Cuestionario de teoría Practica-4

====================================

1.- ¿Qué es la restricción epipolar?

La restricción epipolar es el hecho de que el punto x' correspondiente a otro punto x pertenece en una de las rectas del haz de rectas epipolares de la imagen.

2.- ¿Porqué y para que se introduce la restricción epipolar?

Para reducir la búsqueda del punto x' a partir del punto x en una búsqueda en en una sola dimensión al tener que buscar solo en los puntos de la recta epipolar correspondiente $l'=Fx$, de esta manera se reduce la búsqueda enormemente.

3.- ¿Que es la disparidad de dos puntos en correspondencias?

Es la diferencia de localización que existe entre las proyecciones de un mismo punto X del espacio.

4.- Si los ejes ópticos de las cámaras de un par estéreo no son paralelos? ¿Como afectaría eso hecho a la ecuación que nos da la profundidad a partir de la disparidad? Justificar la respuesta dando alguna idea de como podría resolverse.

Si no son paralelos, en general, los lados de los triángulos ya no serán paralelos y no se podrá aplicar semejanza de triángulos. Para resolverse se pueden rectificar las imágenes con una homografía.

5.- Dada una pareja de cámaras cualesquiera, ¿todo punto del mundo tiene asociado una linea epipolar en cada imagen? Justificar la respuesta

Sí y no, la proyección e' del centro C de la cámara P está en infinitas lineas epipolares l' por lo tanto, si hablamos de una única linea epipolar, es falso, no todos los puntos están en una única linea epipolar.

Más formalmente:

$$x=PX\,,\, x'=P'X\,,\, F=[e']_x P'P^+\,,\, l'=Fx$$

$$l' = [e']_x P'P^+ x = [e']_x P'P^+ PX = [e']_x P'X = [e']_x x'$$

dado que $e'=P'C$ se tiene que $l_{e'}'=[e']_x e'=0$ por ser producto vectorial de vectores paralelos. Por tanto hay infinitas rectas que contienen a e', esto es, la proyección del centro de la cámara.

6.- ¿Existe relación entre las coordenadas de los epipolos y el vector de movimiento de la cámara? Justificar la respuesta

Teniendo en cuenta que la *baseline* pasa por los epipolos y por los centros de las cámaras, el vector desplazamiento coincidirá con el vector director de la *baseline* y por tanto los epipolos estarán sobre la recta definida por el vector desplazamiento

(Blanco)

7.- ¿Cuantos puntos en correspondencias se necesitan para estimar la matriz F? Justificar la respuesta.

La matriz F se estima a partir de la ecuación vectorial $x'^t Fx=0$ que tras desarrollarse se puede expresar como el producto

$$(xx', yy', x', xy', yy', y', x, y, 1)(f_{11,} f_{12} ..... f_{33})^t = Af = 0$$

Si A tiene rango 8, f se puede calcular algebraicamente o por minimos cuadrados como hace el algoritmo de los 8 puntos, sin embargo, si la matriz tiene rango 7 también se puede resolver dado que no se ha aprovechado el hecho de que F tiene que ser singular ($rango(F)=2$), imponiendo esto se reduce el numero de puntos necesarios a 7.

8.- ¿Cual es la diferencia esencial en la estimación de F entre el algoritmo de los 8-puntos y el de los 7-puntos? Justificar la respuesta

El de los 8 puntos realiza minimización cuadrática si los puntos no son linearmente independientes o si se tienen más de 8 puntos, el de 7 puntos es puramente algebraico y necesita correspondencias perfectas.

9. ¿En que casos es recomendable usar el algoritmo de los 8-puntos y cuando el de los 7-puntos? Justificar la respuesta

El de los 7 puntos se debe usar cuando se tienen correspondencias perfectas o para realizar las pruebas de RANSAC, el de los 8 puntos cuando los datos estén tomados cuidadosamente ademas de normalizados, en otro caso al minimizar el error cuadrático se obtendrán aproximaciones pésimas.

10.- ¿Es posible que distintas parejas de cámaras definan la misma matriz fundamental? Justificar la respuesta.

Si, ejemplo de esto es el par canónico de cámaras. Esto se debe a que hay ambigüedad proyectiva, $x=PX=(PH^{-1})(HX)$, lo que significa que cualquier transformación homográfica aplicada al mundo y que sea compensada por la cámara dará lugar a la misma proyección.

11.- Si nos dicen que el movimiento de una cámara es solo de traslación y nos dan dicho vector de traslación. ¿Es posible calcular la matriz fundamental asociada a dos instantes cualesquiera de dicho movimiento? Justificar la respuesta

Sí, $F=[e']_x P' P^+$ y dado que el movimiento que relaciona las cámaras es únicamente una traslación, el par será $P=K[R|t_1], P'=[R|t_1+t_2]$ siendo t_2 la traslación con respecto de la primera cámara, además $e'=P'C$ y $PC=0$ por tanto solo queda determinar t_2 en función de un parámetro. Sea $\vec{v}=\frac{\vec{t}_2}{\Delta t}$ el vector velocidad de la traslación $P'=[R|t_1+\vec{v}t]$, ahora todo es conocido y F puede calcularse sin problemas. La traslación también podría la parametrizarse como $P'=[R|(1-\lambda)t_1+\lambda t_2]$ en esta expresión t_2 está en coordenadas del mundo.

12.- ¿Es posible calcular la matriz fundamental de un par estéreo usando solo las matrices de las dos cámaras? Justificar la respuesta.

Sí, sabiendo que $F=[e']_x P' P^+$, que el epipolo de la segunda imagen es la proyección del centro de la primera cámara $e'=P'C$ y que el centro de la primera cámara verifica $PC=0$.

13.- ¿Es posible calcular los epipolos del par estéreo a partir de la matriz fundamental?

Sí, dado que los epipolos están en todas las rectas se cumple que $x' Fe = 0$ que coincide con la definición de autovector de 0, por tanto calcular un epipolo es equivalente a calcular el autovector del autovalor 0, o el autovalor más próximo a cero si se trata de calculo numérico.

14.- Dadas dos imágenes de una misma escena ¿se pueden calcular las matrices de las cámaras que tomaron dichas imágenes a partir de la estimación de la matriz fundamental?

No, se pueden calcular un par de cámaras cuya geometría epipolar se corresponda con la matriz fundamental pero no las cámaras que tomaron las imágenes, como se comentó antes existe ambigüedad proyectiva.

15.- ¿Es posible calcular la proyección de un punto escena en la imagen-2 a partir de sus coordenadas en la imagen-1 y el movimiento relativo de las cámaras?

Sí, o más bien, se puede intentar ya que se pude determinar la recta epipolar $l'_{x'}$ que contiene al punto en correspondencia del punto x de la imagen-1, es decir, el conjunto de puntos candidatos, hecho esto, se puede **<u>intentar</u>** emparejar el punto x con el punto x' de la imagen-2. La recta $l'_{x'}$ se puede calcular ya que se puede construir un par canónico de cámaras $P=[I|0]$, $P'=[R|t]$, dado que P está en el origen, P' se construye a partir del movimiento relativo entre las cámaras. A partir de P y P' y e' se determina F y con esta y el punto x de la imagen-1 la recta epipolar correspondiente $l'_{x'} = Fx$.