## UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
### INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO

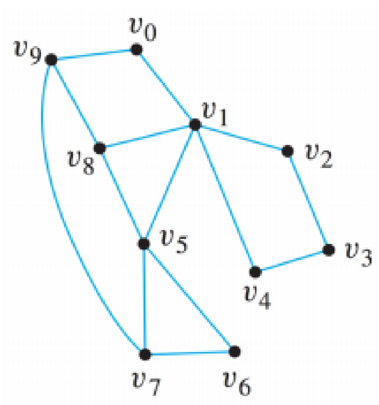
**ICC041 - Introdução a Teoria dos Grafos, 2023/02**
**PGINF575 - Teoria dos Grafos, 2024/02**
Profa. Rosiane de Freitas

# Prova Parcial I

Janeiro de 2024

**Obs: MARQUE a OPÇÃO CORRETA de cada questão nesta FOLHA DE PROVA.**

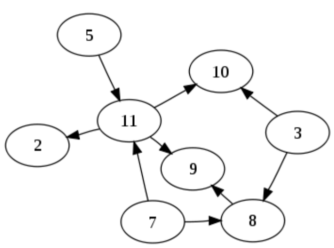
**1.** (2,0) Considere o grafo abaixo. Qual das sequências de vértices não foi gerada por uma busca em largura?




(a) $v_6, v_7, v_5, v_9, v_8, v_1, v_0, v_4, v_2, v_3$
(b) $v_0, v_1, v_9, v_2, v_4, v_5, v_8, v_3, v_6, v_7$
(c) $v_9, v_0, v_8, v_7, v_1, v_5, v_6, v_2, v_4, v_3$
(d) Nenhuma das sequências.

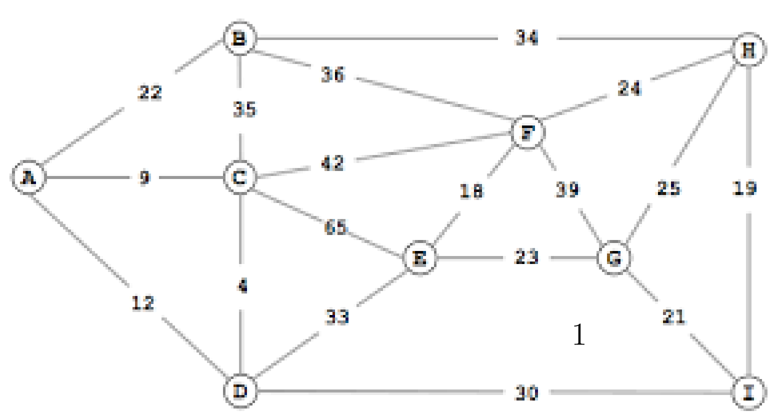
Dê a sequência, iniciando no vértice $v_0$ (com escolhas considerando a ordem crescente de rotulação), resultante da aplicação do algoritmo de DFS:

**2.** (1,0) Considere o grafo abaixo. Qual das sequências de vértices é uma ordenação topológica?




(a) 3,7,5,2,11,9,10,8
(b) 7,3,5,11,8,10,9,2
(c) 5,11,2,3,10,8,7,9
(d) Nenhuma das sequências.

**3.** (2,0) Considere o grafo abaixo.




Marque a opção que indicam o custo da árvore obtida pelo algoritmo de Kruskal?

(a) 138 (b) 159 (c) 146 (d) 116

Qual é o subgrafo resultante? Cubra à caneta e defina-o.

**4.** (1,0) Se a soma dos graus dos vértices de um grafo é igual a duas vezes o seu número de arestas, pode-se concluir que:
(a) Em qualquer grafo, o número de vértices de grau ímpar é ímpar.
(b) Em qualquer grafo, o número de vértices de grau ímpar é par.
(c) Em qualquer grafo, o número de vértices de grau par é ímpar.
(d) Em qualquer grafo, o número de vértices de grau par é par.

**5.** (1,0) Seja $G(V_1 \cup V_2, E)$ um grafo bipartido qualquer, $v_1, \ldots v_k$ um ciclo de comprimento $k$ de $G$ e $v_1 \in V_1$. Então $v_2 \in V_2,\ v_3 \in V_1,\ v_4 \in V_2$, e assim por diante. Como $(v_k, v_1) \in E$, logo:
(a) $v_k \in V_1$. (b) $v_k \in V_2$. (c) $v_k \in V_1 \cup V_2$. (d) $v_k \in V_1 \cap V_2$.
Desenhe o grafo e mostre o vértice $v_k$.

**6.** (1,0) Qual das condições abaixo é suficiente para que um grafo com pelo menos três vértices seja hamiltoniano?
(a) Cada vértice possui grau maior ou igual a $|V|$.
(b) Cada vértice possui grau maior ou igual a $|V| = 2$.
(c) O número de componentes conexas de $G - S$ é menor ou igual a $|S|$, em que $G$ é o grafo em questão e $S$ é um subconjunto prõprio de vértices de $G$.
(d) Todos os vértices possuem o mesmo grau.

**7.** (1,0) Em qual dos grafos abaixo todos os vértices estão no centro? Desenhe o grafo e mostre o seu centro.
(a) $C_5$ (b) $P_4$ (c) $K_{3,3}$ (d) $K_{2,3}$

**8.** (1,0) Quantos grafos simples conexos contendo exatamente quatro vértices não são isomorfos entre si? Desenhe os grafos resultantes.
(a) 8 (b) 11 (c) 2 (d) 6

**9.** (1,0) Se $G$ possui vértices $v_1, v_2, ..., v_n$, a sequência $(d(v_1), d(v_2), ..., d(v_n))$ é denominada sequência de graus de $G$.
(a) Existe um multigrafo com a seguinte sequência de graus: $1, 1, 3, 3, 3, 3, 5, 6, 8, 9$?
(b) Existe um grafo simples com a sequência de graus do item anterior?
(c) Existe um multigrafo com a seguinte sequência de graus: $3, 3, 3, 3, 5, 6, 6, 6, 6$?
(d) Demonstre que a sequência $(d_1, d_2, ...d_n)$ de inteiros não negativos é uma sequência de graus de algum multigrafo se e somente se $\sum_{i=1}^{n} d_i$ for par.

**10.** (2,0) Apresente a esquete de prova (esquema gráfico e frases/palavras-chave) de um dos teoremas dados nesta 1a parte do curso (e que não tenham sido cobrados nas questões anteriores). Resuma em um esquema gráfico abaixo tal prova (e descreva-a em folha anexa).