

# Desenvolvimento de biblioteca para Arduino empregando o MRAC para fins didáticos, demonstrado no controle de velocidade de motor tacogerador

Juan V. B. dos Santos \* José D. F. de O. Luna \*\*  
Kariston D. Alves \*\*\*

\* *Faculdade de Engenharia de Controle e Automação, Instituto  
Federal, RO, (e-mail: juan.santos@estudante.ifro.edu.br)*

\*\* *Faculdade de Engenharia de Controle e Automação, Instituto  
Federal, RO, (e-mail: jose.luna@ifro.edu.br)*

\*\*\* *Faculdade de Engenharia de Controle e Automação, Instituto  
Federal, RO, (e-mail: kariston.alves@ifro.edu.br)*

---

**Abstract:** In the learning environment, the great benefit of carrying out practical activities is observed. With that in mind, this work aims to promote the practice of advanced control for students and researchers, using the Arduino through a library for implementing the MRAC (adaptive control by reference model). For this work, all the necessary steps were taken to take MRAC from mathematical formulas on paper to the form of code, ranging from mathematical understanding, the way it can be represented in time-limited simulation programs and its adaptation to other environments of programming. That in the end, it has as a product the library for Arduino, available on GitHub for public access, capable of using the MRAC in a simple way with the purpose of being a simpler gateway to adaptive control content in non-linear systems, and how example of use will be applied in the speed control of a tachogenerator motor. This project has the ability to provide, under the ideals of open science, a tool for educators from any educational institution, to work, in a practical way, skills and competencies related to adaptive control, with emphasis on the MRAC.

**Resumo:** No ambiente de aprendizagem, observa-se o grande benefício da realização de atividades práticas. Entretanto, dependendo do tema pode haver uma íngreme curva de aprendizado. Pensando nisso, esse trabalho tem como objetivo promover a prática de controle avançado para estudantes e pesquisadores, utilizando-se do Arduino através de uma biblioteca para implementação do MRAC (controle adaptativo por modelo de referência). Para este trabalho, foi percorrido todo o caminho necessário para tirar o MRAC das fórmulas matemáticas em papel para a forma de código, indo desde o entendimento matemático, a forma como pode ser representado em programas de simulação de tempo limitado e a sua adaptação para outros ambientes de programação. Que ao final, possui como produto a biblioteca para Arduino, disponibilizada no GitHub para acesso público, capaz de empregar o MRAC de forma simples com propósito de ser uma porta de entrada mais simples ao conteúdo de controle adaptativo em sistemas não-lineares, e como exemplo de uso será aplicado no controle de velocidade de um motor tacogerador. Esse projeto tem a capacidade de fornecer, sob os ideais de ciência aberta, uma ferramenta para educadores de qualquer instituição de ensino, para trabalhar, de forma prática, habilidades e competências relacionadas ao controle adaptativo, com destaque para o MRAC.

*Keywords:* MRAC; Arduino; open science; GitHub; nonlinear systems.

*Palavras-chaves:* MRAC; Arduino; ciência aberta; GitHub; sistemas não-lineares.

---

## 1. INTRODUÇÃO

Durante o desenvolvimento de projetos de controle é comum se deparar com dois principais objetivos de controle: regulatório e servo.

No controle regulatório, o SP (*SetPoint*) é fixo e tem como objetivo rejeitar ou minimizar os efeitos das perturbações, como afirma Campos and Teixeira (2010).

Na Figura 1 (adaptado de Campos and Teixeira (2010)) é possível observar o SP fixo, a MV (Variável Manipulada, em inglês) sendo modificada para que o PV (Valor do Processo, em inglês) seja capaz de acompanhar o objetivo.

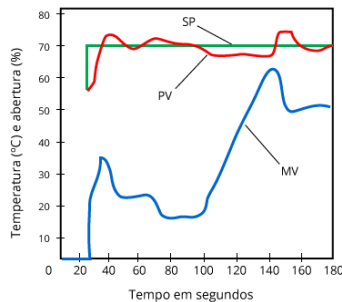


Figura 1. Exemplo de controle regulatório. Fonte: Adaptado de Campos and Teixeira (2010).

Já no controle servo, o SP é variável ao longo do tempo, sendo necessário que a variável controlada tanto acompanhe cada novo SP, quanto rejeite perturbações, como explica Campos and Teixeira (2010).

Na Figura 2 (adaptado de Campos and Teixeira (2010)) é possível observar como o SP é modificado ao longo do tempo, e como a MV precisa agir para garantir que o PV acompanhe o objetivo.

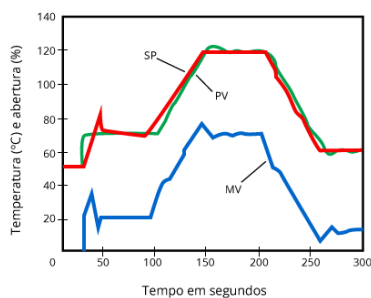


Figura 2. Exemplo de controle servo. Fonte: Adaptado de Campos and Teixeira (2010).

A partir dessa condição, são definidos diferentes objetivos, dependendo da aplicação desejada, sendo uma das principais decisões o tempo de acomodação, que pode tornar o sistema mais robusto (tempo de acomodação maior com sobressinal menor ou nulo) ou agressivo (tempo de acomodação menor com alto sobressinal).

Em outras palavras, um controle robusto significa que garante ao sistema características importantes como estabilidade, ou índices mínimos de desempenho frente variações que possam ocorrer no sistema, como explica Fischman (1993) e Tambara (ano). De forma contrária, caso um

controlador cause reações significativas no sistema em um curto tempo, pode-se dizer que é um controle agressivo.

Além dessas considerações, é necessário observar a linearidade ou não-linearidade da planta para realizar o controle. "Sistemas lineares: São fenômenos ou dispositivos cujo comportamento dinâmico pode ser descrito por equações diferenciais (ou recursivas) lineares", Trofino (ano). Isso significa que, a dinâmica do sistema não se altera para todos os pontos de operação. Por outro lado, sistemas não-lineares apresentam dinâmica variável ao longo dos SP, como afirma Callai et al. (2007).

Apesar da diferença nos objetivos de controle, em sistemas lineares uma mesma técnica de controle funciona tanto para o controle servo, como para o regulatório, visto que nesses sistemas a dinâmica da planta é constante para todo SP, como confirmou Trofino (ano).

Entretanto, em sistemas não-lineares o controle servo não pode ser realizado da mesma forma que o regulatório, pois nesses sistemas a dinâmica da planta é diferente para cada SP, como atestou Callai et al. (2007).

### 1.1 Problemática

Para o caso de controle servo em sistemas não-lineares, há a possibilidade da aplicação de técnicas de controle adaptativo. Como disse Tambara (ano) (*apud* Astrom (1987)):

Controle adaptativo pode ser definido como uma técnica de controle que possui a capacidade de mudar seu comportamento de acordo com as modificações dos parâmetros, da dinâmica de um processo ou por distúrbios que afetam este sistema.

Ou seja, o funcionamento do controle adaptativo se baseia em adaptar o sistema de controle se amparando na variação da dinâmica do sistema controlado.

