones en función de la fuerza de entrada del operador. Sin embargo, existe una tercera señal igualmente importante en los esquemas de control bilateral. Se trata de la fuerza τ_m que se refleja sobre el maestro. La importancia de esta señal radica en que según su valor y evolución el operador tendrá mayor o menor sensación de telepresencia, lo que afecta al comportamiento global del sistema como tal.

Las f.d.t. se pueden obtener bien a través de la fórmula de Mason, o bien simplificando el diagrama de bloques. Las tres funciones de transferencia consideradas (considerando un regulador proporcional en el esclavo) son las siguientes:

$$\frac{X_m(s)}{F_m(s)} = \frac{m_s s^2 + b_s s + k_{ps} + k_e}{s^2 (m_s s + b_s)(m_m s + b_m) + s(k_{ps} + k_e)(m_m s + b_m) + k_{ps} k_e k_f} \quad [11.26]$$

$$\frac{X_s(s)}{F_m(s)} = \frac{k_{ps}}{s^2 (m_s s + b_s)(m_m s + b_m) + s(k_{ps} + k_e)(m_m s + b_m) + k_{ps} k_e k_f} \quad [11.27]$$

$$\frac{\tau_m(s)}{F_m(s)} = \frac{-k_f k_e k_{ps}}{s^2 (m_s s + b_s)(m_m s + b_m) + s(k_{ps} + k_e)(m_m s + b_m) + k_{ps} k_e k_f} \quad [11.28]$$

Las tres funciones de transferencia tienen el mismo denominador, como era de esperar, y únicamente varían en el numerador. Con el denominador se podrá hallar la ecuación característica del sistema, con la que se podrá estudiar la ubicación de sus polos y por ende su estabilidad.

Es también interesante observar cómo las constantes k_e y k_{ps} aparecen siempre juntas en los denominadores, y si se intercambiaron entre sí el sistema seguiría comportándose igual en estabilidad, aunque no exactamente igual en comportamiento dinámico, por ser su efecto distinto en los numeradores.

Las tres funciones de transferencia representan el funcionamiento del sistema global en cadena cerrada. Con ellas, se puede realizar el análisis de estabilidad absoluta, el análisis de la respuesta en régimen permanente y parte del análisis en frecuencia. Sin embargo, para realizar el estudio de la estabilidad relativa o la ubicación de polos según alguna variable, es necesario contar con la llamada función de transferencia en cadena abierta que, generalmente, se conoce con el nombre de $GH(s)$. Esta $GH(s)$ es la misma para las tres f.d.t consideradas, y tiene como expresión:

$$GH(s) = \frac{k_e k_f k_{ps}}{s(m_m s + b_m)(m_s s^2 + b_s s + k_{ps} + k_e)} \quad [11.29]$$

Esta f.d.t. en cadena abierta se puede siempre descomponer en una $G(s)$ de acción directa y una $H(s)$ que representa la realimentación. Sin embargo, esta descomposición es diferente según cuál sea la variable de salida considerada. Así, considerando como entrada f_m y salida x_m , se tiene:

$$\begin{aligned} G_m(s) &= \frac{1}{s(m_m s + b_m)} \\ H_m(s) &= \frac{k_e k_f k_{ps}}{(m_s s^2 + b_s s + k_{ps} + k_e)} \end{aligned} \quad [11.30]$$

En el caso de que se considere como entrada la misma f_m y como salida la posición del esclavo x_s , se tiene:

$$\begin{aligned} G_s(s) &= \frac{k_{ps}}{s(m_m s + b_m)(m_s s^2 + b_s s + k_{ps} + k_e)} \\ H_s(s) &= k_e k_f \end{aligned} \quad [11.31]$$

Y finalmente, en el caso en que considere como entrada la fuerza del operador f_m y como salida la fuerza generada por el accionamiento del maestro, se tiene:

$$\begin{aligned} G_\tau(s) &= \frac{k_e k_f k_{ps}}{s(m_m s + b_m)(m_s s^2 + b_s s + k_{ps} + k_e)} \\ H_\tau(s) &= 1 \end{aligned} \quad [11.32]$$

11.7.6. Análisis de sistemas de control bilateral con teoría del cuadripolo

En 1987 los investigadores del *Massachusetts Institute of Technology* (MIT), con T. B. Sheridan a la cabeza, plantearon por primera vez la posibilidad de utilización de la teoría del cuadripolo eléctrico para el estudio de sistemas con control bilateral. Dos años después, se presentó a la comunidad científica los primeros resultados de esta teoría [RAJU-89], siendo acogida de forma muy favorable por parte de múltiples investigadores en teleoperación y adoptando el nombre inglés de *two-port approach*. [ANDERSON-89] y [HANNAFORD-89].

La aparición de esta teoría se basa en la necesidad de contar con un único lenguaje de descripción que permita describir la interacción entre los distintos elementos eléctricos, mecánicos y fisiológicos de un sistema de teleoperación. Se realiza entonces la identificación de todas las variables del sistema en dos tipos de variables generalizadas denominadas de tipo esfuerzo (tensión, fuerza, presión, etc.) y tipo flujo (intensidad, velocidad, caudal, etc.). Este tipo de caracterización es muy habitual para analizar el intercambio de energía entre dos sistemas, como puede ser entre un sensor y la planta sobre la que se realiza la medida. El cociente entre la variable esfuerzo y su inversa admitancia, así como el producto de ambas es la potencia en circulación. Si se está hablando de intercambio de energía de un sistema, se hablará de potencia e impedancia de entrada o de salida del mismo.

Se utiliza entonces la teoría del cuadripolo eléctrico, también transformada mediante el uso de variables generalizadas. Utilizando esta herramienta, el comportamiento energético global de cualquier sistema (eléctrico, mecánico, etc.) puede ser caracterizado en función del valor que toman las variables esfuerzo y flujo (tensión e intensidad) en cuatro polos, que dos a dos representan los terminales por donde la energía entra y sale del sistema. En el caso de un sistema de teleoperación (considerando únicamente el sistema como tal, sin operador ni entorno) los dos polos de entrada representan el mando maestro, y los dos polos de salida el extremo del esclavo que interacciona con el entorno (Figura 11.35). Las variables flujo en la entrada y en la salida serán la velocidad del maestro \dot{x}_m y del esclavo \dot{x}_s respectivamente, mientras que las variables esfuerzo de entrada y de salida son la fuerza f_m actuante sobre el maestro y la fuerza f_s que desarrolla el esclavo respectivamente. El cuadripolo como tal representa la relación existente entre estas cuatro variables, es decir, el tipo de control bilateral que ha sido implantado en el sistema. Se ha agrupado maestro y esclavo en un bloque, que es el cuadripolo, mientras que con la teoría clásica de control, lo que se hace es separarlos y analizar el control que los une.

Tal y como es habitual en el cuadripolo eléctrico, es posible representar cada uno de los dos terminales mediante un equivalente Thevenin (impedancia compleja en serie con una fuente de tensión), y unir ambos terminales haciendo que las respectivas fuentes de tensión dependan de los parámetros del otro terminal. La Figura 11.36 muestra como se podría representar los sistemas de teleoperación con control bilateral posición-posición mediante la teoría del cuadripolo. Hay que hacer notar que se cumplen las ecuaciones de comportamiento físico del sistema, donde Z_m y Z_s son las impedancias complejas de maestro y esclavo respectivamente, que vienen dadas por:

$$\begin{aligned} Z_m &= j\omega m_m + b_m \\ Z_s &= j\omega m_s + b_s \end{aligned} \quad [11.33]$$

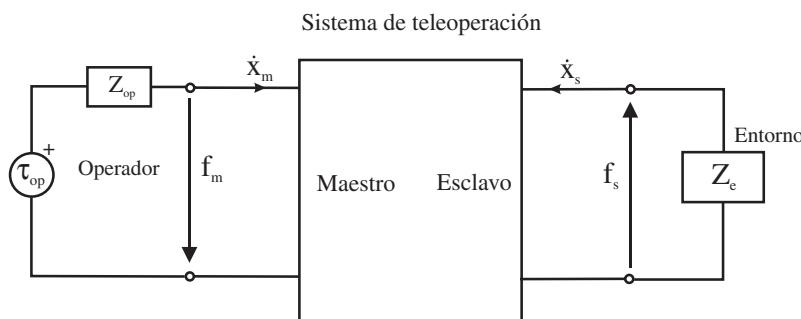


Figura 11.35. Esquema de teoría de cuadripolo aplicada a un sistema con control bilateral.

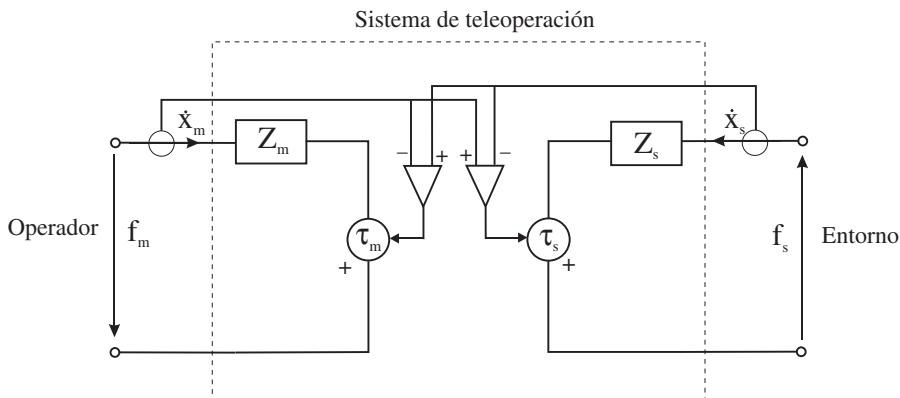


Figura 11.36. Control bilateral posición-posición mediante teoría del cuadripolo.

Los valores de las fuentes de tensión representan la leyes de control y dependen de los valores de velocidad y fuerza (intensidad y tensión) según el tipo de control bilateral implementado. Los triángulos representan etapas de amplificación que en algunos casos (realimentación de posición a través de señal de velocidad) pueden tener valores complejos.

Para caracterizar el tipo de control y, por tanto, su comportamiento, el cuadripolo obtenido podrá expresarse mediante una matriz Z de dimensión 2×2 denominada matriz de impedancias:

$$\begin{bmatrix} f_m \\ f_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ x_s \end{bmatrix} \quad [11.34]$$

aunque dependiendo de cuáles son las variables que se realimentan entre esclavo y maestro, pueda ser más interesante considerar otro tipo de matriz. En el caso del control posición-posición las variables que se sensorizan son las posiciones (velocidades) de maestro y esclavo y, por tanto, es interesante la representación en matriz Z . Pero en control fuerza posición es la posición del maestro y la fuerza del esclavo las variables que se realimentan, por lo que es más interesante utilizar la llamada matriz híbrida H , expresada mediante:

$$\begin{bmatrix} f_m \\ x_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ f_s \end{bmatrix} \quad [11.35]$$

El estudio del comportamiento del sistema se hará analizando la matriz de impedancias o híbrida, según el caso, en la que previamente se ha realizado una identificación de sus componentes con las impedancias y parámetros del cuadripolo diseñado.

Los terminales del cuadripolo se conectarán por un lado al operador y por otro al entorno (véase Figura 11.35). El operador vendrá definido como una fuente de tensión (fuerza) τ_{op} en serie con una impedancia compleja Z_{op} de valor:

$$Z_{op} = m_{op}j\omega + b_{op} + \frac{k_{op}}{j\omega} \quad [11.36]$$

Por otro lado, y al haber considerado el entorno como pasivo, éste vendrá definido por una impedancia compleja de expresión:

$$Z_e = m_e j\omega + b_e + \frac{k_e}{j\omega} \quad [11.37]$$

La teoría del cuadripolo permite tratar diversos sistemas de control bilateral de una forma genérica, definidos por las componentes de una matriz cuadrada de dimensión dos. La notación resultante es elegante, compacta y, además, su generalización a varios grados de libertad es casi inmediata [HANNAFORD-89]. Existe además, la posibilidad de identificar los diversos parámetros (impedancias, fuentes) con elementos de circuitos eléctricos y realizar el análisis del comportamiento del sistema simulando el propio circuito eléctrico resultante.

11.7.7. Comparación entre métodos de diseño y análisis del control bilateral

A continuación, se realizará una breve comparación de las ventajas y desventajas de la utilización de la teoría clásica de control o la teoría del cuadripolo para el análisis de sistemas con control bilateral.

En cada punto se compararán brevemente ambas teorías en cuanto a un determinado tema se refiere. Primero se abordan aquellos temas en los que el cuadripolo presenta ventajas sobre la teoría clásica de control.

- El cuadripolo proporciona un marco de trabajo muy compacto y unificado con el que poder analizar diversas arquitecturas de control bilateral de una forma totalmente genérica. Por contra, con teoría clásica de control el tratamiento genérico de arquitecturas de control bilateral es más complicado, necesitándose particularizar el análisis para cada arquitectura específica.
- El análisis mediante cuadripolo de un esquema de control con un grado de libertad puede extenderse de manera bastante natural al estudio con varios grados de libertad [HANNAFORD-89]. Con teoría clásica de control la extensión no es tan directa.
- La teoría del cuadripolo lleva de forma muy natural y clara al tratamiento de los conceptos de transparencia y de pasividad, concepto este último, muy útil para el estudio de sistemas con retrasos en las comunicaciones. Por contra, la teoría clásica de control no permite abordar de forma genérica y clara estos dos conceptos, lo que provoca que el estudio de sistemas con retrasos sea algo más complicado.

Ambas teorías cuentan con una amplia gama de herramientas y enunciados con los que abordar los diferentes problemas. Las herramientas del cuadripolo son las específicas de teoría de circuitos o redes eléctricas, mientras que con la teoría clásica de control, las herramientas están muy enfocadas al estudio de problemas propios de control.

A continuación, se abordan aquellos temas en los que la teoría clásica aventaja a la teoría del cuadripolo para el análisis de sistemas con control bilateral:

- Con la teoría clásica de control se obtienen formulaciones que abordan el problema de la dinámica básica de funcionamiento, de manera que se pueda conocer al detalle el comportamiento del sistema en diversas circunstancias. Con la teoría del cuadripolo se trabaja con enunciados muy genéricos y abstractos que no llegan a detallar los comportamientos fundamentales y el porqué de los mismos.

- Con la teoría clásica de control es posible utilizar un modelo del comportamiento del operador todo lo complejo que se desee dentro un esquema de control bilateral modelado con funciones de transferencia, así como el estudio detallado de su influencia. Mientras que con la teoría del cuadripolo el operador únicamente se modela como una impedancia eléctrica que hace las veces de impedancia mecánica del brazo.
- Las investigaciones con teoría clásica de control llevan a una estrategia directamente implementable, en la que se conoce perfectamente la influencia de los diferentes parámetros que interviene, y como hay que utilizarlos para que la implementación del control sea precisa y robusta, teniendo en cuenta saturaciones, perturbaciones, etc. Por contra, los resultados de la teoría del cuadripolo no tienen una traducción fácil a estrategias de control a implementar, y cuando éstas se sintetizan, no siempre se conoce el efecto cuantitativo que sobre ellas puedan tener variaciones de los diferentes parámetros reales.

11.8. CONTROL SUPERVISADO Y TELEPROGRAMACIÓN

En este apartado se presentan brevemente los conceptos de control supervisado y teleprogramación, entendiéndose este último como una implementación práctica del primero. Como ya se adelantó en el Apartado 11.3.2, el control supervisado es un paso intermedio entre una teleoperación completamente manual y un control totalmente automático. Por tanto, el campo de control supervisado es muy amplio y aquí únicamente se pretende proporcionar las bases. Puede encontrarse un estudio exhaustivo del mismo en [SHERIDAN-92].

11.8.1. Conceptos de control supervisado

En un sentido estricto, se entiende por control supervisado cuando uno o más operadores se encuentran programando y recibiendo intermitentemente información del entorno remoto en el que un bucle de control autónomo controla al sistema teleoperado en función de los comandos del operador. En un sentido más general y de forma menos estricta, se puede decir que se está ante un control supervisado cuando la programación y recepción de información no es intermitente sino continua. Estos conceptos ya fueron introducidos en el Epígrafe 11.3.2 y en la Figura 11.4.

El término «supervisado» se deriva de la analogía con el trabajo que realiza un supervisor que tiene varios subordinados a su cargo. El supervisor da directrices que son interpretadas y transformadas en tareas concretas por el subordinado. A su vez los subordinados recogen información detallada de sus tareas y presentan un resumen del resultado de las mismas al supervisor para que éste tome nuevas decisiones.

Por tanto, en un sistema de control supervisado, el operador tiene asignadas las siguientes tareas principales [SHERIDAN-92].

- *Planificar la tarea a realizar y cómo realizarla.* Ésta es una de las principales y más complicadas responsabilidades. Es necesario conocer la tarea en detalle, establecer objetivos que sean alcanzables y formular una estrategia para partiendo del estado actual alcanzar el objetivo acordado.
- *ENSEÑAR o programar en el ordenador lo que ha sido planificado:* el operador debe convertir lo planificado en instrucciones entendibles por el ordenador, de manera que las tareas puedan realizarse de forma automática.

- *Monitorizar la ejecución automática* para asegurarse de que la tarea se ejecuta como fue planificada y así poder detectar posibles errores. Ésta es una de las tareas más críticas e importantes del operador, y de ahí el mantener su presencia. En este sentido, es especialmente importante que se realimente al operador la información justa y relevante, ya sea pasada, presente o incluso futura obtenida mediante simulación.
- *Intervenir en la ejecución de la tarea* cuando sea necesario, ya sea para complementar la ejecución por parte del sistema automático (*shared control*) o para tomar por completo el control (*traded control*), conceptos ambos ya presentados en el Epígrafe 11.3.2. También, lógicamente el operador deberá intervenir en caso de emergencia para especificar un nuevo objetivo o planificar de nuevo la tarea. Estas transiciones de control entre el operador y el sistema automático deben ser lo más suaves posibles para evitar inestabilidades del sistema.
- *Aprender de la experiencia*, para que la próxima vez la tarea se pueda planificar y programar de manera más eficiente y efectiva. Para potenciar este aprendizaje es necesario almacenar toda la información disponible para más adelante poder procesarla y analizarla convenientemente.

La Figura 11.37 muestra los distintos bucles de control anidados susceptibles de existir en un control supervisado:

1. La tarea es observada directamente por el operador.
2. La tarea se sigue indirectamente a través de dispositivos de visualización y tras el procesamiento en distintas unidades.
3. La tarea se realiza de forma automática en la zona remota.
4. La ejecución de la tarea depende de las medidas que se realicen sobre la misma con los sensores.

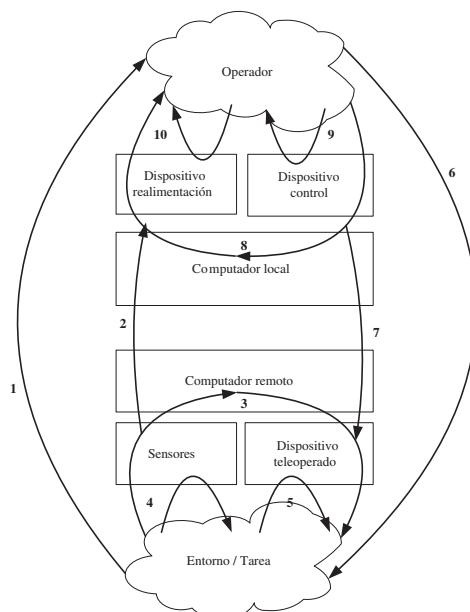


Figura 11.37. Funciones de supervisión de un operador como serie de bucles anidados [Sheridan-92].

5. La tarea afecta al dispositivo teleoperado que a su vez afecta a la tarea.
6. El operador realiza la tarea directamente sobre el entorno.
7. El operador realiza la tarea a través de los dispositivos de control y el sistema teleoperado, con procesamiento intermedio.
8. El operador recibe realimentación del control y procesamiento de la zona local.
9. El operador se orienta relativamente al dispositivo de control o ajusta sus parámetros.
10. El operador se orienta relativamente al visualizador o ajusta sus parámetros.

El control supervisado es especialmente relevante para situaciones en las que existe un retraso en las comunicaciones entre la zona local y la zona remota, pero es también igualmente útil en otras circunstancias, tal y como se detalla a continuación. En primer lugar, permite combinar las ventajas en precisión y fiabilidad de una máquina con las capacidades de decisión y adaptabilidad de los seres humanos. En este sentido, cabría decir que la operación tampoco estaría limitada por las capacidades senso-motrices del ser humano. Con el control supervisado, el control resulta más sencillo para el operador y reduce la necesidad de mantener su atención y, por tanto, su carga de trabajo. Además, el sistema será más seguro ante errores del operador, que el bucle autónomo podrá detectar y corregir.

Por supuesto, el control supervisado no es particular de los sistemas telerobóticos, sino en general de la gestión de cualquier sistema complejo, como puede ser la gestión del tráfico aéreo o una planta química.

La realización práctica de un sistema de control supervisado robusto se ha visto frenada por la dificultad en dotar de autonomía al sistema teleoperado en presencia de un entorno no altamente estructurado. Incluso la realización de las tareas más sencillas, correspondientes a un nivel muy bajo de abstracción, se vuelve muy compleja si no existe un modelo preciso del entorno.

Otra de las dificultades de los sistemas de control supervisado es la gestión de errores. Es complicado prever, programar y detectar posibles situaciones de error que se pueden dar durante la ejecución de la tarea, y más aún poder llevar al sistema de forma automática a una situación segura.

En el siguiente epígrafe se presenta con algo más de detalle el concepto de tele-programación como implementación práctica del control supervisado.

11.8.2. Tele-programación

El paradigma de la tele-programación fue desarrollado originalmente por Funda [FUNDA-92]. Consiste en mezclar la programación convencional de robots con los conceptos de teleoperación, y se puede considerar como un tipo de control supervisado.

Un operador realiza la tarea de teleoperación en un entorno local, con un bucle local de control, utilizando ya sea un simulador predictivo de la zona remota o una maqueta o representación física del mismo. El sistema analiza la tarea y de la misma infiere una serie de comandos de alto nivel a ser ejecutados por el sistema teleoperado para replicar la ejecución de la tarea en la zona remota. Cuando la medida de los sensores reales detecta grandes discrepancias con el modelo local que ha servido para programar la tarea, el sistema se para y da paso al control del operador. Por supuesto, la tarea de teleoperación local puede, y debe, contar con reflexión de fuerzas sobre el operador para aumentar su efectividad.

Es decir, el objetivo de la tele-programación es desacoplar el entorno local del entorno remoto, manteniendo bucles de realimentación de alto ancho de banda en cada uno de ellos, y uniéndolos mediante un enlace de bajo ancho de banda por el que se transmiten comandos

simbólicos. La idea es que localmente el operador pueda reaccionar rápido sin tener que esperar a conocer lo que está pasando en la zona remota, y viceversa, que en la zona remota no sea necesario esperar la reacción del operador.

Por supuesto, una de las principales áreas de investigación en tele-programación está orientada a cómo transformar la ejecución de una tarea en conocimiento para ser replicada por un sistema autónomo.

La Figura 11.38 muestra la particularización de la arquitectura general del teleoperación de la Figura 11.5 para el caso de la tele-programación. Las señales que van al entorno remoto son generadas por el simulador predictivo en función de la ejecución de la tarea por parte del operador. Por supuesto, en la zona remota es necesario contar con un bucle autónomo de control. En este caso, la reflexión de fuerza, si la hubiere, sería del todo virtual y basada en modelo.

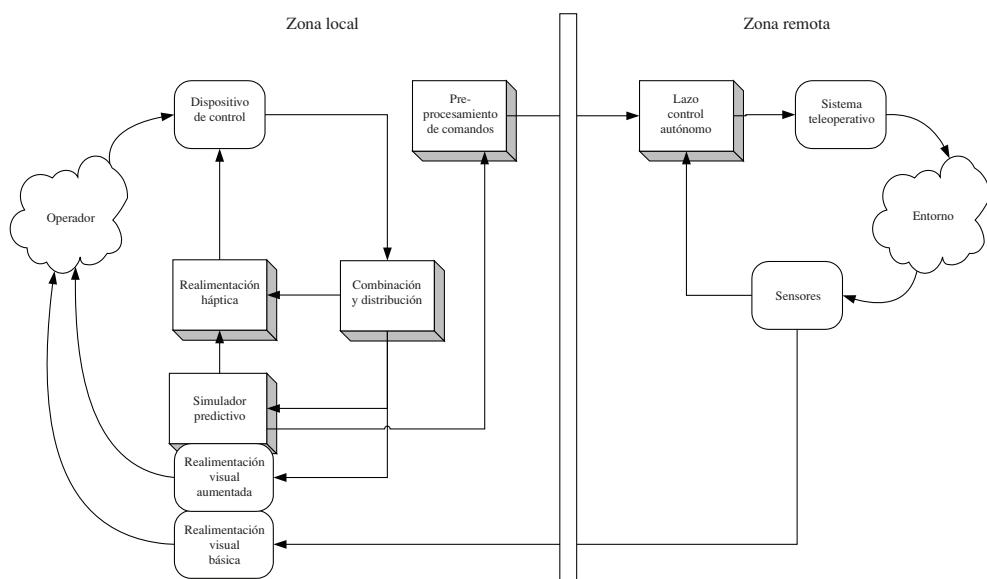


Figura 11.38. Arquitectura de tele-programación.

Elementos de un sistema de tele-programación

La Figura 11.39 muestra los elementos principales que intervienen un sistema de tele-programación [HERNANDO-02]. Los principales **elementos del entorno local** son:

- *Modelo local y Simulador predictivo*: se entiende por modelo local a la representación interna del conocimiento que el sistema local posee de la realidad del entorno remoto afectado por la descripción previa de la tarea que se quiere realizar. Se denominará simulador predictivo al aparato matemático y gráfico que permite la interacción del operador y/o de otras partes del sistema con el modelo local.
- *Gestor del modelo local*: el gestor del modelo tiene como principal función la de minimizar al máximo las discrepancias existentes entre el modelo local y el modelo remoto. Además, se encarga de la carga inicial de los objetos presentes en el entorno, lo cual se facilita habitualmente mediante el uso de una base de datos en la que existen representaciones predefinidas.

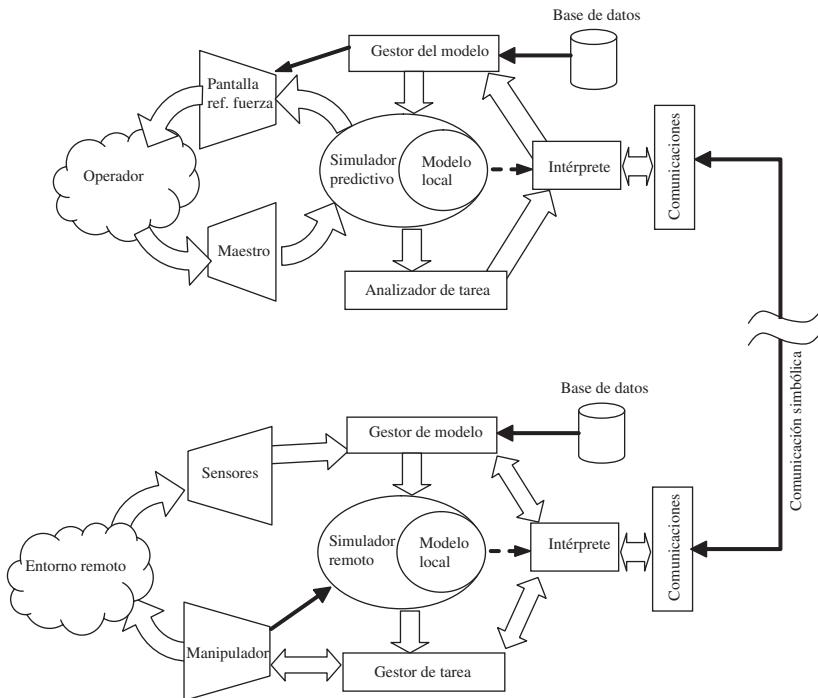


Figura 11.39. Elementos de un sistema de tele-programación.

