



Universidade de Brasília

Sistemas de Medição

Experimento I

Calibração Estática

15 de Outubro de 2013

Professor Carlos Humberto Llanos Quintero

Alunos:

Gabriel Kyth Cavalcante

11/0070721

Juarez Aires Sampaio Filho

11/0032829

[0.05cm]



Conteúdo

1	Introdução	3
2	Material	5
3	Procedimentos	5
3.1	Dificuldades Encontradas	5
4	Dados Experimentais	6
5	Análise de Dados	6
5.1	Questão 1	6
5.2	Questão 2	7
5.3	Questão 3	8
5.4	Questão 4	8
5.5	Questão 5	8
5.6	Questão 6	9
5.7	Questão 7	10
6	Conclusão	12



1 Introdução

Em **processos de calibração** estamos interessados em relacionar a resposta de um dispositivo à uma variável sendo medida. A **calibração** é dita **estática** quando as variáveis envolvidas são constantes ou variam tão lentamente que podem assim serem tratadas. Nesse processo determinamos as variáveis que mais influenciam a resposta do sensor e procuramos manter todas elas constantes a execução de uma. Essa variável livre é feita variar e observa-se a resposta do sistema a essa variação. Obtém-se então uma curva de calibração que relaciona a variável medida com a resposta do sensor válida para as condições tomadas para as outras variáveis. Esse processo pode ser repetido para diferentes condições fixadas e para as diferentes variáveis.

Um fato importante no método descrito anteriormente é que **supomos conhecer a variável sendo medida**. Para isso devemos adotar algum valor como sendo verdadeiro. Em muitas aplicações o valor de fato verdadeiro jamais será conhecido, temos apenas uma estimativa desse valor por meio de outros sensores. No processo de calibração adota-se um outro sensor já calibrado e aceito por especialistas como o valor real para comparação de medidas. Nas palavras do professor Carlos Llanos: "Engenharia é um pacto de cavalheiros". É preciso afrouxar nossa definição de valor verdadeiro para que possamos realizar medidas e delas tirar informações úteis.

Além de não podermos ter absoluta certeza do valor real sendo medido, é recorrente que a repetição de um processo de medição resulte em diferentes valores obtidos. De fato, em muitos processos de medição é rara a situação em que uma mesma medida é obtida duas vezes. Isso ocorre por mais que se tenha cuidado no processo de medida. Essa variação nos resultados obtidos se deve ao efeito de **variáveis aleatórias**. O efeito aleatório estará sempre presente, mas observa-se em medições bem feitas que os valores obtidos costumam oscilar em torno de um certo ponto. Os efeitos aleatórios podem interferir construtivamente ou destrutivamente em medidas individuais, mas ao se realizarem diversas medidas podemos ter uma boa noção da faixa de valores em que se encontra nossa variável. A repetição de medidas permite filtrar o efeito aleatório.

O sensor em foco nesse experimento é o **termopar**. O termopar consiste de uma união de dois metais distintos. A figura 1 ilustra o sensor. Seu funcionamento é baseado em 3 efeitos: **efeito Seebeck, Peltier e Thomson**. Cada um desses efeitos descreve relações entre tensões e correntes que surgem em junções de metais distintos quando as extremidades dessa junção são postas a temperaturas distintas. O funcionamento do termopar pode ser simplificado às relações:

- em uma junção como a da figura 1, uma diferença de temperatura entre as extremidades gera uma diferença de tensão V_1 .

- essa tensão é independente da temperatura em que as partes intermediárias da junção se encontram e de metais que possam estar no caminho. Ela depende exclusivamente dos dois metais que formam a extremidade da junção e da diferença de temperatura entre elas.