No entanto, o controle adaptativo possui uma íngreme curva de aprendizado para aqueles que buscam aprender ou ensinar, que a depender da situação pode ser um motivo a mais para desistência. Por exemplo, professores universitários podem evitar entrar nesse tópico durante aulas de controle avançado, pois seriam necessárias muitas aulas para que os alunos compreendessem e fossem capazes de projetar utilizando essa técnica.

### 1.2 Justificativa

Levando em conta essa dificuldade, surge a questão: como é possível facilitar a entrada no aprendizado do controle adaptativo? Uma alternativa para responder a essa pergunta é desenvolver uma ferramenta facilitadora que possa ser utilizada no ensino introdutório do controle adaptativo, por exemplo uma biblioteca em que o usuário informe os dados básicos do sistema a ser controlado e consiga acompanhar e analisar a evolução do controlador durante o processo, garantido a vivência prática necessária para contextualizar a teoria de controle moderno.

Além disso, por se tratar de uma ferramenta introdutória, uma boa alternativa é criar esta biblioteca no ambiente do Arduino, um sistema embarcado amplamente utilizado por

projetos em áreas como robótica e eletrônica. Como é dito pela Arduino (2021), seu produto facilita que pessoas pelo mundo todo possam acessar tecnologias avançadas quem interagem com o mundo físico. Sendo possível observar o seu alcance pelos inúmeros artigos que utilizam de seu *hardware* e *software* em suas pesquisas, o qual é o confirmado pela fala de Evans et al. (2013):

O Arduino tem sido adotado como a ferramenta preferida das comunidades de desenvolvedores e fabricantes interessados na construção e prototipagem de seus próprios projetos.

Há também opções de plataformas micro-controladas como o NodeMCU e o Raspberry. O ESP pode ser programado pela mesma IDE (Ambiente de Desenvolvimento Integrado, em inglês) do Arduino, portanto a biblioteca seria funcional em ambos. E o Raspberry possui um preço elevado quando comparado com as demais plataformas.

E para tornar acessível essa facilidade a um maior número de pessoas, uma alternativa seria disponibilizar essa biblioteca em um site muito utilizado por pesquisadores da área de programação, tanto na língua portuguesa como inglesa, como o GitHub, um *site* repositório dos mais diversos conteúdos que envolva informática, como modelos 3D, códigos, arquivos de circuitos elétricos, bibliotecas independentes para Arduino e outros controladores, entre outros.

### 1.3 Objetivo geral

Desenvolver uma biblioteca para uso em dispositivos Arduino, que será capaz de implementar o MRAC (*Model Reference Adaptive Control*, Controle Adaptativo por Modelo de Referência) em sistemas de primeira ordem. E seguindo os princípios de ciência aberta, será disponibilizada gratuitamente no GitHub. Como forma de demonstração, será apresentado o seu uso prático em um módulo eletrônico de controle de velocidade de rotação de motor DC (Corrente contínua, em inglês) por um motor tacogenerador.

### 1.4 Objetivos específicos

De maneira a alcançar o desejado objetivo deste trabalho, é necessário que alguns passos sejam realizados. Dentre eles tem-se a necessidade do entendimento fundamental do método MRAC, para assim ser capaz de entender como outros autores na área utilizaram este método em suas pesquisas e projetos. Com base nisso, adentrar no estudo sobre desenvolvimento de bibliotecas de Arduino e de como cálculos matemáticos mais complexos podem ser traduzidos em código. E finalizando essa parte de estudo inicial, será realizada uma revisão do circuito eletrônico do módulo eletrônico utilizado de exemplo. Tudo isso servirá de apoio para o desenvolvimento adequado deste projeto, que também disponibilizará o produto no *site* GitHub, em português brasileiro e inglês americano de forma a beneficiar um maior número de pessoas envolvidas em projetos com controle adaptativo.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

Dentro do controle adaptativo, há métodos, como escalonamento de ganhos (também conhecida como técnica de

mapeamento), reguladores auto-ajustáveis (STR), MRAC, Fuzzy-Adaptativo, entre outros.

O controle adaptativo pode ser distinguido em 2 formas: direto ou indireto. No controle indireto os parâmetros da planta são estimados, e a partir disso o controlador é ajustado, como disse Bruce (2021) e Tambara (ano). Já no controle direto, não há identificação da planta, mas o controlador continua a se modificar a fim de zerar o erro entre a saída da planta e saída do modelo, como também disse Bruce (2021) e Tambara (ano).

Na Figura 3 é apresentada a dinâmica geral de funcionamento do controle indireto. É possível observar como os cálculos de adaptação do controlador se baseiam na estimativa de parâmetros da planta.

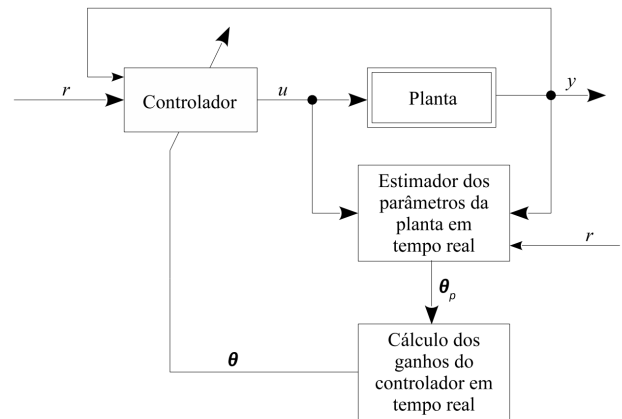


Figura 3. Modelo de controle adaptativo indireto. Fonte: Tambara (ano).

Na Figura 4 é apresentada a dinâmica geral de funcionamento direto, onde não há a necessidade de estimação dos parâmetros da planta para realizar a adaptação do controlador.

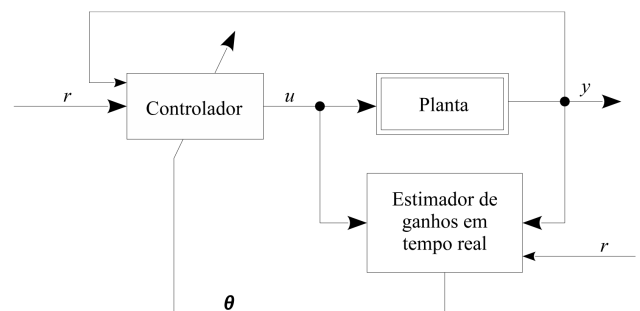


Figura 4. Modelo de controle adaptativo direto. Fonte: Tambara (ano).

Dentre eles há o método por modelo de referência, o MRAC. Neste método, o controlador se modifica a fim de fazer com que a saída real da planta seja igual a saída de um modelo de referência, como explicou Tambara (ano) ao dizer "Um sistema de controle por modelo de referência é aquele em que o comportamento dinâmico do sistema em malha fechada é, idealmente, idêntico ao de um modelo de referência escolhido".

Na Figura 5 é apresentada a dinâmica geral de funcionamento do MRAC: O controlador envia sinal a planta, que tem sua saída comparada com a saída do modelo, com base nessa diferença, os parâmetros do controlador são modificados até que saída da planta seja igual a saída do modelo.