- **Analizador de la tarea:** su función principal es la de ir generando los comandos simbólicos que deberán ser ejecutados posteriormente por el sistema remoto. Para ello es necesario realizar un análisis continuo de las operaciones que está realizando el operador centrándose especialmente en el efecto de dichas acciones respecto del entorno dado por el modelo local. Este análisis conlleva un acceso a toda la información contenida en el modelo, no sólo en el ámbito de los objetos o de las piezas que los forman, sino además información exhaustiva presente en los mismos.
- **Intérprete:** el intérprete posee dos finalidades complementarias. Por un lado, debe ser capaz de convertir las referencias directas al modelo local, en referencias de tipo simbólico. Por el contrario, siempre que se solicite, deberá ser capaz de transformar una referencia simbólica en su significado sobre el modelo local.

Los principales **elementos del entorno remoto** son:

- **Modelo y simulador remoto:** de forma análoga a como ocurre en la zona local con el modelo local y el simulador predictivo, en el sistema remoto existen el modelo remoto y el simulador remoto. El modelo remoto es la representación interna del conocimiento que el sistema remoto posee del entorno inmediato de trabajo afectado por la descripción previa de la tarea que se quiere realizar. El simulador remoto es el aparato matemático que permitirá al sistema remoto imaginar situaciones posibles que se pueden dar dentro de dicha realidad. El aspecto gráfico de este simulador quedará relegado en la zona remota a funciones de monitorización.

- *Gestor del modelo remoto*: su principal función es la de mantener un modelo remoto lo más cercano a la realidad. Se encarga por tanto de la percepción. Con la información sensorial directamente adquirida de los distintos sensores presentes en el sistema remoto, el gestor del modelo debe ser capaz de reconstruir el entorno basándose en una serie de objetos predefinidos presentes en su base de datos. Por tanto incluye tareas tales como preprocessado de señales, reconocimiento de patrones, fusión sensorial, segmentación, identificación, reconstrucción tridimensional, y un largo etc., fundamentalmente relacionado con el campo de modelado del entorno.
- *Gestor de la tarea*: su función principal es la de ir ejecutando los comandos simbólicos que son transmitidos desde el sistema local, monitorizarlos, y detectar los errores que en caso de darse se produzcan durante dicha ejecución. Una función añadida establecida para el gestor es la de incluir un sistema de aprendizaje como modo de facilitar las planificaciones de objetivos y trayectorias incluidas en su finalidad principal.
- *Intérprete*: el intérprete y el sistema de comunicaciones de la zona remota son, desde el punto de vista funcional, exactamente iguales a los correspondientes elementos de la zona local. En este caso, el intérprete trabajará sobre el modelo remoto para lograr las conversiones entre referencias simbólicas y absolutas, y el subsistema de comunicaciones deberá ser adaptado para trabajar en el sistema operativo específico de la zona remota.

Basado en estos elementos, la Figura 11.40 muestra los distintos lazos de control existentes en la arquitectura de tele-programación descrita.

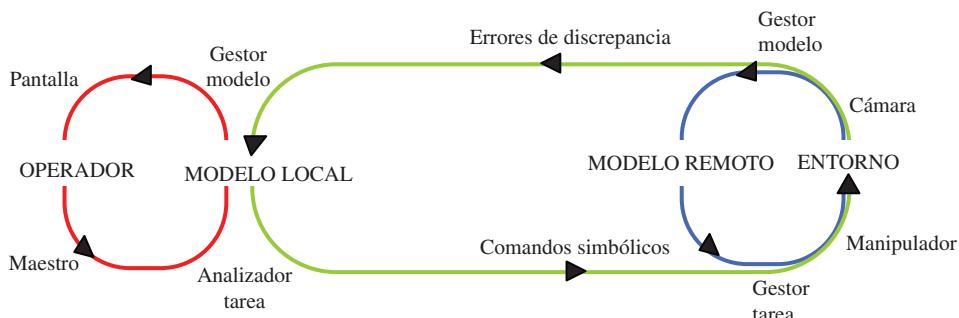


Figura 11.40. Lazos de control de la arquitectura de teleprogramación [HERNANDO-02].

Otros conceptos de tele-programación

Existen diversas mejoras al concepto original del tele-programación. Una de ellas es la utilización de las denominadas restricciones virtuales (*virtual fixtures*) [SAYERS-99]. Consisten en aprovechar la existencia de un modelo virtual del entorno para añadir ciertas restricciones no existentes realmente en el entorno pero sí en la descripción de la tarea, de manera que ayudan al operador a realizar la misma. Por ejemplo, ayudan al operador a seguir una línea o mantenerse pegado a una superficie. Se pueden considerar un trasunto de los comandos ‘*snap to grid*’ de los sistemas CAD. Generalmente, se implementan mediante realimentación de fuerzas, tal y como se muestra en la Figura 11.41. Ayudan al operador a realizar la tarea mucho más rápidamente y de forma más precisa.

Existen tantas restricciones virtuales posibles como tipos de tareas, aunque las más comunes son las siguientes:

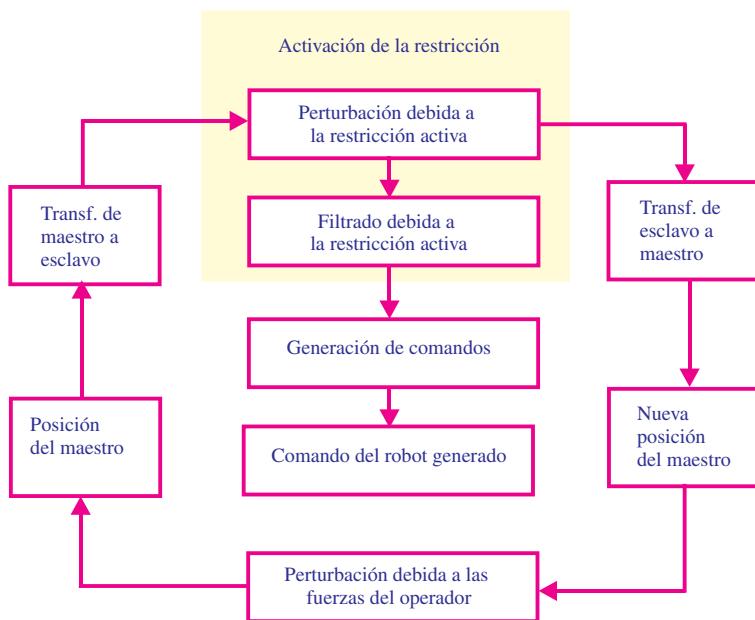


Figura 11.41. Flujo de información en la implementación de un sistema de tele-programación con restricciones virtuales.

- Ajuste de punto (robot) a un punto del entorno.
- Ajuste de punto (robot) a una línea del entorno.
- Ajuste de superficie (pieza sujetada por el robot) a una superficie del entorno.
- Mezcla múltiple.

Un refinamiento adicional al concepto de tele-programación es lo que se ha venido a denominar **tele-programación sensorial**. Consiste en almacenar durante la ejecución local de la tarea no sólo la información espacial o dinámica y transformarla en comandos simbólicos para el sistema teleoperado, sino en guardar e interpretar también la información sensorial. El objetivo es generar patrones sensoriales para ser reproducidos en el entorno remoto por el robot, haciendo uso de sus propios sensores. Un experimento utilizando este esquema de teleprogramación fue llevado a cabo con éxito, aunque de forma limitada, dentro del proyecto de teleoperación espacial ROTEX [HIRZINGER-93].

11.9. APLICACIONES DE LA TELEOPERACIÓN

Desde los primeros desarrollos de la teleoperación, la industria nuclear ha sido el principal usuario de los mismos. Sin embargo, con el paso de los años se fue viendo su aplicabilidad a otros sectores, especialmente relacionados con las industrias de servicio. En [SHERIDAN-92] y en [VERTUT-85B] se puede encontrar una descripción muy pormenorizada de la mayoría de estas aplicaciones, de las que aquí se presentará una breve enumeración.

- **Aplicaciones nucleares:** son con mucho las más numerosas. La utilidad del sistema de teleoperación radica en poder tratar y manipular sustancias radiactivas, así como mo-

verse por entornos contaminados, sin peligro para el ser humano. Entre sus principales aplicaciones están: manipulación y experimentos con sustancias radioactivas, operación y mantenimiento de instalaciones (reactores, tuberías, instalaciones de elaboración de combustible nuclear, etc., véase Figura 11.42), desmantelamiento y descontaminación de instalaciones, y finalmente actuación en desastres nucleares. En [JAMSHIDI-93] y [LARCOMBE-84] pueden encontrarse más detalles.

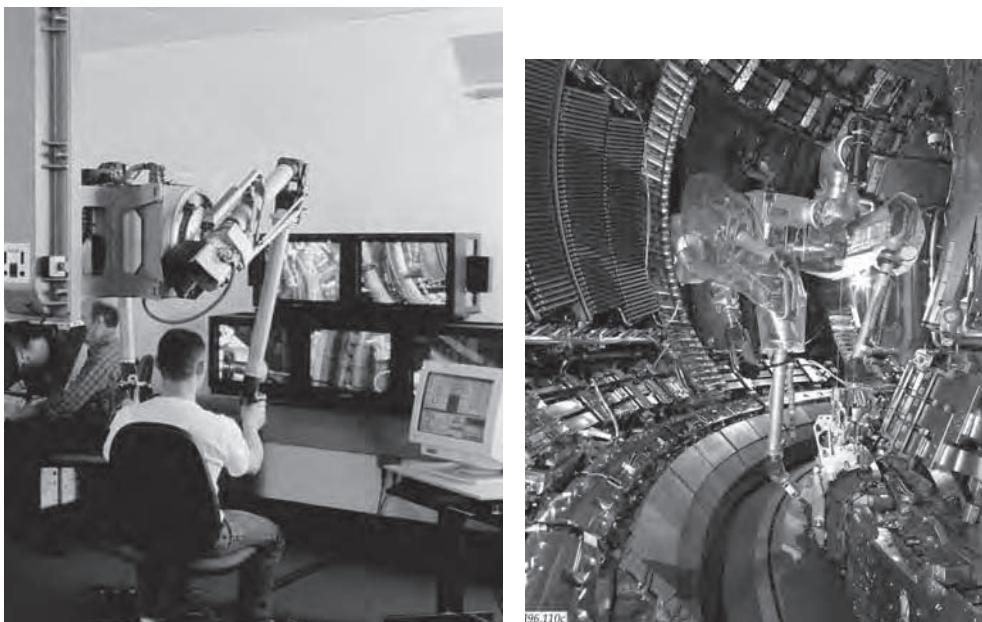


Figura 11.42. Imagen del sistema de teleoperación MASCOT instalado en el Joint European Torus-JET para su mantenimiento. (Cortesía de EFDA-JET).

- **Aplicaciones submarinas:** son también muy numerosas, aunque en este caso la mayoría de los manipuladores van sobre un vehículo submarino, denominado R.O.V. (*Remote Operated Vehicle*), que también va teleoperado. La utilidad de estos sistemas radica en poder acceder a ciertas zonas y profundidades donde le es imposible o peligroso a un submarinista debido a las altas presiones y bajas temperaturas. Entre sus principales aplicaciones están: inspección, mantenimiento y construcción de instalaciones submarinas, minería submarina, e inspección de suelo marino. Este tipo de aplicaciones se caracterizan por la baja visibilidad, el retraso en las comunicaciones cuando las tareas se realizan a mucha profundidad y el bajo ancho de banda debido al enlace utilizado entre la zona local y la zona remota. En [MARTIN-85] se presentan algunas de las primeras aplicaciones y en [SAYERS-99] se presenta con detalle el sistema ALVIN y su aplicación.
- **Aplicaciones espaciales:** son el tercer grupo de aplicaciones más importante de los sistemas de teleoperación. Tienen el reto añadido de tener que trabajar con retardos temporales en las comunicaciones, lo que las hace especialmente problemáticas. Entre sus principales aplicaciones están: experimentación y exploración planetaria (normalmente con vehículos tipo *rover*), mantenimiento y operación de satélites, construc-

ción y mantenimiento de estaciones espaciales [HIRZINGER-95] [SKAAR-94]. En el Epígrafe 11.10 se profundiza en este tipo de aplicaciones.

- **Aplicaciones médicas:** recientemente ha crecido de forma importante la aplicación de las tecnologías de la teleoperación al sector médico. Desde los primeros desarrollos de prótesis o dispositivos de asistencia a discapacitados hasta la más novedosa de la telecirugía, o el telediagnóstico. La tecnología de teleoperación han sido introducidas con éxito, incluso comercial, en las nuevas técnicas quirúrgicas denominadas de Cirugía Mínimamente Invasiva y más reciente en la microcirugía.

La principal diferencia con otros sectores de aplicación radica en la necesidad de dotar al operador de un grado muy alto de telepresencia y que el tipo de manipulación que se precisa realizar es con materiales blandos y flexibles, siendo necesario realizar contactos muy suaves e incluso palpaciones. En [DARIO-02] puede encontrarse un estudio detallado de los sistemas robóticos para cirugía en general, incluyendo los sistemas de teleoperación existentes.

- **Otras aplicaciones:** la teleoperación también ha empezado a aplicarse en otros sectores a los que en principio no estaba enfocada. Entre éstos se pueden citar los siguientes: aplicaciones de construcción y minería, mantenimiento de líneas en tensión [ARACIL-95] (véase Figura 11.43), mantenimiento de instalaciones, intervención en desastres naturales, aplicaciones militares y entretenimiento [BURDEA-96].

La Tabla 11.7 adaptada de [SHERIDAN-92], presenta una comparación entre estas aplicaciones según diferentes criterios relevantes para un sistema de teleoperación.

En cuanto a los futuros desarrollos, el rango de aplicaciones irá en aumento a medida que las tecnologías avancen y se vaya investigando en la mejora de cada uno de los elementos que componen un sistema de teleoperación. El futuro pasa por una madurez en las tecnologías que en los últimos años se están incorporando a la teleoperación. Tecnologías propias de la robótica y de la realidad virtual.



Figura 11.43. Imagen del sistema ROBTET diseñado para el mantenimiento de líneas eléctricas en tensión. (Cortesía de DISAM-Universidad Politécnica de Madrid).

Tabla 11.7. Comparación de sistemas de teleoperación para distintas aplicaciones

Criterio	Nuclear	Submarino	Espacial	Medicina
Hostilidad al ser humano	Radiación Elementos tóxicos	Altas presiones Bajas temperaturas	Vacío Microgravedad	Inaccesibilidad
Hostilidad a los equipos	Radiación Corrosión	Altas presiones Salinidad	Vacío Cambios térmicos	Corrosión
Conocimiento detallado del entorno	Baja a media	Bajo	Alto	Medio
Nivel de producción	Medio	Medio	Bajo	Bajo
Rango de movilidad	100 m	Kilómetros	10 m Kilómetros (<i>rovers</i>)	1 m
Velocidad de movimiento	2 m/s	5 m/s	0,5 m/s 0,01m/s	0,1 m/s
Facilidad de movimiento	Entornos complejos	Poco limitada	Sin obstáculos Orografía (<i>rovers</i>)	Muy limitada
Rango de manipulación	10 m	2 m	10 m	0,1 m
Precisión de manipulación	1mm	2m	1 mm	0,01mm
Velocidad de manipulación	2 m/s	0,5 m/s	0,2 m/s	0,1 mm/s
Fuerzas de manipulación	5.000 kg	1.000 kg	500-1.000 kg	0,2 kg
Complejidad de la tarea	Media	Media	Baja	Muy alta
Robustez del sistema	Muy alta	Alta	Muy alta	Muy alta

En cuanto a los manipuladores y su control se refiere, hasta finales de los setenta, todos los esfuerzos se centraban en mejorar las características cinemáticas y estáticas de los mismos (grados de libertad, capacidad fuerza/pesos, área de trabajo, etc.). Aunque los efectos de inercia y rozamiento se tenían en cuenta, únicamente se consideraban desde un punto de vista de minimizar el esfuerzo necesario para realizar la tarea o para reducir el acoplamiento entre distintas articulaciones. Incluso el diseño de sistemas de control únicamente venía motivado por consideraciones de comportamiento estático. Hoy en día, con diseño de actuadores, reductores y demás componentes de muy altas prestaciones, prestados de la robótica industrial, los esfuerzos se concentran en el desarrollo de esquemas de control que permitan al operador realizar la tarea de la manera más eficiente, lo que implica en la mayoría de los casos el tener que transmitirle lo más fiable posible los eventos (fuerza/pares, principalmente) que los manipuladores en la zona remota están generando. También se tiende a incorporar cierto grado de automatización en la realización de algunos procedimientos, como puede ser el intercambio de herramientas.

El interfaz quizás sea el elemento que esté sufriendo cambios más drásticos. Las mejoras se dan primero en los dispositivos de control, como pueden ser nuevos maestros más ergonómicos o de tipo exoesqueleto o interfaces que hacen uso del lenguaje natural para coman-

dar al sistema. Pero donde la revolución es más acusada es en los dispositivos de presentación de información al operador. Se está haciendo uso de las tecnologías hasta ahora propias de la realidad virtual para intentar aumentar al máximo la telepresencia del operador (gafas de inmersión virtual, guantes con realimentación táctil, etc.). Se añade a esto todo tipo de ayudas gráficas para facilitar al máximo la tarea del operador y que ésta sea lo más intuitiva posible. Todo esto requiere también un gran avance en los sensores, como es el desarrollo de sensores de tacto, de temperatura, de visión, etc., de mejores prestaciones.

Se percibe también una tendencia a intentar globalizar y hacer más asequible y simple la teleoperación a nivel terrestre pero entre muy grandes distancias. Es notorio la gran investigación que existen en la actualidad sobre la teleoperación de robots utilizando como canal de comunicación la red Internet, que hoy por hoy no es factible con el grado de seguridad que sería conveniente. En [GOLDBERG-00] se analizan con detalle por parte de diversos especialistas las implicaciones sociales presentes y futuras de la tecnología de la teleoperación.

11.10. CASO PRÁCTICO-TELEOPERACIÓN ESPACIAL

Esta sección está dedicada a presentar con más profundidad la aplicación de la teleoperación en el entorno espacial. Tras una breve reseña histórica se detalla la problemática inherente a este tipo de sistemas y las aplicaciones espaciales en las que la teleoperación ha sido introducida con éxito. Posteriormente, y como ilustración práctica, se describe uno de los sistemas de teleoperación más relevante, de los últimos años, con el que se realizaron los experimentos de teleoperación desde tierra de un robot a bordo del satélite ETS-VII, situado en órbita terrestre.

11.10.1. Aplicación de la teleoperación espacial

Se podría decir que el brazo a bordo de la nave Surveyor-3, que se posó sobre la superficie de la Luna el 17 de abril de 1967, fue el primer robot en trabajar más allá de la atmósfera terrestre. Aunque muy limitado en sus funcionalidades cumplió a la perfección con su misión de recoger de forma autónoma varias muestras de roca y polvo lunar junto a la nave para su posterior análisis y estudio.

La competencia soviética dio como respuesta en 1970 y 1973 los robots Lunakhod-1 y Lunakhod-2 respectivamente, los primeros vehículos no tripulados en moverse sobre la superficie de otro cuerpo celeste. Controlado remotamente desde la Tierra, el Lunakhod-2 llegó a recorrer durante cuatro meses unos 35 km sobre la superficie de la Luna.

Si el brazo del Surveyor-3 fue el primer manipulador en trabajar fuera de la Tierra, los brazos mecánicos a bordo de las sondas Viking-1 y Viking-2 que se posaron en Marte en el año 1976 fueron los primeros sistemas teleoperados en realizar tareas productivas sobre la superficie de otro planeta. En este caso, los movimientos de los brazos eran controlados remotamente desde la Tierra —a más de 350 millones de kilómetros de distancia— utilizando imágenes para la selección de las muestras.

Tras el éxito de aplicación de los robots para la exploración planetaria, la robótica espacial vivió una nueva revolución con la utilización de un brazo robótico en órbita alrededor de la Tierra. El Sistema de Manipulación Remota (SRMS), a bordo de los transbordadores espaciales estadounidenses desde 1981 y controlado remotamente desde el interior de los mismos, reunió por primera vez a astronautas y manipuladores en el espacio trabajando conjuntamente. No se trataba ya de realizar tareas allí donde el hombre no podía llegar, sino lograr ayudarle en su trabajo y poder aumentar su seguridad y productividad.

Prueba del éxito del concepto del SRMS son sus más de 20 años de funcionamiento y su plena vigencia en la actualidad. Con una envergadura de 15 m y seis articulaciones giratorias, este robot, controlado por la tripulación mediante dos *joysticks*, ha permitido capturar satélites, ponerlos en órbita, reparar el telescopio Hubble, participar en el ensamblado de la Estación Espacial Internacional (ISS), y muchas otras tareas complejas y costosas que quizás sin su ayuda no hubieran podido llevarse a cabo.

El éxito de las misiones Viking y sucesoras demostraron que es posible realizar la exploración planetaria con la utilización de robots controlados remotamente. El simple hecho de que el hombre no pueda llegar físicamente a esos lugares justifica plenamente el desarrollo masivo de ingenios mecánicos que puedan explorar por nosotros.

En el caso de robots en órbita terrestre —donde en muchos casos es posible enviar astronautas— los motivos tienen más que ver con la seguridad, la productividad y los costes de operación. Cuando se habla de seguridad el objetivo es minimizar el riesgo de poner una vida humana en peligro: es siempre más seguro evitar el lanzamiento de una nave tripulada o evitar que el astronauta tenga que abandonar el vehículo para acceder a un medio extremadamente hostil.

En cuanto a los costes de operación, el ahorro fundamental reside en la reducción de tiempo y de recursos materiales necesarios para realizar vuelos tripulados y operaciones fuera del vehículo por parte de los astronautas. En este último caso, está demostrado que el tiempo necesario para realizar los preparativos de una operación extra-vehicular es de cinco veces el tiempo de realización de la tarea, sin contar los meses de costoso entrenamiento en tierra utilizando tanques de agua en los que simular la ausencia de gravedad.

Sin embargo, hay que tener en cuenta por otro lado que el entorno de trabajo y de desarrollo de los sistemas de teleoperación espacial son bastante restrictivos y problemáticos, como se muestra en la Tabla 11.8.

Tabla 11.8. Características del entorno de trabajo y desarrollo de los sistemas de teleoperación espacial

Entorno de trabajo		Entorno de desarrollo	
Vacío	LEO: 10-3 GEO: 10-15 Pa	Sistemas complejos	> 10 subsistemas diferentes Muchos requisitos y restricciones
Microgravedad	ISS: 10-6 g	Sistemas con larga vida	Generalmente > 10 años
Radiación	ISS: 10^6 rad/año Protones e iones pesados	Muy alta fiabilidad y seguridad	No tripulados > 80% Tripulados > 95 % Barrera triple de seguridad
Temperatura extremas	ISS: -120 a 60 °C Luna: -230 a +130 °C Marte: -130 a 20 °C	Carga limitada y cara	Shuttle: > 10,000 \$/kg GEO: > 50,000 \$/kg
Vacío térmico	No existe convección	Potencia y energía limitada	Sojourner: 10 W
Condiciones de lanzamiento	Aceleración: 16 g Ruido acústico: 145 dB	Comunicación limitada	Mir: Ventanas de 10 min ISS: 10 s retraso
Condiciones de aterrizaje	Descenso (Marte): 19 g Aterrizaje (Marte): 40 m/s	Pruebas en tierra limitadas	Reproducción de mg
Entorno remoto	Condiciones de iluminación Sin mantenimiento Dificultades de comunicación	Largas períodos de desarrollo	> 10 años Cambios de tecnología

La Tabla 11.9 muestra una clasificación de los sistemas de teloperación espaciales basados en el entorno de aplicación de los mismos.

Tabla 11.9. Clasificación de los manipuladores espaciales en función del entorno de aplicación

Zona de aplicación (I)	Zona de aplicación (II)	Objetivos y tareas
Cuerpos celestes	Marte y otros planetas	<ul style="list-style-type: none"> Exploración de superficie Despliegue de equipos de medición Recogida de muestras
	Luna	<ul style="list-style-type: none"> Exploración de superficie Medición y recogida de muestras Minería Procesamiento de materiales
	Asteroides y cometas	<ul style="list-style-type: none"> Inspección Medición y recogida de muestras
Estación espacial	En zonas internas presurizadas	<ul style="list-style-type: none"> Manejo y cuidado de experimentos Generalmente automáticos
	En zonas externas no presurizadas	<ul style="list-style-type: none"> Inspección Ensamblado de estructuras Mantenimiento de experimentos Transporte de astronautas
Vehículos de vuelo libre	Vehículos tripulados	<ul style="list-style-type: none"> Apoyo a astronautas Captura de satélites Ayuda en operaciones de acoplamiento
	Vehículos no tripulados	<ul style="list-style-type: none"> Inspección de satélites Servicio de satélites Reparación de satélites

Telerrobótica espacial

Vistas las ventajas de los sistemas de teleoperación espaciales y el gran éxito del brazo del transbordador, en el año 1985 la NASA se planteó seriamente potenciar sus actividades de robótica y automatización para la exploración planetaria y la construcción de la futura estación espacial en fase de diseño. Resultado de estos estudios fue el inicio de diversos proyectos muy ambiciosos encaminados a la obtención de sistemas robóticos espaciales totalmente autónomos, tales como el *Flight Telerobotic Servicer* (FTS)

Estos proyectos, sin embargo, fracasaron, entre otras razones porque la tecnología no estaba aún lo suficientemente madura para el desarrollo de sistemas totalmente autónomos. A partir de aquel momento se produjo un cambio de mentalidad de la comunidad que trabajaba en el área de la robótica espacial. Fue entonces, cuando los esfuerzos se enfocaron hacia el desarrollo de sistemas de teleoperación en los que poder disfrutar de cierta inteligencia y capacidad de adaptación mediante la operación remota por parte de un operador alejado de la zona peligrosa o de conflicto.

La NASA instauró a principios de los noventa el denominado Programa de Telerrobótica Espacial con el objetivo de que en el 2004 la mitad de las tareas extra-vehiculares se realizasen teleoperando manipuladores y no por los propios astronautas. Este cambio de política, el cual fue adoptado también por otras agencias espaciales, resultó decisivo para el resurgimiento de la robótica espacial en general y de la teleoperación espacial en particular.

Hay que señalar, sin embargo, que fueron los europeos —curiosamente— los primeros en adelantarse en el campo de la teleoperación espacial. El proyecto ROTEX realizado por la agencia espacial alemana DLR a comienzos de 1993, consistió en teleoperar desde la Tierra un robot manipulador a bordo del transbordador espacial norteamericano. Se realizaron varios experimentos con asombroso éxito —incluida la captura de un objeto flotante en la cabina del transbordador— a pesar de existir un retraso de la señal de 6 segundos en su viaje desde la Tierra al manipulador y vuelta a la Tierra.

La importancia del proyecto ROTEX también radicó en que cerraba un hueco de doce años en la robótica espacial desde el primer vuelo del brazo del transbordador. En este espacio de tiempo ningún otro manipulador había llegado a trabajar más allá de la atmósfera terrestre.

Teleoperación de robots en otros planetas

La utilización de la teleoperación espacial tiene plena justificación en la exploración de otros cuerpos celestes del sistema solar en los que el ser humano aún no es capaz de poner su pie, ya se trate de planetas, lunas, asteroides o cometas.

Las funciones habituales de los dispositivos teleoperados son la exploración superficial, el despliegue de equipos de medición en diversos puntos alejados entre sí y la inspección y toma de muestras para su análisis.

En 1997, tras los tempranos éxitos de los vehículos Lunakhod, un nuevo vehículo fabricado en la Tierra comenzaba a moverse sobre la superficie de otro planeta. El 4 de julio de ese año el *rover* o robot móvil de exploración planetaria Sojourner inició su accidentada andadura sobre la superficie rocosa de Marte, realizando diversas medidas de la misma. Dotado de seis ruedas y con un peso de diez kilos y medio, el Sojourner estuvo operando durante más de 2.000 horas sobre la superficie del planeta rojo. Se movía a una velocidad máxima de 0,4 metros por minuto en las cercanías de la nave Pathfinder y sin ningún tipo de conexión física con ella, llegando a recorrer un total de 100 metros. En todo momento estuvo con-



Figura 11.44. Representación de uno de los Rovers de Exploración de Marte (Cortesía de NASA/JPL-Caltech).

trolado remotamente desde la Tierra a pesar de que el retraso de la señal de comunicación —ida y vuelta entre la Tierra y Marte— variaba entre 20 y 40 minutos, lo que obligó a contar con un cierto grado de autonomía.

