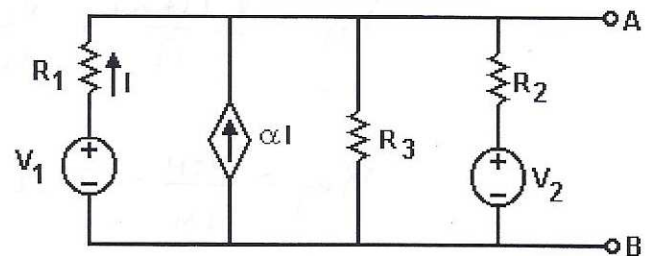


Apellidos.....Nombre.....
Grupo.....

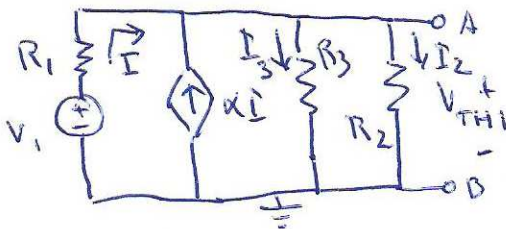
Nota importante: Toda corriente o tensión que se utilice en las ecuaciones ha de estar necesariamente identificada en el circuito correspondiente

1) (4/12) En el circuito de la figura:

- a) Determinar, utilizando el principio de superposición, las expresiones de la tensión equivalente de Thevenin y de la corriente equivalente de Norton, entre los terminales A y B
b) Considerando todas las resistencias iguales a 10 ohm, $\alpha=2$, $V_1=5V$ y $V_2=10V$, determinar los valores de los componentes del circuito equivalente de Thevenin.



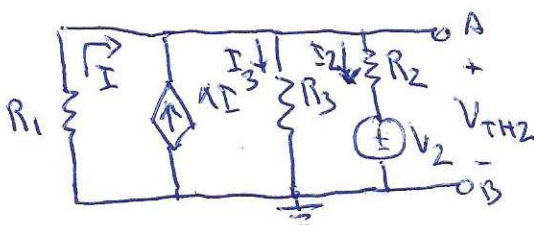
a) Eliminando V_2



$$I + \alpha I = I_3 + I_2 \quad \left\{ \begin{aligned} (\alpha+1) \frac{V_1 - V_A}{R_1} &= \frac{V_A}{R_2} + \frac{V_A}{R_3} \\ I &= \frac{V_1 - V_A}{R_1} \end{aligned} \right.$$

$$V_{TH1} = V_A = \frac{V_1 (1+\alpha) R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + (1+\alpha) R_2 R_3}$$

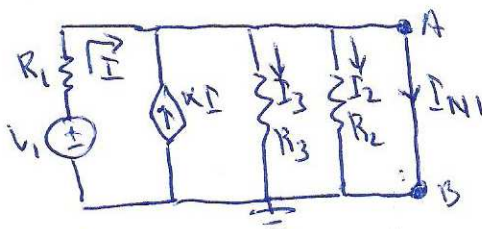
Eliminando V_1



$$I + \alpha I = I_2 + I_3 \quad \left\{ \begin{aligned} -(\alpha+1) \frac{V_A}{R_1} &= \frac{V_A - V_2}{R_2} + \frac{V_A}{R_3} \\ I &= \frac{0 - V_A}{R_1} \end{aligned} \right.$$

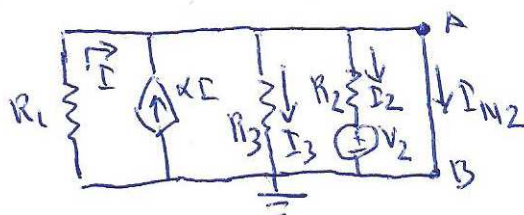
$$V_{TH2} = V_A = \frac{V_2 R_1 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + (1+\alpha) R_2 R_3}$$

Eliminando V_2



$$I + \alpha I = I_3 + I_2 + I_{N1} \quad \left\{ \begin{aligned} V_A = 0 \Rightarrow \begin{cases} I_2 = 0 \\ I_3 = 0 \\ I = \frac{V_1}{R_1} \end{cases} \end{aligned} \right. \quad \left| \quad I_{N1} = (1+\alpha) \frac{V_1}{R_1} \right.$$

y eliminando V_1



$$I + \alpha I = I_3 + I_2 + I_{N2} \quad \left\{ \begin{aligned} V_A = 0 \Rightarrow \begin{cases} I = 0 \rightarrow \alpha I = 0 \\ I_3 = 0 \\ I_2 = -\frac{V_2}{R_2} \end{cases} \end{aligned} \right. \quad \left| \quad I_{N2} = \frac{V_2}{R_2} \right.$$