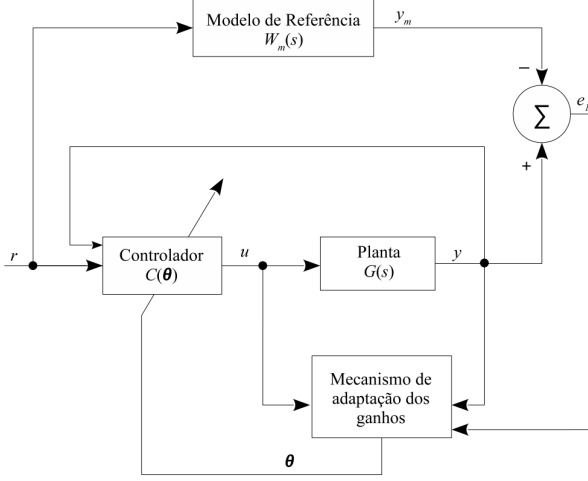


Figura 5. Modelo de controle adaptativo por modelo de referência (MRAC). Fonte: Tambara (ano).

Ainda dentro do MRAC, é possível projetar seu controle utilizando-se a regra do MIT ou pelo método de Lyapunov. Pela regra do MIT, os parâmetros desconhecidos da planta são substituídos pelas suas estimativas em cada instante de tempo, como disse Silva (2017). Já o método de Lyapunov é utilizado para garantir a convergência e estabilidade de sistemas com controle adaptativo, como disse Souza (2016).

De maneira simplificada pode-se explicar a regra do MIT começando pela Equação 1 em que  $J$  é uma função custo que é calculada pelo quadrado do erro, pois assim considera a magnitude, não o sinal. E sendo  $\theta$  o parâmetro de ajuste do controlador, como explicou Mallick and Mondal (2019a) e Mallick and Mondal (2019b).

Em seguida, observa-se a Equação 2, que pode ser traduzida em: a variação do parâmetro de ajuste do controlador ao longo do tempo é igual a variação da função custo ao longo do tempo ponderada pela taxa de adaptação do controlador ( $\gamma$ ) que também é igual a variação do erro ao longo do tempo ponderado pela taxa de adaptação, como apresentou Mallick and Mondal (2019a) e Mallick and Mondal (2019b). Essa definição é válida para  $\theta_1$  e  $\theta_2$ .

$$J(\theta) = \frac{e^2}{2} \quad (1)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial \theta} = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta} \quad (2)$$

Tomando isso como base, a lei de controle aplicada é apresentada na Equação 3. Sendo  $U$  o sinal de controle,  $\theta_1$  a ponderação do controlador sobre a referência ( $r$ , também pode ser lida como SP), e  $\theta_2$  a ponderação sobre a saída real. Em outras palavras, a relação dos valores de  $\theta$

são a proporção que a referência e a saída real possuem sobre o sinal de controle.

$$U(t) = \theta_1 r(t) - \theta_2 e(t) \quad (3)$$

Lembrando-se que, como observado na Equação 1 e 2,  $\theta$  varia afim de alcançar o menor erro e sua velocidade de adaptação depende da taxa de adaptação ( $\gamma$ ). Na seção de resultados é mais aprofundada a análise sobre  $\gamma$  e  $\theta$  na sua influência sobre o sistema.

### 2.1 Decisão de pesquisa

Nesta pesquisa utilizou-se o controle direto do MRAC pela regra do MIT, pois como o objetivo é tornar a curva de entrada no controle adaptativo menos íngreme para aqueles que buscam aprender, optou-se pelas formas simples e compreensíveis do MRAC, como é o caso da regra do MIT em relação o método de Lyapunov e o controle direto em relação o controle indireto. Isso se deve a questão histórica, sendo a regra do MIT mais antiga, mais simples, e inclusive a base para o método de Lyapunov.

### 2.2 MRAC em outras áreas

De maneira geral, diversos autores da atualidade utilizam-se do método adaptativo MRAC para o desenvolvimento de seus projetos. Podemos citar o trabalho de Pawar and Parvat (2015) ao projetar um pêndulo invertido com controle adaptativo a fim de servir como base de pesquisa para controle de braços robóticos, sistema de lançamento de satélites, entre outros.

Além desse, é observado também sua aplicação em sistemas pneumáticos de para lavagem de garrafas, como apresentou Mushiri et al. (2017), a fim de evitar desperdícios, por se tratar de uma operação com variação constante nos parâmetros de temperatura e pressão.

Observa-se também a aplicação do MRAC em manufatura aditiva, conhecida popularmente como impressão 3D, como é apresentado por Candy (2021) ao demonstrar a utilidade do MRAC em uma variedade de sub processos na manufatura aditiva.

Um exemplo, cada vez mais presente, são os carros autônomos, parte dessa tecnologia utiliza um sistema de controle de distância entre veículos, que necessita funcionar bem em situações diversas como inclinação da rua, pista molhada, velocidade da via, peso do carro, entre outros. Para isso também é utilizado o MRAC, como é apresentado por Sapiee and Sudin (2010).

### 2.3 MRAC na literatura

Na literatura também é observado a relevância que o MRAC tem, como exemplo o livro 'Controle Adaptativo Teoria e Aplicação' por Rodrigo Tambara (ano) e o livro 'Adaptive Control' por Karl Astrom e Bjorn Witternmark (1995) que apresentam o controle adaptativo de forma clara e descritiva.

Também vale destaque o artigo *Robust Model Reference Adaptive Control* de Kreisselmeier and Anderson (1986) que é citado por centenas de outros trabalhos.

## 2.4 Análise de performance

Nesta pesquisa foram mais proveitosos os trabalhos de Mallick and Mondal (2019a) e Mallick and Mondal (2019b) por apresentarem com detalhes desde o funcionamento do MRAC, os cálculos para a regra do MIT e método de Lyapunov, até as formulas matemáticas utilizadas na análise de performance que também foram utilizadas neste trabalho.

Nestas pesquisas, a comparação de performance entre o MRAC pelo método de Lyapunov e o MRAC junto do controle PID (Proporcional, Integral e Derivativo, em inglês) foi baseada nos resultados obtidos pelas seguintes formulas: IAE (Integral da magnitude Absoluta do Erro, em inglês), ISE (Integral do Erro ao Quadrado, em inglês), ITAE (Integral do Tempo de Erro Absoluto, em inglês) e ITSE (Integral do Tempo de Erro ao Quadrado, em inglês). Que são calculadas pelas seguintes equações:

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (4)$$

$$ISE = \int_0^{\infty} [e(t)]^2 dt \quad (5)$$

$$ITAE = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt \quad (6)$$

$$ITSE = \int_0^{\infty} t [e(t)]^2 dt \quad (7)$$

Além disso, para medir quantitativamente a mudança de uma variável, utiliza-se a equação da variação total, apresentada na Equação 8. A partir dela é possível comparar a variação de diferentes funções, afim de se descobrir qual a mais ou menos estável.

