ROBÓTICA INDUSTRIAL

Práctica 4: Sistemas Analógicos y de control

Juan Antonio Aldea Armenteros

16 de septiembre de 2012

1. Introducción a Simulink. Sistemas Analógicos

En los siguientes apartados se realizará un estudio del comportamiento de los sistemas analógicos de segundo orden ante diversos tipos de excitación utilizando la herramienta Simulink.

1.1. Sistemas de Segundo Orden

Se estudiará la respuesta a una entrada tipo escalón unitario del sistema cuya función de trasferencia es la siguiente

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2} \tag{1.1.1}$$

para los tres casos; subamortiguado ($\delta < 1$), amortiguamiento crítico ($\delta = 1$) y sobreamortiguado ($\delta > 1$).

	Sobreoscilación	T. Subida	T. Pico	T. Establecimiento 2 %
Subamortiguado	0.1630	3.43	4.64	9.09
A. Crítico	–	–	–	6.85
Sobreamortiguado	–	–	–	11.67

Cuadro 1.1.1.: Características de la respuesta temporal de los sistemas.

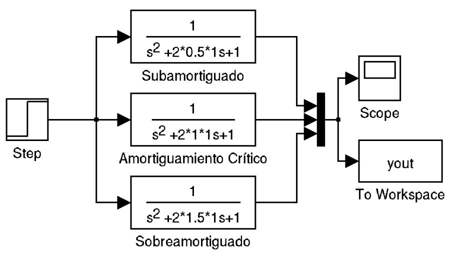

Figura 1.1.1.: Diagrama de bloques.

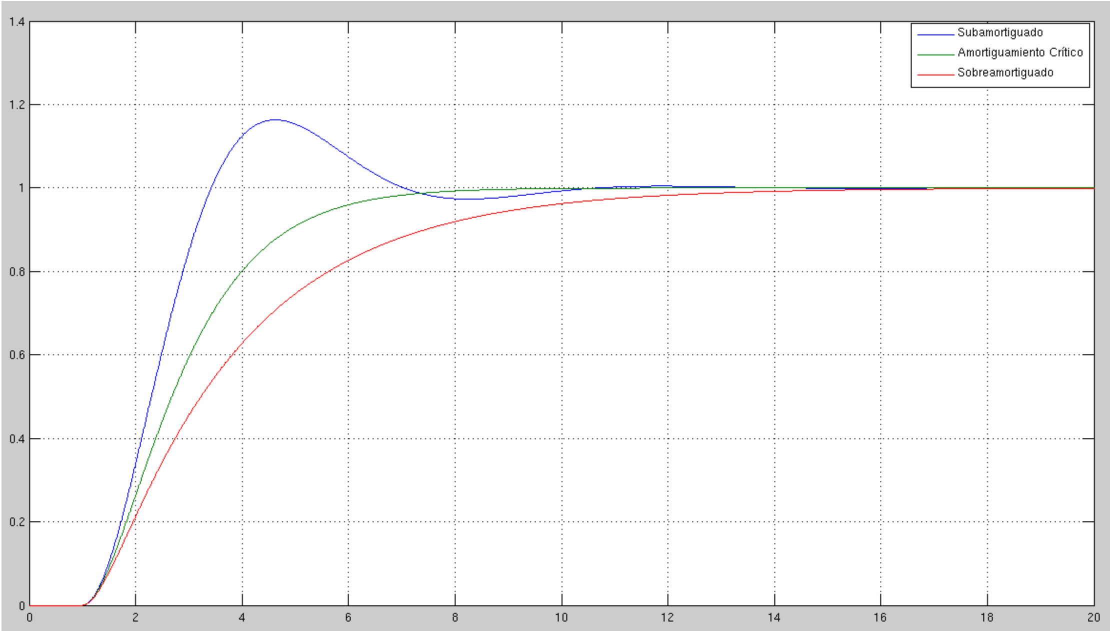

Figura 1.1.2.: Respuesta de los sistemas ante una entrada tipo escalón unitario.