Tras el éxito del Sojourner, la NASA continuó su exploración de Marte enviando en el 2003 dos *rovers* a diferentes lugares alejados entre sí y de alto valor científico sobre la superficie de Marte. Se posaron en enero del 2004 y tras más de dos años y medio siguen en funcionamiento, habiendo recorrido cada uno de ellos una decena de kilómetros sobre diferentes tipos de superficies, lo que es un logro único. En este tiempo han proporcionado información geológica de muy alto valor científico. Su grado de autonomía es bastante elevado, recibiendo desde la tierra la mayoría de las veces únicamente comandos tipo objetivo, como, por ejemplo, alcanzar un lugar determinado a una distancia de su posición actual.

Por su parte la Agencia Espacial Europea (ESA) también está involucrada en la utilización de robots para la exploración planetaria. A bordo de la misión *Mars Express*, enviada a Marte en junio del 2003, se encontraba un brazo robótico anclado al vehículo de aterrizaje denominado Beagle-2, con el que se pretendía recoger muestras para su análisis. Lamentablemente nunca se llegó a recibir noticias del Beagle-2 tras su supuesto aterrizaje sobre la superficie de Marte. También tiene previsto para 2009 el lanzamiento al planeta rojo de la misión Exomars, en el que irá a bordo un *rover* para la toma de muestras en y bajo la superficie y la ejecución de experimentos de exo-biología.

Teleoperación de robots «flotantes»

El brazo anclado en la zona de carga del transbordador (SRMS) ha resultado ser una herramienta fundamental para lo que se denomina servicio en órbita, esto es, la inspección de grandes estructuras espaciales y la captura y reparación de satélites. Pero, ¿por qué no considerar dispositivos robóticos que hagan operaciones similares desde vehículos no tripulados?

La NASA realizó a principios de 1997 el primer experimento con un robot de vuelo libre denominado AERCam, que flotó durante 30 minutos alrededor del transbordador espacial. El AERCam era un robot con forma de balón de fútbol (35 cm de diámetro y 16 kg de peso) dotado de una cámara para la toma de imágenes y de propulsores para flotar libremente. Su principal aplicación era la inspección de la Estación Espacial Internacional (ISS), así como el apoyo a astronautas mediante la toma de imágenes desde diversos ángulos de visión de las zonas de trabajo.

La idea de reparar satélites *in situ*, por otra parte, cobra especial relevancia respecto a la órbita geoestacionaria, en la que se encuentran la mayoría de los satélites de comunicaciones. Al estar situada a una altura aproximada de 36.000 km, más allá del cinturón de radiación, no es posible llegar a ella con el transbordador espacial. Debido a su gran utilidad, la órbita geoestacionaria se encuentra prácticamente saturada de satélites. El fallo de uno cualquiera de ellos bloquea su privilegiada posición sin permitir el acceso de otro nuevo. Es necesario, pues, o bien poder repararlo en órbita o «moverlo» hacia otra órbita denominada cementerio. Entonces, ¿por qué no considerar robots volando libremente alrededor de la tierra en espera de una misión de reparación de estas características?

La mayoría de las agencias espaciales —incluyendo a la ESA que ha llegado a realizar algún estudio detallado al respecto— han mostrado un gran interés en este campo desde hace tiempo. Incluso el Departamento de Defensa Norteamericano se ha puesto a trabajar en el estudio de un sistema de estas características para el mantenimiento y abastecimiento de su flota de satélites espía.

Fruto de esta creciente expectación fue el robot de vuelo libre ETS-7 lanzado por la Agencia Espacial Japonesa (NASDA, denominada actualmente JAXA) a unos 550 km de altura a

finales de 1997 para realizar experimentos de telerrobótica espacial. Al final de este epígrafe se describe con más detalle este sistema, como caso práctico de teleoperación espacial.

Teleoperación en la Estación Espacial Internacional

La ISS constituye hoy en día uno de los campos más activos en la aplicación de la teleoperación espacial. Está previsto que tres sistemas robóticos con un total de seis brazos manipuladores distintos, anclados y teleoperados desde la propia estación, estén operativos al final de su construcción. Con ellos se espera poder realizar el mantenimiento de la estación, ayudar en lo posible a su construcción, mantener experimentos fuera de zonas presurizadas y apoyar a los astronautas en sus actividades fuera de los vehículos.

El más importante de todos es el sistema desarrollado por Canadá. Cuenta con tres brazos: el primero, denominado SSRMS y de casi 17 m de longitud, tiene una estructura simétrica que le permite utilizar ambos extremos como soporte y, por tanto, poder «andar» por el exterior de la estación. Hoy se encuentra ya en la ISS colaborando activamente en su construcción. Dos brazos más pequeños se incorporarán a finales del 2007 a este sistema para, transportados por el SSRMS, realizar tareas de más precisión.

La contribución europea tiene como nombre ERA (*European Robotic Arm*). Se trata de un brazo de 10 m de longitud que será anclado sobre el segmento ruso de la estación para su mantenimiento y el cuidado de experimentos. Al igual que el SSRMS también posee la capacidad de «andar» por el exterior. Se prevé su lanzamiento para finales del 2007 debido al retraso en la construcción del módulo ruso. En el 2008 los japoneses contarán también con su propio sistema robótico, compuesto por dos brazos, para el mantenimiento del Modulo Experimental Japonés (JEM) y el servicio de los experimentos asociados.

11.10.2. Teleoperación del sistema ETS-VII

El satélite japonés ETS-VII (*Engineering Test Satellite*) (véase Figura 11.45) fue lanzado a una órbita terrestre de 500 km de altitud por la agencia espacial japonesa, en aquel entonces llamada NASDA (*National Space Development Agency*) y actualmente integrada en JAXA

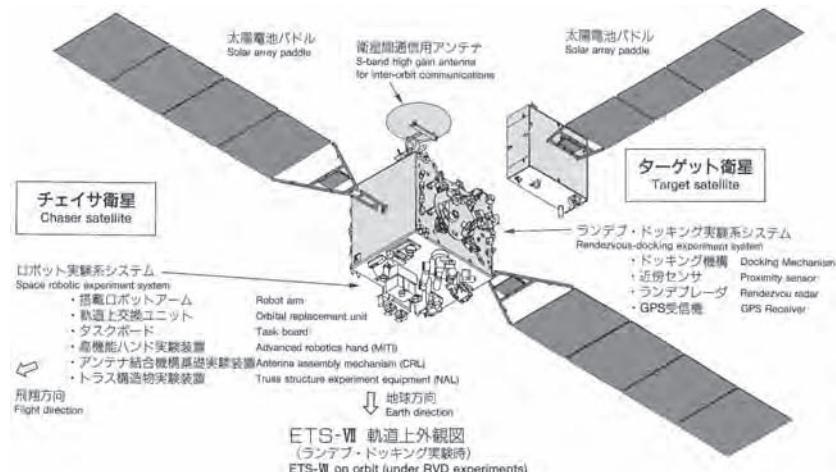


Figura 11.45. Imagen artística del ETS-VII. (Cortesía de JAXA).

(Japan Aerospace Exploration Agency). El objetivo del satélite era probar dos tipos de tecnologías: el acoplamiento automático de dos satélites y la teleoperación de un robot espacial desde tierra.

El ETS-VII contenía sobre uno de sus lados un brazo manipulador de unos 2 m de longitud y con seis articulaciones giratorias, además de la pinza de agarre y dos cámaras. Adicionalmente, sobre la plataforma existían diversos equipos sobre los que poder demostrar la realización de distintos tipos de tareas. Para realizar experimentos de acoplamiento y captura de otro satélite, parte de la plataforma se separaba en órbita actuando como un satélite averiado al que se debía capturar (véase Figura 11.45).

El ETS-VII constituyó un hito fundamental en la historia de la robótica espacial. Estuvo durante dos años en órbita realizando multitud de experimentos de teleoperación y tererrobótica espacial. El brazo robótico del ETS-VII fue teleoperado desde tierra, realizando distintos tipos de experimentos, con el problema fundamental de existir entre 5 y 7 segundos de retraso entre el envío de una orden de movimiento y el conocimiento del resultado de la misma. Fue, además, el primer robot manipulador de vuelo libre y con él se demostró, también por primera vez, la capacidad de captura de un satélite por otro vehículo no tripulado.

Entre las organizaciones participantes en los experimentos de teleoperación, destacan los realizados por el entonces NAL (National Aerospace Laboratory), hoy en día también integrado en la JAXA. En los próximos epígrafes se presenta en detalle la realización de estos experimentos, como caso real práctico de aplicación de la teleoperación, destacándose que incluyeron los primeros experimentos de teleoperación de un robot espacial utilizando dispositivos de realimentación háptica [PEÑIN-00A].

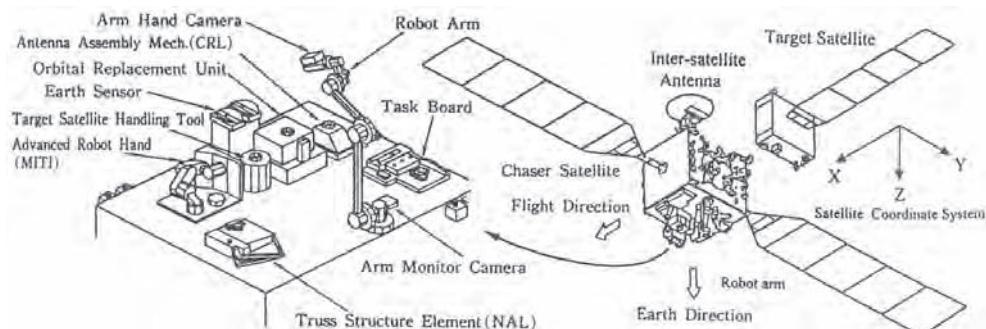


Figura 11.46. Detalle de los equipos situados sobre una de las caras exteriores del satélite ETS-VII (Cortesía de JAXA).

Características del sistema teleoperado

El brazo robótico de 160 kg a bordo del satélite cuenta con 6 GDL, una envergadura de 2 m, como se muestra en la Figura 11.47. Tiene una repetibilidad de 1.5 mm y puede moverse como máximo a unos 50 mm/s en traslación y 5°/s en orientación. La baja repetibilidad es característico de los robots espaciales, debido principalmente a su flexibilidad (se quiere minimizar su peso para el lanzamiento) y tener que trabajar en condiciones de microgravedad y vacío térmico, que afecta a los acoplamientos mecánicos debido a que, generalmente, se añade un cierto espacio en el engranaje de las articulaciones de estos robots para evitar que se

queden pegados en condiciones atmosféricas de vacío. Su carga máxima de trabajo es de 500 kg. Además, cuenta en su extremo con un sensor fuerza/par de 6 GDL.

El brazo robótico permite los siguientes **modos de control**:

- Control eje a eje en velocidad y posición.
- Eje a eje tanto en velocidad como en posición.
- Referencia cartesiana tanto en velocidad como en posición.
- Acomodación (*compliance*) activa con un valor 0.2-0.8 N/mm.
- Control fuerza/posición.
- Modo de control especial para la captura de objetos flotantes.

Además, el sistema está diseñado para los siguientes **modos de operación**:

- *Modo de teleoperación*: se envían de forma continua (4Hz) comandos de posición y orientación, recibiéndose la información sobre la ejecución de la tarea a 10 Hz.
- *Modo de teleprogramación*: el operador comanda una serie de tareas o movimientos mediante teclado o un interfaz gráfico. Estas instrucciones se convierten en una serie de comandos que son validados en un simulador en tierra del sistema de control del robot. Una vez validados, se mandan uno a uno al robot, comprobando su correcta ejecución.
- *Modo de control de a bordo*: el control del abordo es capaz de procesar las imágenes de vídeo de la cámara de la muñeca y medir la distancia y orientación de la correspondiente marca sobre el satélite, de manera que se puede utilizar esta información para acercarse a un elemento. Bastará dar el comando desde tierra.

Tal y como se ve en la Figura 11.47, el robot tiene montado sobre su estructura **un sistema de visión** compuesto por dos cámaras de óptica fija de una resolución de 669×485 pixeles. Una de ellas, para obtener una visión panorámica está montada en la base del robot y se mueve

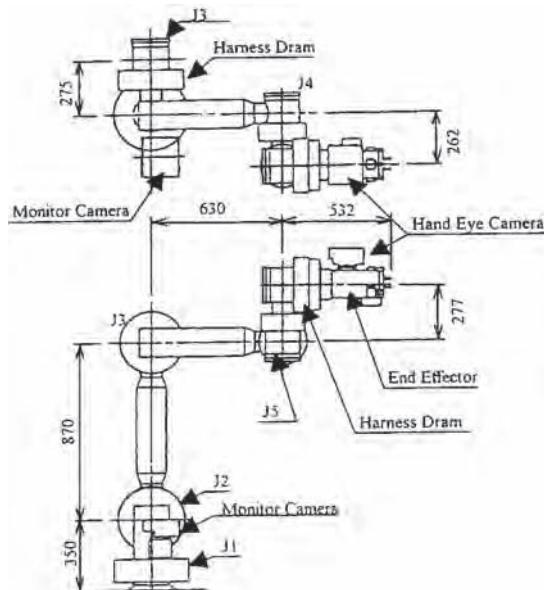


Figura 11.47. Configuración del robot a bordo del satélite ETS-VII. (Cortesía de JAXA).

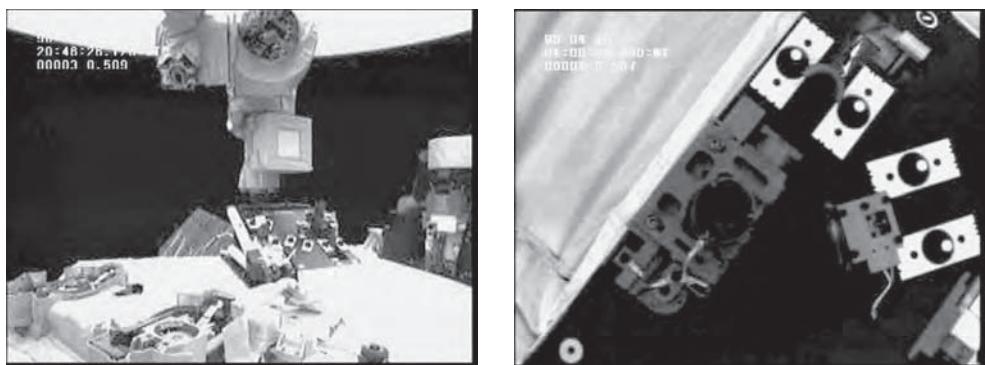


Figura 11.48. Ejemplo de imágenes proporcionadas por la cámara en la base (izquierda) y en el extremo del robot (derecha). (Cortesía de JAXA).

solidaria al movimiento de la primera articulación (imagen izquierda de la Figura 11.48). Envía a tierra imágenes en blanco y negro comprimidas a una frecuencia de 1 Hz.

Por otro lado, existen dos cámaras situadas el extremo final para visión detallada de lo que se está manipulando (imagen derecha de la Figura 11.48). Sus imágenes en blanco y negro también son enviadas comprimidas a tierra, pero esta vez a una frecuencia de 4 Hz.

Tal y como se ve en imagen derecha de la Figura 11.48, existen una serie de marcas en forma de troncos de cono sobre los equipos y sobre la superficie del satélite, adecuadamente calibradas, para así poder determinar a través de las imágenes la posición relativa del robot en el entorno. Este método proporciona aproximadamente una precisión de 0,7 mm en posición y 0,5° en orientación.

La Figura 11.49 muestra el lazo de comunicaciones existente entre las instalaciones terrestres de teleoperación de NAL en el Tsukuba Space Centre y el satélite ETS-VII. Primero

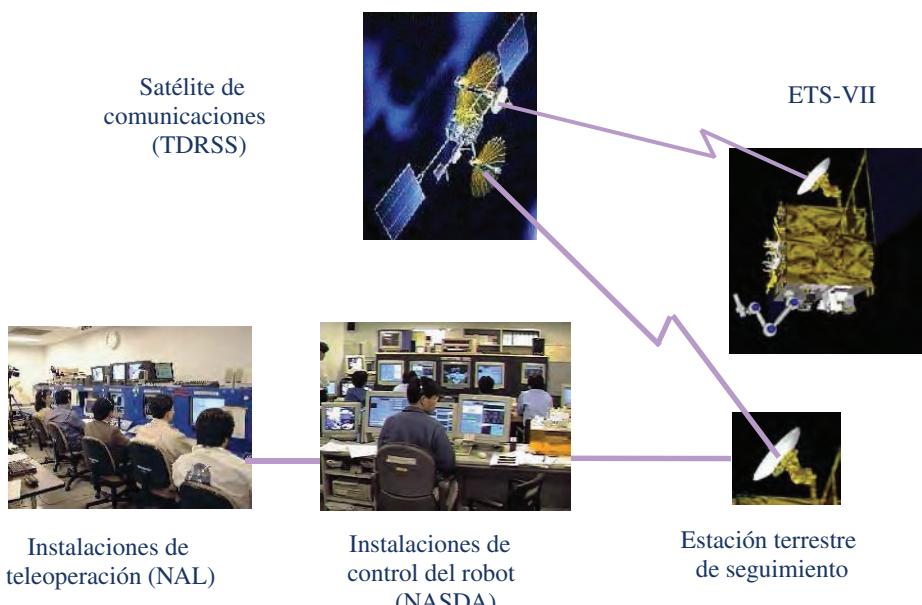


Figura 11.49. Comunicación entre la zona local y la zona remota de teleoperación. (Cortesía de JAXA y NASA).

los comandos son procesados por el sistema de control del robot propiamente dicho, donde son analizados, se comprueba que no representan ningún peligro para la seguridad del satélite y se transforman en los comandos adecuados para el sistema de control del brazo. Estas señales se envían por comunicación terrestre dedicada a una estación terrestre de seguimiento que se encarga de enviar la señal a uno de los satélites del sistema TDRSS, pensado para actuar como repetidor. Este satélite envía la señal al ETS-VII que tiene que recibirla, procesarla y pasársela al sistema de control del robot.

En total, el tiempo de viaje de la señal considerando también el viaje de retorno por la misma vía está entre 5 y 7 s. Además, la ventana de comunicación no es continua. Únicamente es posible estar alrededor de 30 minutos seguidos, teniendo que esperar un nuevo pase del satélite para continuar al cabo de alrededor de 95 minutos aproximadamente.

Dispositivos de control

Existen dos tipos diferentes de dispositivos de control en la zona remota:

- **Dos joysticks de 3GDL:** se trata de dos joysticks similares a los existentes a bordo del *Space Shuttle* para teleoperar el SRMS, que permiten generar comandos en tres grados de libertad (véase Figura 11.50 izquierda). Los dos tienen 2 GDL similares a cualquier joystick convencional pero implementan el tercer GDL de forma distinta. Uno de ellos permite un movimiento hacia fuera y hacia dentro. Es decir, que el operador puede tirar o empujar de la palanca. Este joystick se utiliza, por tanto, para comandos en posición. El otro joystick implementa el tercer GDL como un giro sobre su eje de la parte superior de la palanca. Este joystick se utiliza para generar comandos en orientación.
- **Dos joysticks de 2 GDL con reflexión de fuerzas:** se trata de dos joysticks iguales de 2GDL que permiten los movimientos típicos de un joystick convencional, con un volumen de trabajo de 15.2×15.2 cm. Lo relevante es que se pueden programar para la generación de fuerzas sobre la mano del operador (véase Figura 11.50 derecha). Permiten generar fuerzas de hasta 8.9 N con un ancho de banda de 120 Hz.

Sobre el puesto de teleoperación existen, además, una serie de botones para la generación de comandos pre-programados, la modulación o escalado de los comandos de teleoperación y/o la parada de emergencia del sistema (véase Figura 11.50).



Figura 11.50. Dispositivos de control: dos Joysticks de 3 GDL (izquierda) y dos Joysticks de 2 GDL con reflexión de fuerzas (derecha).

Descripción del puesto de teleoperación

En el *Tsukuba Space Centre* de la NASDA se encuentran las instalaciones de teleoperación de NAL con los siguientes equipos, conectados todo ellos mediante una red de área local privada [MATSUMOTO-97]:

- *Simulador predictivo*: estación de trabajo en la que se encuentra un simulador con el modelo del robot y su entorno. En el simulador se muestra tanto la información actual del entorno remoto como la información que predice el sistema durante la operación por el usuario. En la Figura 11.51 se muestra un ejemplo del mismo durante uno de los experimentos reales.
- *Dispositivos de control*: joysticks para la generación de comandos. Ver los detalles de estos dispositivos en el epígrafe anterior.
- *Computadora de procesamiento de imágenes*: estación de trabajo con tarjeta especial para el procesamiento de las imágenes provenientes de las cámaras sobre el robot.
- *Interfaz hombre-máquina*: estación de trabajo que se utiliza para la introducción de comandos de alto nivel y de gestión del sistema de teleoperación, edición de los mismos o la monitorización de la información de telemetría que viene del satélite.
- *Computadora de control en tiempo real*: PC que se comunica directamente con los computadores de control del robot de la NASDA. La comunicación se hace a 4Hz por RS-232-C a 9600 bps, y se recibe aproximadamente a 10 Hz.
- *Computadora de gestión de la operación*: PC para la generación automática de la secuencia de procedimiento (SOP) y de la estructuración de la información que se recibe, para su posterior análisis.

Durante la operación, se necesitan tres operadores adicionales al que realiza la teleoperación propiamente dicha, para monitorizar y controlar los distintos equipos existentes.

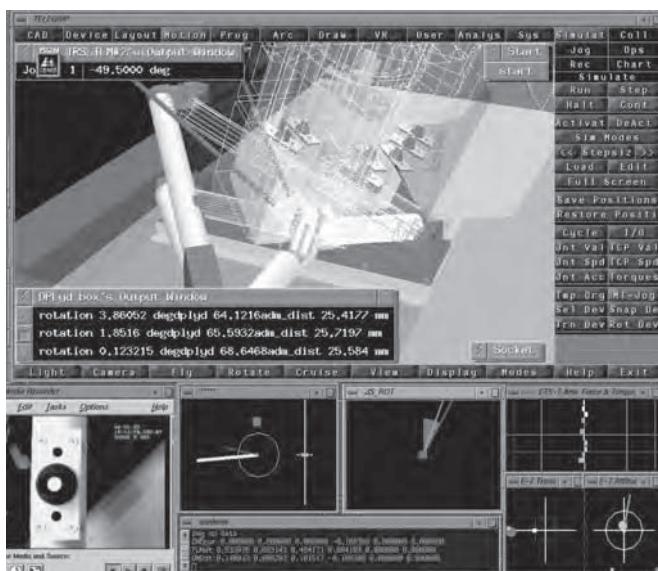


Figura 11.51. Imagen del simulador predictivo durante uno de los experimentos.

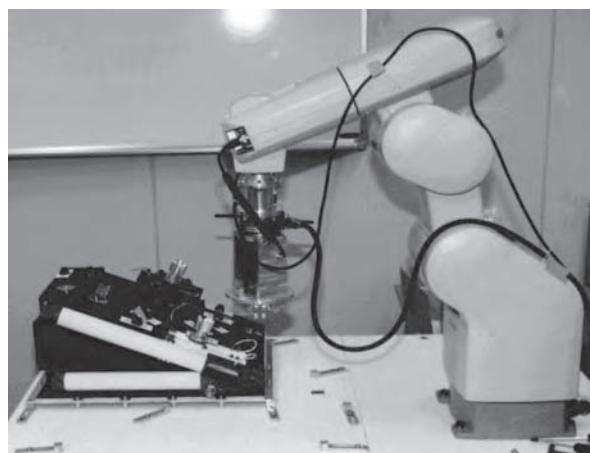


Figura 11.52. Réplica del sistema teleoperado con robot industrial que imita los movimientos del robot a bordo del satélite.

Junto a puesto del teleoperación se cuenta además con una réplica física del sistema teleopeado sobre la que poder realizar pruebas antes de los experimentos reales (véase Figura 11.52). El sistema en sí recibe los mismos comandos que el sistema teleoperado real y replica sus movimientos. Incluye la plataforma de experimentación y un robot industrial comercial, conveniente adaptado en sus movimientos y dinámica para replicar el comportamiento del robot a bordo del satélite.

Descripción de los experimentos de construcción de estructuras espaciales

Se definieron una serie de experimentos para establecer la tecnología básica para la construcción de estructuras espaciales en órbita, utilizando un robot operado remotamente desde tierra. Los objetivos de los experimentos realizados son los siguientes:

- Realización de la manipulación de pequeños objetos utilizando el procesamiento de imágenes en tierra.
- Teleoperación con restricciones en la trayectoria, haciendo uso de la capacidad de acomodación del robot y de la simulación en tierra.
- Operaciones de ensamblado y despliegue de equipos
- Conseguir una teleoperación continua teniendo en cuenta el retraso existente en la comunicación entre la zona loca y la zona remota.

Para la realización de estos experimentos se cuenta con una plataforma denominada *Truss Structure Experiment* (TSE) con forma de caja de dimensiones $380\text{ m} \times 505\text{ m} \times 280\text{ m}$ (véase Figura 11.53). Sobre la misma van montados diversos dispositivos para realizar los experimentos. Los tres elementos principales son:

- *Estructura de despliegue*: se trata de una estructura tetraédrica en su configuración desplegada. En la Figura 11.54 se muestra la estructura de despliegue en sus dos configuraciones extremas. El robot ha de coger la agarradera sobre uno de los cilindros de la estructura, y siguiendo una trayectoria restringida en tres dimensiones debe desplegarla, y viceversa.



Figura 11.53. Dispositivo de experimentación Truss Structure Experiment (TSE). (Cortesía de JAXA).

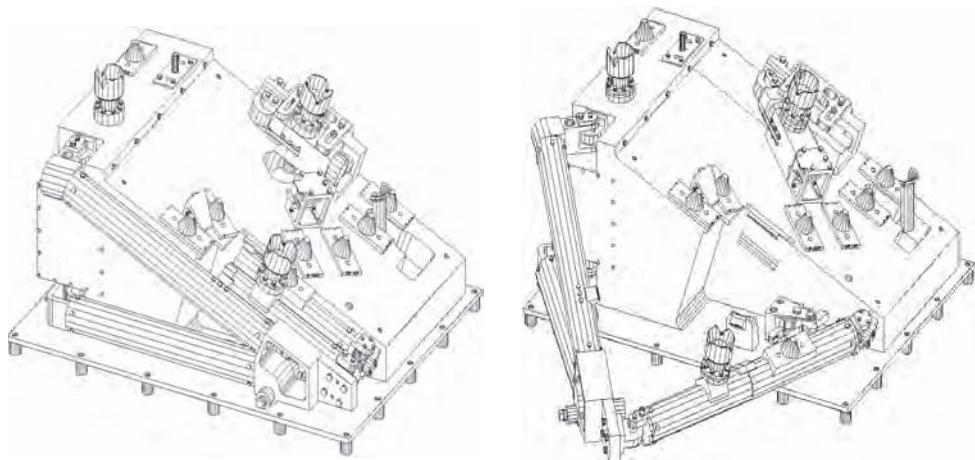


Figura 11.54. Configuración plegada (izquierda) y desplegada (derecha) de la estructura de despliegue sobre el TSE. (Cortesía de JAXA).

- **Estructura de ensamblado:** es un elemento que el robot agarra y ensambla en otro elemento. La tarea de ensamblado está limitada en un plano bidimensional. Requiere realizar una tarea de inserción fina con mucho contacto. En la Figura 11.55 se muestra el dispositivo en su configuración libre original (izquierda) y en su configuración de ensamblado. Se aprecia también la agarradera que utiliza el robot para su manipulación.
- **Mecanismo de bloqueo para el lanzamiento:** debidos a las vibraciones y acceleraciones del despegue (20 g), todos los elementos anteriores van bloqueados con un sistema especial. El robot deberá desbloquearlos accionando una manivela.

Sobre la unidad TSE y junto a los elementos anteriores, se encuentran una serie de marcas que ayudan, mediante el tratamiento de las imágenes, a establecer dónde realmente se encuentra el extremo del robot en cada momento con respecto a las diferentes agarraderas.