[FALTA COLOCAR UMA CITAÇÃO DISSO]

$$V_a^b(f) = \int_a^b |f'(x)| dx \quad (8)$$

Partindo-se da Equação 8 e aplicando-a para a análise da variação total de  $\theta$  durante o MRAC, a Equação 9 foi alcançada. Na secção de resultados, os valores alcançados por essa equação são analisados.

$$V_{total} = \sum_{n=2}^j \frac{\theta(n) - \theta(n-1)}{\text{tempo}(n) - \text{tempo}(n-1)} \quad (9)$$

## 2.5 Módulo tacogerador

Com destaque também para o artigo de Pedrisch et al. (2022), ainda não publicado, do qual foi utilizado o módulo didático produzido, a fim de servir como exemplo de funcionamento da biblioteca desenvolvida, como se observa na Figura 6.

Este artigo teve como objetivo criar um módulo com o propósito de auxiliar no ensino de controle adaptativo. Este módulo possui como componentes principais 2 motores DC, no qual um é acionado eletricamente e o segundo



Figura 6. Módulo tacogerador para ensino de controle adaptativo. Fonte: Pedrisch et al. (2022).

se move em conjunto através de um acoplamento feito em impressora 3. O objetivo é alimentar o primeiro motor e fazer a leitura da tensão no segundo motor, a fim descobrir a velocidade do primeiro, como se observa no esquemático do circuito eletrônico na Figura 7. Então, seguindo essa ideia, o presente trabalho será aplicado no módulo criado por Pedrisch et al. (2022).

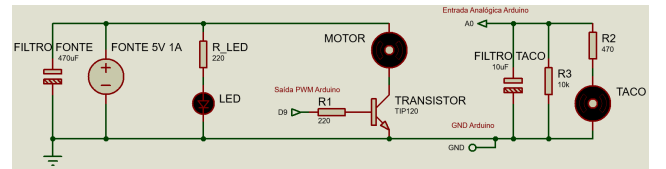


Figura 7. Esquemático eletrônico do módulo tacogerador. Fonte: Autoria própria.

## 2.6 MRAC em motores DC

Adicionalmente, para o assunto principal desta pesquisa, tem-se como destaque autores que utilizaram o MRAC no controle de velocidade de motores DC. Assim, para este projeto, tomou-se como referência de metodologia de pesquisa os artigos de comparação de performance do MRAC em sistemas de controle de velocidade de motores DC.

No trabalho de Manimozhi and Rajathi (2021) o controle por MRAC é incrementado adicionando-se o controle PID como forma de expandir a área de aplicação do MRAC, que inicialmente é voltado a sistemas de primeira ordem. E como objeto de trabalho é utilizado um motor DC simulado. Esta pesquisa tem seu valor neste artigo ao mostrar os valores das variáveis de um motor DC para modelagem e como aplicá-los no MRAC.

Já no trabalho de Xiong and Fan (2007), o controle MRAC incrementado do PID é utilizado como forma de sintonia automática de motores DC em tempo real, tendo em vista

como a mudança do ambiente pode degradar o motor. Neste caso a forma de analisar a efetividade da ideia proposta é feita através da simulação de 2 circuitos. Esta pesquisa apresenta seu valor neste artigo ao mostrar a análise sobre a evolução dos parâmetros de adaptação do MRAC.

No trabalho de Nguyen et al. (2020) é realizada a comparação de controle do MRAC contra o PID em um motor DC, a fim de demonstrar a utilidade do controle adaptativo em situações onde os parâmetros da planta se modificam. Nele se chega a conclusão da performance superior do MRAC contra o PID em pontos de operação além do ponto de linearização da planta ou em casos em que se desconheça os parâmetros da planta. Esta pesquisa apresenta seu valor neste artigo ao mostrar a resposta do controle na mudança de parâmetros do motor.

Como é possível observar em todos os trabalhos descritos, nenhum desenvolveu o controle e o aplicou fisicamente, para que fosse possível comparar os dados teóricos e práticos.

Além disso, segundo melhor conhecimento dos autores, nenhuma pesquisa foi encontrada desenvolvendo uma biblioteca para Arduino aplicando o MRAC.

### 3. DESENVOLVIMENTO

Neste capítulo será apresentado as etapas do desenvolvimento deste projeto, com o objetivo de deixar claro ao leitor como se deu a construção do trabalho, como também meios da recriação desta pesquisa.

#### 3.1 MRAC aplicado no MATLAB

Começando pelo livro 'Controle adaptativo' de Tambara (ano), onde é apresentado os conceitos básicos como controle adaptativo, robustez, controle direto e indireto. Segue então para a revisão de tópicos como a transformada de Laplace, aproximação de Euler (tópico que será aprofundado no próximo subcapítulo deste artigo), modelagem por função de transferência tanto no tempo contínuo como no discreto. Em seguida se aprofunda no tópico de estimação de parâmetros, onde o tema é exposto e são apresentados exercícios resolvidos utilizando-se o *software* MATLAB.

Logo depois começa o tópico de controle por modelo de referencia, onde é iniciado a explicação sobre o MRAC, seu funcionamento, aplicação em plantas tanto de primeira ordem como maiores e de diferentes grau relativo. No final do tópico são apresentados exercícios simples aplicando o que foi ensinado durante o tópico, também com resolução utilizando o MATLAB.

Visto que, apesar de motores DC possuem tanto uma dinâmica física (inércia) quanto elétrica (geração de campo magnético, efeito indutivo, entre outros), a dinâmica mecânica se mostrou dominante nos testes realizados com o módulo de Pedrisch et al. (2022), sendo possível considerar a planta do módulo tacogerador como um sistema de primeira ordem.

#### 3.2 Adaptação de código do MATLAB para Arduino

Tanto a linguagem de programação quanto o uso de funções em cada um são diferentes, por exemplo, no

MATLAB há uma função específica para converter uma função do tempo contínuo para o discreto, já no Arduino foi necessário escrever todo o código necessário para essa conversão, utilizando o Método de Euler na discretização de sistemas explicada em Tambara (ano).

Para isso se tomou como base a explicação de Tambara (ano) e conceitos matemáticos para reescrever a FT de forma que fosse possível utilizar em código.

Portanto, tendo como base que uma Função de Transferência de primeira ordem pode ser escrita como se vê na Equação 10.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{\tau s + a} \quad (10)$$

O método de Euler para discretização de sistemas é apresentado da Equação 11 à Equação 21.

$$\tau s Y(s) + a Y(s) = K U(s) \quad (11)$$

Lembrando que a conversão do domínio de Laplace para derivadas se dá por  $s = \frac{d}{dt}$ , o que leva a Equação 11 para Equação 12.

$$\tau \frac{dy}{dt} + ay = Ku \quad (12)$$

Relembrando-se que uma derivada é descrita como se apresenta na Equação 13.

$$\frac{dy}{dt} = \frac{y(t+1) - y(t)}{T_s} \quad (13)$$

Que aplicado na Equação 12 resulta na Equação 14.

$$\frac{dy}{dt} = \frac{-a}{\tau} y + \frac{Ka}{\tau} u \quad (14)$$

$$\frac{y(t+1) - y(t)}{T_s} = \frac{-a}{\tau} y(t) + \frac{Ka}{\tau} u(t) \quad (15)$$

$$y(t+1) - y(t) = \left( \frac{-a}{\tau} y(t) + \frac{Ka}{\tau} u(t) \right) T_s \quad (16)$$

$$y(t+1) = y(t) + \left( \frac{-a}{\tau} y(t) + \frac{Ka}{\tau} u(t) \right) T_s \quad (17)$$

Recordando que a conversão do domínio do tempo contínuo para tempo discreto (z) é dada por  $y(t) = y(z)$  e  $y(t+1) = zy(z)$ , logo a Equação 17 se transformada na Equação 18.

$$zY(z) = Y(z) - \frac{aT_s}{\tau} Y(z) + \frac{KaT_s}{\tau} U(z) \quad (18)$$

$$zY(z) - Y(z) + \frac{aT_s}{\tau} Y(z) = \frac{KaT_s}{\tau} U(z) \quad (19)$$

$$Y(z) \left( z - 1 + \frac{aT_s}{\tau} \right) = \frac{KaT_s}{\tau} U(z) \quad (20)$$

Desta forma se encerra a discretização da FT na Equação 10 do domínio de Laplace para o tempo discreto com a Equação 21.

