



Nodo	Grado
A	2
B	5
C	3
D	3
E	3
F	2

A)

1. Grado promedio = $2 + 5 + 3 + 3 + 3 + 2 / 6 = 18 / 6 = 3$
2. Grado promedio de los amigos de cada nodo:
 - a. Nodo A: Grado promedio = $5 + 3 / 2 = 8 / 2 = 4$
 - b. Nodo B: Grado promedio = $2 + 3 + 3 + 3 + 2 / 5 = 13 / 5 = 2.6$
 - c. Nodo C: Grado promedio = $2 + 5 + 3 / 3 = 10 / 3 = 3.33$
 - d. Nodo D: Grado promedio = $5 + 3 + 3 / 3 = 11 / 3 = 3.67$
 - e. Nodo E: Grado promedio = $5 + 3 + 2 / 3 = 10 / 3 = 3.33$
 - f. Nodo F: Grado promedio = $5 + 3 / 2 = 8 / 2 = 4$
3. Promedio sobre la población = $4 + 2.6 + 3.33 + 3.67 + 3.33 + 4 / 6 = 3.49$
4. Grado promedio sobre el conjunto de relaciones de amistad
 $8 + 13 + 10 + 11 + 10 + 8 / 9 * 2 = 3.33$

B)

1. Los nodos que tienen menos amigos que el promedio de sus amigos son:

- Nodo A, tiene grado 2 y el promedio es 4.
- Nodo C, tiene grado 3 y el promedio es 3.33.
- Nodo D, tiene grado 3 y el promedio es 3.67.
- Nodo E, tiene grado 3 y el promedio es 3.33.
- Nodo F, tiene grado 2 y el promedio es 4.

Los nodos con menos amigos que el promedio de sus amigos son mayoría.

2. Se cumple. Promedio de amigos es 3 y el promedio sobre la población es 3.49.

3. Se cumple. Promedio de amigos es 3 y el promedio sobre las relaciones de amistad es 3.33.

C) Demostración basada en grafo no dirigido.

Para calcular el número promedio de amigos (u), es necesario calcular primero el sumatorio del grado de cada nodo, que no es más, que el número total de relaciones del grafo, en mi caso, 18. Una vez hallado este valor no hay más que dividirlo entre el número total de vértices para hallar el promedio.

Primero demostrare que $u_1 \geq u$:

Para calcular u_1 , se realiza el sumatorio del número promedio de los amigos de cada nodo y el total se divide entre la población. El denominador de esta ecuación es equivalente al denominador del número promedio de amigos (u), por lo que es necesario comprobar si el numerador es siempre mayor o igual que el número total de relaciones del grafo (el numerador de la ecuación de u). Este numerador siempre será mayor o igual, ya que, en el peor de los casos, ningún nodo comparte amigos con otros nodos (en este caso u y u_1 serán iguales), pero en el caso de que haya nodos que compartan amigos, este numerador siempre será mayor, por lo que $u_1 \geq u$.

A continuación demostraré que $u_2 \geq u$:

Para calcular u_2 , primero se realiza el sumatorio de los amigos de cada nodo. En el peor de los casos, si ningún nodo comparte amigos con otro nodo, este valor siempre será igual al número total de relaciones o lo que es lo mismo en este caso, al número total de vértices, por lo que $u_2 = u_1$.