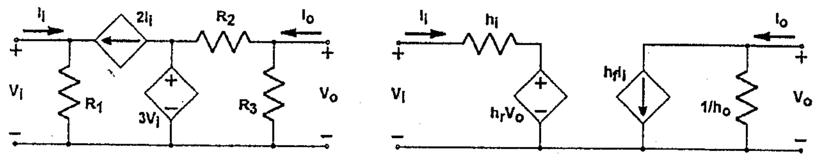
PROBLEMAS DE CIRCUITOS ELECTRÓNICOS
2º Curso de Grado en Ingeniería Informática – 11/12

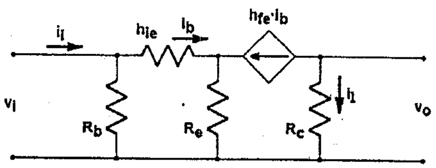
TEMA 2: Circuitos de dos puertos

1.- Determinar los valores de h_i, h_r, h_f y h_o del circuito de la derecha para que ambos circuitos (cuadrupolos) tengan un comportamiento equivalente.



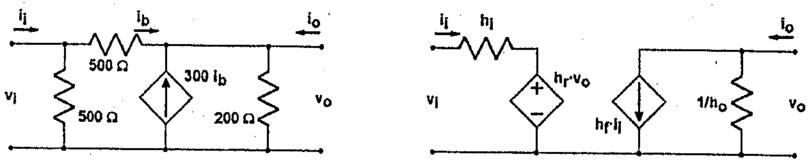
Solución: $h_i = 3R_1$, $h_r = 0$
$h_f = -9R_1/R_2$, $h_o = R_2^{-1} + R_3^{-1}$

2.- En el circuito de la figura, $h_{fe} = 99$, $h_{ie} = 500\ \Omega$, $R_b = 8\ K\Omega$, $R_e = 75\ \Omega$, $R_c = 100\ \Omega$. Calcular la impedancia de entrada, $Z_i = v_i/i_i$, la impedancia de salida, $Z_o = v_o/i_l$, y la amplificación de intensidad, $A_i = i_l/i_i$.



Solución: $Z_i = 4\ K\Omega$, $Z_o = 100\ \Omega$, $A_i = -49.5$

3.- Encontrar los valores de los parámetros, h_i, h_r, h_f y h_o del cuadrupolo de la figura (b), (modelo de parámetros híbridos) para que sea completamente equivalente al circuito de la figura (a).En la figura (a), $h_{fe} = 300$.



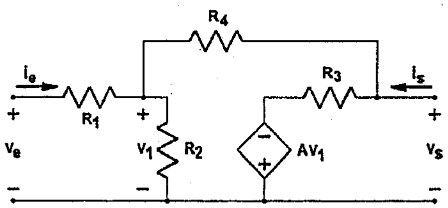
(a) (b)

Solución: $h_i = 250\ \Omega$, $h_r = 0.5$
$h_f = -150.5$, $h_o = 0.306\ \Omega^{-1}$

4.- En un circuito de dos puertas se efectúan las siguientes medidas: a) con la puerta de salida abierta $V_1 = 20$ mV, $I_1 = 0.25\ \mu A$ y $V_2 = -5V$; b) con la puerta de salida cortocircuitada $V_1 = 10$ V, $I_1 = 200\ \mu A$ e $I_2 = 50\ \mu A$. Calcular el circuito equivalente de parámetros g.

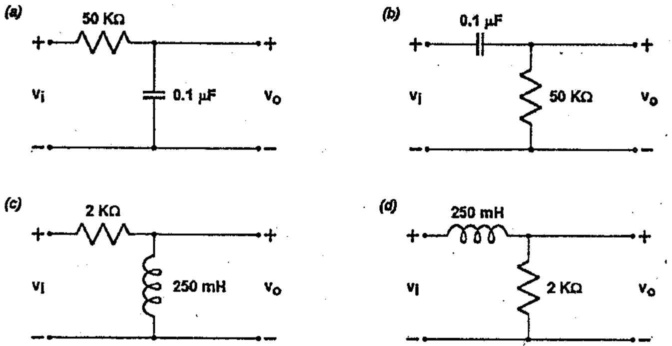
Solución: $g_{11} = 1/(80\ K\Omega)$, $g_{12} = 1.5$
$g_{21} = -250$, $g_{22} = 50\ M\Omega$

5.- Determinar el modelo equivalente h del amplificador de la figura:



Solución: $h_i = R_1 + R_2 \| R_4$, $h_r = R_2 / (R_2 + R_4)$
$h_f = (1/R_3 - 1/R_4)(R_2 \| R_4)$, $h_o = 1/(R_2 \| R_4) + (1/R_3 - 1/R_4)R_2/(R_2 + R_4)$

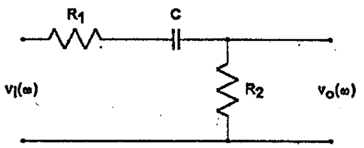
6.- Encontrar la función de transferencia A_V de las siguientes redes y dibujar los correspondientes diagramas de Bode en su aproximación por líneas rectas.