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{\left(\frac{KaT_s}{\tau}\right)}{z + \left(-1 + \frac{aT_s}{\tau}\right)} \quad (21)$$

### 3.3 Da IDE para o ambiente de bibliotecas Arduino

Agora no ambiente de bibliotecas Arduino, ainda foram necessárias pequenas adaptações no código, ainda que tanto na IDE quando na biblioteca seja escrito em linguagem C++, os ajustes foram necessários, pois devido ao propósito educativo da biblioteca foram criadas subfunções para realizar cada parte do código.

De maneira geral, a biblioteca funciona da seguinte forma: inicialmente o usuário escolhe um nome para o dispositivo utilizado e informa todas as informações básicas para que o controle adaptativo funcione: portas do Arduino utilizadas, dados da FT (Função de Transferência) modelo, taxa de adaptação do MRAC e SP desejado.

De maneira detalhada, essa biblioteca funciona por orientação a objeto, o que significa que para utilizá-la no código é importante definir o objeto de trabalho junto de suas variáveis de controle, após inseri-la com a função `#define` do Arduino. Devido a isso e a disponibilidade de portas do Arduino UNO, é possível controlar seis diferentes módulos tacogerador ao mesmo tempo.

A partir disso é possível utilizar subfunções para modificar cada um destes parâmetros independentemente (exceto as portas utilizadas no microcontrolador, já que não é esperado que o usuário troque as portas durante o funcionamento). Além de ter disponível duas formas de observar os dados do sistema: uma forma clara para leitura em texto no *Serial Monitor* do Arduino, e outra adaptada para apresentação em gráfico no *Serial Plotter* também na IDE do Arduino.

Na prática, após definir o objeto e suas variáveis, dentro da função `void setup()`, própria do Arduino, é possível modificar algumas destas variáveis, caso seja desejado, e apresentá-las no *Serial Monitor* antes de iniciar o `loop`.

Uma vez em `loop` é necessário utilizar a função `run` da biblioteca desenvolvida, para atualizar as informações do controlador, pois como qualquer controlador, a biblioteca lê o estado atual das variáveis, processa as informações e retorna o sinal de controle.

Caso seja desejado, é possível modificar, no `loop`, alguns parâmetros de controle que foram definidos ao criar o objeto de trabalho com suas respectivas funções: `ModeloGanho()` pode modificar o ganho da FT modelo, `ModeloDenominador()` pode modificar as constantes da FT modelo, `Modelo` pode modificar o ganho e as constantes da FT modelo, `Adaptacao()` pode modificar a taxa de adaptação do MRAC, e `SetPoint()` pode modificar o SP do sistema.

Além disso, durante o `loop` é possível observar os dados do sistema em malha fechada no *Serial Monitor* com a função `plotVisual()` ou em gráfico com a função `plotGrafico()`.

Para um melhor entendimento de como utilizar a biblioteca desenvolvida, observa-se a Figura 8 onde é possível ver o que é possível realizar com a biblioteca e o que é necessário para que ela funcione.

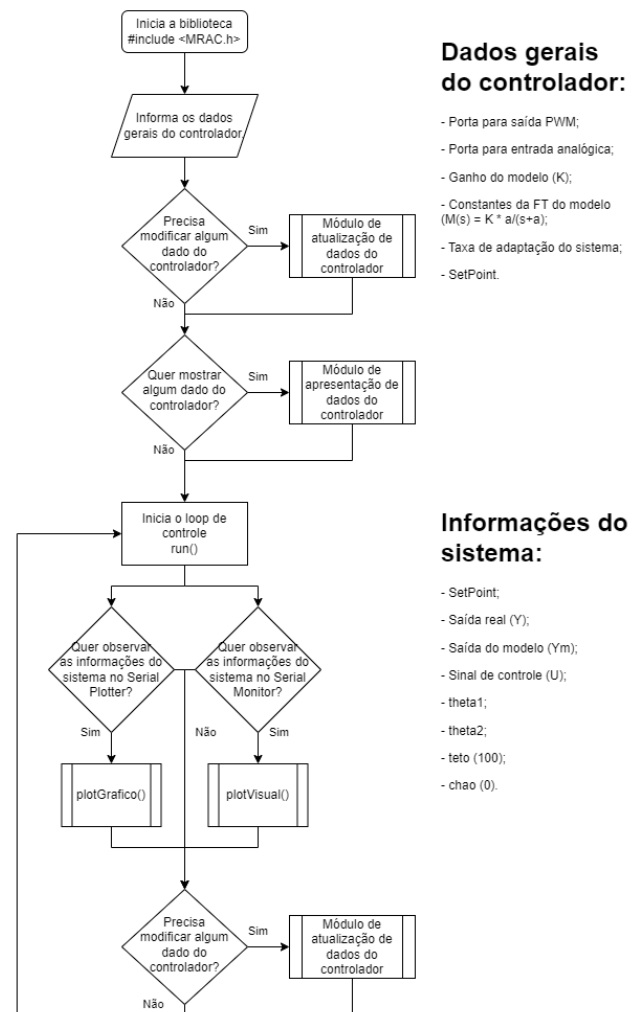


Figura 8. Fluxograma geral de uso da biblioteca. Fonte: Autoria própria.

Para melhor visualização do Módulo de atualização de dados do controlador apresentando na Figura 8, estende-se na Figura 9 o que é possível modificar e como fazer.

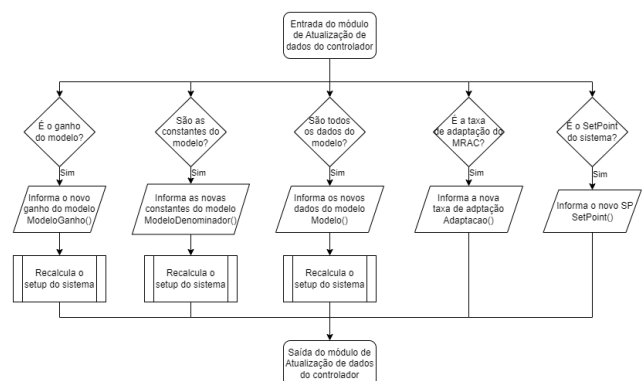


Figura 9. Fluxograma do Módulo de atualização de dados do controlador. Fonte: Autoria própria.



Para melhor visualização do Módulo de apresentação de dados do controlador apresentando na Figura 8, estende-se na Figura 10 o que é possível expor e como fazer.