1.2. Funciones de Transferencia con Ceros

En esta sección se observará el cambio en el comportamiento de la función de transferencia 1.1.1 que se produce al añadir un cero en el numerador.

$$z_0 = -1 \implies G_1(s) = \frac{s+1}{s^2+s+1} \tag{1.2.1}$$

$$z_0 = -2 \implies G_2(s) = \frac{0{,}5 \cdot s+1}{s^2+s+1} \tag{1.2.2}$$

$$z_0 = -5 \implies G_3(s) = \frac{0{,}2 \cdot s+1}{s^2+s+1} \tag{1.2.3}$$

$$z_0 = -10 \implies G_4(s) = \frac{0{,}1 \cdot s+1}{s^2+s+1} \tag{1.2.4}$$

$$z_0 = -20 \implies G_5(s) = \frac{0{,}05 \cdot s+1}{s^2+s+1} \tag{1.2.5}$$

	Sobreoscilación	T. Subida	T. Pico	T. Establecimiento 2 %
$G_1(s)$	0.2984	2.22	3.43	8.52
$G_2(s)$	0.1910	2.82	4.03	8.70
$G_3(s)$	0.1668	3.21	4.42	8.91
$G_4(s)$	0.1639	3.32	4.53	8.99
$G_5(s)$	0.1632	3.38	4.59	9.04

Cuadro 1.2.1.: Características de la respuesta temporal de los sistemas.

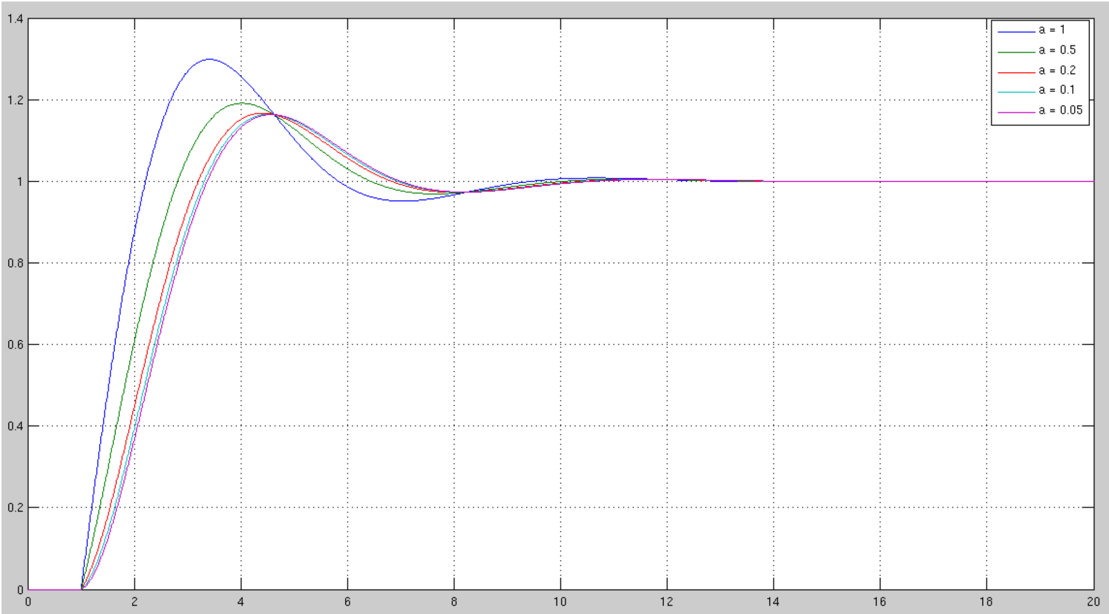

Figura 1.2.1.: Respuestas a un escalón unitario de las funciones de transferencia con ceros.

A la vista de la representación gráfica de las respuestas de las distintas funciones de transferencia la conclusión es bastante clara, cuanto menor es el cero más despreciable es su aporte. De cualquier forma, sin un problema concreto no se puede determinar la tolerancia permisible. Por lo tanto, basando la decisión en un criterio puramente *ojimétrico*, se puede afirmar que a partir de $Z = -10$ (o incluso $Z = -5$) el cero es despreciable.

2. Sistemas Realimentados

2.1. Sistema Sin controlador

$$G(s) = \frac{6}{s^2 + 2s} \tag{2.1.1}$$

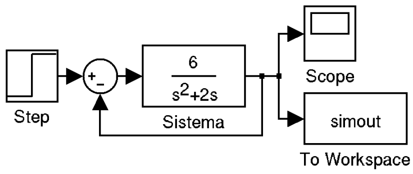

Figura 2.1.1.: Diagrama de Simulink del sistema.