$$V_{TH} = V_{TH1} + V_{TH2}$$

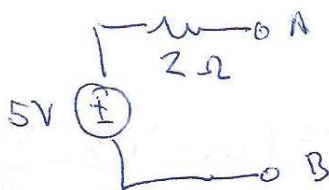
$$I_N = I_{N1} + I_{N2}$$

b) Con todas las resistencias iguales

$$V_{TH} = \frac{V_1(1+\alpha) + V_2}{3+\alpha} = \frac{15+10}{5} = 5 \text{ V}$$

$$I_N = \frac{V_1(1+\alpha)}{R} + \frac{V_2}{R} = \frac{15}{10} + \frac{10}{10} = 2.5 \text{ A}$$

$$R_{eq} = \frac{V_{TH}}{I_N} = 2 \Omega$$



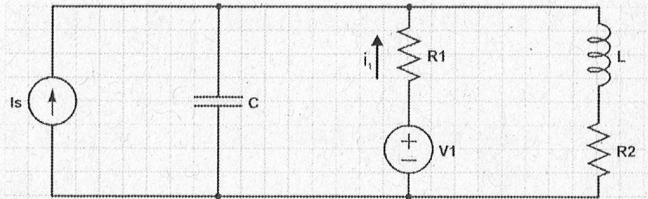
Apellidos.....Nombre.....

Grupo.....

Nota importante: Toda corriente o tensión que se utilice en las ecuaciones ha de estar necesariamente identificada en el circuito correspondiente

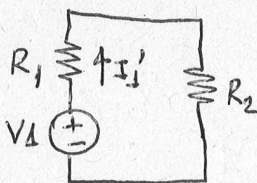
2) (4/12) La fuente de corriente sinusoidal del circuito de la figura está descrita por $I_s(t) = I_0 \cos(\omega t)$. V1, a su vez, corresponde a una fuente de tensión continua.

- Calcular la expresión de la corriente i_1 que pasa a través de la resistencia R1 en función de las impedancias del circuito.
- Calcular i_1 en los límites de $\omega = 0$ y $\omega \rightarrow \infty$.
- Si $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$, $C = 50 \text{ nF}$, $L = 10 \text{ mH}$, $V_1 = 60 \text{ V}$, $I_0 = 0.1 \text{ A}$ y $\omega = 10^4 \text{ rad/s}$, calcular la componente alterna de $i_1(t)$.



a) Fuentes con diferente frecuencias \rightarrow Principio de superposición

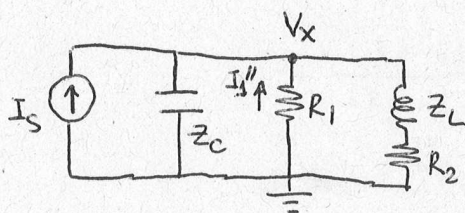
componente continua: fuente de corriente anulada



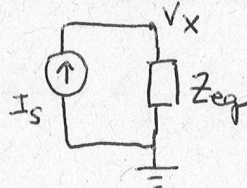
$$\omega = 0 \quad \begin{cases} Z_C \rightarrow \infty \\ Z_L \rightarrow 0 \end{cases}$$

$$I_1' = \frac{V_1}{R_1 + R_2}$$

componente alterna: fuente de tensión anulada



impedancia equivalente



$$V_x = I_s \cdot Z_{eq}$$

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + Z_L} = \frac{Z_C(R_2 + Z_L) + R_1(R_2 + Z_L) + R_1 Z_C}{R_1 Z_C (R_2 + Z_L)}$$

$$Z_{eq} = \frac{R_1 Z_C (R_2 + Z_L)}{(R_1 + Z_C)(R_2 + Z_L) + R_1 Z_C}$$

$$I_1'' = -\frac{V_x}{R_1} = -\frac{Z_C (R_2 + Z_L)}{(R_1 + Z_C)(R_2 + Z_L) + R_1 Z_C} \cdot I_s$$

$$\therefore I_1 = \frac{V_1}{R_1 + R_2} - \frac{Z_C (R_2 + Z_L)}{(R_1 + Z_C)(R_2 + Z_L) + R_1 Z_C} \cdot I_s$$

$$b) \omega=0 \quad Z_C \rightarrow \infty \quad Z_L=0$$

$$\lim_{\omega=0} I_1 = \frac{V}{R_1+R_2} - \frac{R_2}{R_1\left(1+\frac{R_2}{Z_C}\right)+R_2} \cdot I_S = \frac{V}{R_1+R_2} - \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot I_S$$