É preciso dizer que o efeito termoelétrico não depende da existência de metais diferentes. Acumulação de carga ocorreria mesmo que os dois metais fossem iguais na junção da figura 1. No entanto, no caso de metais iguais a diferença de tensão nos dois terminais da extremidade direita seria 0. **É preciso que os metais sejam diferentes para que se possa medir uma ddp.**

Outra propriedade importante dos termopares é a propriedade da **associação em série**. Sejam dois termopares iguais, o primeiro sujeito a diferença de temperatura $\Delta T_{1,2}$ e o segundo sujeito a $\Delta T_{2,3}$. $\Delta T_{1,2}$ causa em 1 uma ddp V_1 e $\Delta T_{2,3}$ causa V_2 em 2. A propriedade da associação nos diz que uma diferença de temperatura $\Delta T_{1,3} = \Delta T_{1,2} + \Delta T_{2,3}$ causará no termopar a ddp $V_3 = V_1 + V_2$. As propriedades descritas são usadas para usar termopares como sensores de temperatura.

Fisicamente, o efeito é causado pela relação que a temperatura tem com os níveis de energia presentes da estrutura atômica. Em altas temperaturas os elétrons estão mais agitados do que nas baixas temperaturas. Essa diferença de mobilidade molecular causa uma fuga de elétrons da parte mais quente para a parte mais fria. Dessa forma temos uma acumulação de cargas negativas na junção fria e de cargas positivas (falta de negativas) na junção quente e uma diferença de potencial resultante entre esses terminais.

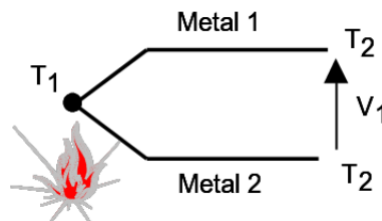


Figura 1: esquemáticos de um termopar



2 Material

Para a calibração usaremos;

- 2 termopares. Chamamo-os: o SMP(sistema de medição padrão) e o SMC(sistema de medição a calibrar)
- isopor com gelo fundente
- forno para banho maria com cabeça termostática
- multímetro digital

3 Procedimentos

Inicialmente realizamos as conexões dos termopares ao multímetro digital. Pode ser útil utilizar dois multímetros para podermos ler simultaneamente as medidas do SMP e do SMC. O termopar SMP utilizado fornece a saída em Ohms, enquanto o SMC em Volts. A conexão deve levar esses dois fatos em consideração para que seja feita adequadamente. Para melhorar os resultados usamos uma conexão com fios condutores de compensação. A ponta fria de ambos os termopares são colocadas no isopor com gelo fundente e as pontas quentes são colocadas no forno de banho maria com cabeça termostática. As pontas ficarão nessa configuração durante todo o experimento. Com o forno em temperatura ambiente fazemos 4 leituras dos multímetros. As leituras são feitas com intervalos de 20 segundos para padronização. O processo é refeito para 3 outras diferentes temperaturas do banho maria. É importante notar que depois que configuramos a temperatura do forno é preciso esperar um tempo para que esta seja atingida.

3.1 Dificuldades Encontradas

Inicialmente planejava-se realizar as três últimas medidas nas temperaturas de 200°, 300° e 400°C. Não foi possível atingir tais temperaturas pois o tempo que o forno utilizado demoraria para atingi-las seria impraticável. Utilizamos portanto temperatura intermediárias. Para conhecermos as temperaturas que estávamos medindo utilizamos a tabela de referência do termopar SRP. Essa tabela relaciona a resistência medida no multímetro com a temperatura na ponta quente desde que a ponta fria esteja em 0°C.



4 Dados Experimentais

As tabelas a seguir foram obtidas:

	SMP	SMC
Pontos	Unidade[Ω]	Unidade [mV]
01	109.102	0.848
02	109.101	0.848
03	109.100	0.849
04	109.104	0.850

Tabela 1: 1ª temperatura

	SMP	SMC
Pontos	Unidade[Ω]	Unidade [mV]
01	171.64	6.838
02	171.73	6.864
03	171.74	6.889
04	171.81	6.906

Tabela 2: 2ª temperatura

	SMP	SMC
Pontos	Unidade[Ω]	Unidade [mV]
01	200.47	10.923
02	200.73	10.950
03	200.90	10.971
04	200.45	10.991

Tabela 3: 3ª temperatura

	SMP	SMC
Pontos	Unidade[Ω]	Unidade [mV]
01	219.24	13.066
02	219.39	13.081
03	219.43	13.093
04	219.66	13.109

Tabela 4: 4ª temperatura

5 Análise de Dados

Dividimos a análise em seções para melhor entendimento.