Solución:
a) $A_v = \dfrac{1}{1 + jRC\omega}$
b) $A_v = CR\dfrac{j\omega}{1 + j\omega CR}$
c) $A_v = \dfrac{L}{R}\dfrac{j\omega}{1 + j\omega \dfrac{L}{R}}$
d) $A_v = \dfrac{1}{1 + j\omega \dfrac{L}{R}}$

7.- En el circuito de la figura, siendo $R_1 = 1$ KΩ, $R_2 = 4$ KΩ y $C = 10^{-6}$ F,

a) Encontrar la función de transferencia A_V.
b) ¿De qué tipo de filtro se trata?
c) Encontrar la frecuencia para la que $|A_V| = 0.2$.



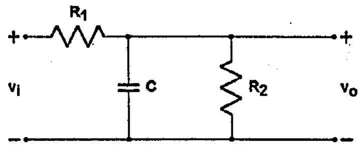
Solución: *a)* $A_v = 4\cdot 10^{-3}\dfrac{j\omega}{1+j5\cdot 10^{-3}\omega}$

b) Paso alto

c) $\omega = 51.6$ rad $\cdot\, s^{-1}$

8.- Para el circuito de la figura:

a) Calcular la función de transferencia A_V e identificar el tipo de filtro por su comportamiento.
b) Identificar las frecuencias de corte (polos y ceros).
c) Suponiendo: $R_1 = 9$ KΩ, $R_2 = 1$ KΩ y $C = 0.177$ μF, dibujar esquemáticamente el diagrama de Bode del módulo de la función de transferencia A_V.



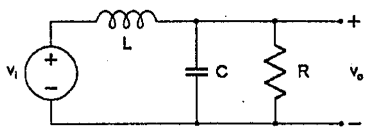
Solución: *a)* $A_v = \dfrac{R_2}{R_1+R_2}\dfrac{1}{1+j\omega\dfrac{CR_1R_2}{R_1+R_2}}$

Paso bajo.

b) Polo en $\omega = (R_1+R_2)/(CR_1R_2)$

9.- Dado el siguiente circuito de corriente alterna:

a) Hallar la función de transferencia $H(j\omega) = v_o/v_i$.
b) Calcular el valor de la frecuencia angular, ω, para la cuál la impedancia equivalente del circuito, Z_{eq}, es puramente resistiva.

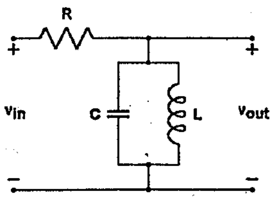


Solución: *a)* $A_v = \dfrac{1}{j\omega L\left[\dfrac{1}{R}+j\left(\omega C-\dfrac{1}{\omega L}\right)\right]}$

b) $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

10.- El circuito de la figura es un filtro paso de banda. Calcular:

a) El módulo de la ganancia de voltaje en función de la frecuencia f.
b) La frecuencia f_0 para la cual la ganancia es máxima.
c) La ganancia $|A_V^{máx}|$ para dicha frecuencia.
d) Las dos frecuencias de corte, f_1 y f_2, y su separación Δf (no considerar las soluciones negativas).



Solución:

a) $|A_v| = \left[1+R^2\left(2\pi f C-\dfrac{1}{2\pi f L}\right)^2\right]^{-1/2}$

b) $f_o = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

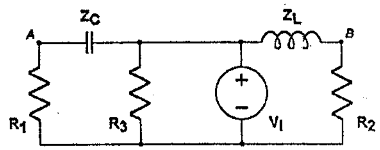
c) $|A_v^{máx}| = 1$

d) $f_1 = \dfrac{1}{2\pi}\left[-\dfrac{1}{2RC}+\sqrt{\left(\dfrac{1}{2RC}\right)^2+\dfrac{1}{CL}}\right]$

$f_2 = \dfrac{1}{2\pi}\left[\dfrac{1}{2RC}+\sqrt{\left(\dfrac{1}{2RC}\right)^2+\dfrac{1}{CL}}\right]$

$\Delta f = f_2 - f_1 = \dfrac{1}{2\pi RC}$

11.- En el circuito siguiente la fuente de tensión es una fuente sinusoidal de amplitud V_i y frecuencia variable ω.

