Simulación Computacional de un Cohete en Europa (luna de Júpiter)

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1803

Kevin Velasquez Gonzalez - CC: 1001686775
Ana Paulina Olivares Álvarez - CC: 1000192042
Eylen Adriana Martínez Medrano - CC: 1137976936

Métodos Computacionales
Instituto de Física – Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Semestre 2025-1

Marco teórico

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Se realizó la simulación de un vuelo vertical de un cohete en Europa (luna de Júpiter). Esta luna tiene una gravedad superficial mucho menor que la terrestre ($g = 1.315\,\frac{m}{s^2}$), lo que reduce los requerimientos de empuje para el despegue. La atmósfera real es extremadamente tenue y se decidió incluir el arrastre aerodinámico como hipótesis conservadora (densidad muy baja pero no nula) para cuantificar pérdidas.

El objetivo es estudiar la dinámica de despegue, ascenso propulsado, fase balística tras corte de motor y reingreso, junto con el balance energético y las pérdidas por fricción.

Principios base:

- Segunda Ley de Newton.
- Conservación de la masa (consumo de combustible).
- Empuje por eyección de gases.

¿Qué simulamos?

Marco teórico

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1803

Fuerzas principales:

- Empuje: $T = \dot{m} v_e$
- Peso: $W = mg$
- Arrastre: $D = \frac{1}{2} \rho C_d A |v| v$

Parámetros:

- Masa inicial: $m_0 = 1500\ kg,$
- Masa en seco: $m_{seco} = 900\ kg$
- Consumo: $\dot{m} = 5 \frac{kg}{s}$
- Velocidad de eyección: $v_e = 2000 \frac{m}{s}$
- Coeficiente de arrastre: $C_d = 0.5$
- Área de referencia: $A = 1.0\ m^2$
- Densidad atmosférica: $\rho = 10^{-7} kg/m^3$

Ecuación del movimiento:

$$m\dot{v} = T - D - mg$$

¿Cómo lo modelamos?

Marco teórico

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Integración númerica:
El movimiento del cohete se describe con ecuaciones diferenciales que no tienen solución exacta, así que usamos el Método Runge–Kutta 4 (RK4) para aproximar esas soluciones.

- Paso Δt=0.05 s ⟶ precisión y estabilidad.

Energías del sistema:

- Cinética: $E_c = \frac{1}{2}mv^2$
- Potencial: $E_p = mgy$
- Total: $E_t = E_c + E_p$
- Pérdidas por fricción: $E_{loss} = \int D|v|dt$

Eventos críticos detectados:

- Fin del combustible ⟶ fase balística.
- Apogeo ⟶ velocidad se anula.
- Retorno al suelo ⟶ impacto.

¿Qué herramientas usamos?

Objetivos

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Objetivo general:
Simular el movimiento vertical del cohete desde su despegue hasta su reingreso forzado, considerando pérdida de masa y fricción atmosférica.

Objetivos específicos:

- Determinar posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.
- Calcular energías (cinética, potencial, total) y pérdidas por fricción.
- Detectar eventos críticos: fin del combustible, altura máxima y retorno.
- Evaluar si el cohete logra escapar o reingresa (según parámetros simulados).

Resultados

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

¿Qué hicimos? (Proceso de simulación)

- **Modelo:** dinámica vertical (1D) con empuje, peso y arrastre.
- Empuje constante mientras hay combustible ($T = \dot{m}v_e$) es constante, luego al agotarse T→0.
- **Masa variable por consumo:** $m(t) = m_0 - \dot{m}t$ hasta m_{seco}
- Integración numérica Runge–Kutta 4 con paso Δt = 0.05 s.
- **Eventos detectados:** fin de combustible, apogeo (cambio de signo en v) y retorno al suelo (y →0).
- Cálculo energético.

Resultados

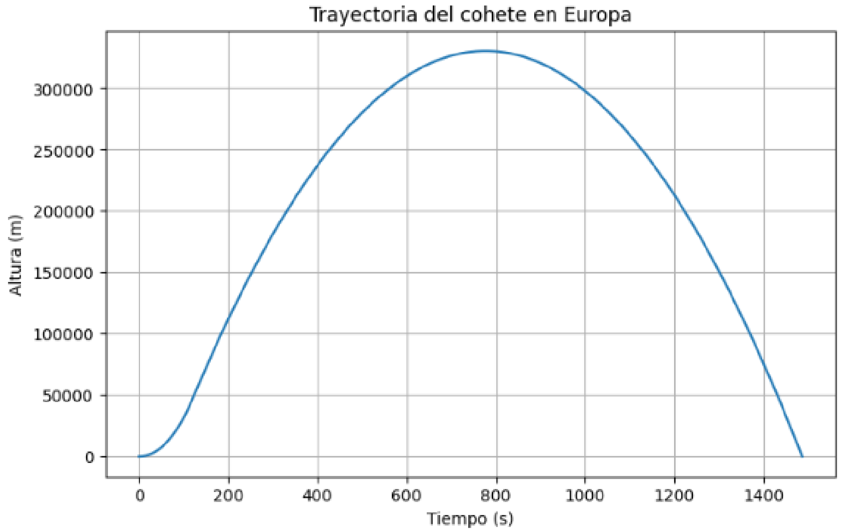
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