5.1 Questão 1

Calculamos \bar{T} e s_T^2 pelas fórmulas:

$$\begin{aligned}\bar{T} &= \frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n} \\ s_T^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n (T_i - \bar{T})^2}{n(n-1)}\end{aligned}\tag{1}$$

Os resultados são mostrados na tabela a seguir.



Ponto(°C)	\bar{T}	s_T^2	s_T
23	0,84825	6,25E-08	0.000478714
188,5	6,87425	2,20396E-04	0.0148457
269	10,9595	2,2875E-04	0.0151245
321	13,08725	8,30625E-05	0.00911386

Tabela 5: média e desvio padrão para as medições

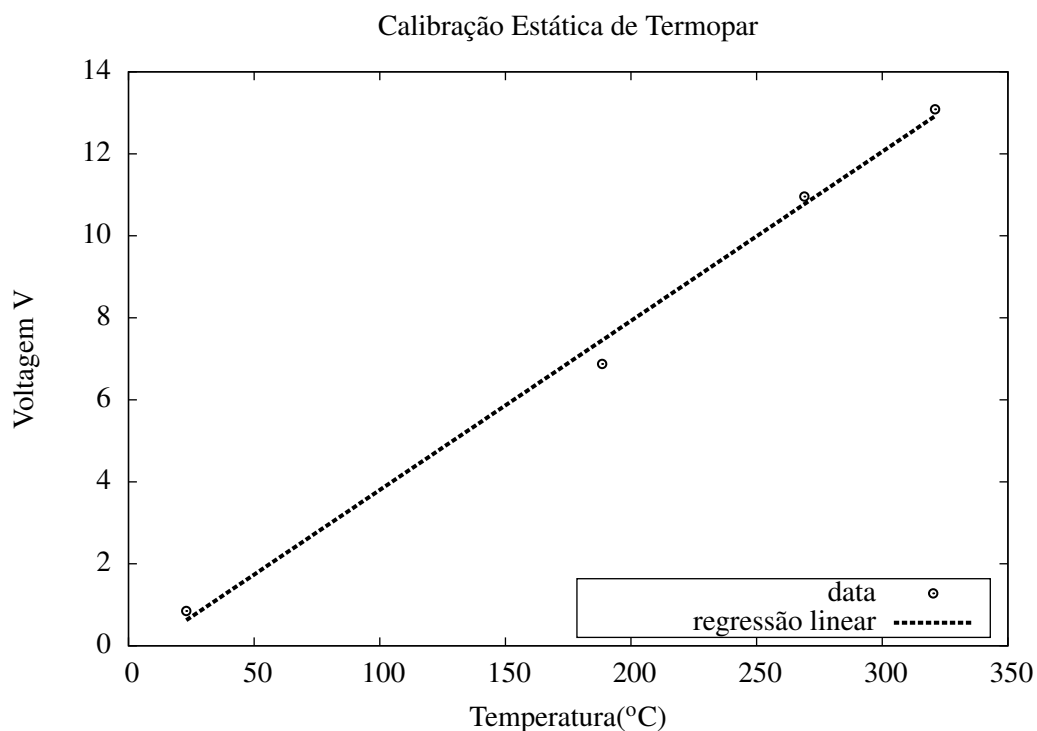
Os pontos foram tomados procurando a média dos valores medidos no SMP e procurando por essa media na tabela do fabricante.

5.2 Questão 2

A curva de calibração é feita com os dados da tabela acima. A equação obtida por regressão linear é:

$$V(T) = 0.0413T - 0.3254 \quad (2)$$

O resultado gráfico é plotado a seguir.



