



**Provincia
Misionera de San
Francisco Solano
del Perú - OFM**

I.E. Parroquial “San Francisco de Asís”



San Francisco de Asís nos enseña a establecer una profunda relación con Dios, con el hombre y la naturaleza a través de nuestro cuerpo.

Paz y Bien

ÁREA: Raz. Matemático

TEMA: Razones y proporciones

2º de secundaria





Razones y proporciones



RAZÓN

Es la comparación que se establece entre dos cantidades de una magnitud, mediante las operaciones de sustracción o división. Lo definido nos indica que existen dos clases de razón:

Razón aritmética

Es la que se obtiene mediante la sustracción y consiste en determinar en cuanto excede una de las cantidades a la otra.

Ejemplo:

Los automóviles A y B se desplazan con velocidades de 25 m/s y 20 m/s respectivamente. Comparemos sus velocidades:

$$\begin{array}{ccc} & & \text{Valor de} \\ & & \text{la razón} \\ \underline{25 \text{ m/s}} - \underline{20 \text{ m/s}} & = & 5 \text{ m/s} \\ \text{Antecedente} & & \text{Consecuente} \end{array}$$

Razón geométrica

Es la que se obtiene mediante la división y consiste en determinar cuántas veces cada una de las cantidades contiene la unidad de referencia.

Ejemplo:

Los edificios M y N tienen una altura de 48 m y 36 m respectivamente. Comparemos sus alturas:

$$\begin{array}{ccc} & & \text{Valor de} \\ & & \text{la razón} \\ \text{Antecedente} \rightarrow 48 \text{ m} & = & \frac{4}{3} \\ \text{Consecuente} \rightarrow 36 \text{ m} & & \end{array}$$

PROPORCIÓN

Es la igualdad en valor numérico de dos razones de la misma clase.

Proporción aritmética

Es aquella que se forma al igualar los valores numéricos de dos razones aritméticas.

Ejemplo:

Se tienen cuatro artículos cuyos precios son: S/.15, S/.13, S/.9 y S/.7, los cuales se comparan:

$$\begin{array}{l} S/.15 - S/.13 = S/.2 \\ S/.9 - S/.7 = S/.2 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Términos extremos} \\ S/.15 - S/.13 = S/.9 - S/.7 \\ \text{Términos medios} \end{array} \right\}$$

Dependiendo del valor que asumen los términos medios se presentan dos tipos:

Discreta: cuando los valores de los términos medios son diferentes.

Ejemplo:

Forma una proporción aritmética con las alturas de 4 edificios que son: 25 m; 18 m; 42 m y 35 m.

$$\begin{array}{l} 25 - 18 = 42 - 35 \\ 35: 25 = 42: 18 \end{array}$$

35: cuarta diferencial de 25; 18 y 42.

Continua: cuando los valores de los términos medios son iguales.

Ejemplo:

Forma una proporción aritmética continua con los volúmenes de 4 recipientes que son: 19 L, 15 L y 11 L.

$$\begin{array}{l} 19 - 15 = 15 - 11 \\ 15: 19 = 11: 15 \\ 11: 19 = 15: 15 \end{array}$$

15: media diferencial de 19 y 11.
11: tercera diferencial de 19 y 15.

Proporción geométrica

Es aquella que se forma al igualar los valores numéricos de dos razones geométricas.

Ejemplo:

Se tienen 4 recipientes cuyas capacidades son: 21 L, 7 L, 15 L y 5 L, los cuales se comparan:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{21L}{7L} = 3 \\ \frac{15L}{5L} = 3 \end{array} \right\} \frac{21L}{7L} = \frac{15L}{5L} \quad \begin{array}{l} 21L \text{ y } 5L: \text{ términos extremos} \\ 7L \text{ y } 15L: \text{ términos medios} \end{array}$$

Dependiendo del valor que asumen los términos medios se presentan 2 clases:

Discreta: cuando los valores de los términos medios son diferentes.

Ejemplo:

Forma una proporción geométrica discreta con las notas de 4 estudiantes que son: 20; 16; 15 y 12.

$$\bullet \frac{20}{16} = \frac{15}{12}$$

12: cuarta proporcional de 20, 16 y 15

Continua: cuando los valores de los términos medios son iguales.

Ejemplo:

Forma una proporción geométrica continua con las medidas de 3 ángulos que son: 12; 18 y 27.

$$\bullet \frac{12}{18} = \frac{18}{27}$$

18: media proporcional de 12 y 27.
27: tercera proporcional de 12 y 18.

