



**Universidade de Brasília**

# Análise Dinâmica Linear

## Experimento II

---

### **Simulink**

---

25 de Setembro de 2013

Professor Henrique Cezar Ferreira

Alunos:

Juarez A.S.F

11/0032829





## 1 Objetivos

Utilizar o Simulink para analisar um sistema elétrico, um dinâmico e um sistema genérico representado por diagrama de blocos.

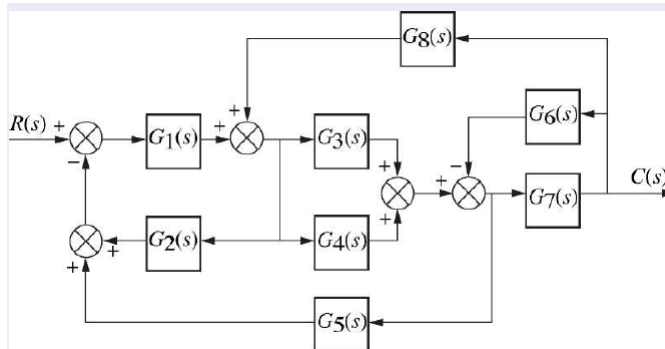
## 2 Introdução Teórica

No estudo de controle de sistemas dinâmicos é recorrente utilizar a função de transferência de um sistema para prever sua resposta a uma determinada entrada. Uma vez conhecida a função de transferência e a transformada de Laplace da entrada  $I(s)$  podemos determinar a saída através da transformada inversa de Laplace. O cálculo da transformada inversa requer muitas vezes o uso de frações parciais ou ainda de uma integral de convolução. A utilização desses métodos nos dá a forma analítica da saída, mas sem sempre isso é necessário. Muitas vezes podemos usar ferramentas computacionais para conhecer graficamente a resposta do sistema. Uma ferramenta que permite essa análise é o Simulink.

No Simulink o sistema pode ser representado na forma de diagrama de blocos. Existem 2 blocos ou operações fundamentais utilizados nessa representação: bloco de função de transferência e bloco somador. A figura 1a mostra um diagrama de blocos que será usado mais tarde. Os retângulos com  $G$ 's dentro são os blocos função de transferência. O sinal que entra neles sai multiplicado pela função de transferência descrita em seu interior. O bloco somador é representado pelo círculo com uma cruz. O sinal de saída desse bloco é a soma ou diferença das suas entradas. A operação que esse bloco realiza é indicado pelo sinal junto a suas entradas. Vale ainda notar que o diagrama é orientado e o sentido do fluxo de sinal em uma conexão de blocos é indicado pela ponta da seta.

Com essas simples operações podemos implementar em blocos o comportamento de diversas equações diferenciais. Utilizando as propriedades da transformada de Laplace podemos representar a derivação no domínio do tempo por uma multiplicação por  $s$  no domínio da frequência, ou ainda uma integração no tempo por uma multiplicação por  $\frac{1}{s}$  na frequência. Podemos ainda representar um circuito inteiro pelo bloco com sua função de transferência.

O interessante do uso de diagramas de blocos é poder abstrair o sistema que ele representa. Isto é, podemos nos concentrar no efeito que as relações entre os componentes causa sem nos preocuparmos com os detalhes dos componentes em si. Dessa forma podemos usar as mesmas técnicas para analisar sistemas das mais diversas naturezas, depois de obtidas as funções de transferência os sistemas físicos serão resolvidos da mesma forma, seja ele elétrico, mecânico ou que for.

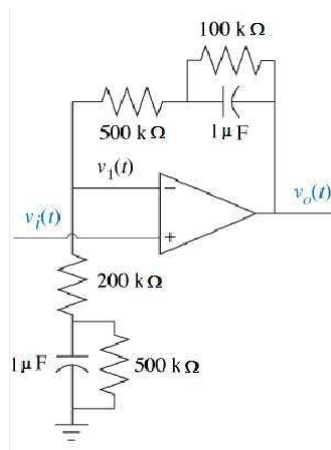


(a) exemplo de diagrama de blocos

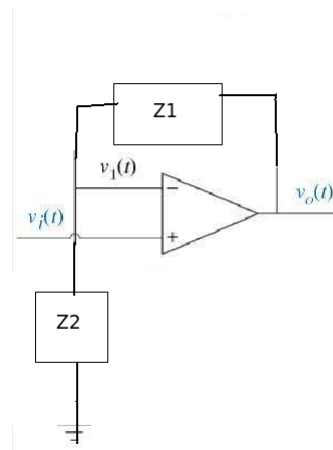
Figura 1

### 3 Descrição Experimental

#### 3.1 Exercício 1



(a)