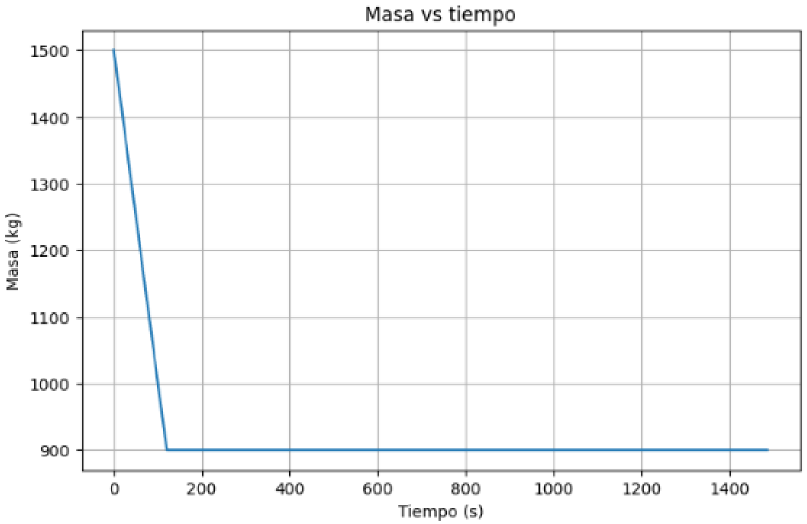
1803

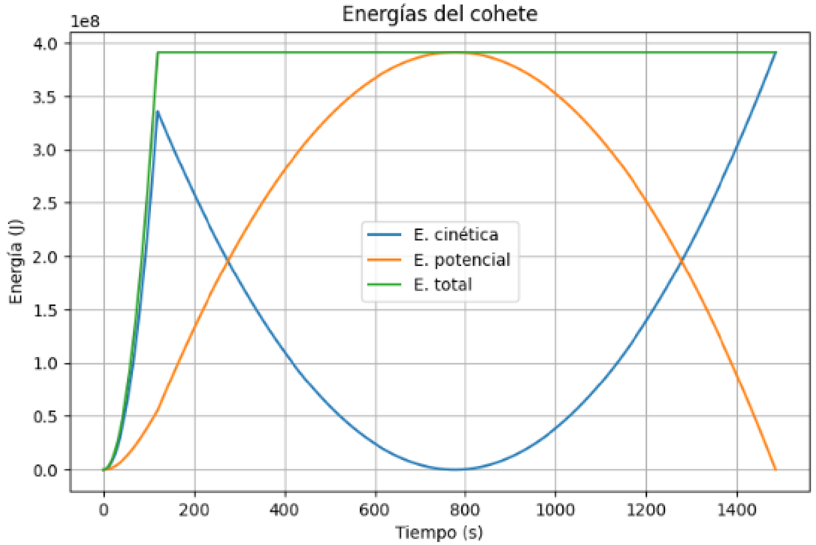
- Tiempo de combustión: t =120s (2.00 min).
- Altura máxima (apogeo): 330,434 m (≈ 330.4 km)
- Tiempo al apogeo: 776.9 s
- Tiempo total de vuelo (despegue → impacto): 1485.9 s (≈ 24.76 min).
- Velocidad máxima: 863.9 m/s (alrededor del fin de combustible)
- Aceleración máxima: 9.80 m/s² (sube a medida que la masa disminuye)
- Altura al fin del combustible (t = 120.0 s): 46,635 m
- Velocidad al fin del combustible: 863.9 m/s
- Energía potencial en apogeo: $E_p \approx 3.91 \times 10^8 J$
- Pérdidas acumuladas por fricción: $E_{loss} \approx 6.64 \times 10^3 J$ (solo 0.002% de Ep en apogeo, es decir que el arrastre es prácticamente despreciable).