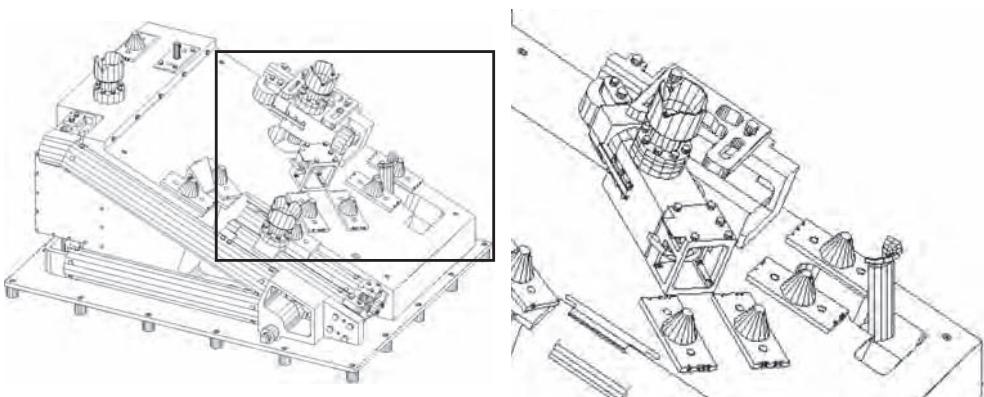


Figura 11.55. Configuración libre (izquierda) y ensamblada (derecha) de la estructura de ensamblado sobre el TSE. (Cortesía de JAXA).

Esquemas de teleoperación

El objetivo de los experimentos de teleoperación se centró principalmente en la teleoperación manual continua, con el objetivo de desarrollar esquemas que permitieran mantener al operador en el bucle de control. Teniendo en cuenta el retardo ida y vuelta de 5-7 s existente y la frecuencia de comunicación con la zona remota, se desarrollaron y probaron los siguientes esquemas:

- **Teleoperación con ayudas visuales basadas en modelo:** este modo de teleoperación hace uso de un simulador predictivo sobre el que se superponen una serie de ayudas visuales basadas en el modelo de la tarea (véase Figura 11.51). Estas ayudas visuales consisten en una reflexión de fuerzas visual y un sistema gráfico que le indica al operador hacia donde debe mover los dispositivos de control de posición y orientación (Figura 11.57). Para más detalles consultar [WAKABAYASHI-99].
Para la implementación de este esquema se utilizan los joysticks de 3 GDL generando comandos en velocidad para el dispositivo teleoperado.
- **Teleoperación con reflexión de fuerzas basadas en modelo:** en este tipo de esquema, se utiliza el simulador predictivo como medio para generar unas fuerzas virtuales basadas en el modelo existente. Además, se superponen una serie de superficies virtuales de contacto para guiar al operador durante la tarea. El operador es el que junta la información háptica con la visual proporcionada por el simulador, incluyendo fuerzas de contacto retardadas, para dar los comandos a través de los dispositivos de control. En la Figura 11.56 se muestra el entorno local de teleoperación durante uno de los experimentos. También se realizaron pruebas de realimentación de fuerza indirecta, es decir, en la mano que no realizaba la teleoperación. Para más detalles consultar [PEÑÍN-00A].
Para la implementación de este esquema se utilizan los dos joysticks de 2 GDL con reflexión de fuerzas, generando comandos en posición para el dispositivo teleoperado.
- **Teleoperación con reflexión de fuerzas como representación de información:** el tercer esquema de teleoperación empleado consiste en una mezcla de los dos anteriores. Es decir, la utilización de los dispositivos de reflexión de fuerzas para representar infor-



Figura 11.56. Entorno y elementos de teleoperación en la zona local durante uno de los experimentos con reflexión de fuerzas basadas en modelo.

mación al operador sobre como realizar la tarea, y no tanto fuerzas o pares de contacto. Es decir, consiste en representar la información presentada anteriormente de forma visual (véase Figura 11.57) mediante fuerzas sobre las manos del operador. Para más detalles de esta implementación consultar [WAKABAYASHI-00].

Para la implementación de estos experimentos se utilizan los dos joysticks de 2 GDL con reflexión de fuerzas, existiendo dos esquemas dependiendo si se generan comandos en posición o en velocidad.



Figura 11.57. Ayudas visuales basadas en modelo de ayuda a la realización de la tarea.

Realización de los experimentos

Se realizaron los dos experimentos de despliegue y ensamblado utilizando los esquemas de teleoperación anteriormente presentados. En todos los casos, se pudo realizar la tarea, aunque hubo experimentos fallidos. A continuación, se muestran algunos resultados del experimento de pliegue/despliegue. Para una explicación de todos los experimentos y de sus resultados, consultar [WAKABAYASHI-99] [PEÑIN-00A] y [WAKABAYASHI-00]

En la Figura 11.58 se muestra la secuencia en imágenes tomadas por la cámara en la base del robot durante uno de los experimentos, mientras en la Figura 11.59 se muestran además distintas imágenes del puesto de teleoperación.

La Figura 11.60 muestra la comparación de la trayectoria realizada utilizando únicamente un guiado visual basado en el modelo, frente a la trayectoria realizada proyectando las ayudas en forma de fuerzas sobre el operador. Se aprecia una trayectoria más suave en el caso de la realimentación de fuerzas.

La Figura 11.61 compara el guiado en fuerzas utilizando comandos en posición frente a comandos en velocidad. Se muestra tanto la trayectoria seguida como las fuerzas desarrolladas. Se aprecia la ventaja de una (posición) sobre la otra (velocidad).

Finalmente, la Tabla 11.10 compara los diversos esquemas utilizados en función de una serie de características cualitativas, teniendo en cuenta los experimentos realizados. Lógicamente, para extrapolar estos resultados a otros sistemas habrá que tener en cuenta muchos otros factores, como la resolución de los dispositivos de entrada, el tiempo de operación, etc.

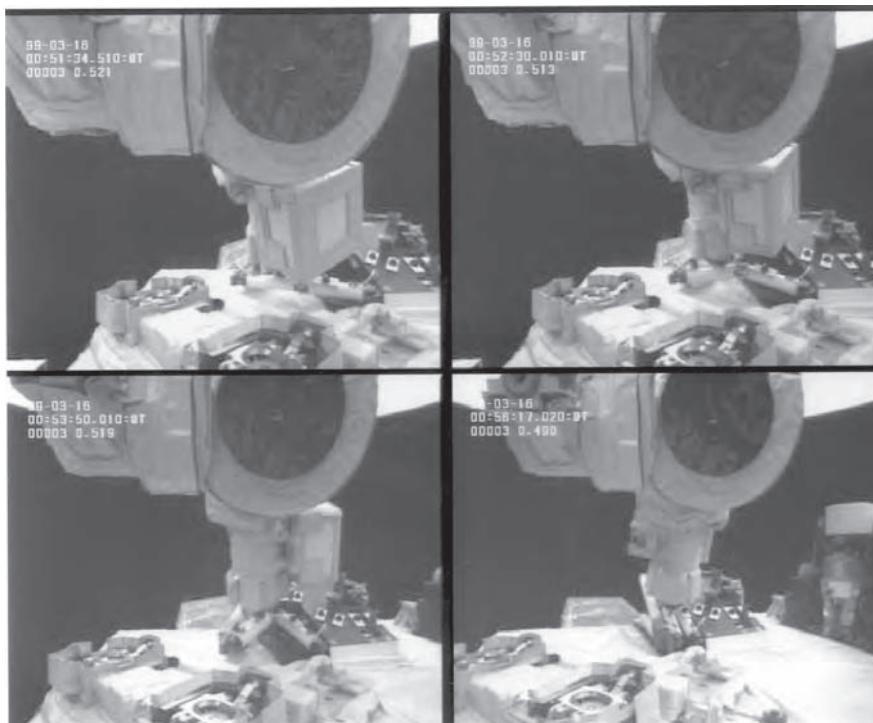


Figura 11.58. Secuencia de plegado de la estructura sobre el TSE. (Cortesía de JAXA).



Figura 11.59. Imágenes durante uno de los experimentos de teleoperación de despliegue de la estructura. (Cortesía de JAXA).

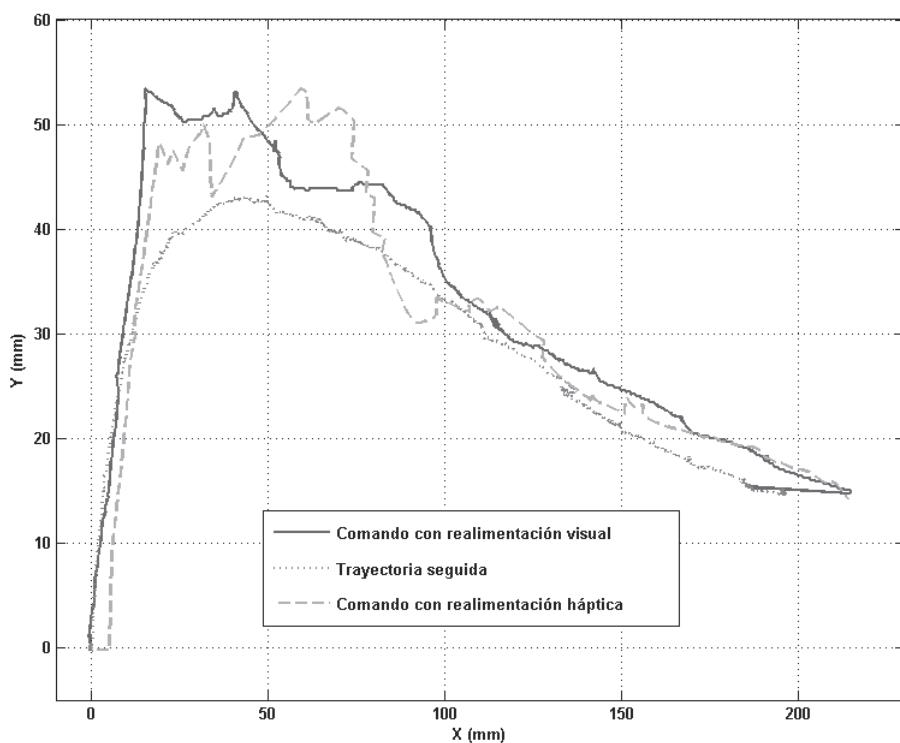


Figura 11.60. Comparación entre las trayectorias del experimento de plegado utilizando únicamente realimentación visual o realimentación de fuerzas para guiar al operador.

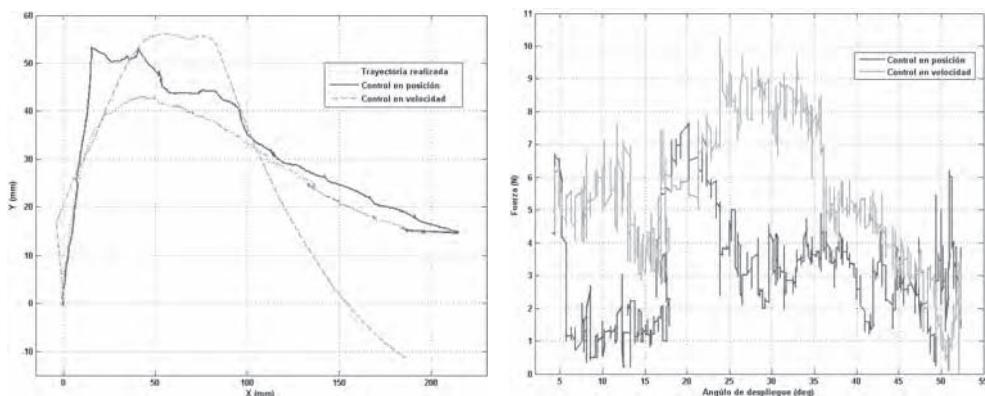


Figura 11.61. Comparación de los experimentos de plegado utilizando realimentación de fuerzas para guiar al operador. Trayectoria (izquierda) y fuerzas desarrolladas (derecha).

Tabla 11.10. Comparación de los diversos esquemas de teleoperación para el experimento de despliegado de una estructura espacial

Modo de Control	Ayuda háptica Posición	Ayuda háptica Velocidad	Ayuda visual Velocidad
Precisión de la ayuda	Regular	Regular	Buena
Precisión del comando	Alto	Regular	Regular
Confort del operador	Alto	Alto	Bajo
Seguridad del operador	Baja	Alta	Alta
Utilidad operación continua (por ejemplo, seguimiento)	Baja	Alta	Alta
Utilidad para operación discreta (por ejemplo, Mover y dejar)	Buena	Regular	Regular

11.11. EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio 11.1

Representar los esquemas de control bilateral posición-posición y presión-posición mediante diagrama de bloques.

Solución:

La Figura 11.62 presenta el esquema de control bilateral posición-posición en diagrama de bloques con todos los elementos asociados, considerando un regulador PD tanto en el maestro como en el esclavo.

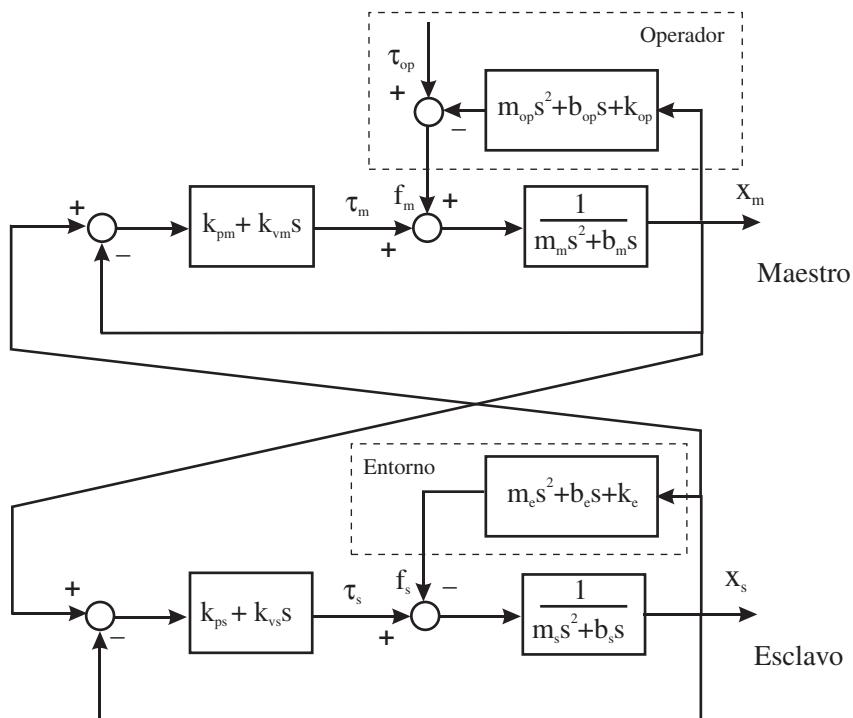


Figura 11.62. Diagrama de bloques del esquema de control bilateral posición-posición.

La Figura 11.63 presenta el esquema de control bilateral presión-posición en diagrama de bloques con todos los elementos asociados, considerando un regulador proporcional en el esclavo.

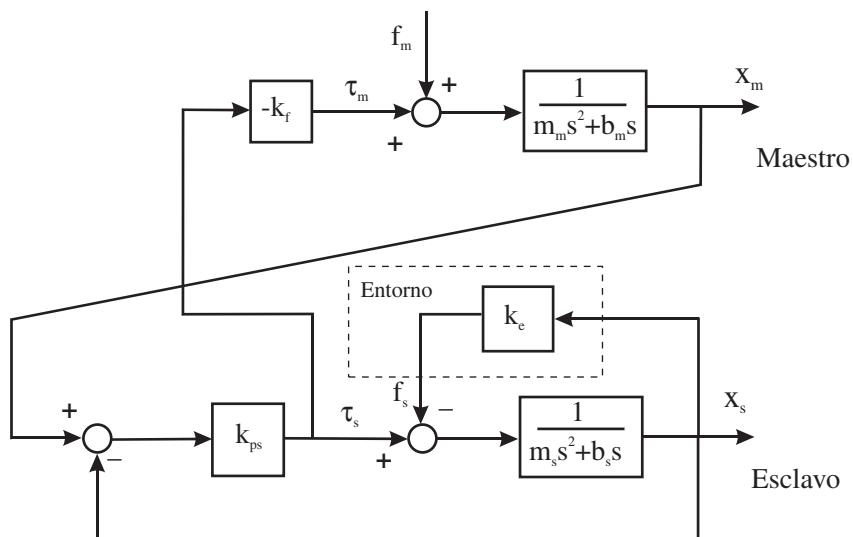


Figura 11.63. Diagrama de bloques del esquema de control bilateral presión-posición.

Ejercicio 11.2

Representar el esquema de control bilateral fuerza-posición utilizando la teoría del cuadripolo.

Solución:

La Figura 11.64 muestra el esquema de control bilateral fuerza-posición utilizando la teoría del cuadripolo.

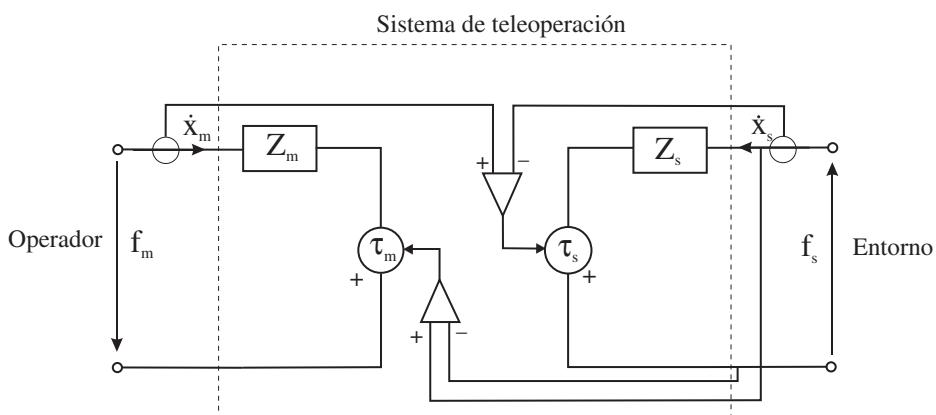


Figura 11.64. Representación del sistema de control bilateral fuerza-posición mediante la teoría del cuadripolo.

Ejercicio 11.3

Si se tiene un sistema de control bilateral fuerza-posición definido por los parámetros de la Tabla 11.11 y con un retardo en la comunicación entre la zona local y la zona remota de T segundos, estudiar cual es el efecto teórico sobre la estabilidad del sistema considerando un regulador puramente proporcional en el esclavo.

Tabla 11.11. Parámetros del sistema

Parámetro	Valor	Unidades
m_m	1	kg
m_s	10	kg
b_m	2	Ns/m
b_s	60	Ns/m
k_{ps}	100	N/m
k_f	0,1	-

Solución:

El margen de fase puede ser utilizado para predecir cuál va a ser el retraso de transmisión máximo que puede absorber un sistema sin inestabilizarse. Se deberá plantear, entonces, calcular la relación existente entre el margen de fase (en grados) y el tiempo de retraso (en segundos) máximo permitido de comunicación entre la zona local y la zona remota. Para ello, se hace uso del esquema presentado en la Figura 11.65, en el que se han incluido los bucles de retraso del tipo e^{-Ts} donde T representa el tiempo de retraso en la transmisión de la información desde una zona a otra.

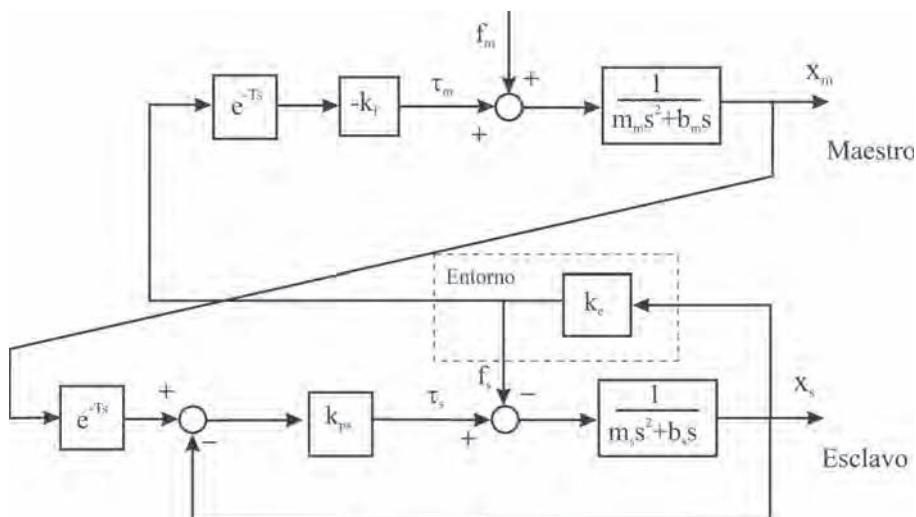


Figura 11.65. Diagrama de bloques del esquema de control bilateral fuerza-posición con retrasos en las comunicaciones.

Para obtener el margen de fase del nuevo sistema, habrá que hallar la nueva función de transferencia en cadena abierta equivalente a la de la ecuación [11.29]. Operando un poco se tiene:

$$GH'(s) = \frac{k_e k_f k_{ps} e^{-2Ts}}{s(m_m s + b_m)(m_s s^2 + b_s s + k_{ps} + k_e)} \quad [11.38]$$

donde se ve que la nueva $GH(s)$ es igual que la anterior multiplicada por un factor e^{-2Ts} , no lineal, que agrupa los dos retrasos, el de ida y el de vuelta. El efecto de este nuevo factor sobre la ganancia del diagrama de Bode de $GH(s)$ es nulo, pues su módulo es la unidad. Sin embargo, su efecto se hace notar sobre la fase, pues introduce una caída de fase de valor $2\omega_c T$ radianes, dependiente de la frecuencia. Esto implica que el margen de fase también sufre una caída de valor $2 \cdot \omega_c T$, donde ω_c es la frecuencia de cruce de ganancia en rad/s.

De lo explicado se deduce que el máximo valor de T asimilable por un sistema de teleoperación sin que entre en inestabilidad está dado por la siguiente expresión:

$$T = \frac{\text{margen de fase}}{2 \cdot \omega_c} \quad [11.39]$$

Éste es el valor límite al que nunca habrá que llegar, pues el sistema será muy oscilatorio. Los retrasos realmente permitidos deberán ser menores que este valor. Para ver experimentalmente la relación directa entre el margen de fase y el tiempo de retraso permisible, se muestra en la Figura 11.66 el máximo tiempo de retraso (en segundos) permitido en un sistema con los parámetros de la Tabla 11.11.

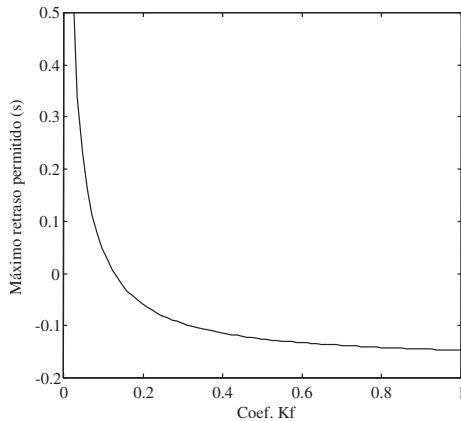


Figura 11.66. Máximo retraso permitido en un sistema fuerza-posición en función de k_f (Obtenido con los valores del sistema de la Tabla 11.11).

Ejercicio 11.4

Analizar para el sistema de control bilateral posición-posición cual sería el equivalente a la constante de reflexión de fuerzas k_f del esquema de control bilateral fuerza-posición. Se recomienda utilizar el esquema presión-posición como paso intermedio y reguladores puramente proporcionales.

Solución:

En la Figura 11.67 se muestran los pasos a seguir para pasar de un esquema posición-posición a un esquema presión-posición. Se puede deducir entonces que el modelo simplificado del esquema posición-posición es equivalente al modelo simplificado de un sistema presión-posición, donde el valor de la constante del servo del maestro k_{pm} se puede expresar como:

$$k_{pm} = k_{ps} k_f \quad [11.40]$$

donde k_{ps} y k_f son parámetros pertenecientes al esquema presión-posición, y que tienen su equivalencia directa en el esquema fuerza-posición. El haber obtenido esta equivalencia es muy importante, pues permite hacer el estudio teórico del esquema posición-posición a través del esquema presión-posición (utilizando los parámetros k_{ps} y k_f y la relación [11.40]). Esta equivalencia se puede expresar también como:

$$k_f = \frac{k_{pm}}{k_{ps}} \quad [11.41]$$

lo que indica que en el esquema posición-posición la ganancia de reflexión de fuerzas es el cociente entre las constantes de los servos de posición del maestro y del esclavo respectivamente.

La equivalencia obtenida entre los esquemas presión-posición y posición-posición es perfectamente válida trabajando con el modelo básico establecido. No se puede afirmar lo mismo en cuanto al comportamiento real, pues la presencia de los actuadores distorsiona el comportamiento. Pero en cuanto a desvelar su dinámica básica y poder compararla de forma directa con la del esquema fuerza-posición, la equivalencia presentada es muy útil e importante.

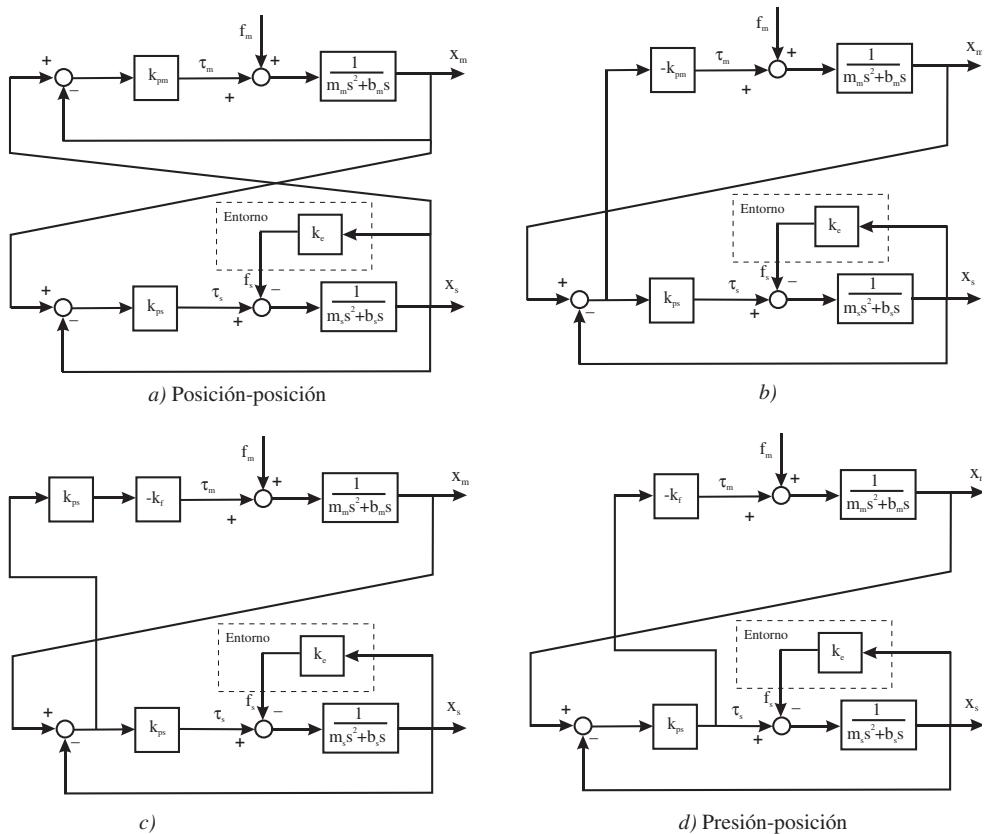


Figura 11.67. Paso mediante diagrama de bloques del esquema posición-posición al esquema presión-posición.

Ejercicio 11.5

Comparar en error en régimen permanente los esquemas de control bilateral posición-posición y fuerza-posición.