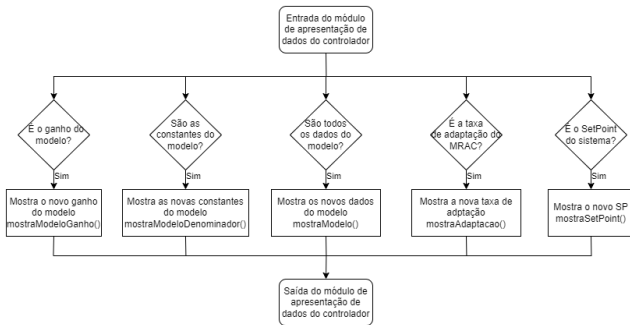


Figura 10. Fluxograma do Módulo de apresentação de dados do controlador. Fonte: Autoria própria.

### 3.4 Arduino e módulo tacogerador

Como apresentado anteriormente, o módulo tacogerador desenvolvido por Pedrisch et al. (2022) serviu como objeto de testes tanto do código inicial na IDE do Arduino, como para a biblioteca criada.

Utilizando-se então do microcontrolador Arduino Uno, foram utilizadas as mesmas conexões realizadas no trabalho de Pedrisch et al. (2022) para conexão com o módulo: GND, para referência de 0 Volts; uma entrada analógica, para leitura da tensão do segundo motor; e uma saída PWM, para envio do sinal de controle de velocidade do primeiro motor, como mostra na Figura 7.

Para o uso da biblioteca é necessário informar: a constante no numerador na FT (Função de Transferência) modelo, a primeira e segunda constante no denominador da FT, a taxa de adaptação do MRAC, o SP desejado em porcentagem da velocidade do motor, a porta utilizada para envio do sinal de controle de velocidade do primeiro motor e a porta utilizada para leitura da tensão gerada pela rotação do segundo motor.

## 4. RESULTADOS E CONCLUSÕES

Para análise dos gráficos a seguir, é necessário retomar o conceito de alguns termos do controle, como apresentando na Tabela 1.

Sigla	Variável	Intervalo (%)
SP	SetPoint	0 - 100
Y	Saída real	0 - 100
Ym	Saída modelo	0 - 100
U	Sinal de controle	0 - 100

Tabela 1. Explicação da legenda dos gráficos de resultado. Fonte: Autoria própria.

Todas as variáveis da tabela estão em porcentagem para garantir que este sistema possa ser utilizado em outros motores DC ou outros componentes não-lineares, como por exemplo válvulas.

Neste caso, o foco é o controle de velocidade, sendo 0% os motores parados e 100% a velocidade máxima possível

pelos motores DC utilizados no trabalho de Pedrisch et al. (2022).

As variáveis “teto” e “chao”, apresentadas na Figura 8, são auxiliares que ajudam a manter o eixo y do gráfico gerado pelo Arduino, em *Serial Plotter*, no intervalo de 0 a 100.

### 4.1 Rastreamento em controle servo

Afim de observar o comportamento do sistema em malha fechada em um controle servo e apresentar os resultados da biblioteca criada sendo utilizada na prática com o módulo tacogerador, utilizou-se da biblioteca para variar o SP em degraus de forma cíclica, como é apresentando na Figura 11.

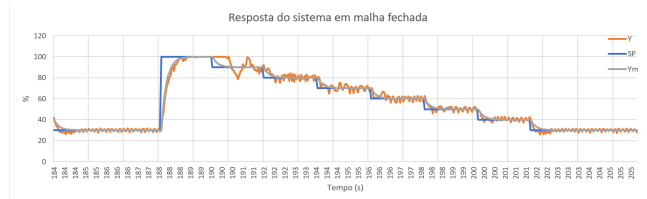


Figura 11. Gráfico do controle MRAC utilizando  $\gamma = 10^{-5}$ . Fonte: Autoria própria.

Para obter essa resposta, o sinal de controle necessário é visto na Figura 12.

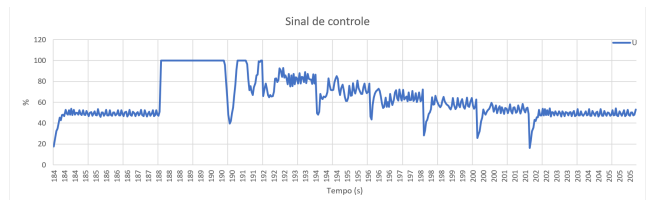


Figura 12. Gráfico do sinal de controle utilizando  $\gamma = 10^{-5}$ . Fonte: Autoria própria.

### 4.2 Variação da taxa de adaptação

A taxa de adaptação é principal fator para definir se o controlador deva se ajustar mais ou menos rapidamente. Lembrando-se que, a taxa é um valor adimensional.

Na Figura 13, é possível observar que caso o valor escolhido para adaptação seja alto, o controlador se tornará mais agressivo, impossibilitando assim um controle adequado.

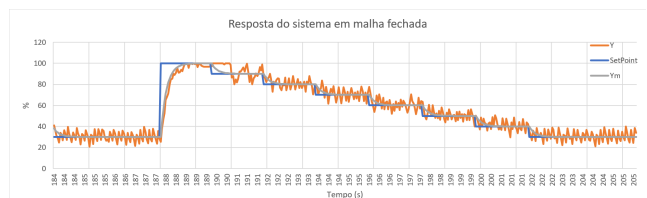


Figura 13. Gráfico do controle MRAC utilizando  $\gamma = 10^{-3}$ . Fonte: Autoria própria.

Isso também se observa no sinal de controle da Figura 14. Como se pode ver, um controlador agressivo assemelha-se à um controle liga-desliga.



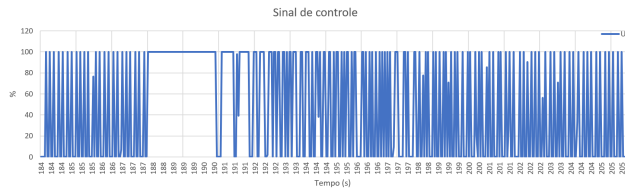


Figura 14. Gráfico do sinal de controle utilizando  $\gamma = 10^{-3}$ . Fonte: Autoria própria.

Já na Figura 15, observa-se que se a taxa for baixa, o controlador será muito lento para acompanhar as variações do SP, novamente impossibilitando um controle adequado.

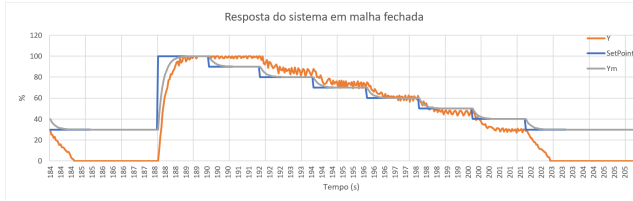


Figura 15. Gráfico do controle MRAC utilizando  $\gamma = 10^{-7}$ . Fonte: Autoria própria.

Isso se observa no sinal de controle da Figura 16, pois devido a uma baixa taxa de adaptação, o controlador se torna menos apto a responder às variações do sistema em tempo hábil.