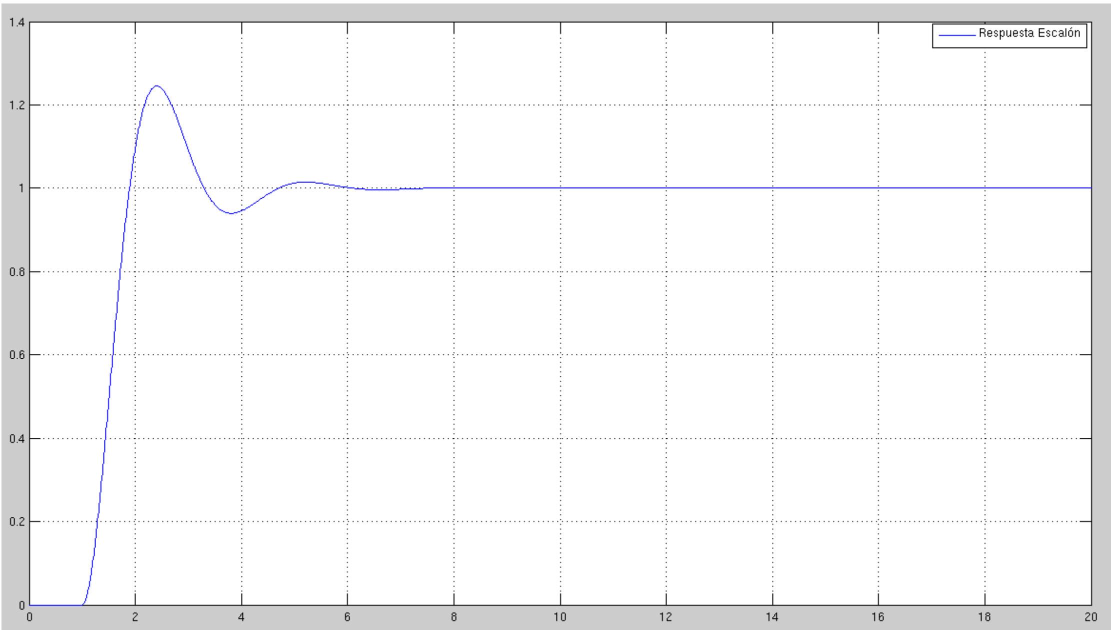

Figura 2.1.2.: Respuesta a un escalón unitario del sistema.