Solución:

Para el sistema fuerza-posición con regulador proporcional en el esclavo de forma teórica, y considerando el sistema estable, si se aplica un escalón unitario de fuerza al maestro, el valor final de la posición del maestro y del esclavo puede ser calculado aplicando el teorema del valor final en las f.d.t :

$$X_m(\infty) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \frac{m_s s^2 + b_s s + k_{ps} + k_e}{s^2 (m_s s + b_s)(m_m s + b_m) + s(k_{ps} + k_e)(m_m s + b_m) + k_{ps} k_e k_f} = \frac{k_{ps} + k_e}{k_{ps} k_e k_f} \quad [11.42]$$

$$\begin{aligned} X_s(\infty) &= \lim_{s \rightarrow \infty} s \frac{1}{s^2 (m_s s + b_s)(m_m s + b_m) + s(k_{ps} + k_e)(m_m s + b_m) + k_{ps} k_e k_f} = \\ &= \frac{k_{ps}}{k_{ps} k_e k_f} = \frac{1}{k_e k_f} \end{aligned} \quad [11.43]$$

El error existente en régimen permanente entre maestro y esclavo se obtiene de forma inmediata restando las expresiones anteriores:

$$E(\infty) = X_m(\infty) - X_s(\infty) = \frac{k_{ps} + k_e - k_{ps}}{k_{ps} k_e k_f} = \frac{1}{k_{ps} k_f} \quad [11.44]$$

Como primera conclusión importante se puede decir que en régimen permanente siempre existirá un error entre la posición del maestro y la del esclavo, independientemente de si se trata de un movimiento libre o de contacto.

Para el caso del sistema posición-posición con reguladores proporcionales en los dos manipuladores, considerando el sistema totalmente estable, se puede calcular el valor final de la posición del maestro y del esclavo ante entrada escalón aplicando el teorema del valor final a las funciones de transferencia correspondientes:

$$X_m(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{m_s s^2 + b_s s + k_{ps} + k_e}{k_f k_{ps} (m_s s^2 + b_s s + k_e) + s(m_m s + b_m)(m_s s^2 + b_s s + k_e + k_{ps})} = \frac{k_{ps} + k_e}{k_f k_{ps} k_e} \quad [11.45]$$

$$\begin{aligned} X_s(\infty) &= \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{k_f k_{ps} (m_s s^2 + b_s s + k_e) + s(m_m s + b_m)(m_s s^2 + b_s s + k_e + k_{ps})} = \\ &= \frac{k_{ps}}{k_f k_{ps} k_e} = \frac{1}{k_e k_f} \end{aligned} \quad [11.46]$$

El error existente en régimen permanente entre el maestro y el esclavo se obtiene restando las expresiones anteriores y se obtiene:

$$E(\infty) = X_m(\infty) - X_s(\infty) = \frac{k_{ps} + k_e - k_{ps}}{k_{ps} k_e k_f} = \frac{1}{k_{ps} k_f} = \frac{1}{k_{pm}} \quad [11.47]$$

expresión equivalente a la del sistema fuerza-posición, pero que toma especial significado a partir de la equivalencia de parámetros entre el sistema posición-posición y el presión-posición (véase Ejercicio 11.4).

Ejercicio 11.6

Comparar los esquemas de control bilateral posición-posición y fuerza-posición en cuanto a la reproducción directa sobre el maestro de la fuerza de contacto del esclavo, considerando reguladores PD en ambos casos.

Solución:

Para el esquema fuerza-posición, observando el diagrama de bloques de la Figura 11.34, se puede afirmar que esta relación viene dada por la siguiente expresión:

$$\tau_m = -k_f f_s \quad [11.48]$$

es decir, que salvo por el escalado del coeficiente del reflexión de fuerzas, la fuerza del actuador del esclavo es la misma que la fuerza de reacción del entorno. En el caso del sistema posición-posición, haciendo uso de su equivalencia estructural con el sistema presión-posición (véase Ejercicio 11.4) se puede obtener que la relación entre ambas fuerzas viene dada por la expresión:

$$\tau_m = -k_f \left(1 + \frac{m_s s^2 + b_s s}{k_e} \right) f_s \quad [11.49]$$

Se ve como ahora el sistema posición-posición, y dejando de lado el escalado propio del coeficiente de reflexión de fuerzas k_f , genera una fuerza sobre el maestro que no es directamente la fuerza de reacción del entorno k_e , sino que es algo mayor debido a que en medio se encuentra un término que es función de la dinámica del esclavo.

Ejercicio 11.7

Comparar los sistemas de control bilateral posición-posición y fuerza-posición en términos de reproducción de impedancia. Se entiende que la reproducción de impedancia del entorno es ideal cuando la impedancia del maestro (representada por K_{em} en la Figura 11.68) es igual a la impedancia del entorno K_e . Utilizar los parámetros de la Tabla 11.11.

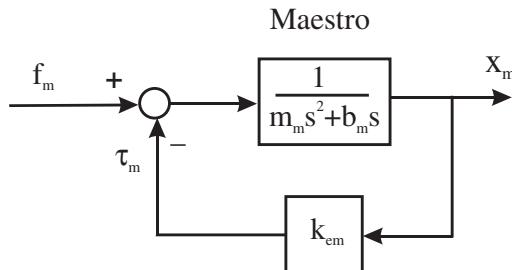


Figura 11.68. Representación de la impedancia que siente el maestro.

Solución:

Lo primero que habrá que hacer es hallar el valor de k_{em} para ambos sistemas en su forma completa, es decir con los reguladores PD. Considerando que k_{em} está en un bloque de realimentación, la expresión de este bloque para el sistema fuerza-posición se denominará como H_{fp} , mientras que para el sistema posición-posición se llamará H_{pp} .

En el caso del sistema fuerza-posición, el bloque H_{fp} vendrá dado por la siguiente función de transferencia:

$$H_{fp}(s) = \frac{\tau_m(s)}{x_m(s)} = \frac{(k_{ps} + k_{vs}s)k_f k_e}{m_s s^2 + (b_s + k_{vs})s + k_{ps} + k_e} \quad [11.50]$$

mientras que para el sistema posición-posición, el bloque H_{pp} será la siguiente función de transferencia:

$$H_{pp}(s) = \frac{\tau_m(s)}{x_m(s)} = \frac{(k_{ps} + k_{vs}s)(m_s s^2 + b_s s + k_e)k_f}{m_s s^2 + (b_s + k_{vs})s + k_{ps} + k_e} \quad [11.51]$$

Observando ambas funciones de transferencia, se ve a primera vista su nulo parecido durante el contacto con la impedancia real del entorno k_e . Es decir, como primera conclusión se puede afirmar que estos dos sistemas de control bilateral no son capaces de reproducir sobre el brazo maestro la impedancia a la que se enfrenta el manipulador esclavo. Pero es interesante ahondar un poco más en estas expresiones.

Ambas funciones de transferencia representan tanto un régimen transitorio como un régimen permanente. Si se considera únicamente el régimen permanente, se tendrá que el valor de la rigidez con la que el maestro se encuentra en su movimiento para ambos sistemas es:

$$\frac{k_{ps} k_f}{k_{ps} + k_e} k_e \quad [11.52]$$

Lo ideal es que la rigidez reproducida fuese directamente k_e . Por lo que se deduce que en régimen permanente ambos sistemas son capaces de reflejar al maestro la impedancia k_e pero afectada de un factor de distorsión c_d de expresión:

$$c_d = \frac{k_{ps} k_f}{k_{ps} + k_e} \quad [11.53]$$

En un principio parecería lógico intentar que esta expresión fuera la unidad, pero hay que considerar que depende del propio valor de la rigidez del entorno. Si éste es despreciable con respecto a k_{ps} , el factor de distorsión es directamente k_f , lo que representa una muy buena reproducción de la impedancia afectada únicamente por el escalado propio del coeficiente de reflexión de fuerzas, y que se puede considerar como el objetivo máximo alcanzable. En el caso de que k_e vaya siendo cada vez más elevado, se tendrá que la reproducción de la rigidez en régimen permanente se irá progresivamente distorsionando hasta alcanzar un máximo de valor $k_{ps} k_f$, que será la máxima rigidez que este tipo de sistemas sea capaz de reproducir sobre el maestro.

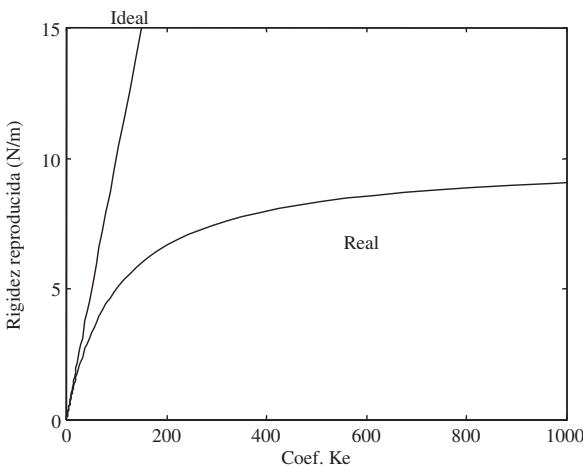


Figura 11.69. Comportamiento del bloque de reproducción de rigidez en régimen permanente para los sistemas posición-posición y fuerza-posición en función de k_e (Curva obtenida con los parámetros de la Tabla 11.11 con $k_f = 0,1$).

En la Figura 11.69 se muestra el valor en régimen permanente de los bloques H_{fp} y H_{pp} en función del valor de k_e . La respuesta ideal es una línea recta de pendiente k_f . El que estos sistemas no sean capaces de reflejar una rigidez mayor que un cierto valor sea cual sea la rigidez del entorno, es una limitación bastante grande, y que condiciona de forma muy importante los valores de los parámetros k_f y k_{ps} . De todas formas, si se consigue que esta rigidez sea lo suficientemente alta para el brazo humano en una aplicación determinada, el problema desaparecería.

Si se compara el comportamiento de ambos bloques en régimen transitorio, se aprecia que poseen ambos el mismo polinomio característico, y que la única diferencia se encuentra en dos ceros adicionales en el sistema posición-posición.

En la Figura 11.70 se la evolución de la rigidez que se reproduce durante el movimiento del maestro, tanto para sistemas con y sin acción derivativa.

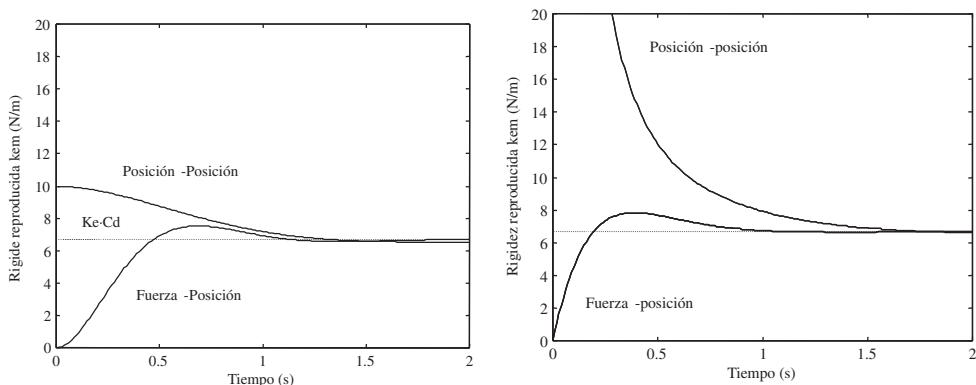


Figura 11.70. Evolución temporal de la impedancia equivalente k_{em} (H_{pp} y H_{fp}) para los esquemas fuerza-posición y posición-posición *a)* sin acción derivativa y *b)* con acción derivativa (Curva obtenida con los parámetros de la Tabla 11.11 y $k_e = 200$ N/m).

11.12. BIBLIOGRAFÍA

- [ARACIL-95] R. Aracil, L. F. Peñín, M. Ferre y A. Barrientos. «ROBTET: A New Teleoperated System for Live-Line Maintenance», *7th IEEE International Conference on Transmission and Distribution Construction and Live-Line Maintenance (ESMO'95)*, Ohio, November 1995.
- [AZUMA-97] R. T. Azuma, «A Survey on Augmented Reality», *Presence*, vol. 6, n.º 4, agosto 1997.
- [ANDERSON-89] R. J. Anderson y M. W. Spong, «Bilateral Control of Teleoperators with Time Delay», *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 34, n.º 5, mayo 1989.
- [BECQUET-92] M.C. Becquet (editor) *Teleoperation: Numerical Simulation and Experiment Validation*, Dordrecht, Kluwer Academic, 1992.
- [BEJCGY-83] A. K. Bejczy y J. K. Salisbury Jr., «Controlling Remote Manipulators Through Kinesthetic Coupling», *Computers in Mechanical Engineering*, julio 1983.
- [BURDEA-03] G. Burdea y P. Coiffet, *Virtual Reality Technology 2nd Edition*, John Wiley & Sons, Nueva York, 2003.
- [BURDEA-96] G. Burdea, *Force and Touch Feedback for Virtual Reality*, John Wiley & Sons, Nueva York, 1996.
- [CONWAY-90] L. Conway, R. A. Volz y M. W. Walker, «Teleautonomous Systems: Projecting and Coordinating Intelligent Actions at a Distance», *IEEE Transactions of Robotics and Automation*, vol. 6, n.º 2, abril 1990.
- [DANIEL-98] R. W. Daniel y P. R. McAree, «Fundamental limits of performance for force reflecting teleoperation». *International Journal of Robotics Research*, 8: 811-830, 1998.
- [DARIO-02] P. Dario y A. Menciassi, «Robotics for Surgery», Second Joint EMBS/BMES Conference, Houston, Estados Unidos, 2002.
- [FERRE-97] M. Ferre, «Diseño de interfaces avanzadas para robots teleoperados. Desarrollo de un entorno de teleoperación», *Tesis Doctoral*, DISAM, Universidad Politécnica de Madrid, 1997.
- [FERREL-67] W. R. Ferrel y T. B. Sheridan, «Supervisory control of remote manipulation», *IEEE Spectrum*, octubre 1967.
- [FUNDA-92], J. Funda, T.S. Lindsay y R.P. Paul, «Teleprogramming: toward delay invariant remote manipulation». *Presence - Teleoperators and Virtual Environment*, vol.1, n.º 1, 1992.
- [GOERTZ-51] R. C. Goertz, «Philosophy and Development of Manipulators», *Argonne National Laboratory*, 1951.
- [GOERTZ-64] R. C. Goertz, «Manipulator Systems Development at ANL», *Proceedings of the 12th Conference on Remote Systems Technology*, ANS, Noviembre, 1964.
- [GOLDBERG-00] K. Goldberg (Editor), *The Robot in the Garden*, The MIT Press, Massachusetts, 2000.
- [GÓMEZ-06] J. M Gómez, A. Ollero y A. J. García, *Teleoperación y Telerrobótica*, Pearson Educación, Madrid, 2006
- [HANNAFORD-89] B. Hannaford, «A Design Framework for Teleoperators with Kinesthetic Feedback», *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 5, n.º 4, agosto 1989.
- [HERNANDO-02] M. Hernando, «Arquitectura de control, planificación y simulación para teleprogramación de robots», *Tesis Doctoral*, DISAM, Universidad Politécnica de Madrid, 2002.
- [HESS-96] R. Hess, «Human in the Loop Control», en: *The Control Handbook*, Editor W. S Levine, CRC Press, 1996.
- [HIRZINGER-93] G. Hirzinger, B. Bruner, K. Dietrich y Ch. Faeger, «Sensor-Based Space Robotics ROTEX and its Telerobotics Features», *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 9, n.º 5, 1993.

- [HIRZINGER-95] G. Hirzinger, «Robots in Space-a survey», *Advanced Robotics*, vol. 9, n.º 6, 1995.
- [HOKAYEM-06] P. F. Hokayem y M. W. Spong, «Bilateral Teleoperation. An Historical Survey», *Automatica*, vol. 42, n.º 12, diciembre, 2006.
- [JAMSHIDI-93] M. Jamshidi y P. J. Eicker (Editores), *Robotics and Remote Systems for Hazardous Environments*, Prentice-Hall, 1993.
- [KIM-92] W. S. Kim, B. Hannaford, A. K. Bejczy, «Force-Reflection and Shared Compliant Control in Operating Telemanipulators with Time Delay», *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 8, n.º 2, abril 1992.
- [KULESHOV-88] V. S. Kuleshov y N. A. Lakota, *Remotely Controlled Robots and Manipulators*, Mir Publishers, Moscú, 1988.
- [LARCOMBE-84] Larcombe y J. R. Halsall, *Robotics in Nuclear Engineering*, C.E.C., EUR 9312EN, 1994.
- [MARTIN-85] H. L. Martin y D. P. Kuban (Editores), *Teleoperated Robotics in Hostile Environments*, Society of Manufacturing Engineers, Michigan, 1985.
- [MASSIMINO-93] M. Massimino y T. B. Sheridan, «Sensory substitution For Force-Feedback in Teleoperation», *Presence*, vol. 2, n.º 4, 1993.
- [MATSUMOTO-97] K. Matsumoto, *et al.*, «Development of Truss Teleoperation Experiment by ETS-7 Robot», *International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS'97*, Toulouse, 1997.
- [MATSUMOTO-99] K. Matsumoto, *et al.*, «Truss Structure Tele-operation using ETS-7 Space Robot», *9th International Conference on Advanced Robotics*, Tokyo, Japón, pp.341-346, 1999.
- [MCRUER-80] D. McRuer, «Human Dynamics in Man-Machine Systems», *Automática*, vol. 16, pp. 237-253, 1980.
- [MORA-04] A. Mora, «Estudio y análisis de la influencia de los factores funcionales en la eficiencia de los sistemas tele-robóticos», *Tesis Doctoral*, DISAM, Universidad Politécnica de Madrid, 2004.
- [NIEMEYER-91] G. Niemeyer y J. J. Slotine, «Stable Adaptive Teleoperation», *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 16, n.º 1, enero 1991.
- [PEÑÍN-98A] L. F. Peñín, «Control bilateral de robots teleoperados. Contribuciones en reflexión de esfuerzos», *Tesis Doctoral*, DISAM, Universidad Politécnica de Madrid, 1998.
- [PEÑÍN-98B] L. F. Peñín, A. Caballero, R. Aracil y A. Barrientos, «Human Behavior Modelling in Master-Slave Teleoperation with Kinesthetic Feedback», *IEEE Int. Conference on Robotics & Automation*, Lovaina, Bélgica, 1998.
- [PEÑÍN-00A] L. F. Peñín, K. Matsumoto y S. Wakabayashi, «Force Reflection for Ground Control of Space Robots», *IEEE Robotics and Automation Magazine*, vol. 7, n.º 4, diciembre 2000
- [PEÑÍN-00B], L. F. Peñín y K. Matsumoto «Teleoperation with time delay. A survey and its application to space robotics», *6th ESA Workshop on Advanced Space Technologies for Robotics and Automation*, Noordwijk, Holanda, diciembre 2000.
- [RAJU-89] G. J. Raju, G. C. Verghese y T. B. Sheridan, «Design issues in 2-port network models of bilateral remote teleoperation», *Proceedings of IEEE Conference of Robotics and Automation*, 1989.
- [SAYERS-99] C. Sayers, *Remote Control Robotics*, Springer-Verlag, Nueva York, 1999.
- [SHERIDAN-92] T. B. Sheridan, *Telerobotics and Human Supervisory Control*, The MIT Press, 1992.
- [SHERIDAN-93] T. B. Sheridan, «Space Teleoperation Through Time Delay: Review and Prognosis», *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 9, n.º 5, octubre 1993.

- [SHERIDAN-97] T. B. Sheridan y H. G. Stassen (Editores), *Perspectives on the Human Controller*, Lawrence Erlbaum Associates, Nueva Jersey, 1997.
- [SKAAR-94] S. B. Skaar and C. F. Ruoff/Editores, *Teleoperation and Robotics in Space, Progress in Astronautics and Aeronautics*, vol. 161, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington DC, 1994.
- [VERTUT-85A] J. Vertut y P. Coiffet, *Teleoperation and Robotics. Evolution and Development*, Kogan Page, Londres, 1985.
- [VERTUT-85B] J. Vertut y P. Coiffet, *Teleoperation and Robotics. Applications and Technology*, Kogan Page, Londres, 1985.
- [WAKABAYASHI-99] S. Wakabayashi y K. Matsumoto, «Generalized Visual Aid for Direct Teleoperation Applied to ETS-7 Truss Manipulation Experiment», *5th International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space*, pp.403-408, Noordwijk, Holanda, 1999.
- [WAKABAYASHI-00] S. Wakabayashi, K. Matsumoto y L. F. Peñín, «Results of the ETS-7 Teleoperation Experiment Using Force Reflection Joystick», *22nd Intl. Symposium on Space Technology and Science*, Morioka, Japón, mayo 2000.
- [YOKOKOHJI-94] Y. Yokokohji y T. Yoshikawa, «Bilateral Control of Master-Slave Manipulators for Ideal Kinesthetic Coupling - Formulation and Experiment», *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 10, n.º 5, octubre 1994.

ANEXO 1

Normativa sobre robots industriales

La Organización Internacional de Estándares (ISO), tiene definidas varias normas relativas a los Robots Manipuladores Industriales. Estas normas son adoptadas como norma Europea, indicándose este hecho, mediante las siglas EN-ISO en su denominación. En su mayoría éstas se encuentran traducidas al Español, estando identificadas entonces como normas UNE EN ISO.

El texto de las normas ISO puede obtenerse en www.iso.org. Las normas trasladadas al español, son mantenidas y distribuidas por AENOR, pudiéndose obtener estas normas a través de su página WEB (www.AENOR.es). La elaboración de las citadas normas en español es realizada por el comité técnico AEN/CTN 116 Sistemas Industriales Automatizados, cuya secretaría está desempeñada por la Asociación Española de Robótica y Automatización de las Tecnologías de la Producción (AER-ATP www.aeratp.com)

En la tabla siguiente se muestran las normas ISO existentes para Robots Manipuladores Industriales. En el caso de que exista la versión en español (Norma UNE) se indica ésta.

Norma	Título
UNE EN ISO 8373:1998	Vocabulario
EN ISO 9787:1999	Sistemas de coordenadas y movimientos
EN ISO 9946:1999	Presentación de las características
UNE EN ISO 9283:1998	Criterios de análisis de prestaciones y métodos de ensayo relacionados
UNE EN ISO 10218-1:2006	Seguridad
UNE EN ISO 15187:2003	Interfaces gráficas de usuario para la programación y el funcionamiento de robots (GUI-R)
UNE EN ISO 9409-1:1996	Interfaces mecánicas parte 1: Interfaces por placa
UNE EN ISO 9409-2:2003	Interfaces mecánicas parte 2: Ejes
EN ISO 11593:1996	Sistemas de intercambio automático de efecto. Vocabulario y presentación de características
UNE EN ISO 14539:2000	Transporte de objetos con dispositivos de agarre tipo empuñadura. Vocabulario y presentación de características

En este Anexo se comentan las normas relativas a vocabulario (UNE EN ISO 8373:1994), Sistemas de coordenadas y movimientos (EN ISO 9787:1999), Presentación de las características (EN ISO 9946:1999), Criterios de análisis de prestaciones y métodos de ensayo (UNE EN ISO 9283: 1998) y Seguridad (UNE EN ISO 10218-1: 2006). Se recomienda al lector la lectura de estas normativas en su formato original o al menos de los resúmenes comentados incluidos en este Anexo.

A1.1. UNE EN ISO 8373:1998. ROBOTS MANIPULADORES INDUSTRIALES. VOCABULARIO

La norma UNE EN ISO 8373:1998, define con precisión términos relativos a los robots manipuladores industriales. Las definiciones están agrupadas en cinco bloques:

1. Términos generales (manipulador, robot, etc.).
2. Estructura mecánica (eslabón, articulación, configuración, etc.).
3. Geometría y cinemática (modelo geométrico, grado de libertad, etc.).
4. Programación y control (programación por aprendizaje, control de trayectoria continua).
5. Prestaciones (carga, velocidad, etc.).

Se incluyen y comentan a continuación las definiciones más significativas, recomendándose en cualquier caso la lectura completa de esta norma.

Manipulador: Máquina cuyo mecanismo está generalmente compuesto por una serie de segmentos articulados o deslizantes unos en relación con los otros, que tiene como finalidad coger o desplazar objetos (piezas o herramientas) generalmente según varios grados de libertad.

Manipulador de secuencia fija: aquel manipulador que efectúa cada etapa de una operación según un esquema de movimientos predeterminados que no puede cambiarse sin modificación física (se entiende como tal la modificación de la estructura mecánica o del sistema de control).

Muchos de estos manipuladores de secuencia fija, son sistemas neumáticos, controlados mediante señales digitales generadas por un PLC u otro dispositivo con capacidad de mando digital.

Robot manipulador industrial: Manipulador de 3 o más ejes, con control automático, reprogramable, multiaplicación, móvil o no, destinado a ser utilizado en aplicaciones de automatización industrial. Incluye al manipulador (sistema mecánico y accionadores) y al sistema de control (software y hardware de control y potencia).

Debe observarse que esta definición no obliga al servocontrol de los ejes.

Robot secuencial: Robot con un sistema de control en el que un conjunto de movimientos se efectúa eje a eje en un orden dado, de tal forma que la finalización de un movimiento inicia el siguiente.

Robot controlado por trayectoria: Robot que ejecuta un procedimiento controlado por el cual los movimientos de tres o más ejes controlados, se desarrollan según instrucciones que especifican en el tiempo la trayectoria requerida para alcanzar la siguiente posición (obtenida normalmente por interpolación).

Robot adaptativo: Robot que tiene funciones de control con sensores, control adaptativo, o funciones de control de aprendizaje.

Este concepto de robot adaptativo incluiría a los robots con capacidad de adaptar su trayectoria y tarea según los sensores (seguimiento de cordón de soldadura o visión artificial, por ejemplo), a los que utilizan algoritmos de control dinámico con parámetros auto-ajustables (en función de la carga que manejan, por ejemplo) y a los que son capaces de modificar por

sí mismo sus movimientos aprovechando que el funcionamiento repetitivo, les da la oportunidad de evaluar modos de compensar errores.

Configuración: *Conjunto de valores de los desplazamientos de las articulaciones (igual al número de ejes principales) que determinan completamente y en todo instante la forma que adopta brazo.*

El término brazo queda definido en la norma como el conjunto de eslabones y articulaciones interconectados que posicionan la muñeca. Es decir, lo limita a los, habitualmente, tres primeros ejes. Sin embargo, en general, debe entenderse por configuración a los valores de la totalidad de los ejes del robot.

Eslabón: *Cuerpo rígido que mantiene unidas las articulaciones.*

Articulación prismática: *Unión entre dos eslabones que permite a una de ellos tener un movimiento lineal en relación con el otro.*

Articulación rotativa: *Unión entre dos eslabones que permite a una de ellos tener un movimiento giratorio alrededor del otro.*

Interfase mecánica: *Superficie de montaje en el extremo de la estructura articulada sobre la cual está fijada el elemento terminal.*

Grado de libertad: *Cada una de las variables (de un máximo de 6) necesarias para definir los movimientos de un cuerpo en el espacio.*

Es importante hacer notar que, a diferencia de la terminología adoptada por éste y otros textos, la norma diferencia entre grado de libertad y ejes del robot. Mientras que los grados de libertad corresponden exclusivamente al espacio de la tarea (sin hacer referencia al robot en la definición al robot), los ejes corresponden al espacio del robot. En un robot redundante el número de ejes será superior al de grados de libertad.

Sistema de coordenadas de Taller: *Sistema de coordenadas fijo, asociado a la tierra, independiente de los movimientos del robot.*

En la versión inglesa de esta norma se denomina a este sistema de coordenadas como WORLD, cuya traducción MUNDO, está más acorde con la expresión habitual en español que la expresión TALLER.

Sistema de coordenadas de la base: *Sistema de coordenadas fijo, asociado a la superficie de fijación de la base del robot.*

Sistema de coordenadas de la interfase mecánica: *Sistema de coordenadas asociado a la interfase mecánica.*

Sistema de coordenadas de la herramienta: *Sistema de coordenadas asociado a la herramienta o al útil terminal. Se le denomina TCS.*

Punto de referencia de la muñeca: *Punto de intersección de los dos primeros ejes secundarios (los que son más cercanos a los ejes principales). En su defecto punto descrito sobre el primer eje secundario.*

De manera simple, se entiende que los ejes secundarios son aquéllos destinados fundamentalmente a orientar el extremo del robot, es decir, aquellos que quedan sin considerar los tres primeros dedicados a posicionar (ejes principales). El punto de referencia de la muñeca, cuando el robot cumple las condiciones necesarias para realizar el desacoplamiento cinemá-

tica descrito en el Capítulo 4, coincide con el punto central de la muñeca utilizado para el método de resolución del modelo cinemático inverso por desacople cinemático.

Espacio máximo: *Aquel que pueden barrer las partes móviles del robot, dotado de su útil terminal y con la posible pieza a manipular.*

Espacio restringido: *Parte del espacio máximo reducido por los limitadores de carrera que fijan límites que no pueden pasarse en caso de un fallo previsible del sistema robot.*

Debe considerarse el espacio real que recorrerá el robot, tras activarse los limitadores de carrera.