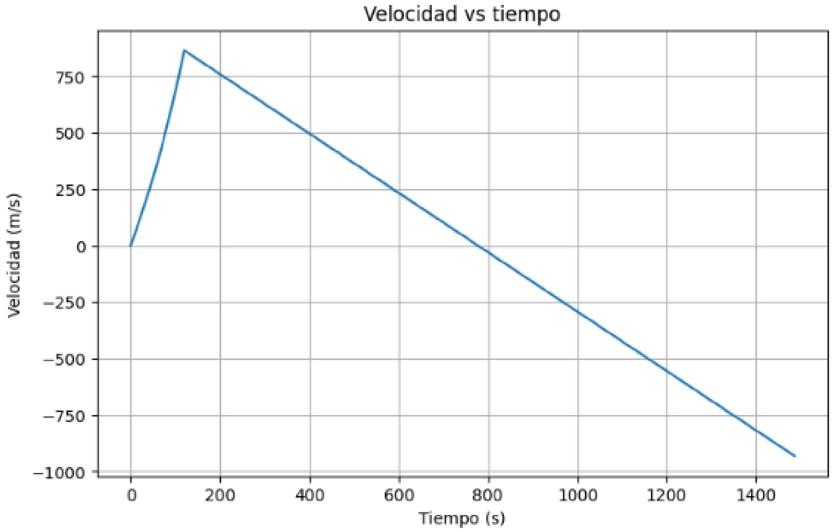
Resultados

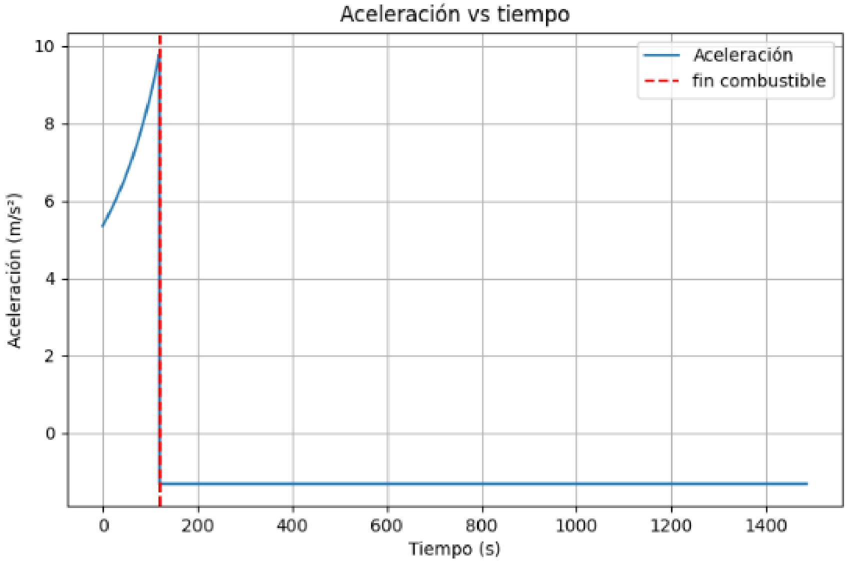
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

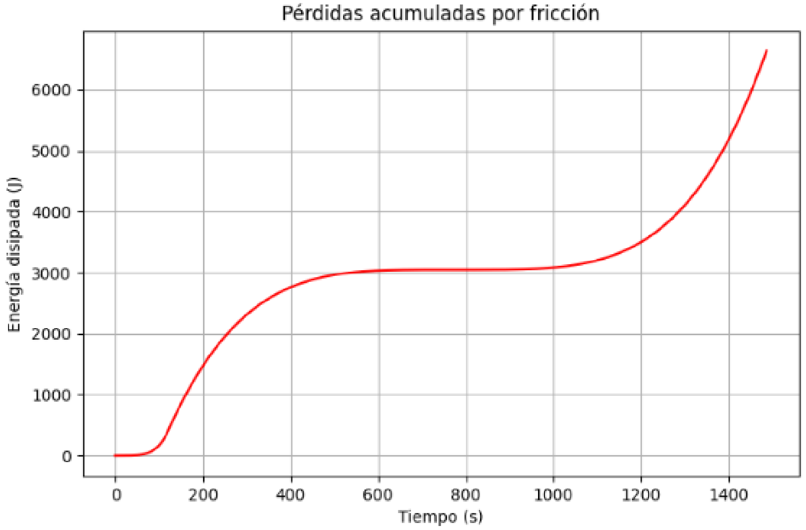












Resultados

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1803

- La relación empuje/peso inicial indica que el cohete despega con mucha fuerza ya que el empuje es más de 5 veces mayor que su propio peso en Europa. A medida que quema combustible, la masa disminuye y la aceleración cada vez es mayor.
- Cuando se acaba el combustible (120 s), el cohete aún asciende ~11 min debido a la energía cinética acumulada (fase balística).
- El punto más alto alcanzado es de 330k, esto es plausible por la baja gravedad de Europa. Si se realizara con los mismos parámetros en la Tierra, el apogeo sería mucho menor.
- Ya que la atmósfera de Europa es casi inexistente, las pérdidas por rozamiento fueron mínimas (~0.002%), es decir que la trayectoria está dominada por empuje y gravedad.

Referencias

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1803

9.7 Propulsión de cohetes - Física universitaria volumen 1 | OpenStax

Sistemas de masa variable: la propulsión de cohetes - Temas de Física - Rincón Matemático

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803