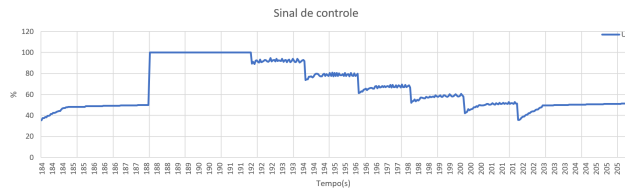


Figura 16. Gráfico do sinal de controle utilizando  $\gamma = 10^{-7}$ . Fonte: Autoria própria.

#### 4.3 Análise de performance

Como forma de analisar quantitativamente a performance do MRAC em diferentes taxas de adaptação ( $\gamma$ ), as Equações 4 a 7 foram utilizadas. Esses valores, apesar de adimensionais, indicam que quanto menor seu valor, mais próximo a variável controlada se manteve próxima ao SP, logo, quanto mais longe pior foi o controle.

Já que, para o teste, o SP foi modificado a cada dois segundos, adotou-se o padrão de aguardar aproximadamente 100 mudanças, por isso os gráficos a seguir apresentam leitura próxima do tempo de 200 segundos, isso foi uma forma de garantir que o controlado já estivesse adaptado ao módulo tacerador.

Índice	$\gamma = 10^{-7}$	$\gamma = 10^{-5}$	$\gamma = 10^{-3}$
IAE	6.929,19	1.004,19	1.893,81
ISE	162.871,13	3.799,42	11.172,79
ITAE	1.348.208,82	194.692,04	368.491,22
ITSE	31.694.200,81	731.967,48	2.173.266,78

Tabela 2. Performance do MRAC com diferentes valores de  $\gamma$ . Fonte: Autoria própria.

Conforme foi observado das Figuras 11, 13 e 15 de forma qualitativa e na Tabela 2 de forma quantitativa, o controle realizado com uma taxa de adaptação média, foi capaz de acompanhar o SP melhor que o controle com taxa alta ou baixa de adaptação.

#### 4.4 Ponderação do controlador

Lembrando-se que o controle é dado por  $U(t) = \theta_1 r(t) - \theta_2 e(t)$ , sendo  $\theta_1$  a ponderação do controlador sobre a referência, e  $\theta_2$  a ponderação sobre a saída. Nas Figuras 17, 18 e 19 é possível observar como esses parâmetros se comportaram nos testes das Figuras 11, 13 e 15 respectivamente.

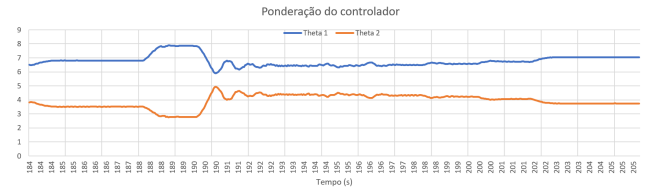


Figura 17. Gráfico do comportamento de  $\theta$  utilizando  $\gamma = 10^{-5}$ . Fonte: Autoria própria.

Apesar do ruído da leitura de velocidade do módulo, quando o controle alcança o SP, os valores de  $\theta_1$  e  $\theta_2$  se mantêm constantes (como se observa melhor no tempo de 185 a 188s). Uma vez que a saída está abaixo do SP, o peso da referência sobre o controlador aumenta ao custo de diminuir o peso do sinal de saída (como se observa melhor no tempo de 188s). Já quando a saída está acima do SP, a dinâmica de altera, aumentando o peso da saída e diminuindo o peso da referência sobre o controlador (como se observa melhor no tempo de 190s).

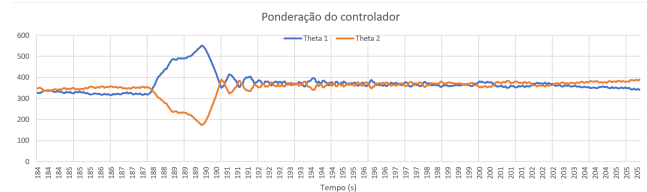


Figura 18. Gráfico do comportamento de  $\theta$  utilizando  $\gamma = 10^{-3}$ . Fonte: Autoria própria.

Semelhante a análise da Figura 17, o mesmo se observa no comportamento de  $\theta_1$  e  $\theta_2$  na Figura 18, porém no caso de um  $\gamma$  maior, a diferença proporcional entre  $\theta_1$  e  $\theta_2$  se torna menor ao passo que a sua grandeza aumenta, demonstrando assim os efeitos do controle mais agressivo.

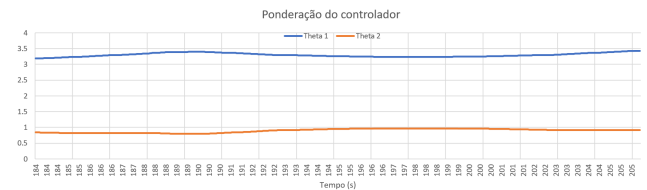


Figura 19. Gráfico do comportamento de  $\theta$  utilizando  $\gamma = 10^{-7}$ . Fonte: Autoria própria.

Semelhante a análise da Figura 18, o mesmo se observa no comportamento de  $\theta_1$  e  $\theta_2$  na Figura 19, porém no caso de

um  $\gamma$  menor, a diferença proporcional entre  $\theta_1$  e  $\theta_2$  se torna maior ao passo que a sua grandeza diminui, demonstrando assim os efeitos do controle menos adaptativo.

Adicionalmente, para observar quantitativamente a maior variação nos valores de  $\theta_1$  e  $\theta_2$  conforme se modifica a taxa de adaptação, a Tabela 3 foi montada tomando como base o cálculo de variação total apresentando na Equação 9.

$\gamma$	$\theta_1$	$\theta_2$
$10^{-7}$	12,91	5,92
$10^{-5}$	283,73	278,064
$10^{-3}$	43.655,22	43.663,56

Tabela 3. Variação total de  $\theta$  com diferentes valores de  $\gamma$ . Fonte: Autoria própria.

Como foi observado nas Figuras 17, 18 e 19, e confirmado na Tabela 3, quanto maior a taxa de adaptação do MRAC, maior será a variação dos parâmetros de controle.

Além disso, durante os testes foi observado que durante o efeito de perturbações no sistema, como por exemplo, um dedo segurando o acoplamento de se movimentar, o valor de  $\theta_1$  aumentava, já que o a velocidade ficava abaixo do SP, porém após a perturbação ser retirada, os valores de  $\theta_1$  e  $\theta_2$  convergiam para um ponto médio de estabilidade.

Entretanto, esse novo ponto de estabilidade era cada vez maior que antes da perturbação, ou seja, o controlador acumulava “traumas” de todas as perturbações desde o início, em outras palavras, quanto mais perturbações, mais agressivo se tornava o controle. Fica como proposta de melhoria aos futuros trabalhos, uma forma de fazer com que o controlador leve em conta apenas um tempo limitado antes do momento presente.

#### 4.5 Limitação física do módulo

Durante os testes, foi observado que no módulo utilizado não era capaz de movimentar os motores acoplados caso a velocidade de rotação diminuísse além de 30-20%, como é observado na Figura 20. Apresenta banda morta devido a fatores da construção do módulo, como o atrito no acoplamento.