Espacio operacional: *Parte del espacio restringido, efectivamente barrido en la ejecución de todos los movimientos controlados por el programa de trabajo.*

Espacio de trabajo: *Espacio que puede barrer el punto de trabajo de la muñeca, incrementado en el rango de movimiento de traslación o rotación de las articulaciones de la muñeca.*

Programación por aprendizaje: *Programación obtenida por conducción manual del elemento terminal, conducción manual de un dispositivo mecánico de simulación o por medio de un panel de aprendizaje, haciendo efectuar al robot los movimientos deseados.*

Estas tres posibilidades coinciden con las denominadas, en el Capítulo 8, como programación por guiado pasivo directo, pasivo por maniquí y guiado activo.

Programación fuera de línea: *Método de programación en el cual el programa de trabajo del robot está definido sobre dispositivos exteriores al robot, para su transferencia ulterior al robot.*

Se corresponde con el concepto de programación textual.

Control posición a posición: *Método de control según el cual el usuario sólo puede imponer al robot el paso por las posiciones ordenadas, sin fijar las trayectorias a seguir entre estas posiciones.*

Control de trayectoria continua: *Modo de control, según el cual el usuario puede imponer al robot la trayectoria a seguir entre las trayectorias ordenadas con una cierta velocidad programada.*

Conformidad: *Adaptabilidad del comportamiento de un robot o de cualquier herramienta asociada como respuesta a las fuerzas externas ejercidas sobre el mismo.*

Este concepto corresponde al de **adaptabilidad** (Compliace en inglés) y supone la capacidad de modificar la posición del robot o herramienta, en base a las fuerzas externas ejercidas.

Servocontrol: *Procedimiento donde el sistema de control verifica que la posición alcanzada corresponda a la posición prescrita por la generación de movimientos con los requisitos y prestaciones requeridos*

Esta definición es, desde el punto de vista de control, inadecuada, por cuanto el servocontrol implica no sólo verificar, sino también actuar para corregir la diferencia. En la misma línea, el diccionario de la Real Academia Española define servomecanismo, como «Sistema electromecánico que se regula por sí mismo al detectar el error o la diferencia entre su propia actuación real y la deseada».

Punto de parada: Posición ordenada que los ejes del robot deben alcanzar con una consigna de velocidad y una desviación de posicionamiento nulas.

Punto de paso: Posición ordenada que los ejes del robot alcanzarán con una desviación más o menos grande, en función del perfil de la velocidad de los ejes en esta posición y de un criterio de paso prescrito (velocidad, desviación de posición).

Resolución: El más pequeño incremento de movimiento que puede efectuar por cada eje o articulación del robot.

Precisión de posicionamiento: Diferencia entre la posición ordenada y la media de las posiciones alcanzadas, cuando la posición ordenada se alcanza siempre con la misma dirección.

Repetibilidad de posicionamiento unidireccional: Grado de acuerdo entre las posiciones alcanzadas para una misma posición ordenada, realizadas desde la misma dirección.

De manera más concreta la repetibilidad de posicionamiento expresa la dispersión de las posiciones alcanzadas tras visitar n veces en la misma dirección una posición programada. Es decir, denominando a las posiciones alcanzadas en los n experimentos (x_n, y_n, z_n) , se tendrá que la posición media será $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ y la distancia de cada posición alcanzada a la media será $l_j = \sqrt{(x_j - \bar{x})^2 + (y_j - \bar{y})^2 + (z_j - \bar{z})^2}$, siendo \bar{l} la media de estas distancias y obteniéndose la repetibilidad como

$$RP = \bar{l} + 3\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (l_j - \bar{l})^2}{n-1}}$$

A1.2. EN ISO 9787:1999 ROBOTS MANIPULADORES INDUSTRIALES. SISTEMAS DE COORDENADAS Y NOMENCLATURA DE MOVIMIENTOS

Esta normativa europea, trasladada de la norma internacional, es de gran utilidad pues uniformiza los criterios para establecer los sistemas de coordenadas que luego se usarán para especificar los movimientos en las fases de programación así como todos los sistemas de coordenadas a los que se refiere la norma.

Todos los sistemas de coordenadas responden a sistemas ortogonales que están de acuerdo a la regla de la mano derecha.

Los giros definidos en torno a los ejes **X**, **Y** y **Z** del sistema se denominan respectivamente A, B y C, y se consideran positivos de acuerdo a la regla del sacacorchos. La figura 1 representa estos aspectos.

La norma considera los sistemas de coordenadas relativos al Mundo o Taller, a la Base, a la Interfase mecánica y a la Herramienta, de acuerdo a las definiciones establecidas en la norma de vocabulario 8373:1998.

El sistema de coordenadas del mundo o taller se denota como O_0, X_0, Y_0, Z_0 . Su origen O_0 , se situará donde convenga al usuario. El eje Z_0 se debe situar en la dirección de la gravedad y con sentido contrario. El eje X_0 se situará en la dirección que convenga al usuario y el eje Y_0 formando una terna ortogonal con los dos anteriores.

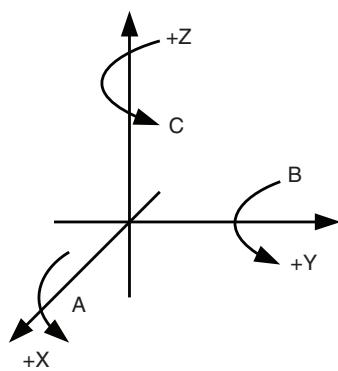


Figura 1. Sistemas de coordenadas.

El sistema de coordenadas de la base se denota por O_1, X_1, Y_1, Z_1 . Su origen O_1 debe ser definido por el fabricante. El eje Z_1 se debe situar en la dirección de la estructura mecánica, perpendicular a la superficie de fijación de la base del robot y alejándose de ésta. Para la definición del eje X_1 es necesario definir previamente el punto central del espacio de trabajo C_w . Éste se define como la posición del punto de referencia de la muñeca (véase definición en vocabulario), cuando cada articulación del brazo robot está en mitad del recorrido de su rango de movimiento (recuérdese que el punto central de la herramienta, no es el extremo del robot). Una vez identificado éste, el eje X_1 se debe situar desde el origen O_1 hacia la proyección de C_w sobre la superficie de montaje de la base del robot. Si la geometría del robot impidiera esta selección para el eje X_1 , el fabricante deberá especificar cual es ésta.

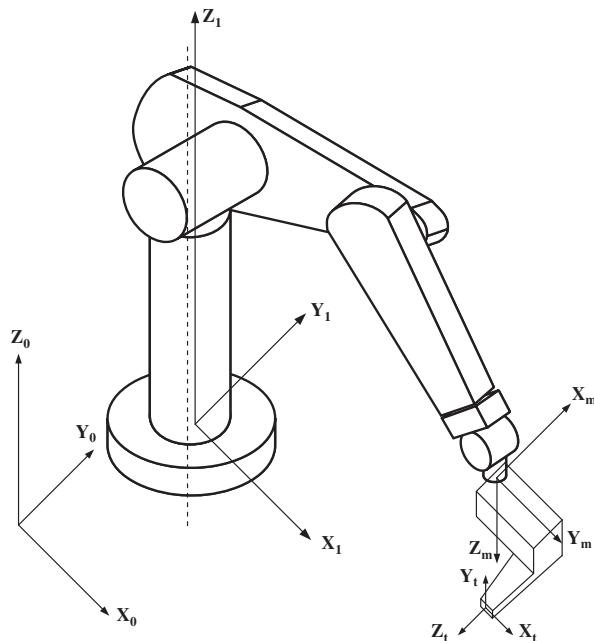


Figura 2. Sistema de coordenadas.

El sistema de coordenadas de la interfase mecánica se denota como O_m , X_m , Y_m , Z_m . El O_m coincide con el centro de la interfase mecánica (definida en el vocabulario). El eje Z_m saldrá perpendicularmente a la interfase mecánica (se supone que ésta se sitúa en un plano). El eje X_m se situará en la intersección del plano de la interfase mecánica con un plano paralelo al X_1 , Z_1 , estando los ejes del robot en el valor intermedio de su recorrido. Si la geometría del robot impidiera esta selección para el eje X_m , el fabricante deberá especificar cuál es ésta.

Por último, el sistema de coordenadas de la herramienta, denominado como TCS, se denota por O_t , X_t , Y_t , Z_t , teniendo su origen en el punto central de la herramienta (TCP). Los ejes dependen de la herramienta en sí, pero preferentemente el eje Z_t se situará en la dirección de «ataque» de ésta. Por su parte el eje Y_t , si el elemento terminal corresponde a una pinza en la que los dedos se mueven en un plano, se situará sobre dicho plano. Lógicamente el eje X_t formará un sistema ortogonal con los ejes anteriores.

Obsérvese que los ejes X_t , Y_t , Z_t , se corresponden con los ejes n , o , a definidos en el Epígrafe 3.3.3.

La norma establece también el modo en que se deben numerar los ejes del robot, indicando que el eje 1 debe ser el más cercano a la superficie de montaje de la base del robot, el eje 2 el siguiente, hasta llegar al eje m que es el unido a la interfase mecánica. Debe observarse que este criterio no ha considerado que los robots con estructura paralela.

A1.3. EN ISO 9946:1999 ROBOTS MANIPULADORES INDUSTRIALES. PRESENTACIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS

Esta normativa establece el modo en que los fabricantes de los robots deberían presentar las características de éstos. A pesar de la utilidad y conveniencia de homogeneizar esta presentación de datos, lo que contribuiría a facilitar la comparación y selección de un robot para una aplicación determinada, los fabricantes de robots manipuladores industriales no siguen en general estos criterios.

La norma llega incluso a proponer, a modo informativo, una ficha con el conjunto de las características. En las siguientes figuras se recoge esta ficha comentándose a continuación el significado de sus campos, de acuerdo a lo establecido en la norma.

Marca	Nombre del fabricante
País	Modelo
	Tipo
Aplicaciones principales	
Fuente de energía	Externa (tipo y características) Máxima potencia de consumo Consumo por cada eje Consumo de ejes auxiliares
Estructura mecánica, espacio de trabajo y sistemas de coordenadas	
Diagrama (Proyecciones X_1 - Y_1 y X_1 - Z_1)	

Dimensiones externas y masa	
Estructura mecánica	Unidad de control
Masa (kg)	Masa (kg)
Superficie de la base de montaje	
Diagrama	Diagrama
Control Tipo de la unidad de control Número de ejes controlados	
Memoria de programa Capacidad básica Capacidad extendida	
Tipo de control de movimiento (Servo-No Servo) Método de control de movimiento (PTP-TC) Método de interpolación de trayectorias (linear, circular, parabólica, etc.)	
Método de programación y carga del programa	

Entorno	Operación	Almacenamiento/transporte	
Temperatura	°C	°C	
Humedad relativa	%	%	
Límite de altitud	m	m	
Interferencias electromagnéticas			
Contaminantes atmosféricos			
Vibraciones			
Carga Carga Nominal			
Diagrama de carga (carga admitida según posición de la misma)			
Límite de carga		Masa adicional	
Eje	Fuerza	Torque	Indicaciones
X _m	N	N.m	
Y _m	N	N.m	
Z _m	N	N.m	

Eje número	Velocidad individual del eje				Resolución de eje						
1											
2											
3											
4											
5											
6											
Prestaciones (Acorde con UNE-ISO 9283)											
Características de posicionamiento 100% (opcionalmente 10%) de carga 100% (opcionalmente 50%) de velocidad						Tiempo de posicionamiento					
Precisiones y repetibilidad en posición, orientación, velocidad y distancia			Tiempo de estabilización			Distancia	Tiempo				
$AP_p =$ $AP_a =$ $AP_b =$ $AP_c =$ $RP_p =$ $RP_a =$ $RP_b =$ $RP_c =$		$VAP_p =$ $VAP_a =$ $VAP_b =$ $VAP_c =$ $AD =$ $RD =$		Rebose de posición Gráfica de deriva		Adaptabilidad estáticamm/N en eje X ₁mm/N en eje Y ₁mm/N en eje Z ₁					
Características de trayectoria especial y ondulante Forma de la trayectoria 100% (opcionalmente 10%) de carga				Características de velocidad de la trayectoria 100% (opcionalmente 10%) de carga							
Porcentaje de Velocidad											
10%	50%	100%	100% de velocidad	AV RV FV							
$AT =$ $AT =$ $AT =$ $AT =$ $RT =$ $RT =$ $RT =$ $RT =$ $RT =$ $RT =$ $RT =$ $RT =$ $CR =$ $CO =$ $WS =$ $WF =$		$AT =$ $AT =$ $AT =$ $AT =$ $RT =$ $RT =$ $RT =$ $RT =$ $RT =$ $RT =$ $RT =$ $RT =$ $CR =$ $CO =$ $WS =$ $WF =$	$=$ $=$ $=$ $=$ $=$ $=$ $=$ $=$ $=$ $=$ $=$ $=$ $=$ $=$ $=$ $=$	Porcentaje de velocidad		10%					
				100% de velocidad		50%					
						100%					
						=	=	=			

A1.4. UNE EN ISO 9283:1998 ROBOTS MANIPULADORES INDUSTRIALES. CRITERIOS DE ANÁLISIS DE PRESTACIONES Y MÉTODOS DE ENSAYO RELACIONADOS

La norma UNE EN ISO 9283, establece de manera precisa el modo en que los fabricantes deben medir determinadas prestaciones relacionadas con el movimiento y posicionamiento, posibilitando de esta manera contrastar las características de diferentes robots para, por ejemplo, elegir el más adecuado para una aplicación concreta.

La norma define la localización de los puntos y trayectorias que deberán ser usadas para cuantificar las prestaciones del robot. Asimismo, se especifica el número de repeticiones que debe realizar cada experimento, así como la carga y velocidad a utilizar.

En conjunto se consideran 19 características que pueden ser agrupadas en 4 tipos:

- Características de posición.
- Características de trayectoria.
- Características de velocidad.
- Otras características.

Las características de posición cuantifican las diferencias entre las posiciones programadas y las alcanzadas, tanto en cuanto a su valor medio, como en su varianza (repetibilidad). Las características consideradas son las siguientes:

Precisión de posición (AP)	La precisión de posicionamiento es la desviación entre las posiciones programadas y la media de las posiciones alcanzadas cuando el robot se approxima a la posición programada siempre desde la misma dirección. Se mide tanto en la posición (AP_p) como en la orientación (para cada giro: AP_a , AP_b , AP_c).
Repetibilidad de posición (RP)	La repetibilidad de posicionamiento expresa la dispersión de las posiciones alcanzadas tras visitar n veces en la misma dirección una posición programada. Se mide tanto en la posición (RP_p) como en la orientación (para cada giro: RP_a , RP_b , RP_c).
Variación multidireccional de la precisión de posición (vAP)	Expresa la dispersión de la medida de las posiciones alcanzadas cuando se visita n veces la misma posición programada, desde tres direcciones ortogonales. Se mide como el máximo de las distancias entre los baricentros de las nubes de puntos alcanzados al final de cada trayectoria. Se mide tanto en posición (vAP_p), como en la orientación según los tres giros (vAP_a , vAP_b , vAP_c).
Precisión de distancia (AD)	Cuantifican las desviaciones que ocurren entre la distancia entre 2 posiciones programadas y la distancia entre los valores medios de 2 grupos de posiciones alcanzadas. Se mide como la diferencia entre la distancia programada y la media de las distancias alcanzadas.
Repetibilidad de distancia (RD)	Es la proximidad entre varias distancias alcanzadas para la misma distancia programada, repetida n veces en la misma dirección.

Tiempo de estabilización de posición (t)	Cuantifica con qué rapidez un robot puede pararse en una posición alcanzada. Se mide como el tiempo transcurrido desde el momento en que se cruza la banda límite hasta que se mantenga siempre dentro de la misma la (banda queda delimitada por la repetibilidad).
Rebose de posición (OV)	Es la distancia máxima que se separa el robot de la posición finalmente alcanzada, considerada a partir de del momento en que el robot cruza por primera vez la banda límite.
Deriva de las características de posicionamiento (dAP)	La deriva de la precisión de posición (dAP_p , dAP_a , dAP_b , dAP_c) es la variación de la precisión de posición durante un tiempo T especificado La deriva en la repetibilidad de la posición (dRP_p , dRP_a , dRP_b , dRP_c) es la variación de la repetibilidad de posición durante un tiempo T especificado. Las medidas de la deriva deben empezar en frío (tras encender el robot) y continuar durante varias horas mientras se calienta.
Intercambiabilidad (E)	Es la distancia máxima entre los baricentros de las posiciones alcanzadas, cuando diferentes robots del mismo tipo se intercambian bajo las mismas condiciones ambientales, el mismo montaje mecánico y utilizan el mismo programa de tareas.

Las características que evalúan la calidad de la trayectoria se realizan comparando la trayectoria seguida por el robot y la trayectoria ideal. En general, las medidas se obtienen tras repetir la trayectoria el número de veces especificado en la norma (típicamente 10) con el 100 por 100 de la carga y a diferentes velocidades. Las características de trayectoria consideradas son las siguientes:

Precisión de trayectoria (AT)	Cuantifica la capacidad del robot de repetir una trayectoria. Se mide en base a obtener la trayectoria media seguida por el robot tras hacerle repetir una trayectoria programada varias veces y medir la máxima distancia entre la trayectoria programada y la trayectoria media (medida sobre planos normales a la trayectoria programada). Se evalúa tanto la precisión de la trayectoria en posición AT_p , como en orientación AT_a , AT_b , AT_c .
Repetibilidad en la trayectoria (RT)	Evaluá la dispersión de las trayectorias seguidas por el robot en el mismo caso que la medida de la precisión de la trayectoria. Su valor se cuantifica tanto en posición RT_p (máximo de los radios de círculos en el plano normal a la trayectoria programada, con centro en la trayectoria media), como en orientación (RT_a , RT_b , RT_c).
Precisión de la trayectoria en reorientación	Evaluá la influencia de la orientación sobre la precisión de la trayectoria (AT_p). Se obtiene midiendo la precisión de la trayectoria lineal a velocidad constante con variación de la orientación.
Error al doblar una Esquina (CR)	Se cuantifica como la mínima distancia entre el punto de la esquina y la trayectoria seguida por el robot cuando se le pide que realice la esquina.
Rebose de esquina (CO)	Es la máxima desviación de la trayectoria programada después de que el robot haya iniciado la segunda trayectoria de la esquina con velocidad constante.

La calidad del seguimiento por parte del robot de la velocidad programada se mide en base a tres parámetros:

Precisión en la velocidad de la trayectoria (AV)	Es el error entre velocidad programada y el valor medio de las velocidades alcanzadas durante n travesías a lo largo de la trayectoria (se expresa en % de la velocidad programada).
Repetibilidad de la velocidad de la trayectoria (RV)	Es la dispersión entre las velocidades alcanzadas y la programada.
Fluctuaciones en la velocidad de la trayectoria (FV)	Mide la desviación máxima en la velocidad durante un trayecto con una velocidad programada.

Por último, la norma establece la medida de 4 características más relativas al tiempo en que tarde el robot en realizar un movimiento estándar, a la capacidad de no variar su posición a pesar de cargas externas y a la calidad con la que sigue una trayectoria de tipo ondulante (estas trayectorias, definidas por un diente de sierra de amplitud y frecuencia determinadas, se usan en determinadas aplicaciones como, por ejemplo, la soldadura por arco).

Tiempo mínimo de posicionamiento	Es el tiempo transcurrido desde el principio al fin del movimiento cuando se recorre una distancia predeterminada, bajo un control punto a punto. Da una idea aproximada del tiempo de ciclo.
Comportamiento estático	Máximo desplazamiento por unidad de carga aplicada. La carga se debe aplicar sobre el interfaz mecánico, en las tres direcciones del espacio. Las medidas deben hacerse con los servos activados y los frenos desactivados.
Error de amplitud en trayectoria ondulante (WS)	Es la diferencia entre la amplitud de la onda programada S_c y la amplitud media alcanzada S_a , en porcentaje de la programada.
Error en la frecuencia de trayectoria ondulante (WF)	Diferencia entre la frecuencia programada F_c y la obtenida F_a , en porcentaje de la programada.

La norma UNE-EN ISO 9283 incluye en su ANEXO B una guía para seleccionar qué características son relevantes para cada una de las aplicaciones típicas. De esta manera se orienta al usuario sobre en qué aspectos se debe prestar especial atención en el momento de seleccionar un robot para una aplicación concreta. Esta guía se presenta en forma de la siguiente tabla:

Ensayo a realizar	Referencia en la norma 9283	Aplicación									
		Soldadura Puntos	Manipulación-Carga-descarga	Montaje PtP	Montaje TC	Inspección PtP	Inspección TC	Mecanizado-desbarbado-pulido-corte	Pintura	Soldadura arco	Aplicación de adhesivos-sellantes
Tipo de trayectoria		PtP	PtP	PtP	TC	PtP	TC	TC	TC	TC	TC
Precisión de Posición (AP)	7.2.1	X*	X*	X*	X*	X*	X*			X*	
Repetibilidad de Posición (RP)	7.2.2	X**	X**	X**	X**	X**	X**			X**	
Variación multidireccional en la precisión de posición (VAP)	7.2.3		X*	X*	X*	X*	X*				
Precisión y Repetibilidad en distancia (AD) y (RD)	7.3	X*	X*	X*	X*	X*	X*				
Tiempo de estabilización en posición (t)	7.4	X	X	X	X	X	X				
Rebose en posición (OV)	7.5	X	X	X	X	X	X			X	
Deriva en la precisión de posición (dAP)	7.6	X*	X*	X*	X*	X*	X*			X*	
Deriva en la repetibilidad de posición (dRP)	7.6	X**	X**	X**	X**	X**	X**			X**	
Intercambiabilidad (E)	7.7										
Precisión en la trayectoria (AT)	8.2				X*		X*	X*	X*	X*	X*
Repetibilidad en la trayectoria (RT)	8.3				X**		X**	X**	X**	X**	X**
Precisión en la reorientación durante la trayectoria	8.4										
Desviación en esquina (CR) y (CO)	8.5				X		X	X			X
Precisión en la velocidad durante la trayectoria (AV)	8.6.2							X*	X*	X*	X*
Repetibilidad en la velocidad de la trayectoria (RV)	8.6.3							X	X	X	X
Fluctuación en la velocidad de la trayectoria (FV)	8.6.4							X	X	X	X
Tiempo mínimo de posición	9	X	X	X							
Comportamiento estático	10	X	X	X	X		X				
Desviación en la ondulación (WS) y (WF)	11.1								X		

Guía para la selección de criterios de funcionamiento para aplicaciones típicas.

* Sólo aplica para programación fuera de línea.

** Sólo se considera la posición.

A1.5. ISO 10218-1:2006, ROBOTS PARA ENTORNOS INDUSTRIALES. REQUISITOS DE SEGURIDAD. PARTE 1: ROBOT

Esta norma internacional, revisada y actualizada en junio del 2006 anulando la anterior versión (ISO 10218:1992), aborda la seguridad de los Robots de manera acorde con la norma ISO 12100 (Seguridad de las máquinas. Conceptos básicos, principios generales para el diseño.).

Su elaboración ha sido responsabilidad del comité técnico ISO/TC 184 «Sistemas de automatización industrial e integración», Subcomité SC2 «Robots para entornos industriales».

En su parte 1 (*Robot*), se establecen los requisitos que se deben considerar en las fases de diseño y construcción del robot. En su parte 2 (ISO 10218:2 *Robot system and integration*), cuya publicación se prevé durante el año 2007, se abordarán las medidas destinadas a aumentar la seguridad en las fases de integración del robot, pruebas de funcionamiento, programación, operación, mantenimiento y reparación. Estas fases no dependen sólo del robot, sino también de la aplicación concreta a que esté destinado y del modo en cómo la instalación ha sido concebida. Por ello, se considera en la segunda parte de la norma al sistema robot y a su integración en la célula de trabajo, entendiéndose por «sistema robot» al conjunto formado por el robot, el elemento terminal (efector) y cualquier equipo, dispositivo o sensor requerido para que el robot realice su tarea. Se comentan a continuación únicamente los aspectos contenidos en la parte 1 de la norma, única publicada hasta la fecha.

Antes de revisar el contenido de la norma, conviene aclarar los conceptos de peligro (*hazard*) y riesgo (*risk*). Ambos conceptos aparecen cuando se trata el tema de seguridad (independientemente del área donde ésta se examine). Si bien en general ambos términos pueden ser equivalentes, en el contexto de seguridad tienen significados diferentes que conviene conocer. Se recoge a continuación la interpretación que debe darse a cada uno de ellos:

Peligro (*hazard*): agente de cualquier naturaleza (física, química, biológica, etc.) que puede causar daños.

Riesgo (*risk*): probabilidad de que los daños se produzcan.

La norma ISO 10218-1:2006 establece una serie de medidas de protección así como requisitos y recomendaciones para conseguir un diseño intrínsecamente seguro. Describe los peligros básicos asociados con los robots, y proporciona requisitos para eliminar los riesgos, o cuando esto no sea posible, reducirlos adecuadamente.

En la norma se establecen una serie de definiciones, algunas de las cuales son comunes con las de la norma ISO 8373:1994 (UNE EN ISO 8373:1998). Se recogen a continuación, aquéllas de especial relevancia no incluidas en el apartado A1.1 de este anexo:

Operación en colaboración: Estado en el que un robot, diseñado específicamente para ello, trabaja en cooperación directa con humanos en un espacio de trabajo definido.

Espacio de cooperación: Espacio, dentro del espacio de seguridad de la célula de trabajo de robot, donde éste y el humano pueden realizar tareas de manera simultánea durante el proceso de producción.

Espacio de seguridad: Espacio definido por el área abarcada por los dispositivos de seguridad.

Movimiento peligroso: Cualquier movimiento que pueda causar daños físicos o afectar a la salud de las personas.

Movimientos simultáneos: Movimiento de dos o más robots al mismo tiempo bajo el control de una misma unidad de control y que puede ser coordinado o sincronizado mediante una correlación matemática.

Singularidad: Condición causada por el alineamiento de 2 o más ejes del robot y que da como resultado un movimiento de recorrido o velocidad impredecible.

Modo de control a velocidad reducida: Modo de control del movimiento del robot en el que la velocidad de su extremo se limita a un máximo de 250 mm/s, permitiendo así a las personas tener tiempo suficiente para evitar un movimiento peligroso del robot o para detener al mismo.

Parada de protección: Un tipo de interrupción de la operación que permite la parada del movimiento del robot por motivos de seguridad y que retiene el estado de modo que se facilite un re-arranque.

Como ejemplo aclaratorio de lo que puede ser la parada de protección, se puede considerar la parada que actúa cuando se detecta la entrada de un operador en la zona de seguridad (mediante alfombras sensibles, células fotoeléctricas, etc.). La norma establece las siguientes diferencias con la parada de emergencia:

	Parada de emergencia	Parada de protección
Localización	El operador debe poder acceder de modo rápido y sin obstáculos.	Determinada por la distancia de seguridad.
Activación	Manual.	Manual o automática.
Rearme	Solo manual.	Manual o automático.
Frecuencia de uso	Escasa. Sólo en emergencias.	Variable.
Efecto	Quita la energía de todos los elementos con peligro potencial.	Controla las medidas de protección.

Se establecen en la norma una serie de requisitos y medidas de protección a incluir en el diseño de los robots. Se recoge a continuación una síntesis de los mismos (Nota: la información contenida en los cuadros siguientes responde a una traducción e interpretación libre por parte de los autores del contenido del punto 5 de la norma con fines únicamente didácticos. Por tanto, no debe en ningún caso ser utilizado de manera sustitutiva a la normativa).