(a) curva de calibração



5.3 Questão 3

A equação 2 na questão 2 nos dá:

$$\begin{aligned} m &= 0.0413 \\ c &= -0.3254 \end{aligned} \quad (3)$$

Podemos ir além e calcular a variação desses parâmetros. As fórmulas são:

$$\begin{aligned} s_m^2 &= \frac{N s_{q_o}^2}{N \sum q_i^2 - (\sum q_i)^2} \\ s_b^2 &= \frac{s_{q_o}^2 \sum q_i^2}{N \sum q_i^2 - (\sum q_i)^2} \\ s_{q_o}^2 &= \frac{1}{N} \sum (m q_i + b - q_o)^2 \\ s_{q_i}^2 &= \frac{s_{q_o}^2}{m^2} \end{aligned} \quad (4)$$

Onde s_{q_o} nota o desvio padrão de q_o . Aqui q_o são os valores de resposta à q_i e assumimos que o desvio de cada q_o é igual, ou seja, que todas as medidas tem a mesma confiabilidade. Dessa forma s_{q_o} é calculado usando informação de todos os pares (q_i, q_o) . Os índices **i** e **o** são para input e output. Os resultados são apresentados a seguir:

Medida	valor
S_{q_o}	0.33439
S_m	0.0014827
S_c	0.340911
S_{q_i}	2.84679

Tabela 6: média e desvio padrão para as medições

Vemos que existe relativamente grande incerteza em relação ao coeficiente linear da reta, ao passo que baixa incerteza em relação ao coeficiente angular.

5.4 Questão 4

Para efeito de comparação podemos calcular a soma das incertezas para cada ponto na tabela 5 :

$$\sum S_i = 0.0395628 \quad (5)$$

vemos que a incerteza S_{q_o} tomada como uniforme para todos os pontos é muito maior que a soma das reais incertezas para cada ponto. Isso mostra que S_{q_o} é uma cota superior para os valores reais de incerteza. Comparando com S_m vemos que o erro no coeficiente angular da reta é inferior a soma dos erros individuais de cada medida. Ou seja, temos uma boa estimativa para o coeficiente angular da reta mesmo que os erros individuais de cada medida sejam altos.

5.5 Questão 5

Os comentários pertinentes foram feitos ao longo dos itens anteriores.



5.6 Questão 6

Termistores não são nada mais nada menos que resistores termicamente sensíveis, isto é, são resistores que tem sua resistência alterada a medida que ocorre uma variação na sua temperatura. Essa variação da resistência em função da temperatura pode se dar em duas maneiras distintas, a primeira delas, à medida que a temperatura aumenta, a resistência do Termistor diminui, a esse tipo de termistor damos o nome de NTC. Já para o caso em que a resistência do termistor aumenta à medida que a temperatura sobe, damos a esse tipo de termistor o nome de PTC. É interessante notar que pequenas variações na temperatura, provocam grandes variações na resistência do termistor, essa relação costuma ser de natureza exponencial.

A diferença mor entre termistores e termoresistencias está em suas composições e processos de fabricação que são distintos. Enquanto que as termoresistencias são feitas de materiais condutores tais como a platina, o cobre ou o níquel, os termistores são compostos de misturas semicondutoras, como magnésio, cobalto, titânio...

As principais aplicações dos termistores encontram-se ligadas a funções como controle e compensação de variações de temperaturas nas faixas mais baixas. E em geral são utilizados numa faixa de temperaturas que vão de -100° à cerca de 300° . Por razões óbvias são várias vezes utilizados como sondas de temperaturas em ambientes industriais, aparelhagem médica, eletrodomésticos ou até mesmo na aparelhagem de investigações científicas.

Outro ponto importante a falar sobre os termistores é a respeito de sua precisão. Em alguns casos, conseguimos verificar uma precisão da ordem de 1°C na medição de temperatura, enquanto em outros casos, conseguimos verificar até mesmo a precisão de centésimos de grau.

Quando comparados com os termopares, conseguimos traçar tanto pra um quanto para o outro, vantagens e desvantagens em relação ao seu uso sobre o outro. De início podemos citar que termopares geram sua própria tensão, e logo não precisam ser alimentados por nenhuma corrente de excitação, em suma, podemos dizer que isso é uma vantagem para os termopares pois desse modo, evitamos o auto aquecimento que pode acontecer com os termistores ao serem alimentados, além disso, podemos citar que os termopares são simples, robustos, fáceis de construir e operam numa ampla faixa de temperaturas. Agora que falamos das vantagens que o termopar leva sobre os termistores, veremos agora algumas desvantagens: Os termopares apresentam um baixo nível da saída, apresentam uma característica não linear e precisam de uma compensação da sua temperatura de junção de referência.