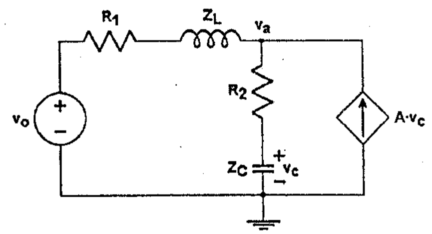


a) Deducir la expresión de la función de transferencia v_{AB}/v_i en función de la frecuencia, y calcular el valor de su módulo para los casos $\omega\to 0$ y $\omega\to\infty$.
b) Dibujar los circuitos equivalentes para los dos casos anteriores ($\omega\to 0$ y $\omega\to\infty$) y calcular en ellos v_{AB}/v_i.

Solución: *a)* $\dfrac{v_{AB}}{v_i} = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{j\omega CR_1}} - \dfrac{1}{1+\dfrac{j\omega L}{R_2}} \Rightarrow \begin{cases} \left|\dfrac{v_{AB}}{v_i}\right|_{\omega\to 0} = |-1| \\ \left|\dfrac{v_{AB}}{v_i}\right|_{\omega\to\infty} = |+1| \end{cases}$

12.- Para el circuito de la figura, y suponiendo que V_o sea una tensión sinusoidal:

a) Determinar una expresión para el cociente (V_a/V_o), así como los límites de su módulo cuando ω tiende a cero y a infinito.
b) Para una amplitud de V_o de 6 V y unos valores de $R_1 = 1\ \Omega$, $R_2 = 3\ \Omega$, $A = 2\ \Omega^{-1}$ y a una frecuencia a la que $Z_L = j\,2\ \Omega$ y $Z_C = -j\,5\ \Omega$ determinar la amplitud de V_a así como su fase con respecto a V_o.



Solución: *a)* $\dfrac{v_a}{v_o} = \dfrac{1}{1+\dfrac{(-A+j\omega C)(R_1+j\omega L)}{1+j\omega CR_2}R_1} \Rightarrow \begin{cases} \left|\dfrac{v_a}{v_o}\right|_{\omega\to 0} = \left|\dfrac{1}{1-AR_1}\right| \\ \left|\dfrac{v_a}{v_o}\right|_{\omega\to\infty} = 0 \end{cases}$

b) $|V_a| = 2$ V

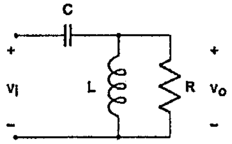
$\theta = -35.4° = -0.618$ rad

13.- El circuito de la figura es un filtro:

a) Dibujar el circuito equivalente en los casos $\omega = 0$ y $\omega \to \infty$, y estimar el valor del módulo de la función de transferencia en ambos casos.

b) Calcular la impedancia vista desde la entrada $Z(j\omega)$.

c) Calcular la función de transferencia $A_V(j\omega)$, su módulo y su fase.



Solución: *a)* $|A_V|_{\omega=0} = 0$

$|A_V|_{\omega\to\infty} \to 1$

$\Rightarrow$ Filtro de paso alto.

b) $$Z_i(j\omega)=\frac{1}{j\omega C}+\frac{j\omega L}{1+j\omega\frac{L}{R}}$$

c) $$A_v(j\omega)=\frac{\omega^2 LC}{\omega^2 LC-1-j\omega\frac{L}{R}},$$

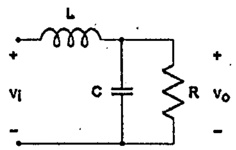
$$|A_v(j\omega)|=\frac{\omega^2 LC}{\sqrt{(\omega^2 LC-1)^2+\left(\omega\frac{L}{R}\right)^2}},\qquad \theta = arctg\,\frac{\omega L}{R(\omega^2 LC-1)}$$

14.- El circuito de la figura es un filtro:

a) Dibujar el circuito equivalente en los casos $\omega = 0$ y $\omega \to \infty$, y estimar el valor del módulo de la función de transferencia en ambos casos.

b) Calcular la impedancia vista desde la entrada $Z(j\omega)$.

c) Calcular la función de transferencia $A_V(j\omega)$, su módulo y su fase.