SERIE DE RAZONES GEOMÉTRICAS EQUIVALENTES (SRGE)

Consideremos razones geométricas que tienen el mismo valor numérico.

$$\frac{10}{5} = 2 \quad \frac{14}{7} = 2 \quad \frac{18}{9} = 2 \quad \frac{12}{6} = 2$$

$$\text{Igualando: } \frac{10}{5} = \frac{14}{7} = \frac{18}{9} = \frac{12}{6} = 2$$

Donde: 10; 14; 18 y 12 son los antecedentes.

5; 7; 9 y 6 son los consecuentes.

2 es la constante de proporcionalidad.

Se cumple:

$$\bullet \frac{10 + 14 + 18 + 12}{5 + 7 + 9 + 6} = \frac{54}{27} = 2 \quad \bullet \frac{10 + 14 + 18}{5 + 7 + 9} = \frac{42}{21} = 2$$

En ambos casos la constante de proporcionalidad no varía.

$$\frac{\text{Suma de antecedentes}}{\text{Suma de consecuentes}} = \text{constante}$$

$$\bullet \frac{10 \times 14 \times 18 \times 12}{5 \times 7 \times 9 \times 6} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 \quad \bullet \frac{10 \times 14 \times 18}{5 \times 7 \times 9} = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

Al multiplicar los antecedentes y consecuentes, la constante de proporcionalidad se ve afectada de un exponente que es igual al número de razones que se consideran en la multiplicación.

$$\frac{\text{Producto de antecedentes}}{\text{Producto de consecuentes}} = (\text{constante})^n$$

n: número de razones que se multiplican.

Practiquemos:

1. Dos números son entre sí como 10 es a 9. Si la suma de la mitad del mayor y la tercera parte del menor es 120, halla el menor de los números.

A) 150 B) 120 C) 140 D) 165 E) 135

Practiquemos:

2. Las edades de dos personas son entre sí como 5 es a 7. Dentro de 8 años la razón de sus edades será de 3 a 4. Halla la mayor edad.

A) 56

B) 40

C) 48

D) 54

E) 45

Practiquemos:

3. Las edades actuales de dos personas son 50 y 40. ¿Dentro de cuántos años la relación de sus edades será igual a $\frac{8}{7}$?

A) 30

B) 28

C) 36

D) 32

E) 40

le San
olano
FM

Practiquemos:

4. ¿Dentro de cuántos años la relación de las edades de dos amigos será igual a $7/6$, si sus edades actuales son 39 y 28 años?

A) 42

B) 45

C) 38

D) 37

E) 39

Practiquemos:

5. Si 8 es la cuarta proporcional de "a", 6 y "b"; y "a" es la cuarta proporcional de "b", 16 y 48, halla el valor de $(b - a)$.

A) 5

B) 12

C) 6

D) 8

E) 10

Practiquemos:

6. La cuarta proporcional de 6; 15 y "a" es 20 y la media proporcional de 36 y "b" es 12. Halla la cuarta proporcional de "a", "b" y 60.

A) 32

B) 30

C) 36

D) 34

E) 35

e San
olano
FM

Practiquemos:

7. Si: $\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c} = \frac{D}{d} = 3$

Halla el valor de:

$$E = \left(\frac{A^2 + B^2 + C^2 + D^2 + 9}{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 1} \right) \times \left(\frac{A + B + C + D + 3}{a + b + c + d + 1} \right)$$

- A) 24 B) 33 C) 30 D) 21 E) 27

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c} = \frac{D}{d} = \frac{3}{1} \rightarrow \frac{A+B+C+D+3}{a+b+c+d+1} = 3$$

$$\frac{A^2}{a^2} = \frac{B^2}{b^2} = \frac{C^2}{c^2} = \frac{D^2}{d^2} = \frac{9}{1}$$

$$\rightarrow \frac{A^2 + B^2 + C^2 + D^2 + 9}{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 1} = 9$$

$$\therefore E = 9 \times 3 = 27$$

8. Si: $\frac{V}{448} = \frac{E}{V} = \frac{N}{E} = \frac{U}{N} = \frac{S}{U} = \frac{7}{S} = k$

Calcula: $(V + E + N + U + S)$

- A) 436 B) 332 C) 434 D) 338 E) 328

$$\frac{V \times E \times N \times U \times S \times 7}{448 \times V \times E \times N \times U \times S} = k^6 \rightarrow k^6 = \frac{1}{64} \rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$\frac{V}{448} = \frac{E}{V} = \frac{N}{E} = \frac{U}{N} = \frac{S}{U} = \frac{7}{S} = \frac{1}{2}$$

$$S = 14; U = 28; N = 56; E = 112; V = 224$$

$$\therefore V + E + N + U + S = 224 + 112 + 56 + 28 + 14 = 434$$



GRACIAS

Provincia
de San
Francisco Solano
del Perú - OFM