5.7 Questão 7

Desejamos aplicar o teste chi-quadrado para determinar se uma amostra de dados é gaussiana ou não. Dividimos o procedimento em etapas. Essa questão levou ao desenvolvimento de um código em C++ para trabalhar com os dados estatísticos, esse código está anexado ao final do relatório. Ele contém diversas rotinas para manipulação de matrizes e dados estatísticos e utiliza somente as bibliotecas padrões da linguagem.

- **Ordenando os dados**

O conjunto de dados é ordenado. Utiliza-se para isso um algoritmo simples implementado em C++. A ordenação não é mostrada aqui por ser de pouco interesse mas pode ser vista na tabela 7 onde definimos os grupos.

- **Calculando Desvio Padrão e Média** Novamente se utiliza rotinas em C++ para o cálculo. Os resultados são:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 9.83467 \\ s &= 0.428057\end{aligned}\tag{6}$$

- **separando em grupos** Os grupos são apresentados a seguir. Eles foram escolhidos de forma a termos no mínimo 5 elementos por grupo e a manter uma certa uniformidade no tamanho do intervalo.

		grupo 3	
		9.98	
	grupo 2	10	
grupo 1	9.36	10.01	grupo 4
8.9	9.38	10.02	10.11
8.99	9.79	10.07	10.15
8.99	9.81	10.1	10.2
9.06	9.86	10.1	10.2
9.2	9.87	10.1	10.32
	9.89	10.1	10.38
	9.9	10.1	
		10.1	

Tabela 7: grupos formados

- **definir os limites dos intervalos e a respectiva normalização** A normalização é feita pela fórmula:

$$w = \frac{x - \mu}{\sigma}\tag{7}$$

onde devemos fazer a normalização nos extremos do intervalo. A tabela a seguir é montada:



número do grupo	domínio em x	domínio em w	n_o
1	$-\infty < x \leq 9.2$	$-\infty < w \leq -1.48267$	5
2	$9.2 < x \leq 9.9$	$-1.48267 < w \leq 0.152628$	8
3	$9.9 < x \leq 10.1$	$0.152628 < w \leq 0.619855$	11
4	$10.1 < x < \infty$	$0.619855 < w < \infty$	6

- **Calculamos o número n_e para cada intervalo** Para cada intervalo calculamos o número de elementos que um ensaio com 30 tomadas teria de uma gaussiana perfeita.

número do grupo	probabilidade	30*probabilidade
1	0.0690812	2.07244
2	0.491573	14.7472
3	0.171669	5.15008
4	0.267676	8.03029

O cálculo da probabilidade foi feito utilizando uma aproximação numérica para a função de distribuição acumulada gaussiana. O código pode ser visto em anexo.

- Calculamos o fator χ^2 dado pela fórmula:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(n_o - n_e)^2}{n_e} \quad (8)$$

1. n_e : número de elementos obtidos em um ensaio gaussiano perfeito para aquele intervalo
2. n_o números de elementos no grupo

O fator calculado é :

$$\chi^2 = 14.3807 \quad (9)$$

Agora, temos 4 grupos portanto apenas 1 grau de liberdade. Para 1 grau de liberdade, se tivéssemos obtido um χ^2 de 2.71 teríamos apenas 10% de chance de termos uma gaussiana perfeita. Portanto temos menos de 10% de chances de ter uma gaussiana perfeita. O teste nos diz que **a distribuição não é gaussiana!**



6 Conclusão

O experimento permitiu obter a curva de calibração de um termopar. A curva achada foi $V(T) = 0.0413 T - 0.3254$. Além disso obteve-se os diversos parâmetros associados a confiabilidade desses valores. Obteve-se que apesar de certa incerteza na medição dos pontos individuais têm-se uma grande certeza do coeficiente angular obtido. Pôde-se também aplicar o teste chi-quadrado para uma amostra de 30 dados e determinar que esta não é gaussiana. O experimento colocou em prática diversos conceitos de calibração e estatística e mostra como essas técnicas são utilizadas na prática de engenharia.

Referências

- [1] Ernest D. Doebelin, *Measurement Systems : application and design*, 3ª ed. McGraw Hill, 1993.