

# Proyecto 1

## Aplicaciones de EDO

Juan José Rivera Román - 20002802  
 Mario Esteban Ponce Contreras - 21000508  
 Universidad Galileo  
 Guatemala, Guatemala

**Resumen**—Al momento de trabajar con ecuaciones diferenciales de primer orden, no siempre es posible expresar la solución de manera explícita o implícita, aun cuando sea posible demostrar que dicha solución existe. En esos casos, una forma de expresar la solución a una ecuación diferencial es por medio de algún método numérico. En este proyecto se estudia y aplica el método de Runge-Kutta, uno de los métodos numéricos más precisos.

### I. INTRODUCCIÓN

En este proyecto se pone en práctica lo aprendido en el curso de ecuaciones diferenciales ordinarias, los distintos tipos de métodos para encontrar las soluciones generales y particulares, además, se explorará el método de aproximación de Runge-Kutta que permite aproximar la solución a una ecuación diferencial de primer orden con valores iniciales  $y' = f(x, y)$ ,  $y(x_0) = y_0$ .

El objetivo principal del proyecto es entender y aplicar el método de aproximación de Runge-Kutta, comparar los resultados con el método analítico estudiado en clase y comprobar la precisión del método para la resolución de ecuaciones diferenciales dados ciertos valores iniciales.

### II. PROCEDIMIENTO

Se inició la práctica investigando en distintas fuentes el método de Runge-Kutta, cómo utilizarlo y las condiciones que deben cumplir para aplicar el método. Luego se procedió a abstraer el método en código de programación para facilitar la realización pruebas que permitan validar el correcto funcionamiento del algoritmo aplicado. Finalmente, se diseñó e implementó una interfaz de usuario para que cualquier usuario pueda hacer uso del algoritmo sin conocimiento previo en programación.

#### II-A. Materiales

- Computadora con Visual Studio Code y procesador de 1.80GHz mínimo.
- Software: Nodejs, npm y Vue-cli.

#### II-B. Diagrama de flujo del proyecto

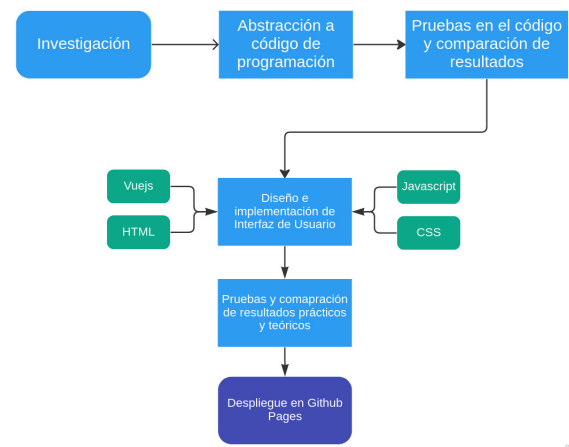


Figura 1. Diagrama de flujo del proyecto

#### II-C. Pasos del procedimiento

Siguiendo el algoritmo de aproximación del método de Runge-Kutta:

1. Se definen la ecuación  $y' = f(x, y)$  y sus valores iniciales  $x_0$  y  $y(x_0)$  además de definir el tamaño del paso  $h$  entre  $x_n$  y  $x_{n-1}$
2. Dependiendo del orden del método a utilizar, se calcula determinado número de términos que forman parte del promedio ponderado con el que se forma el polinomio de Taylor que se utiliza para aproximar la solución.

Para el método de primer orden:

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n) \quad (1)$$

Para el método de segundo orden:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}(k_1 + k_2) \quad (2)$$

Donde:

$$k_1 = f(x_n, y_n)$$

$$k_2 = f(x_n + h, y_n + hk_1)$$

Para el método de cuarto orden:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (3)$$

Donde:

$$\begin{aligned} k_1 &= f(x_n, y_n) \\ k_2 &= f\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_1\right) \\ k_3 &= f\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_2\right) \\ k_4 &= f(x_n + h, y_n + hk_3) \end{aligned}$$

Finalmente, se compararon los resultados obtenidos por medio del método analítico con los resultados obtenidos por medio del método de Runge-Kutta de diferente orden. En general, la aproximación es mucho mejor al aumentar el grado del método, y gráficamente, es mucho más fácil apreciar la precisión de la aproximación en cuanto menor sea el paso  $h$  entre cada iteración.

### III. RESULTADOS

#### III-A. Prueba 1

Cuadro I  
DATOS PARA LA PRUEBA 1

Variable	Valor inicial
EDO	$y' = x + 1 - y$
$h$	0.25
$y(0)$	0
$x$	1
Solución	$y(x) = x$

Cuadro II  
RESULTADOS DE LA PRUEBA 1

$x_n$	$k_1$	$k_2$	$y_n$	Valor real	% de error
0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.00 %
0.25	1.0265	1.2356	1.2356	1.4567	1.8946
0.50	1.0265	1.2356	1.2356	1.4567	1.8946
0.75	1.0265	1.2356	1.2356	1.4567	1.8946
1.00	1.0265	1.2356	1.2356	1.4567	1.8946

#### III-B. Graficas

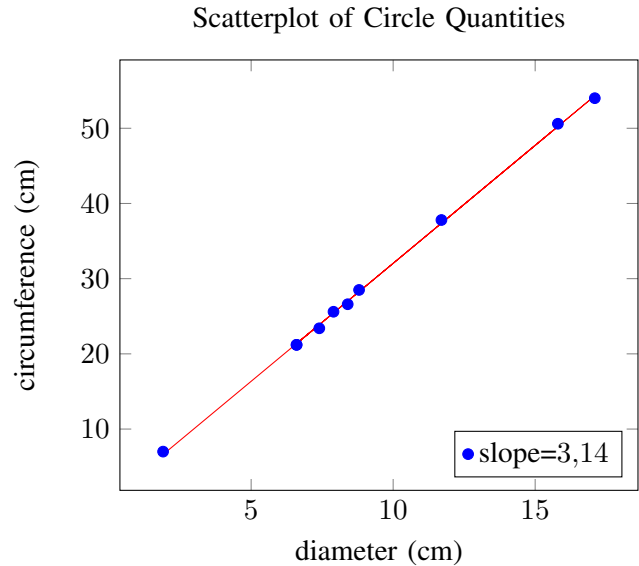


Figura 2. Ejemplo de gráfica

### IV. DISCUSIÓN / ANÁLISIS

En esta sección se discute los resultados obtenidos en el laboratorio. Esta incluye la interpretación de los datos, el análisis y explicación de los resultados . **Esta es la parte más importante del reporte**

### V. CONCLUSIÓN

Esta sección incluye una última discusión de los resultados y como estos se relacionan con la hipótesis descrita en la introducción. La idea es transmitir lo que se ha aprendido al realizar la práctica.

En las referencias se incluyen toda la bibliografía utilizada, así como las fuentes de donde se obtuvo la data.

### REFERENCIAS

- [1] M. Carter, E. Wiebe, and M. Ferzli, *LabWrite*, [https://www.ncsu.edu/labwrite/index\\_labwrite.htm](https://www.ncsu.edu/labwrite/index_labwrite.htm), NC State University, 2004.
- [2] D. Fullerton, *APlusPhysics*, [http://www.aplusphysics.com/courses/regents/lab\\_report.html](http://www.aplusphysics.com/courses/regents/lab_report.html), 2016.
- [3] T. Svoronos, *How I Will Write My Dissertation*, <http://teddysvoronos.com/2014/12/26/how-i-will-write-my-dissertation-3/>, 2014.
- [4] G. Clarion, *Rocklin High School*, 2009.