Requisitos generales	Componentes del sistema de transmisión de la potencia.	Elementos como motores, ejes, engranajes, correas de transmisión, o varillas deben estar cubiertas por protecciones fijas, o en el caso de que las protecciones sean removibles, éstas no podrán ser retiradas mientras el robot efectúe un movimiento peligroso.
	Pérdida o variaciones en el suministro de energía.	<ul style="list-style-type: none"> – Se debe realizar el diseño del robot de modo que la pérdida o la variación del suministro de energía no constituyan un peligro. – El re establecimiento de la energía no debe originar movimiento. – Los elementos terminales deben estar diseñados y construidos de modo que la pérdida o variación de la energía (eléctrica, hidráulica neumática o vacío) no sea peligrosa. Si no es posible, se deben incluir otros métodos de seguridad. – Los cambiadores de herramientas se deben diseñar e instalarse de modo que sólo permitan desacoplar la herramienta cuando ésta se sitúe sobre su posición de almacenamiento, no debiendo ser esta liberación motivo de peligro.
	Funcionamiento incorrecto de componentes.	Los componentes del robot se deben diseñar, construir, asegurar o encapsular de modo que los peligros causados por ruptura, perdida o liberación de energía almacenada sean minimizados.
	Fuentes de energía.	Las fuentes de energía peligrosa (eléctrica, mecánica, hidráulica, neumática, química, térmica, potencial, cinética o de cualquier otro tipo) deben estar aisladas.
	Energía acumulada.	Se deben incluir medios que permitan la liberación controlada de la energía acumulada (ésta puede estar en acumuladores de aire o aceite a presión, condensadores, baterías, muelles o volantes de inercia entre otros). Los lugares donde esta energía queda acumulada, deben estar etiquetados.
	Compatibilidad electromagnética.	El diseño y construcción del robot debe ser conforme a la norma IEC 61000, para prevenir movimientos o situaciones peligrosas, motivadas por los efectos de las interferencias electromagnéticas, de radiofrecuencia y por descargas electroestáticas.
	Equipamiento eléctrico.	El equipamiento eléctrico del robot debe estar diseñado y construido acorde con los requisitos relevantes de la norma IEC 60204-1.

Mandos de activación del robot o de inicio de movimientos	Protección de activación involuntaria.	Los mandos deben estar construidos o localizados de modo que se evite la activación involuntaria.
	Indicación del estado.	El estado del mando en cada momento debe quedar indicado (por ejemplo: encendido, fallo detectado, funcionamiento automático).
	Etiquetado.	Los mandos deben estar etiquetados, indicando claramente cuál es su función.
	Punto único de control.	El sistema de control del robot debe estar diseñado y construido de modo que cuando el robot quede bajo el control del terminal portátil de programación, no se permita la iniciación del movimiento del robot y la cesión de control a otro dispositivo sólo pueda ser realizada desde el propio terminal de programación.

Características del sistema de control (HW y SW)	Requisitos de funcionamiento de elementos que afecten a la seguridad.	<ul style="list-style-type: none"> – Una avería individual en alguno de estos elementos no debe originar la pérdida de la seguridad. – Siempre que sea posible, la avería individual debe ser detectada antes o durante la siguiente petición de la función de seguridad. – Siempre que se dé una avería individual, se deberá realizar una acción de seguridad, llevando y manteniendo al sistema en un estado seguro. – Todas las averías razonablemente observables deben ser detectadas.
	Adopción de otros criterios.	Una evaluación de los riesgos del robot y de la aplicación en que trabaja, puede de determinar que sean otros los requisitos de seguridad del sistema de control adecuados para garantizar la seguridad. En este caso, éstos deben ser específicamente identificados.

Funciones de parada del robot.	Parada de emergencia.	<p>Cada unidad de control capaz de ordenar el movimiento del robot o de otras acciones potencialmente peligrosas, debe incluir una parada de emergencia que:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Esté acorde con lo indicado en las normas IEC 60204-1:2005, apartados 9.2.5.4.2 y 10.7, así como con la norma ISO 13850. – Tenga prioridad sobre todas los demás mandos del robot. – Origine la parada de todos los elementos peligrosos. – Quite la energía de los actuadores. – Elimine cualquier otro peligro asociado al robot. – Queda activa hasta que se rearne. – Sólo puede ser rearmada manualmente. – Tras el rearne se permita el re-arranque del robot, pero que no se origine éste de manera automática.
	Indicador de parada de emergencia.	<p>Si se incluye una señal de salida de «parada de emergencia activada»:</p> <ul style="list-style-type: none"> – La señal debe permanecer activa aun cuando se quite la energía del robot. – Alternativamente, se puede generar un aviso independiente de parada de emergencia.
	Parada de protección.	<ul style="list-style-type: none"> – El robot puede tener una o más paradas de protección, diseñadas para ser conectadas con dispositivos de protección externos. – La parada de protección controlará el peligro causando una parada de todos los movimientos del robot, quitando la energía de los actuadores y originando la interrupción de cualquier otra fuente de peligro. – Esta parada se puede iniciar manualmente o de manera automática desde un sistema de control.
	Control a velocidad reducida.	<ul style="list-style-type: none"> – Cuando se trabaje bajo el modo de velocidad reducida, la velocidad del elemento terminal o del punto central de la herramienta (TCP), no debe exceder los 250 mm/s. – El modo de control a velocidad reducida debe haber sido diseñado y construido de modo que la presencia de cualquier mal funcionamiento individual, razonablemente observable, origine la limitación de la velocidad al valor de velocidad reducida. – Se debe de proporcionar un método de ajuste del «off-set» de la velocidad del TCP.

Modos de operación	Selección del modo de operación.	<ul style="list-style-type: none"> – Los modos de operación deben poderse escoger mediante un procedimiento seguro (por ejemplo, interruptor protegido con llave, palabra de paso, etc.). Este procedimiento debe: – Indicar sin posible confusión el modo que se escoge. – No iniciar por sí mismo el movimiento del robot. – Se puede proporcionar una señal que indique el modo seleccionado.
	Modo automático.	<ul style="list-style-type: none"> – En este modo el robot debe ejecutar la tarea programada. El controlador no debe estar en modo manual y las medidas de seguridad deben estar activas. – El funcionamiento automático debe ser interrumpido si se detecta cualquier condición de parada. – La salida de este modo debe pasar por una parada.
	Modo manual a velocidad reducida.	<ul style="list-style-type: none"> – Este modo permite que el robot sea operado directamente por el operador, estando prohibido el funcionamiento automático. – Es aplicable en las fases de programación por guiado, verificación del programa y en determinadas tareas de mantenimiento. – Los usuarios deben estar informados de que, en lo posible, este modo debe ser utilizado garantizando que no haya operarios dentro de la zona de seguridad. – Antes de conmutar al modo automático, se debe rearmar cualquier medida de seguridad desactivada.

Modos de operación (<i>Continuación</i>)	<p>Modo manual a velocidad elevada.</p> <p>Este modo de funcionamiento es optativo. Si da lugar a velocidades del extremo del robot superiores a los 250 mm/s, el robot debe:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Tener un medio de seleccionar este modo que requiera una acción deliberada y una confirmación adicional. – Utilizar por defecto una velocidad no superior a los 250 mm/s cuando se acceda al modo. – Disponer de un terminal portátil de programación acorde con lo indicado en el apartado «Control desde el terminal portátil de programación» de esta norma, que incorpore un mecanismo de habilitación específico para este modo, que deberá mantenerse pulsado para que el robot se mueva. – Disponer en el terminal portátil de programación de un modo de ajuste de la velocidad desde su valor por defecto hasta el valor máximo programado. – Proporcionar en el terminal portátil de programación de un indicador del valor de la velocidad ajustada.
--	---

Terminal portátil de programación	<p>Control del movimiento.</p> <ul style="list-style-type: none"> – El movimiento del robot iniciado desde el terminal portátil de programación debe realizarse bajo el control a velocidad reducida. – Cuando el terminal permita seleccionar velocidades mayores, el sistema del robot debe cumplir lo indicado en el apartado «Modo manual a velocidad elevada». – Ninguno de los elementos (pulsadores, palancas, etc.) que puedan originar el movimiento del robot, deberán funcionar mediante enclavamiento. Esto es, deberán dejar de originar el movimiento cuando se deje de actuar sobre ellos. <p>Dispositivo de habilitación.</p> <ul style="list-style-type: none"> – El terminal portátil de programación debe tener un dispositivo de habilitación consistente en un pulsador de 3 posiciones (acorde con la norma IEC 60204-1:2005 apartado 10.9), que habilite el movimiento del robot cuando se mantenga activado, de manera continuada, en su posición intermedia. – Este dispositivo debe reunir las siguientes características: <ul style="list-style-type: none"> • Poder estar integrado o ser independiente del terminal portátil de programación y deberá operar independientemente de cualquier otro dispositivo o función de control del movimiento. • Si el pulsador no se mantiene en su posición intermedia, se debe originar la anulación de cualquier peligro (por ejemplo, el movimiento del robot). • Cuando haya más de un pulsador para manejar la habilitación (por ejemplo, para el uso alternativo de mano izquierda o derecha) la liberación de cualquiera de estos pulsadores debe anular el control de los demás y originar la parada de protección. • Cuando haya varios dispositivos de habilitación (por ejemplo, para proteger a varias personas dentro de la zona de seguridad), el movimiento debe ser posible sólo cuando todos los pulsadores se encuentren simultáneamente en su posición intermedia. • La caída del dispositivo de habilitación no debe originar una situación en la que sea posible el movimiento del robot. • Si se dota al sistema de una salida de «habilitación», ésta debe señalar la condición de parada cuando el sistema de seguridad esté apagado y debe estar conforme a lo indicado en el apartado «Características del sistema de control (HW y SW)». <p>Parada de emergencia desde el terminal.</p> <p>El terminal portátil de programación debe tener una parada de emergencia de acuerdo a lo indicado en apartado «Parada de emergencia» de esta norma. Además, debe estar acorde con la norma ISO 13850.</p> <p>Inicio del modo automático.</p> <p>No debe ser posible activar el modo automático usando exclusivamente el terminal. Se exigirá una confirmación adicional desde fuera de la zona de seguridad.</p>
-----------------------------------	---

Terminal portátil de programación	Terminales inalámbricos.	<ul style="list-style-type: none"> – Se debe incluir un indicador visual de que el terminal está activo. – La pérdida de la comunicación debe originar una parada de protección de todos los robots controlados desde el terminal. La recuperación de la comunicación no debe originar que se reanude el movimiento del robot sin una aceptación deliberada por parte del operador. – Se debe informar del tiempo máximo de respuesta en las comunicaciones. – Se debe prestar atención a no confundir los estados de parada de emergencia activa e inactiva.
	Control de múltiples robots.	<p>Si un mismo terminal controla varios robots, se deberían tener en cuenta los requisitos incluidos en el apartado «Control de movimientos simultáneos» de esta norma.</p>

Control de movimientos simultáneos	Terminal portátil de programación único.	<p>Uno o más controladores de robots pueden estar unidos por un solo terminal portátil de programación. Cuando se configure para ello, este único terminal debe tener la capacidad de mover, bien uno solo, o bien varios de los robots de manera simultánea. En el modo de operación manual, todas las funciones del sistema del robot deben quedar bajo el control del terminal.</p>
	Requerimientos de diseño seguro.	<ul style="list-style-type: none"> – La activación de cada uno de los robots, se debe realizar mediante selección individual, debiéndose mostrar, sobre el dispositivo utilizado para la selección, una indicación de qué robot ha sido seleccionado. Para poder activar un robot todos deberán estar en el mismo modo de operación (por ejemplo, modo manual a velocidad reducida). – Sólo se deben activar los robots explícitamente seleccionados, debiéndose indicar de una manera claramente visible desde la zona de seguridad, qué robots están activos. – Se deben prevenir los encendidos no esperados de robots no activados. – El sistema robot no debe responder a las órdenes o condiciones remotas que causen situaciones de peligro.

Operaciones en colaboración con humanos	General.	<p>Los robots que estén diseñados para trabajar en colaboración con humanos, deberán incluir una señal visual que estará activa cuando se esté desarrollando la tarea en colaboración.</p>
	Parada.	<p>Los robots deben detenerse cuando un humano entre en la zona de trabajo en colaboración. Esta parada debe cumplir lo indicado en el apartado «Características del sistema de control (HW y SW)».</p>
	Guiado manual.	<p>Cuando exista, el sistema de guiado manual debe estar instalado cerca del elemento terminal del robot, y debe estar equipado con:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Parada de emergencia, acorde con lo indicado los apartados anteriores «Parada de emergencia» y «Parada de emergencia desde el terminal». – Dispositivo de habilitación, conforme a lo indicado en el apartado anterior «Dispositivo de habilitación». – El robot debe trabajar a velocidad reducida (no superior a 250 mm/seg), cumpliendo lo indicado en el apartado «Características del sistema de control (HW y SW)». – Si se sobrepasara la velocidad reducida, deberá actuar la parada de protección.
	Monitorización de la posición y velocidad.	<ul style="list-style-type: none"> – El robot debe mantener una distancia de seguridad con el operador, en concordancia con la norma ISO 13855 (esta distancia será función de la velocidad relativa entre operador y robot). De no mantenerse esta distancia, debe de actuar la parada de protección. – El robot debe actuar a velocidad reducida, debiéndose monitorizar su posición. Estas funciones deben realizarse de acuerdo a lo indicado en «Características del sistema de control (HW y SW)».

Oper. en col. con humanos (Cont.)	<p>Limitaciones de la Potencia y Fuerza.</p> <ul style="list-style-type: none"> – El robot debe diseñarse de modo que se asegure, bien una potencia dinámica máxima de 80 W o bien una máxima fuerza estática de 150 N en el extremo del TCP. – Cuando se utilice una función del sistema de control para asegurar los valores anteriores, esta función debe estar en concordancia con lo indicado en «Características del sistema de control (HW y SW)».
-----------------------------------	---

Singularidades	<p>Protecciones ante singularidades.</p> <p>Cuando se esté en modo de control manual a velocidad reducida, el controlador del robot debe:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Parar el movimiento del robot y alertar al programador cuando, como consecuencia de un movimiento de trayectoria coordinada (línea recta por ejemplo) solicitado desde el terminal portátil de programación, el robot pase por una singularidad o corrija su trayectoria para evitarlo. – Generar un aviso acústico y óptico y continuar pasando por la singularidad, con la velocidad de cada eje limitada a la máxima de 250 mm.
----------------	---

Límites de movimiento de los ejes	General.	<p>Se debe proporcionar un medio para definir el espacio restringido (aquel que define los límites que no deben ser superados por el robot) alrededor del robot utilizando dispositivos limitadores, así como un medio para instalar paradas mecánicas ajustables que limiten el movimiento del eje «primero» (el que origina el mayor desplazamiento).</p>
	Límites mecánicos y electromecánicos.	<ul style="list-style-type: none"> – Se debe proporcionar un medio para instalar paradas mecánicas o no mecánicas ajustables, que limiten el movimiento de los ejes «segundo» y «tercero» (los que originan el segundo y tercer desplazamiento mayor). – Las paradas mecánicas deben ser capaces de parar al robot en las condiciones de carga nominal y velocidad máxima, en su máximo y mínimo alcance. – Se pueden incorporar métodos alternativos para limitar el rango de los movimientos, sólo si se han diseñado, construido e instalados para conseguir los mismo niveles de seguridad que los dispositivos de parada. – El circuito de control de los límites mecánicos y electromecánicos debe ser conforme con lo indicado en el apartado «Características del sistema de control (HW y SW)». Ni el controlador del robot, ni el programa de la tarea, deben cambiar los ajustes de estos límites.
	Límites Software.	<ul style="list-style-type: none"> – Se admite la existencia de límites software para definir «formas geométricas» donde el robot no puede entrar o, por el contrario, de donde el robot no puede salir. – El espacio especificado como limitación mediante los límites software, debe ser el realmente cubierto, considerando que tras la orden de parada, el robot puede recorrer una cierta distancia (considerando la máxima carga y velocidad). – Los sistemas de control que utilicen esta posibilidad deben estar acordes con lo indicado en el apartado «Características del sistema de control (HW y SW)» y no permitir la modificación de los límites desde el nivel de usuario. – Si los límites software se superan, se debe activar la parada de protección. – La información para el usuario debe incluir datos relativos a la parada en la situación más desfavorable, considerando la máxima velocidad, incluyendo el tiempo de reacción y la distancia recorrida tras activarse la parada. – La zona limitada por los límites software debe ser estática, no permitiéndose su modificación sin pasar por un apagado del sistema y nunca ser modificada de manera dinámica. Su modificación debe estar protegida mediante palabra de paso. Tras su definición, se mantendrá activa tras el encendido.

Lím. de movimiento de los ejes (Cont.)	<p>Dispositivos limitadores modificables dinámicamente.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Son aquellos dispositivos capaces de definir un espacio restringido, cuya activación o situación puede cambiar durante una parte del ciclo de trabajo del robot. Pueden ser realizados, por ejemplo, mediante barreras ópticas, detectores activados mediante levas, o detectores de contacto que puedan ocultarse. – Estos dispositivos y los sistemas de control asociados, deben ser conformes a lo indicado en la norma ISO 13849-1:199, en lo relativo a categoría 3, salvo que un análisis de riesgo justifique otra categoría.
--	--

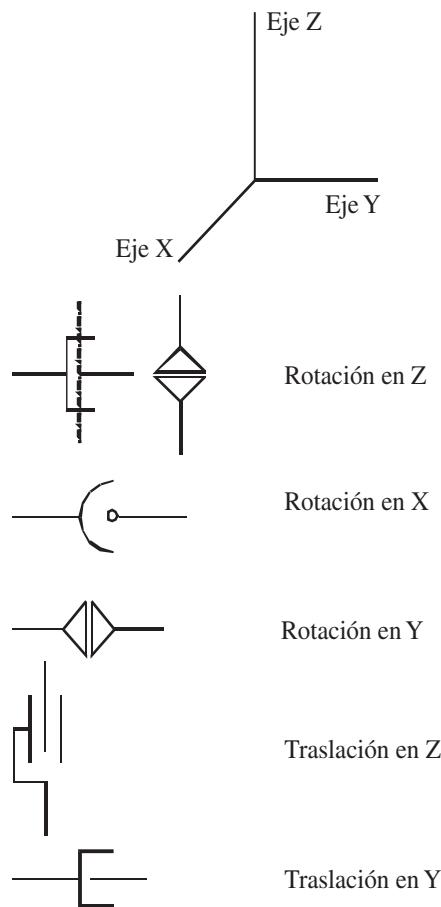
Otros:	<p>Movimientos sin fuente de energía.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Se debe diseñar al robot de modo que, en situaciones de emergencia o anormales, sea posible mover los ejes sin el uso de sus actuadores. – Cuando sea posible, esto debe poder hacerlo una sola persona. Los controles que permiten el movimiento sin los actuadores (habitualmente liberación de frenos o equivalente) deben ser fácilmente accesibles, pero deben estar protegidos para evitar su activación involuntaria. – Las instrucciones deben incluir el procedimiento a seguir para conseguir estos movimientos, junto a recomendaciones de cómo entrenar a los operarios para actuar en estas situaciones de emergencia o anormales. – Las instrucciones deben incluir avisos relativos a los peligros que la acción de la gravedad y la liberación de los ejes (por ejemplo, frenos), puedan ocasionar. Si es posible se deben incluir estos avisos cerca de los dispositivos de liberación.
Amarres para el transporte.	Se deben incluir amarres o puntos donde incorporar éstos al objeto de transportar el robot.
Conectores eléctricos.	Los conectores eléctricos que puedan originar peligro si son extraídos, o si se rompen, deben ser diseñados y construidos para evitar la extracción involuntaria.

La norma acaba dando una serie de requisitos relativos a la información que se debe proporcionar al usuario en el manual de instrucciones del robot

Por último, se destacan el contenido de sus Anexos A y D. En el primero se recogen una serie de peligros a considerar en los robots, incluyendo ejemplos de situaciones donde aparecen estos peligros y la zona donde se puede presentar. En el Anexo D se incluyen una serie de prestaciones de seguridad a incluir de manera optativa, como son sensores anticolisión o garantizar la precisión de las trayectorias a cualquier velocidad.

ANEXO 2

Notación de representación esquemática de robots



Índice analítico

- ABB, 76, 357, 374, 416
Aberración, 507
Accidentes, 418
Accionamiento
 características, 42, 50
 clasificación, 50
 directo, 11, 37, 40
 eléctrico, 24, 243
 hidráulico, 24, 44, 246
 neumático, 24, 42
 tipos, 408
Aceleración, 408
Acomodación
 activa, 522
 pasiva, 367
Actuador (véase Accionamiento)
Adaptativo, control, 326
Adept Technology, 41, 374, 384,
Adhesivos, 447
AENOR (véase Asociación Española de Normalización)
AER (véase Asociación Española de Robótica)
AERCam, 562
AFNOR (véase Asociación Francesa de Robótica)
AFRI (véase Asociación Francesa de Robótica Industrial)
Agencia Espacial Europea (ESA), 562
AGV (véase Autonomous Guided Vehicles)
AIBO, 12, 15, 475
AL, 356
Algoritmo
Denavit Hartenberg (D-H), 126
 Lagrange-Euler, 220
 Newton-Euler, 232
Alimentación de máquinas, 448
Al Jazari, 3, 4
AML, 364
Amortiguamiento, 332
Amplificador, 333
Análisis económico
beneficios de explotación, 423
 costes de explotación, 423
 costes de inversión, 423
 descripción, 422
 métodos, 425
 robot, 408, 424
Ancho de banda, 502, 506
Angular, configuración, 35
Ángulos
 Euler, 72, 96, 364
 RPY, 75
 WUW, 73
 VVW, 73
 XYZ, 74
ANL (véase Argonne National Laboratory)
Anti-windup, 335
Aplicaciones industriales
alimentación de máquinas, 448
 aplicación de adhesivos, 447
 clasificación, 440
 control de calidad, 456
 corte, 450
 ensamblado, 415
 fundición, 441
 inspección, 456
 manipulación, 458
 mercado, 428
 montaje, 453
 paletización, 415, 454
 pintura, 357, 415, 446
 procesado, 415, 450
 salas blancas, 458
 soldadura, 415, 442
Aplicaciones no industriales, 11, 460
Aplicación nuevos sectores
 aéreos, 469
 agricultura, 463
 asistenciales, 472
 construcción, 464

- domésticos, 460, 475
- entretenimiento, 473
- medicina, 467
- nuclear, 466
- submarino, 469
- Aplicaciones teleoperación espacial, 485
 - nuclear, 485
 - rehabilitación, 485
 - submarinas, 485
- Apuntadores, 497
- Área de trabajo, 409, 592
- Argonne National Laboratory (ANL), 8, 484
- ARLA, 364
- Arquitectura
 - teleoperación, 491
 - teleprogramación, 551
- Ars Magna, 3, 5
- Articulación
 - angular, 126
 - cilíndrica, 33
 - definición, 32
 - parámetros D-H, 126
 - planar, 33
 - prismática, 33, 591
 - rotativa, 33, 591
 - tipos, 33
 - tornillo, 33
- AS, 359
- ASEA, 11, 15
- ASIMO, 12, 15
- Asimov, Isaac, 8
- Asociación Industrias Robóticas (RIA), 9, 17, 21
 - Española de Normalización (AENOR), 589
 - Robótica Industrial de Japón (JIRA), 9, 15
 - Robótica de América (RIA), 15, 17
 - Española de Robótica (AER), 428, 440
- Autómata
 - Ars Magna, 3, 5
 - cabeza parlante, 2
 - definición, 2
 - escriba, 6
 - fuente de pavo real, 3, 4
 - Gallo de Estrasburgo, 3, 5
 - Hombre de Palo, 3, 5
 - karakuri, 6
 - León Mecánico, 3, 5
 - máquina jugadora de ajedrez, 4, 7
 - maquina parlante, 4
 - máquinas algebráicas, 4, 7
 - muñeca escriba, 4, 6
- pato, 3, 5
- Teatro automático, 3, 4
- Telekino, 4, 6
- tocadora de Laud, 3, 5
- Automatización, 12, 14, 407
- Autonomous Guided Vehicles (AGV), 6, 20, 22, 454
- Autonomous Underwater Vehicles (AUV), 470
- AUTOPASS, 359
- Backslash (*véase* juego angular)
- Bacon, Roger, 2
- Barreras de protección, 420
- Beneficios de explotación, 423
- Botonera, 357, 516
- Brazo maestro, 499
- Brushless, 47, 537
- Cabeza parlante, 2
- CAD, 402, 451, 467
- Cadena cinemática, 32, 122
- Canal de comunicación, 365, 490, 521, 558
- Capacidad de carga, 414
- Capek, Karel, 7, 14
- Características,
 - actuadores, 42, 50
 - cinemáticas, 408
 - de diseño, 502
 - dinámicas, 408
 - funcionales, 502
 - mecánicas, 506
 - ópticas, 506
 - reductores, 39
 - robot, 408, 415, 595, 598
 - sistemas programación, 361
- Carga/descarga de máquinas, 448
- Carnegie-Mellon University, 11, 15
- Cartesiana, configuración, 33
- Cartwright, 7
- Casco de visualización, 503
- Cash Flow, 425
- Célula de trabajo, 362, 402
- Cilíndrica, configuración, 33
- Cilindro,
 - neumático, 42
 - hidráulico, 44, 248, 535, 537
- Cinemática,
 - directa, 119, 120
 - inversa, 119, 134
- Cinemática directa,
 - cuaternios, 130
- Denavit-Hartenberg, 125

- IRB 6400C, 129
- Geométrica, 120
- matrices homogéneas, 122
- robot cilíndrico, 128
- SCARA, 131
- Cinemática inversa,
 - desacople cinemático, 143
 - IRB2400, 144
 - matriz homogénea, 138
 - método geométrico, 136
 - robot planar de 3GDL, 136
 - robot polar, 138
- Cinemática de manipulador, 494
- Cinestesia, 488
- Cincinati Milacron, 15
- Clasificación,
 - actuadores, 50
 - aplicaciones, 440
 - lenguajes de programación, 359
 - robots, 17, 21
 - sensores, 51
 - transmisiones, 37
- CN (*véase* Maquinas de control numérico)
- Cobot, 21
- Codificadores de posición, 51
- Código de Gray, 53
- Código-R, 369
- Codo del robot, 137
- Coeficiente
 - de amortiguamiento, 332
 - de reflexión de fuerzas, 525
- Compensación
 - gravedad, 321
 - prealimentación, 315, 324
 - por par calculado, 325
- Compliant motions, 367, 592
- Composición de rotaciones, 72
- Comunicaciones, 365, 408, 490, 521, 558
- Concurrente, 378, 490
- Configuración del robot
 - angular, 34, 136, 403
 - cartesiana, 35, 454
 - cilíndrica, 35, 127, 403
 - codo abajo, 137
 - codo arriba, 137
 - descripción, 591
 - esférica, 35
 - polar, 35, 139, 223, 403
- SCARA, 35, 131, 164, 282, 370, 403, 454
- singular, 161, 163, 280, 291, 357, 366, 377, 379, 409, 412
- tipos, 26
- Construcción, 464
- Control,
 - adaptativo, 326
 - bilateral, 520
 - cinemático, 279
 - con compensación de gravedad, 321
 - con prealimentación, 315, 324
 - desacoplado, 517
 - de esfuerzos, 415
 - dinámico, 309, 415
 - en posición, 516
 - en teleoperación, 515
 - en velocidad, 516
 - I-PD, 336
 - manual, 491, 510
 - monoarticular, 310, 314, 517
 - movimiento, 365
 - multiarticular, 322
 - PD, 517
 - PID, 324
 - por excitación, 45
 - por inducido, 45
 - por inversión del modelo, 315, 322
 - por par calculado, 325
 - prealimentación, 324
 - programa, 367
 - realimentado, 317
 - supervisado, 491, 548
- Control adaptativo,
 - autoajustable, 326
 - par calculado adaptativo, 329
 - por modelo de referencia, 326, 328
 - por planificación de ganancias, 326
- Control bilateral
 - análisis, 542, 544+C978
 - comparación, 536, 547
 - esquema, 532
 - estabilidad, 537
 - fuerza-posición, 534, 542, 577
 - modelo Cross-over, 538
 - posición-posición, 533, 546, 576
 - presión-posición, 535, 576
 - respuesta temporal, 538
 - servo de fuerza-posición, 535
- Control de calidad, 456
- Control manual
 - compartido, 492
 - compensatorio, 511
 - con retardos, 520
 - bilateral, 520, 529, 532
 - en posición, 516
 - en teleoperación, 515