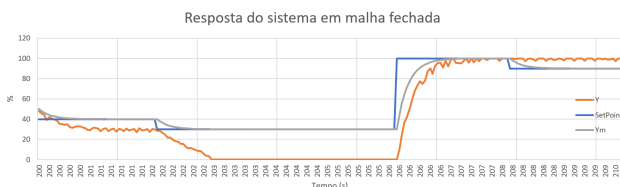


Figura 20. Gráfico mostrando velocidade mínima para rotação do tacogerador. Fonte: Autoria própria.

Baseado nos resultados alcançados com o teste apresentado na Figura 11, foi possível observar em resultados práticos a funcionalidade do MRAC, anteriormente discutidos e apresentados por simulação nos trabalhos de Manimozhi and Rajathi (2021), Xiong and Fan (2007) e Nguyen et al. (2020).

#### 4.6 GitHub

A biblioteca desenvolvida neste trabalho, tal como notas de auxílio e este artigo, estão disponíveis no GitHub e podem ser acessadas pelo QR code da Figura 21.



Figura 21. QR code para acesso à biblioteca no GitHub. Fonte: Autoria própria.

### 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como propósito criar uma biblioteca para Arduino com o objetivo de facilitar o aprendizado do controle adaptativo, usando o método do MRAC direto pela regra do MIT. Neste estudo se percorreu desde os cálculos do MRAC em matemática direta, passando para a forma que pudesse ser utilizada em softwares de simulação de tempo limitado, como o MATLAB. Indo então para a adaptação do código de MATLAB para a IDE do Arduino e por final o ambiente de bibliotecas Arduino. Resultando nesta biblioteca que apresentou seus resultados comparando graficamente o resultado real com o esperado pelo modelo.

Apesar desta pesquisa ter como objetivo o viés educativo como uma biblioteca de Arduino, este mesmo trabalho pode ser utilizado como base em projetos independentes, MVPs (Mínimo Produto Viável, em inglês) e projetos de teste em empresas.

De maneira geral, este trabalho cumpriu seu objetivo de criar uma biblioteca que implementasse o MRAC no Arduino para ser apresentado de forma simples às pessoas que estão iniciando na área do controle adaptativo. Espera-se que muitos alunos possam se encantar com o controle adaptativo e a melhoria que isso pode trazer aos sistemas não-lineares pelo mundo.

Durante o desenvolvimento deste projeto, observou-se partes que poderiam ser mais aprofundadas em trabalhos futuros. Como o estudo sobre a taxa de adaptação, que se demonstrou extremamente influenciadora na performance do controle; expandir a biblioteca para que seja possível utilizar outras formas do MRAC, como o controle indireto e pelo método de Lyapunov, ou mesmo para outros controles adaptativos.

### REFERÊNCIAS

- Arduino (2021). About arduino. URL <https://www.arduino.cc/en/about>. Último acesso em: 06 de Dez. de 2022.

- Astrom, K. (1987). Adaptive feedback control. *Proceedings of the IEEE*, 75, 185–217.
- Astrom, K. and Wittenmark, B. (1995). *Adaptive Control*. Addison-Wesley, Mineola.
- Bruce, J. (2021). *Indirect Model Reference Adaptive Control with online aircraft parameter estimation*. Master's thesis, Embry-Riddle Aeronautical University, Daytona Beach, FL.
- Callai, T., Coelho, A., and Coelho, L. (2007). Controle nebuloso adaptativo por modelo de referência: projeto e aplicação em sistemas não-lineares. *Controle & Automação*, 18, 479–489.
- Campos, M. and Teixeira, H. (2010). *Controles típicos de equipamentos e processos industriais*. Edgard Blucher Ltda., São Paulo.
- Candy, J. (2021). Model reference adaptive control (mrac) for additive manufacturing. Technical report, Lawrence Livermore National Laboratory.
- Evans, M., Noble, J., and Hochenbaum, J. (2013). *Arduino em ação*. Novatec, São Paulo.
- Fischman, A. (1993). *Controle robusto de sistemas lineares incertos - teoria e aplicações*. Master's thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC.
- Kreisselmeier, G. and Anderson, D. (1986). Robust model reference adaptive control. *Transactions on automatic control*, 31, 127–133.
- Mallick, S. and Mondal, U. (2019a). Comparative performance study of lyapunov based mrac technique and mrac augmented with pid controller for speed control of a dc motor. *International Conference on Advanced Computational and Communication Paradigms (ICACCP)*, 2.
- Mallick, S. and Mondal, U. (2019b). Performance study of different model reference adaptive control techniques applied to a dc motor for speed control. *International Conference on Trends in Electronics and Informatics (ICOEI)*, 3, 770–774.
- Manimozhi, M. and Rajathi, A. (2021). Design of mrac and modified mrac for dc motor speed control. *International Journal of Nonlinear Analysis and Applications*, 12, 1863–1871.
- Mushiri, T., Mahachi, A., and Mbohwa, C. (2017). A model reference adaptive control (mrac) system for the pneumatic valve of the bottle washer in beverages using simulink. *International Conference on Sustainable Materials Processing and Manufacturing*, 364–373.
- Nguyen, M., Vuong, D., and Nguyen, T. (2020). The mrac based - adaptive control system for controlling the speed of direct current motor. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, 19, 723–728.
- Pawar, R. and Parvat, B. (2015). Design and implementation of mrac and modified mrac technique for inverted pendulum. *International Conference on Pervasive Computing (ICPC)*.
- Pedrisch, R.O., Souza, A.M.M.C.d., Marinho, A.L.B., Santos, A.V.A., and Luna, J.D.F.d.O. (2022). Um módulo motor-tacogerador de baixo custo para ensino de controle automático. In *Anais do XXIV Congresso Brasileiro de Automática - CBA 2022*, volume 1.
- Sapiee, M. and Sudin, S. (2010). Road vehicle following system with adaptive controller gain using model reference adaptive control method. *International Journal of Simulation, Systems, Science & Technology (IJSSST)*, 11, 24–32.
- Silva, M. (2017). *Controle Adaptativo Aplicado a um Veículo Aéreo Não Tripulado*. Ph.D. thesis, Universidade Federal de Ouro Preto.
- Souza, R. (2016). *Estratégia de controle adaptativo para estabilização de um quadricóptero na presença de variação de massa*. Master's thesis, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.
- Tambara, R. (ano). Controle adaptativo teoria e aplicação. Material didático da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), em Edição do Autor. Disponível em [https://intranet.ctism.ufsm.br/gsec/Publicacoes/Controle\\_Adaptativo\\_Prof\\_Rodrigo\\_1\\_02\\_19.pdf](https://intranet.ctism.ufsm.br/gsec/Publicacoes/Controle_Adaptativo_Prof_Rodrigo_1_02_19.pdf). Último acesso em: 16 de Ago. de 2022.
- Trofino, A. (ano). Sistemas lineares. Material didático da Universidade Federal de Santa Catarina. Disponível em [https://www.academia.edu/19191808/Apostila\\_Sistemas\\_Lineares](https://www.academia.edu/19191808/Apostila_Sistemas_Lineares). Último acesso em: 16 de Ago. de 2022.
- Xiong, A. and Fan, Y. (2007). Application of a pid controller using mrac techniques for control of the dc electromotor drive. *International Conference on Mechatronics and Automation*, 2616–2621.