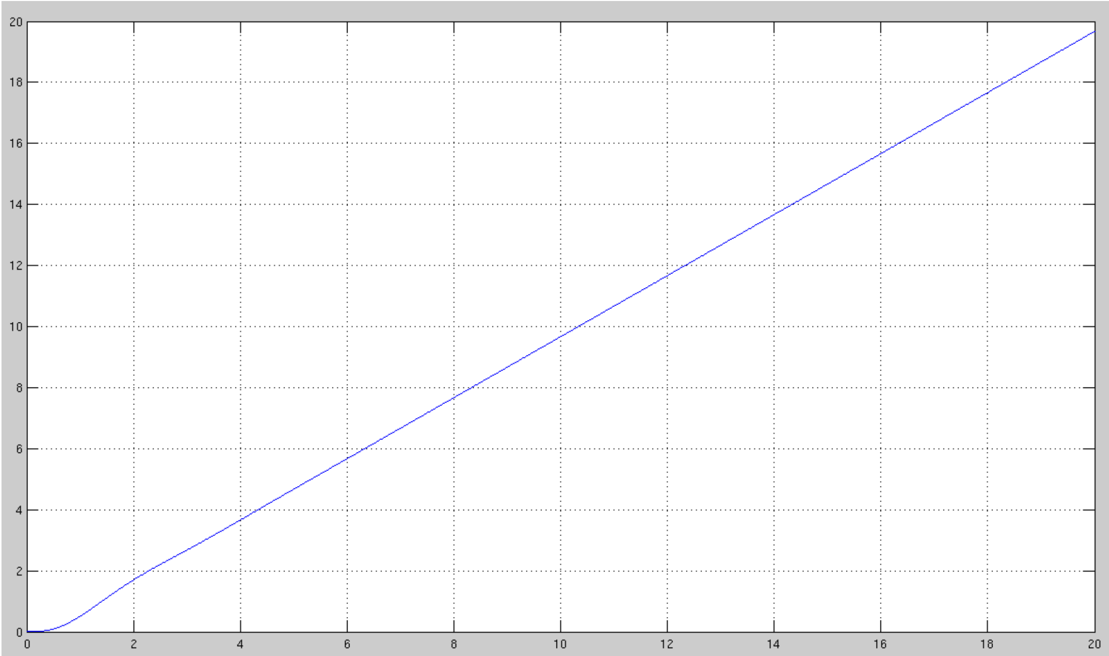

Figura 2.1.3.: Respuesta a una rampa unitaria del sistema.

Sobreoscilación	T. Subida	T. Pico	T. Establecimiento 2 %	E. Posición	E. Velocidad
0.2453	1.90	2.41	4.45	0.0193	0.3351

Cuadro 2.1.1.: Características de la respuesta temporal del sistema.

2.1.1. Cálculo teórico

$$G(s) = \frac{6}{s^2 + 2s} \tag{2.1.2}$$

$$e_p = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{6}{s^2+2s}} = 0 \tag{2.1.3}$$

$$e_v = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{6}{s^2+2s}} = \frac{1}{3} \tag{2.1.4}$$

2.2. Sistema con controlador PI

Sistema controlado por un controlador PI con constantes $K_P = 1$ y $K_I = 1$

$$PI(s) = K_P + \frac{K_I}{s} = \frac{K_P s + K_I}{s} \implies PI(s) = \frac{s+1}{s} \tag{2.2.1}$$

$$G(s) = \frac{s+1}{s} \cdot \frac{6}{s^2+2s} \tag{2.2.2}$$

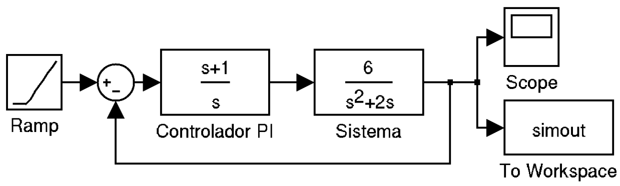

Figura 2.2.1.: Diagrama de Simulink del sistema controlado con PI.

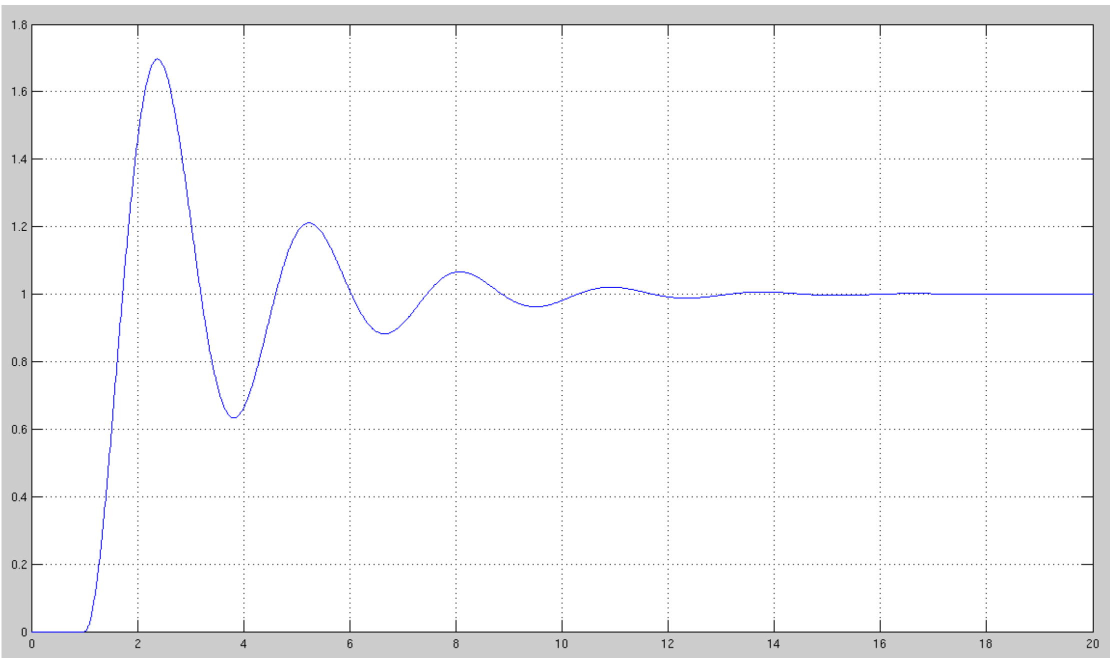

Figura 2.2.2.: Respuesta a un escalón unitario.