Solución:

a) $|A_V|_{\omega=0} = 1$

$|A_V|_{\omega\to\infty} \to 0$

$\Rightarrow$ Filtro de paso bajo.

b) $$Z_i(j\omega)=j\omega L+\frac{R}{1+j\omega CR}$$

c) $$A_v(j\omega)=\frac{1}{1-\omega^2 LC+j\omega\frac{L}{R}},$$

$$|A_v(j\omega)|=\frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2 LC)^2+\left(\omega\frac{L}{R}\right)^2}},\qquad \theta = arctg\,\frac{-\omega L}{R(1-\omega^2 LC)}$$

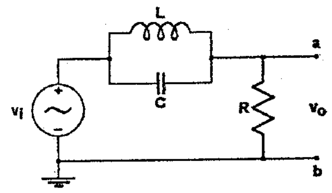
15.- Para cada uno de los filtros, de las siguientes figuras:

a) Deducir la expresión de la función de transferencia v_o/v_i (ganancia en tensión, A_V), proporcionando además las de su módulo y su fase (en la forma: $A_V = |A_V|\, e^{j\theta}$).

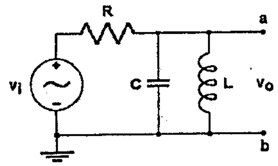
b) Estimar la dependencia asintótica del módulo de la ganancia cuando $\omega\to0$ y cuando $\omega\to\infty$.

c) Deducir la expresión de la frecuencia natural del filtro (i.e., la frecuencia del mínimo o máximo de $|A_V|$).

d) Esbozar gráficamente el módulo de la ganancia en función de la frecuencia.



(i)



(ii)

Solución:

(i) a) $$A_v(\omega)=\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2R^2}}}\exp\left\{j\,arctg\,\frac{1}{\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)R}\right\}$$

b) $$|A_v(\omega)|_{\omega\to0}\to\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{\left(\frac{R}{\omega L}\right)^2}}}\to 1\qquad |A_v(\omega)|_{\omega\to\infty}\to\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{(\omega CR)^2}}}\to 1$$

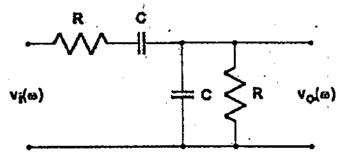
c) $\omega_o=\frac{1}{\sqrt{LC}}\Rightarrow |A_V| = 0$: *mínimo*

(ii) a) $$A_v(\omega)=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2R^2}}\exp\left\{-j\,arctg\left[\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)R\right]\right\}$$

b) $$|A_v(\omega)|_{\omega\to0}\to\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{R}{\omega L}\right)^2}}\to\frac{\omega L}{R}\to 0\qquad |A_v(\omega)|_{\omega\to\infty}\to\frac{1}{\sqrt{1+(\omega CR)^2}}\to\frac{1}{\omega RC}\to 0$$

c) $\omega_o=\frac{1}{\sqrt{LC}}\Rightarrow |A_V| = 1$: *máximo*

16.- Para el circuito de la figura, y con señales sinusoidales a la entrada, determinar:



a) La forma aproximada del módulo de la ganancia de voltaje, $G = |v_o/v_i|$, en función de la frecuencia.

b) La frecuencia para la cual G es máxima.

c) Valor de G a la frecuencia del apartado anterior.

d) Desfase entre las señales de entrada y salida para frecuencias mucho menores, iguales y mucho mayores que la del apartado b).

e) Si la señal de entrada es una señal cosenoidal de amplitud 1V y periodo T=20ms, dibujar la forma de la señal v_o que se obtendrá a la salida, siendo $R = 6K3\Omega$ y $C = 1\mu F$.

Solución:

a) $G \approx RC2\pi f$ $(f \ll 1/2\pi RC)$
$G \approx 1/RC2\pi f$ $(f \gg 1/2\pi RC)$

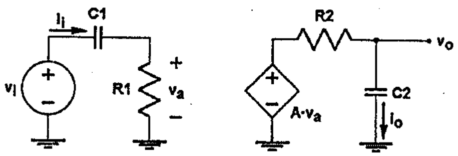
b) $f_0 = 1/2\pi RC$

c) $G_{máx} = 1/3$

d) $\theta = \pi/2$, $\theta = 0$ y $\theta = -\pi/2$, respectivamente

e) $v_o(t) = 0.3V \cos(100\pi t - 0.457 \text{ rad})$

17.- En el circuito de la figura la fuente v_i es una fuente de tensión alterna.



a) Hallar la expresión de la impedancia equivalente de Thévenin del circuito, vista entre su terminal de salida y el origen de potencial.

b) Encontrar la expresión de la ganancia de voltaje, $A_v = v_o/v_i$, en función de la frecuencia.

c) Obtener el módulo de la ganancia y deducir de él la función que realiza el circuito.

d) Representar gráficamente los diagramas de Bode del módulo y de la fase entre 0.1Hz y 100MHz, sabiendo que $R_1 = 100\ K\Omega$, $R_2 = 1K\Omega$, $C_1 = 1\mu F$, $C_2 = 1nF$ y $A = 100$.