- en velocidad, 516
- estabilidad, 525
- independiente, 515
- integrado, 515
- modelo Cross-over, 512
- negociado, 492
- paradigma del, 512
- pre-cognitivo, 511
- seguimiento, 511
- unilateral, 515
- Control numérico, 1, 14, 448, 418
- Coordenadas,
 - articulares, 363
 - cartesianas, 67, 363
 - cilíndricas, 67
 - esféricas, 68
 - homogéneas, 76
 - polares, 67
 - sistemas de, 67, 591, 593
- Coriolis
 - fuerzas/pares, 217
 - matriz, 218, 221, 238
- Corpusculos
 - Meissner, 509
 - Pacianos, 509
 - Ruffini, 509
- Corte,
 - chorro de agua, 451
 - láser, 452
- COSIMIR, 410
- Costes,
 - explotación, 423
 - generales, 408
 - inversión, 423
- Crompton, 7
- Ctesibius, 3,4
- Cuadripolo, 525, 527, 544
- Cuaternios,
 - álgebra, 92
 - aplicación, 94, 97, 130, 364
 - definición, 76
 - cinemática directa, 130
 - conjugado, 93
 - inverso, 93
 - norma, 93
 - rotación, 94
- Cyclo, 39
- Datos, tipos, 363
- Da Vinci, Leonardo, 3
- Denavit-Hartenberg, 125
- Densidad de robots, 429
- Desacoplamiento, 322
- Desacoplo cinemático, 136, 143
- Detector,
 - capacitivo, 58
 - efecto Hall, 58
 - inductivo, 58
 - sincronismo, 54
- Devol, George C., 9, 14
- D-H, (*Véase* Denavit-Hartenberg), 125
- Dinámica,
 - directa, 217
 - ecuación, 216, 218, 238
 - espacio de la tarea, 241
 - inversa, 217
 - modelo, 216, 238
 - robot polar, 222, 234
 - variables de estado, 238
- Dinámica de manipulador, 494
- Dinámica del robot,, 215
- Discos Merkel, 509
- Disposición del robot,
 - en el centro, 403
 - en línea, 403
 - móvil, 405
 - suspendido, 406
- Dispositivo
 - de control, 490, 493, 496, 568
 - de realimentación, 490, 503
 - de seguimiento corporal, 501
 - de seguimiento del ojo, 501
 - teleoperado, 486, 490
- Dispositivos de control, 2D, 497
 - 3D, 496
 - articulados, 499
 - características, 501
- Dispositivos de realimentación
 - acústica, 506
 - características, 506
 - cinestésica, 505
 - fuerzas, 505
 - táctil, 505
- Distorsión, 507
- DD (*véase* Accionamiento directo)
- Droz, Jaquet, 4,5
- Ecuación
 - dinámica, 216, 218, 238
 - Lagrange-Euler, 219
 - Newton-Euler, 231
- Efecto-Hall, 51, 58
- Efectores finales, 58
- Eje de rotación, 75

- Ejecución concurrente, 378, 490
- Ejemplo de programación, 359, 380, 387
- Eléctrico, accionamiento, 58, 24, 243
- Elementos terminales, 21, 58
- ELIZA, 14
- Embragues
 - espaciales, 524
 - temporales, 524
- Encoder,
 - absoluto, 53
 - incremental, 52
- Energía,
 - cinética, 217
 - potencial, 217
- Engelberger, J. F., 9
- Engineering Test Satellite VII (ETS-7), 15, 562, 563
- Engranajes, 37
- Enmarascamiento de fuerzas, 525
- Entorno,
 - de programación, 362
 - local, 551
 - modelado, 539
 - remoto, 552
 - virtual, 487
- Entradas/salidas, 361, 364
- Entrenamiento, 424
- Equilibrado, 506
- ERA (*véase* European Robotic Arm)
- Ergonomía, 506
- Error
 - en fuerza, 526
 - en posición, 412, 526
- ESA (*véase* Agencia Espacial Europea)
- Escalado, 85
- Esclavo, 539
- Esférica, configuración, 35
- Eslabón, 121, 217, 533, 591
- Espacio,
 - cartesiano, 66
 - de cooperación, 602
 - de seguridad, 602
 - de trabajo (*véase* área de trabajo)
 - estado, 238
 - tarea, 241
- Estabilidad, 525
- Estandarización
 - programación, 368
- Estadísticas, 428
- Estructura mecánica, 32, 495
- ETS-7 (*véase* Engineering Test Satellite VII)
- Euler, ángulos, 72, 96
- European Robotic Arm (ERA), 563
- Exo-esqueleto, 501
- Explotación, 423
- Factores
 - económicos, 423
 - funcionales, 528
 - humanos, 507
- Factor de reducción, 310
- FANUC, 36, 359, 417
- Federación Internacional de Robótica (IFR), 11, 15, 19, 428, 440
- Ferrel, 521
- FFB (*véase* Ganancia de realimentación de fuerzas)
- Filtro de muesca, 337
- Flatau, Carl, 534
- Flexibilidad, 494, 502
- Flexión, 336
- Ford, 14
- Formula de Grubler, 34
- Frecuencia natural, 332
- Fuerza,
 - centrípeta, 216, 218, 238
 - contacto, 242
 - Coriolis, 219, 238
 - ejercida, 525
 - gravitacional, 137, 216, 218, 238
 - inerzia, 219
 - reflexión, 518
- Función,
 - Lagrangiana, 217
 - transferencia, 46, 513, 543
- Fundición,
 - a la cera perdida, 443
 - por inyección, 442
- GDL (*véase* Grados de libertad)
- Gain Scheduling, 326
- Gaiotto, 357
- Gallo de Estrasburgo, 3, 5
- Ganancia de realimentación de fuerzas, 530
- Generación de robots, 22
- General Motors, 9
- Geométrico, método, 120
- Goertz, R. C., 8, 14, 484, 533
- Grados de libertad, 32, 410, 494, 591
- Gráficos de transformación, 91
- GRASP, 410
- Gravedad
 - compensación, 321
 - fuerza, 137, 216, 218, 238

- GRIPS, 500, 530
- Grübler, formula de, 34
- Grupo de Robótica, 16
- GS (*véase* Gain Scheduling)
- Guantes sensorizados, 501
- Guarded motions, 367
- Guiado,
 - activo, 357
 - pasivo, 356
 - maniquí, 356
 - programación, 356
- Gray, código, 53
- Hall, efecto, 51, 58
- Harbou, Thea von, 8
- Hargreaves, 7
- Harmonic-Drive, 39
- Herón de Alejandría, 3, 4
- Herramientas, 61, 494
- Hick (*véase* modelo de Hick)
- Hidráulico, accionamiento, 24, 44, 246
- Holgura, 37
- Holografía, 503
- Hombre de Hierro, 2
- Homogéneas, matrices (*véase* Matrices homogéneas)
- HONDA, 12, 15
- Hosokawa, Hanzo, 4, 6
- IBM, 15
- ICR (*véase* Intermediate Code for Robots)
- IFR (*véase* Federación Internacional de Robótica)
- Imágenes, 531
- Implantación de robot, 401
- Índice de manejabilidad, 526
- Inductosyn, 56
- Industrial Robot Language, 368
- Inercia,
 - eslabón, 218, 314
 - fuerzas, 217
 - matriz, 216, 220, 232, 238, 310
- Inmersión visual, 507
- Inspección, 456
- Inpedancia, 528, 546
- Instalación, 26
- Instrucciones
 - Código-R, 371
 - RAPID, 379
 - V+, 384
- Interfaz hombre máquina, 407, 568
- Intermediate Code for Robots, 368
- Interpolación,
 - a tramos, 291
 - circular, 365, 414
 - cúbica, 289
 - lineal, 288
 - quintíco, 291
 - trapezoidal, 291
 - trayectorias, 280, 287, 365
- Interrupción, 364, 383
- Instituto de Robótica de América (RIA), 9
- Inversión del modelo, 315, 322
- I-PD, 336
- IRDATA, 368
- IRL, 368
- iRobot, 12, 15
- ISO (*véase* Organización Internacional de Estándares)
- Jacobiana,
 - analítica, 147, 160
 - determinante, 161, 163
 - directa, 147
 - geométrica, 147, 152, 157, 160
 - inversa, 147, 161
 - matriz, 146
 - pseudoinversa, 163
- Jacobiano, 161, 163
- Japanese Aerospace Exploration Agency (JAXA), 562
- JAXA (*véase* Japanese Aerospace Exploration Agency)
- Jet Propulsion Laboratory
- JIRA (*véase* Asociación de Robótica de Japón)
- Joystick, 357, 497
- Joystick, tipos, 3D, 498, 567
 - cartesiano, 498
 - fuerza/par, 498
 - paralelo, 498
 - reflexión de fuerzas, 505, 567
- JPL (*véase* Jet Propulsion Laboratory), 561
- Juego angular, 39, 412, 494
- KAREL, 359
- Kato, Ichiro, 12, 15
- Kenward,C. W., 9, 14
- Knasel, 22
- KRL, 359
- KUKA, 11, 357, 358, 359
- Lagrange-Euler,
 - formulación, 219

- algoritmo, 220
- Lagrangiana, 217
- LAMA, 359
- Lay-out, 401
- Lenguajes de programación
 - AL, 356, 364
 - AML, 364
 - ARLA, 364
 - AS, 359
 - AUTOPASS, 359
 - clasificación, 359
 - ejemplo, 359, 380, 387
 - IRDATA, 368
 - IRL, 368
 - LAMA, 359
 - nivel objeto, 358
 - nivel robot, 358
 - nivel tarea, 358
 - RAPID, 359, 374
 - RAPT, 359
 - requerimientos, 361
 - V+, 359, 364, 384
 - VAL II, 359, 364
- León Mecánico, 3, 5
- Ley de control, 325
- Leyes de la robótica, 8
- Llull, Ramón, 3
- Localización espacial,
 - comparación, 96
 - descripción, 65
 - métodos, 96
 - relación entre métodos, 102
- Lunakhod, 558
- LVDT, 56
- Maestro
 - brazo, 499, 539
 - exo-esqueleto, 501
 - sonda, 500
- Maestro-esclavo, 8, 484, 515, 520
- Magno, Alberto, 2
- Maillardet, familia, 4, 6
- Makino, profesor, 11, 15
- Manejabilidad, índice de, 526
- Manipulación
- Manipulador
 - definición, 590
 - de secuencia fija, 590
 - teleoperado, 8, 486
- Manipuladores teleoperados
 - E1, 485
 - Eléctricos, 485
- GRIPS, 500, 530
- Mascot IV, 518, 537
- M1, 484
- M2, 530
- M8, 484
- MA23, 486
- Mecanico, 484
- SM229, 486, 530
- TELBOT, 38
- Titan IV, 485
- Mantenimiento, 423
- Maquinas de control numérico, 1, 14, 448, 418
- Máquina jugadora de ajedrez, 4, 7
- Massachussets Institute of Technology (MIT), 14, 544
- MATLAB, 103
- Matriz,
 - básica de rotación, 71
 - centrípeta, 238
 - Coriolis, 218, 221, 238
 - factores de reducción, 310
 - gravedad, 218, 221, 238
 - homogénea, 77, 86
 - impedancia, 546
 - inercias, 216, 220, 232, 238, 310
 - Jacobiana, 146
 - noa, 86, 88, 121, 364
 - pseudoinercias, 220
 - reguladores, 324
 - rotación, 69
 - rozamiento viscoso, 311
 - transformación A, 122
 - transformación homogénea, 77, 86
 - traslación, 78
- Matriz homogénea,
 - aplicación, 96
 - composición, 88
 - definición, 77
 - inversa, 87
 - significado, 86
- McRuer, 512
- Mecano receptores cutáneos, 509
- Medicina, 467, 556
- Mercado de robots, 428
- Método,
 - análisis económico, 422
 - período de recuperación, 425
 - TIR, 427
 - VAN, 426
- Metrópolis, 8
- MIT (*véase* Massachussets Institute of Technology)

- Modelo,
- actuadores, 242
 - cinemático, 120, 279
 - control bilateral, 538
 - cross-over, 511
 - de referencia, 328
 - diferencial, 119, 146
 - dinámico, 215, 216, 238
 - dinámico directo, 217
 - dinámico inverso, 217
 - dinámico en variables de estado, 238
 - dinámico en espacio de tarea, 241
 - entorno, 362, 531, 539
 - motor DC, 243
 - motor hidráulico, 246
 - operador, 510, 539
- Modos de
- control, 565
 - operación, 565
 - programación, 408
 - teleoperación, 565
- Moldeo por inyección, 442
- Monitores de vídeo, 503
- Montaje, 453
- Morfología del robot, 31
- Mosher, R., 14, 541
- MOTOMAN, 417, 473
- Motor
- aletas rotativas, 42, 44
 - autopilotado, 45
 - brushless, 47
 - corriente alterna (AC), 49
 - corriente continua (DC), 45, 243
 - hidráulico, 44, 246
 - modelo, 46
 - neumático, 42
 - paletas, 43, 44
 - paso a paso, 48
 - pistones axiales, 42, 44
- Motor AC,
- asíncrono, 50
 - síncrono, 49
- Motor DC,
- controlado por excitación, 46
 - controlado por inducido, 45
 - modelo, 46
 - sin escobillas, 47
- Mover y esperar, 521
- Movimiento,
- acomodaticio, 367, 592
 - articulär, 281
 - cartesiano, 280, 283, 287
- continuo, 283
- coordinado, 283
- eje a eje, 282
- isocrónico, 283
- peligroso, 603
- protegido, 367
- punto a punto, 282
- simultáneo, 282, 603
- tipos, 408
- MRAC (*véase* modelo de referencia)
- Muestreo, 279, 287
- Muñeca del robot, 31, 143, 409, 414
- Musser, Walton, 39
- NAL (*véase* National Aerospace Laboratory)
- NASA, 20, 560, 566
- NASDA (*véase* National Space Development Agency)
- National Aerospace Laboratory (NAL), 564
- National Space Development Agency (NASDA), 562
- Newton-Euler
- formulación, 231
 - algoritmo, 232
- Nivel de programación
- objeto, 358
 - robot, 358
 - tarea, 358
- Nivel de realimentación, 506
- noa (*véase* matriz noa)
- Normativa, 589
- Nordson, 356
- Notación, 611
- Notch-filter, 337
- nuclear, aplicación, 466, 554
- Operador
- características dinámicas, 508
 - características senso motrices, 509
 - experiencia, 531
 - función, 490, 507
 - modelo, 510, 539, 546
 - opinión, 528
 - toma de decisión, 508
- Organización Internacional de Estándares (ISO), 18, 589
- Orientación
- alcance, 409
 - ángulos de Euler, 72
 - de objetos, 362
 - descripción, 35, 68, 119, 376
 - interpolación, 285

- representación, 68, 78, 364
- ORNL (*véase* Oak Ridge National Laboratory), 486
- Oscilaciones, 336
- P-2, 12
- Paletización, 454
- Panel táctil, 497
- Pantalla
 - auto-estereoscópica, 503
 - estereoscópica, 503
 - lenticular, 503
 - parallax barrier, 503
 - táctil, 497
 - visualización tridimensional, 503
- Par,
 - calculado, 325
 - rotación, 75
- Parada de emergencia, 603
- Paradoja de Rosenborough, 523
- Paralela, estructura, 34, 498
- Parámetros D-H, 126, 127
- Parámetros de visión, 507
- Peligro, 602
- Período de recuperación, 425
- Perspectiva, 85
- Peso, 506
- PID,
 - control, 324
 - parámetros, 331
- Pick and place, 22, 455
- Pintura, 446
- Pinzas, 21, 59
- Pinzas de soldadura, 60
- Pistolas de pintura, 61
- Pitch, 75
- Planificación
 - ganancias, 326
 - trayectorias, 280, 282, 287
- Plataforma de Stewart, 35, 498
- Polar, configuración, 35, 139, 223, 403
- Polinomio de interpolación, 288, 290, 291
- Posición,
 - error, 412, 526
 - representación, 65, 78
- Posidonio, 3
- Potenciómetro, 51, 536
- Prealimentación, 324
- Precisión, 412, 494, 593, 598
- Presencia virtual, 487
- Programa de telerrobótica, 560
- Programación
 - clasificación, 355, 361
 - ejemplo, 359
 - entorno, 362
 - fuera de línea, 592
 - guiado, 356
 - nivel objeto, 358, 359
 - nivel robot, 358
 - nivel tarea, 358
 - panel de, 358
 - por aprendizaje, 356, 592
 - requerimientos, 361
 - robots, 355
 - textual, 358
- Propiocepción, 488
- Protecciones, 420
- PUMA, 10, 15, 467
- Punto a punto, 414, 592
- Puntos de paso, 364, 366, 593
- Rancho Arm, 14
- RAPID, 359, 374
- RAPT, 359
- Ratón, 497
- Realidad
 - aumentada, 488
 - virtual, 487
- Realimentación
 - activa, 506
 - acústica, 506
 - cinestésica, 488
 - de fuerzas, 488, 530+C202
 - háptica, 489, 493
 - pasiva, 506
 - propioceptiva, 511
 - táctil, 488
 - visual, 493
- Realimentación visual
 - aumentada, 493
 - básica, 493
- Receptores cutáneos, 509
- Reducción, factor, 39
- Reducer,
- características, 39
- Cyclo, 39
- definición, 38
- influencia, 310
- HARMONIC-DRIVE, 39
- matriz, 310
- Redundante, robot, 36, 411
- Reflexión de fuerzas
 - aplicación, 571
 - auditiva, 518

- coeficiente de, 525
- concepto, 518
- haptica, 519
- visual, 519
- Regulador,
 - anti-windup, 335
 - I-PD, 336
 - PD, 332
 - PID, 324, 331
- Re-indexación, 517
- Relación de reducción, 39, 310
- Relaciones diferenciales, 146
- Remote Operated Vehicle (ROV), 470, 555
- Repetibilidad, 412, 494, 593, 598
- Resolver, 54
- Resolución, 412, 593
- Resonancia estructural, 332
- Restricciones virtuales, 553
- Retardo temporal, 520, 525
- Reuleaux, Franz, 32
- Reversibilidad, 494
- RIA (*véase* Asociación de Industrias Robóticas)
- Riesgo, 602
- Rigidez, 39, 495, 509
- ROBCAD, 410
- Robot,
 - adaptativo, 27, 590
 - aplicaciones, 23, 430, 439
 - angular, 34
 - características, 408, 415, 595, 598
 - cartesiano, 34
 - cilíndrico, 34
 - cinemática, 119, 120
 - clasificación, 17, 21
 - codo, 137
 - configuraciones, 26, 34
 - controlado por trayectoria, 27, 590
 - definición, 16-21
 - dinámica, 215
 - disposición, 403
 - doméstico, 20, 24, 460
 - eléctrico, 24
 - esférico, 34
 - generación, 22
 - hidráulico, 24
 - industrial, 17, 494
 - Instalación, 26
 - manipulador industrial, 590
 - mercado, 428
 - morfología, 31
 - móvil, 20, 22
 - neumático, 24
 - palabra, 1, 7
 - paralelo, 34
 - personales, 460
 - polar, 35, 139, 223, 403
 - programación, 355
 - redundante, 36, 411
 - SCARA, 11, 35, 131, 164, 282, 370, 403, 454
 - secuencial, 26, 590
 - seguridad, 417, 418
 - selección, 407
 - servicio, 19, 24, 461
 - tamaño, 506
 - teleoperado, 20, 27, 487
- Robótica,
 - comparación, 494
 - definición, 8
 - futuro, 13
 - historia, 14
 - leyes, 8
 - orígenes, 8
 - toolbox, 103
- Robots,
 - ABB IRB 2400L, 416
 - ABB IRB 3200, 406
 - ABB IRB 340, 416
 - ABB IRB 580-12, 416
 - ABB IRB6000ID, 60
 - ABB IRB6400C, 129
 - AdeptOne, 41
 - Adept Cobra S350, 416
 - AdeptThree, 41, 416
 - ASEA Irb6, 11
 - ASEA Irb60, 11
 - DISAM-E65, 369
 - FANUC ARCMate 120/s-12, 36
 - FANUC M-16iB/20, 417
 - FANUC R-2000 iA/200F, 417
 - Gaiotto 2000, 357
 - KAWASAKI ZZD-250S, 417
 - KUKA KR180-2CR, 417
 - KUKA ROBOCOASTER, 474
 - MAGGIE, 475
 - MATS, 472
 - MOTOMAN HP 20-6, 417
 - MOTOMAN HP 350-200, 417
 - OMROM NECORO, 476
 - ROCCO, 410
 - SONY AIBO, 475
 - Staübli PUMA 560C, 10, 467
 - Staübli RX270, 417
 - Staübli RS40B, 417

- ROBTET, 556
- Roll, 74
- Roomba, 12, 15
- Rosenborough (*véase* paradoja de Rosenborough)
- Rossum's Universal Robots, 7, 14
- Rotación,
 - composición, 72, 82
 - matriz, 69
 - par de, 75, 96
 - transformación, 80
- ROTEX, 15, 554, 561
- ROV (*véase* Remote Operated Vehicle)
- Rozamiento viscoso, 37, 244, 246, 314
- RPY, 74
- Salas blancas, 458
- Saturación, 333
- SCARA, 11, 35, 131, 164, 282, 370, 403, 454
- Scheinman, Victor, 10, 15
- Staübli, 360, 364
- Seguimiento corporal, 501
- Seguimiento del ojo, 501
- Seguridad
 - descripción, 417, 502
 - medidas, 419
 - normativa, 418
- Selección, 407
- Sensaciones
 - esteroceptivas, 488
 - propioceptivas, 488
 - somáticas, 488
- Sensores,
 - capacitivos, 51
 - clasificación, 51
 - comparación, 55
 - de teleoperación, 490
 - efecto Hall, 58
 - encoder, 51
 - externos, 51
 - exteroceptivos, 509
 - inductivos, 51
 - Inductosyn, 57
 - integración, 361, 364
 - internos, 51
 - LVDT, 56
 - no colocados, 336
 - ópticos absolutos, 53
 - ópticos incrementales, 52
 - posición, 51
 - potenciómetro, 51, 536
 - presencia, 58
- regla óptica, 55
- resolver, 54
- sincro-resolver, 54
- tipos, 51
- velocidad, 57
- visión, 51
- Servicio, robots, 19, 24, 461
- Servocontrol (*véase* control), 592
- Servocontrol bilateral (*véase* control bilateral)
- Servoválvula, 246
- Shakey, 10, 15
- Sheridan, T. B., 544
- Simulación
 - robots, 410
 - célula flexible, 402
- Simulador predictivo, 493, 523, 551, 568
- Sincronizado, 54
- Singularidad,
 - definición, 409, 603
 - ejemplo, 161, 163, 280, 291, 357, 377, 379, 412
 - evitación, 366
 - muñeca, 377, 384
- Sistema,
 - cartesiano, 66
 - control, 407, 411
 - de coordenadas, 67, 591, 593
 - de manipulación remota (SRMS), 558, 562, 567
 - de telemanipulación, 8, 486
 - de teleoperación, 486
 - de visión, 565
 - neuro-muscular, 508
 - noa (*véase* matriz noa)
 - teleoperado, 486, 490, 493
- Sistema de teleoperación
 - arquitectura, 489, 491
 - características, 510, 524
 - elementos, 489
 - factores funcionales, 528
- Sistemas de sujeción, 58, 59
- Sojourner, 15, 561
- Soldadura,
 - arco, 415, 444
 - Pinza, 60
 - puntos, 415, 443
- Sonda maestra, 500
- SONY, 15
- Space Mouse, 499
- Spline, 289, 291
- SRMS (*véase* Sistema de Manipulación Remota), 558

- Stanford Arm, 15
 Stanford Cart, 10, 15
 Stewart (*véase* Plataforma de Stewart)
 Sujeción, elementos, 58, 59
 Supervisión, 549
 Surveyor-3, 15, 558
- Tamaño, 506
 Tasa Interna de la Renta (TIR), 425, 427
 Taylor, Frederick W., 14
 Telekino, 4, 6
 Telemanipulación, 486
 Telemanipulador, 38, 487
Teleoperación
 aplicaciones, 554, 557
 definición, 486
 espacial, 555, 558
 médica, 556
 nuclear, 554
 orígenes, 484
 submarina, 555
 Teleoperador, 490
 Telepresencia, 487
 Teleprogramación, 492, 550
 Teleprogramación sensorial, 554
 Telepropiocepción, 488
 Telerobot, 21, 487
 Telerrobótica, 487
 Teoría del cuadripolo, 525, 544
 Tiempo de ejecución, 525
 Tipo de visión, 507, 531
 Toolbox de Robótica, 103
 Torres Quevedo, Leonardo, 4, 7
 Trackball, 497
 Transductores, 51
Transformación
 escalado, 85
 gráfico, 91
 homogénea, 77, 96
 inversa, 87
 matriz, 122
 perspectiva, 85
 Transmisiones,
 descripción, 37
 clasificación, 37
 Traslación, 78
 Trasparencia, 527
 Trayectoria,
 articular, 281
 cartesiana, 280, 283, 287
 continua, 283, 414, 592
 coordinada, 283
- eje a eje, 282
 interpolación, 287
 isocrona, 283
 muestreo, 287
 planificación, 280, 282, 287
 punto a punto, 282, 414, 592
 Tridimensional, visualización, 503
 Truss Structure Experiment (TSE), 569
 TSE (*véase* Truss Structure Experiment),
 Two-port approach (*véase* Teoría del cuadripolo)
 Turing, Allan, 14
 Turriano, Juanelo, 3, 5
- UAV (*véase* Unmanned Aerial Vehicles)
 UGV (*véase* Unmanned Ground Vehicles)
 UNE, 589
 Unimate, 9
 Unimation, 9
 Unmanned Ground Vehicles, 20
 Unmanned Aerial Vehicles, 20, 470
- V+, 359, 364, 384
 VAL II, 359, 364
 Valor Actual Neto (VAN), 425, 426
Variables
 de estado, 238
 generalizadas, 545
 Vaucanson, Jaques de, 3, 5
Vector,
 estado, 238
 posición, 67, 68
 Velocidad, 366, 413, 494, 502
 Ventosas, 59
 Versatran, 9, 14
 Vía points, 366
 Viking, 15, 558
Visualizador
 compensatorio, 513
 predictivo, 523
 transparente, 503
 tridimensional, 503
 Volumen de trabajo (*véase* Área de trabajo)
 Von Kempelen, Wolfgang, 2, 4, 6
 Von Knauss, Friedrich, 3, 5
 Von Neumann, 14
- Wasubot, 12
 Wiener, Norbert, 14
 Wind -up, 333
- Yaw, 74

FUNDAMENTOS DE ROBÓTICA

Antonio Barrientos
Luis Felipe Peñín
Carlos Balaguer
Rafael Aracil

Los robots surgen en la segunda mitad del siglo XX. Impulsados por la industria del automóvil, son en la actualidad un elemento imprescindible en muchas fábricas y talleres. Sobre ellos recae en muchos casos la responsabilidad de mantener el ritmo productivo que nuestra sociedad de consumo exige.

El correcto conocimiento de su funcionamiento y modo de aplicación se hace imprescindible para aquellos técnicos de la industria de la manufactura, que trabajan en áreas de producción, proyectos o I+D+i.

La formación del profesional de la ingeniería ha sido sensible a esta necesidad industrial y ha incluido, desde finales de los años ochenta, a la robótica como parte de sus enseñanzas, siendo asignatura troncal en estudios de diferentes carreras técnicas.

En este texto se ha buscado un equilibrio entre los temas relacionados con el conocimiento del funcionamiento del robot, en sus aspectos mecánico, informático y de control, y los que proporcionan criterios para evaluar la conveniencia de utilizar un robot, la selección y modo de uso de éste. Se trata asimismo con detalle la tele-robótica.

El texto contiene numerosos ejemplos, que junto a los más de 50 ejercicios totalmente resueltos, ayudarán a comprender y asimilar los diferentes temas. Además se incluye información sobre las normas internacionales existentes sobre robots, revisando y comentando el contenido de la mayor parte de éstas.

El estudio de esta segunda edición de *Fundamentos de Robótica* es recomendable a los alumnos de ingenierías o ciencias en las áreas de Automatización, Informática, Mecánica y Electrónica. Asimismo, con la adecuada selección de contenidos, es adecuado para estudios de ciclos tecnológicos en áreas similares a las antes indicadas. También, los profesionales interesados en conocer qué es un robot, como funciona y como debe ser utilizado, encontrarán en *Fundamentos de Robótica* una adecuada referencia.

Este Libro dispone de OLC, Online Learning Center, página web asociada, lista para su uso inmediato y creada expresamente para facilitar la labor docente del profesor y el aprendizaje de los alumnos. Se incluyen contenidos adicionales al libro y recursos para la docencia.



www.mhe.es/barrientos2