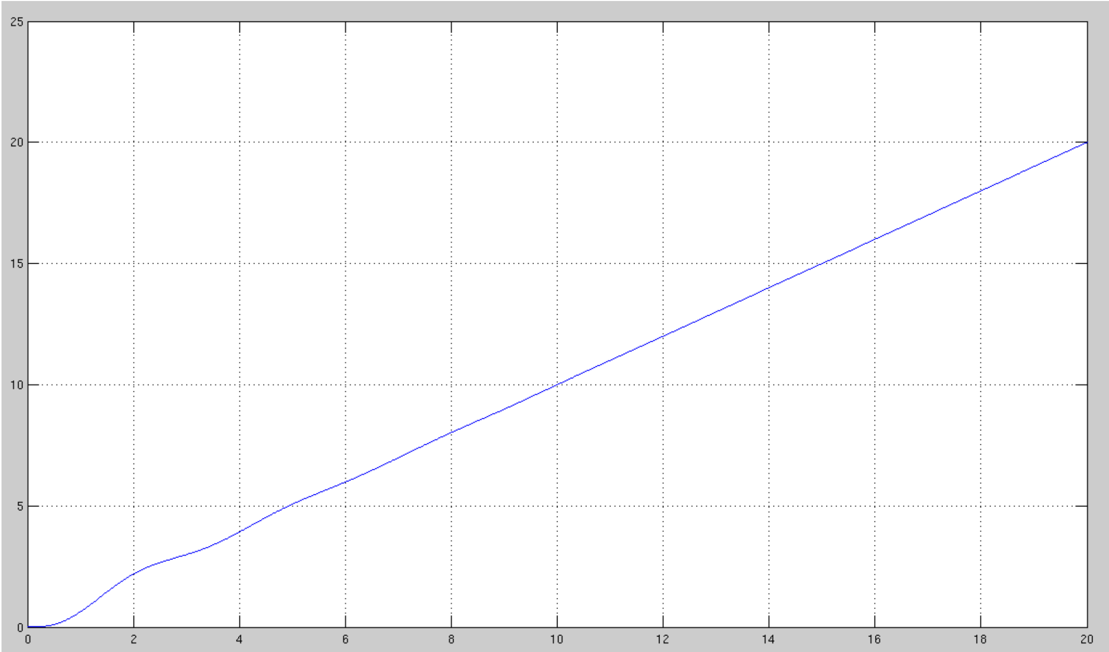

Figura 2.2.3.: Respuesta a una rampa unitaria.

Sobreoscilación	T. Subida	T. Pico	T. Establecimiento 2 %	E. Posición	E. Velocidad
0.6970	1.73	2.39	11.08	0.020	0.005

Cuadro 2.2.1.: Características de la respuesta temporal del sistema simulado.

CÁLCULO TEÓRICO

$$G(s) = \frac{s+1}{s} \cdot \frac{6}{s^2+2s} = \frac{6s+6}{s^3+2s^2} \tag{2.2.3}$$

$$e_p = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1+\frac{6s+6}{s^3+2s^2}} = 0 \tag{2.2.4}$$

$$e_v = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{1}{1+\frac{6s+6}{s^3+2s^2}} = 0 \tag{2.2.5}$$

2.2.1. Reducción de la sobreoscilación

Usando métodos de tanteo (iterativos) he llegado a los siguientes valores de las constantes que dejan la sobreoscilación en menos del 10 %

$$K_P = 0{,}41 \tag{2.2.6}$$

$$K_I = 0{,}008 \tag{2.2.7}$$

Sobreoscilación	T. Subida	T. Pico	T. Establecimiento 2 %	E. Posición	E. Velocidad
0.0918	2.83	3.63	5.35	0.0199	0.6435

Cuadro 2.2.2.: Características de la respuesta temporal del sistema simulado.