$$\omega \rightarrow \infty \quad Z_C \rightarrow 0 \quad Z_L \rightarrow \infty$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} I_1 = \frac{V}{R_1+R_2}$$

$$c) C=50\text{nF}; L=10\text{mH}; R_1=1\text{k}\Omega; R_2=5\text{k}\Omega; \omega=10^4\text{rad/s}; V_1=60\text{V}; I_0=0,1\text{A}$$

$$Z_C = -\frac{j}{\omega C} = -j2\text{k}\Omega$$

$$Z_L = j\omega L = j0,1\text{k}\Omega$$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1+R_2} - \frac{Z_C(Z_L+R_2)}{(Z_L+R_2)(Z_C+R_1)+R_1Z_C} \cdot I_S$$

$$I_1 = \frac{60\text{V}}{6\text{k}\Omega} - \frac{0,2-j10}{5,2-j11,9} \cdot I_0 = \underbrace{0,01\text{A}}_{\text{comp. continua}} - \underbrace{\frac{0,2-j10}{5,2-j11,9} I_0}_{\text{comp. alterna}}$$

Componente alterna: transformando de la forma cartesiana a polar

$$\left| \frac{0,2-j10}{5,2-j11} \right| \cong \frac{10}{12,99} \cong 0,77$$

el ángulo de fase asociado al número complejo $\frac{0,2-j10}{5,2-j11}$ es:

$$\phi = \arctg\left(-\frac{10}{0,2}\right) - \arctg\left(-\frac{11}{5,2}\right) \cong -88,85^\circ - (-66,4^\circ) \cong -22,45^\circ$$

$$I_1(t) = 0,01 - 0,077(\cos 10^4 t - 22,45^\circ) \quad \text{A}$$

$$I_1(t) = 0,01 + 0,077(\cos 10^4 t + 157,55^\circ) \quad \text{A}$$

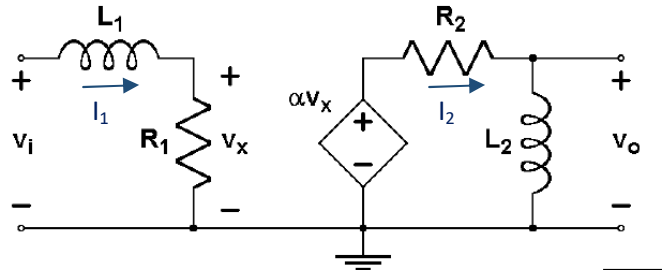
Apellidos.....Nombre.....

Grupo.....

Nota importante: Toda corriente o tensión que se utilice en las ecuaciones ha de estar necesariamente identificada en el circuito correspondiente

3) (4/12) Para el circuito de la figura:

- Calcular en función de la frecuencia angular la ganancia de voltaje ($A_v = V_o/V_i$), su módulo y su fase considerando α real y positivo.
- Determinar los comportamientos asintóticos del módulo y la fase de la ganancia de voltaje.
- Representar el diagrama de Bode del módulo de la ganancia de voltaje para $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$, $L_1 = 100 \text{ mH}$, $L_2 = 20 \text{ mH}$, $\alpha = 4$.
- Para los valores del apartado anterior ¿Qué tipo de filtro tenemos? ¿Cuál es el valor máximo del módulo de la ganancia de voltaje?



a)

$$v_x = I_1 \cdot R_1 = \frac{v_i \cdot R_1}{R_1 + j\omega L_1}$$

$$v_o = I_2 \cdot j\omega L_2 = \frac{\alpha v_x}{R_2 + j\omega L_2} j\omega L_2 = \frac{\alpha v_i \cdot R_1 \cdot j\omega L_2}{(R_1 + j\omega L_1)(R_2 + j\omega L_2)}$$

Por tanto:

$$A_v = \frac{\alpha \cdot R_1 \cdot j\omega L_2}{(R_1 + j\omega L_1)(R_2 + j\omega L_2)}$$

Nota: No es necesario operar más. De esta forma va a ser más fácil obtener el diagrama de Bode.

$$|A_v| = \frac{\omega L_2 \cdot \alpha R_1}{\sqrt{R_1^2 + (\omega L_1)^2} \sqrt{R_2^2 + (\omega L_2)^2}}$$

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \operatorname{artg}\left(\frac{\omega L_1}{R_1}\right) - \operatorname{artg}\left(\frac{\omega L_2}{R_2}\right)$$

b) Si $\omega \rightarrow 0$

$$|A_v| = \frac{0}{\sqrt{R_1^2 + (0)^2} \sqrt{R_2^2 + (0)^2}} = 0$$

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \operatorname{artg}\left(\frac{0}{R_1}\right) - \operatorname{artg}\left(\frac{0}{R_2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