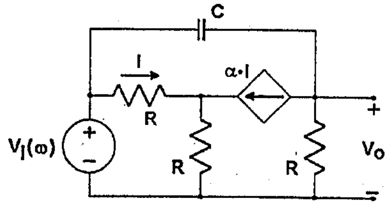
Solución:

a) $$Z_{eq} = R_2 \,\|\, \chi_{C2} = \frac{R_2 \chi_{C2}}{R_2 + \chi_{C2}}$$

b) $$A_v = AR_1 \frac{j\omega C_1}{(1 + j\omega C_1 R_1)(1 + j\omega C_2 R_2)}$$

c) $$|A_v| = AR_1 \frac{\omega C_1}{\sqrt{1 + (\omega C_1 R_1)^2}\,\sqrt{1 + (\omega C_2 R_2)^2}}$$ *, filtro paso-banda.*

14.- En el siguiente circuito:



a) Hallar el módulo y la fase de la ganancia en tensión en el circuito de la figura, siendo $\alpha > 0$.

b) Calcular el valor de módulo en los casos $\omega \to 0$ y $\omega \to \infty$. Evaluar a continuación el tipo de filtro (paso alto o paso bajo) que resulta en el caso $\alpha \to 0$.

Solución:

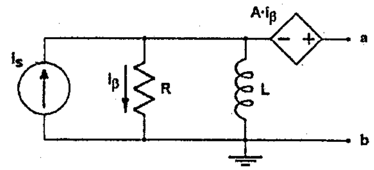
a) $$A_v = \frac{-\dfrac{\alpha}{2+\alpha} + j\omega CR}{1 + j\omega CR} \equiv |A_v| \cdot e^{j\theta} \quad \Rightarrow \quad |A_v| = \sqrt{\frac{\left(\dfrac{\alpha}{2+\alpha}\right)^2 + (\omega CR)^2}{1 + (\omega CR)^2}}$$

$$\theta = arctg \frac{(2+\alpha)\omega CR}{-\alpha} - arctg(\omega CR)$$

b) $\lim\limits_{\omega \to 0} |A_v| = \dfrac{\alpha}{2+\alpha}$, $\lim\limits_{\omega \to \infty} |A_v| = 1$ $\therefore$ $(\alpha \to 0)$ $\Rightarrow$ filtro paso alto

Solución: *a)* $\omega = 9600 \text{ rad} \cdot s^{-1}$
b) $V_o = 25$ V

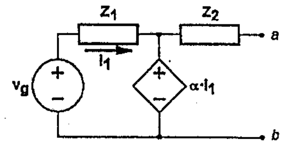
12.- Calcular el circuito equivalente de Norton para el de la siguiente figura, entre los terminales a y b, siendo:



$i_s = 10\ A \cdot e^{-j \cdot \pi/8} \text{ rad}$,
$R = 2\ \Omega$,
$\chi_L = j \cdot 1\ \Omega$,
$A = 6\ \Omega$.

Solución: $i_N = i_s = 10\ A \cdot e^{-j \cdot \pi/8} \text{ rad}$
$Z_{eq} = (8/5^{1/2})\ \Omega \cdot e^{-j \cdot arctg\, 2} = 3.58\ \Omega \cdot e^{-j \cdot 1.11} \text{ rad}$

13.- Calcular el voltaje equivalente de Thévenin, la corriente equivalente de Norton y la impedancia equivalente del circuito, visto desde los terminales *a* y *b*.



Suponer conocidos el voltaje nominal de la fuente independiente v_g, las impedancias Z_1 y Z_2, y el parámetro α de la fuente dependiente.

<u>*Nota*</u>: Si fuera necesario, suponer que $\alpha \neq -Z_1$.

Solución:

$$v_{Th} = \frac{\alpha}{\alpha + Z_1} v_g$$

$$i_N = \frac{\alpha}{(\alpha + Z_1) Z_2} v_g$$

$$Z_{eq} = Z_2$$