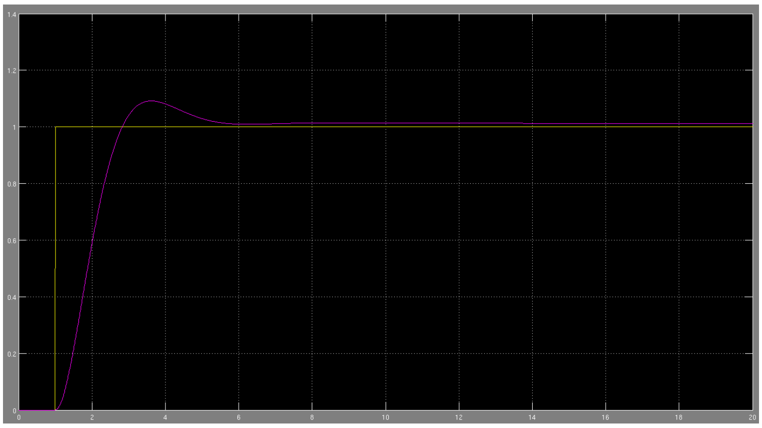

Figura 2.2.4.: Respuesta a una entrada de escalón del sistema optimizado.

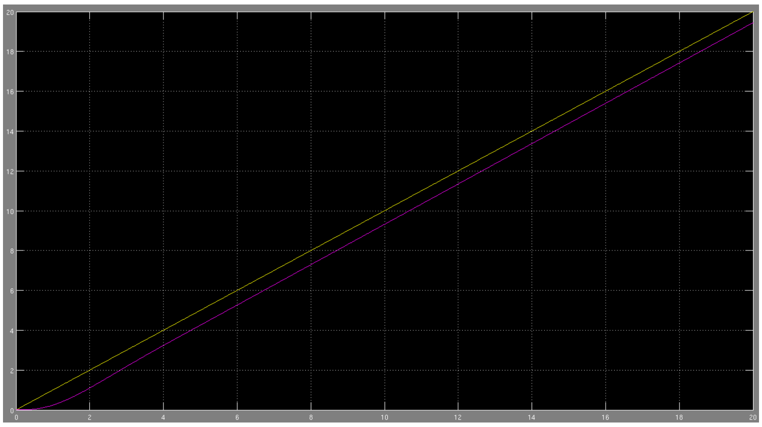

Figura 2.2.5.: Respuesta a una entrada de rampa del sistema optimizado.

$$G(s) = \frac{0{,}48 \cdot s + 0{,}008}{s} \cdot \frac{6}{s^2 + 2s} = \frac{2{,}46 \cdot s + 0{,}048}{s^3 + 2s^2} \tag{2.2.8}$$

$$e_p = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2{,}46 \cdot s + 0{,}048}{s^3 + 2s^2}} = 0 \tag{2.2.9}$$

$$e_v = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2{,}46 \cdot s + 0{,}048}{s^3 + 2s^2}} = 0 \tag{2.2.10}$$

APÉNDICES

A. Código Matlab utilizado

```
function mp = sobreoscilacion(y, consigna)
    [picos, ~] = findpeaks(y);
    if numel(picos) > 0
        mp = picos(1) - consigna;
    else
        mp = [];
    end
end
```

```
function t = tiempo_pico(y, delta_t)
    [~, indices] = findpeaks(y);
    if numel(indices) > 0
        t = indices(1) * delta_t;
    else
        t = [];
    end
end
```

```
function t = tiempo_subida(y, delta_t, consigna)
    [~, indices] = findpeaks(-abs((y) - consigna));
    if numel(indices) > 0
        t = indices(1) * delta_t;
    else
        t = [];
    end
end
```

```
function [t, indice] = tiempo_establecimiento(y, delta_t, consigna, umbral)
  error = abs(y - consigna);
  indice = find(error > umbral, 1, 'last') + 1;
  if numel(indice) > 0
    t = indice * delta_t;
  else
      t = [];
  end
end
```

La explicación de la función tiempo_establecimiento es sencilla, dado el error con respecto a la consigna, el indice a partir del cual la función está dentro del umbral es el siguiente índice al último índice tal que la función está fuera del umbral, es decir, el índice siguiente al índice del último '1' del vector que devuelve (error >umbral).