Si $w \rightarrow \infty$

$$|A_v| \rightarrow \frac{wL_2 \propto R_1}{\sqrt{(wL_1)^2} \sqrt{(wL_2)^2}} = \frac{\propto R_1}{wL_1} = \frac{\propto R_1}{\infty} = 0$$

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \text{artg}\left(\frac{\infty}{R_1}\right) - \text{artg}\left(\frac{\infty}{R_2}\right) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$$

c) Lo primero que necesitamos es calcular $|A_v|_{dB}$

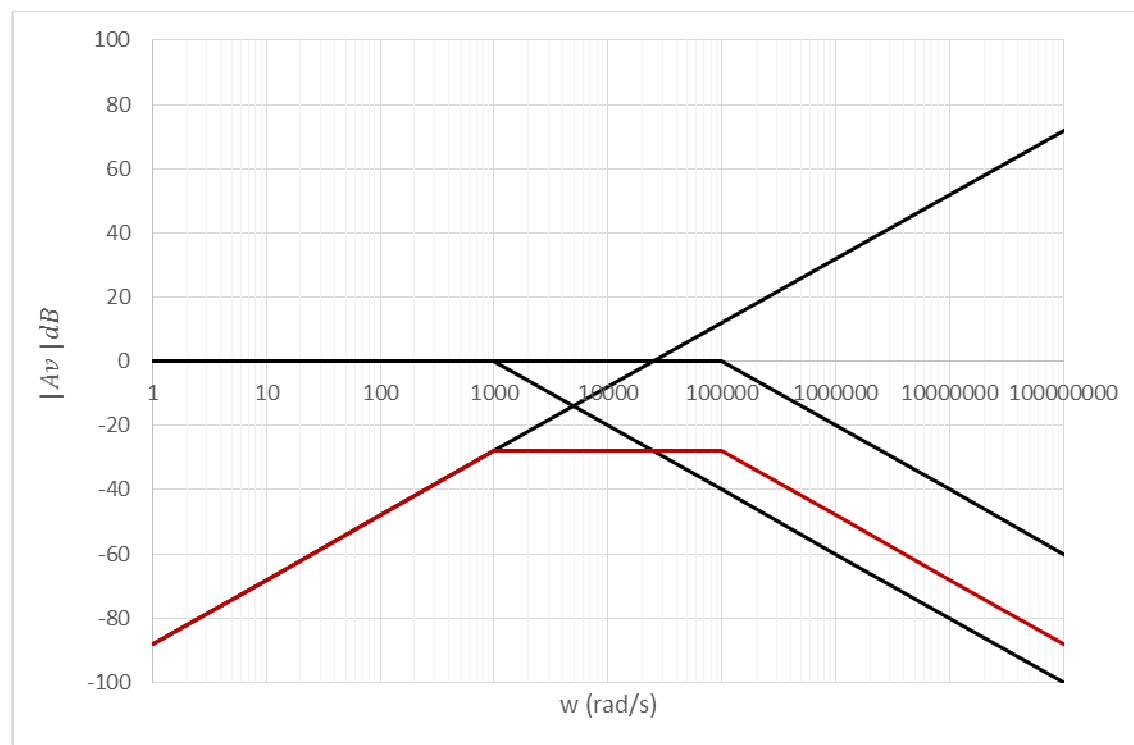
$$\begin{aligned} |A_v|_{dB} &= 20 \lg |A_v| = 20 \lg \left(\frac{wL_2 \propto R_1}{R_1 R_2 \sqrt{1 + (wL_1/R_1)^2} \sqrt{1 + (wL_2/R_2)^2}} \right) \\ &= 20 \lg \left(\frac{wL_2 \propto}{R_2} \right) - 20 \lg \left(\sqrt{1 + (wL_1/R_1)^2} \right) - 20 \lg \left(\sqrt{1 + (wL_2/R_2)^2} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{R_2}{\propto L_2} = \frac{2 \cdot 10^3}{4 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = 25000 \text{ rad/s}$$

$$\frac{R_1}{L_1} = \frac{100}{100 \cdot 10^{-3}} = 1000 \text{ rad/s}$$

$$\frac{R_2}{L_2} = \frac{2 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^{-3}} = 100000 \text{ rad/s}$$

Si representamos cada término en escala semilogarítmica y hacemos la suma de las 3 contribuciones (rojo) tenemos:



d) Tenemos un filtro de pasa banda con $|A_v|_{max} = -27.96 \text{ dB} = -20 \lg(1000/25000)$