(b) circuito generalizado

Figura 2: Circuito do exercício 1

Considere o circuito na figura 7. Desejamos calcular a função de transferência  $H(s)$  que relaciona a saída com a entrada. Para facilitar o desenvolvimento considere o circuito genérico na figura 2b. A função de transferência pode ser facilmente calculada a partir do modelo ideal para o amp op que considera que seus terminais + e - estão em um curto circuito virtual e que a corrente por eles é nula. Nesse caso a função de transferência é:



$$H(s) = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} \quad (1)$$

Substituindo os valores do problema podemos achar a saída para o caso em estudo. Para facilitar notamos que as resistências envolvidas são todas múltiplas de  $100\text{k}\Omega$  e podemos colocá-las em termos de  $R = 100\text{k}\Omega$ . O código de matlab a seguir utiliza essa ideia para simplificar os cálculos. Ele calcula a função de transferência e a exibe na tela já em forma simplificada.

```
%exercicio 1

syms s

R = 100e3;
C = 1e-6;

z1 = 5*R + parallel(R, 1/(C*s));
z2 = 2*R + parallel(5*R, 1/(C*s));

H = (z1+z2)/z2;
H = collect(H);

pretty(H)
```

Com a função de transferência obtida podemos montar o diagrama de blocos no Simulink e simular a resposta do circuito a diversas entradas, em particular simularemos a saída ao degrau unitário. A montagem do diagrama de blocos é ilustrada a seguir. Vemos também a janela de configuração do bloco de função de transferência onde especificamos o numerador e o denominador de  $H(s)$ .

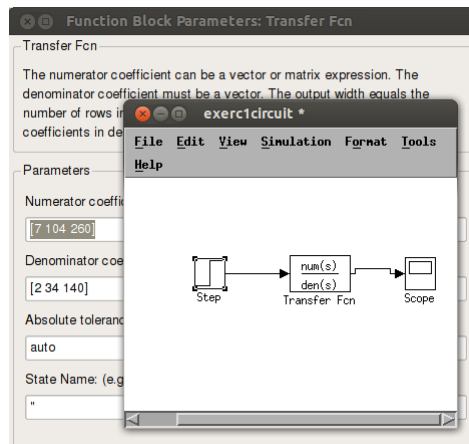


Figura 3: diagrama de blocos da simulação no Simulink

### 3.2 Exercício 2

Agora montamos o diagrama de blocos como na figura 4 e simulamos a resposta ao degrau unitário.

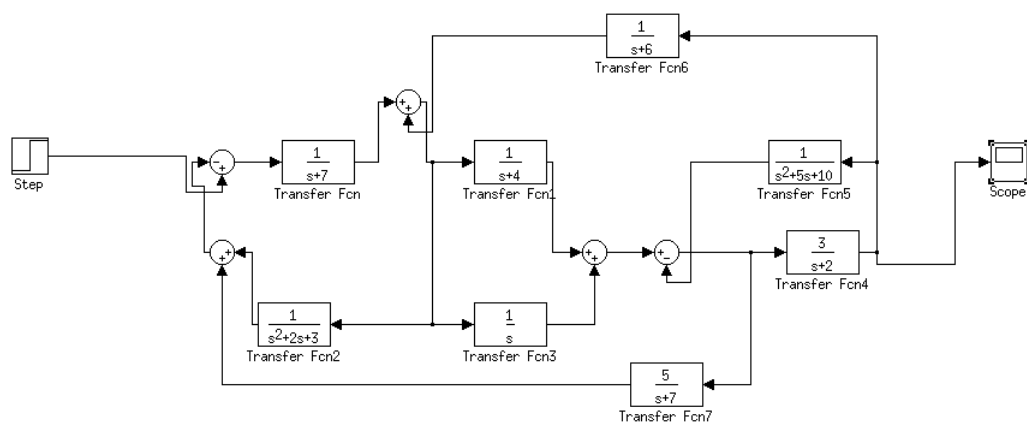


Figura 4: diagrama de blocos

### 3.3 Exercício 3

Estudamos agora o sistema mecânico na figura 5 com os valores de todas as constantes envolvidas iguais a 1. A figura 6 mostra o diagrama da montagem no Simulink junto com a configuração do sinal de entrada. Em uma segunda parte tentamos simular a resposta a um impulso ao reduzir o tamanho de pulso para 0.05s e subir a amplitude para 100V. Usamos também a função impulse para comparar os resultados.

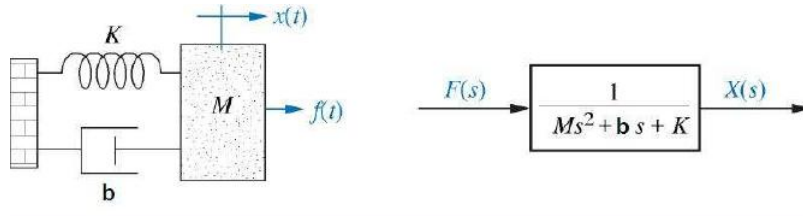


Figura 5: sistema mecânico e sua função de transferência

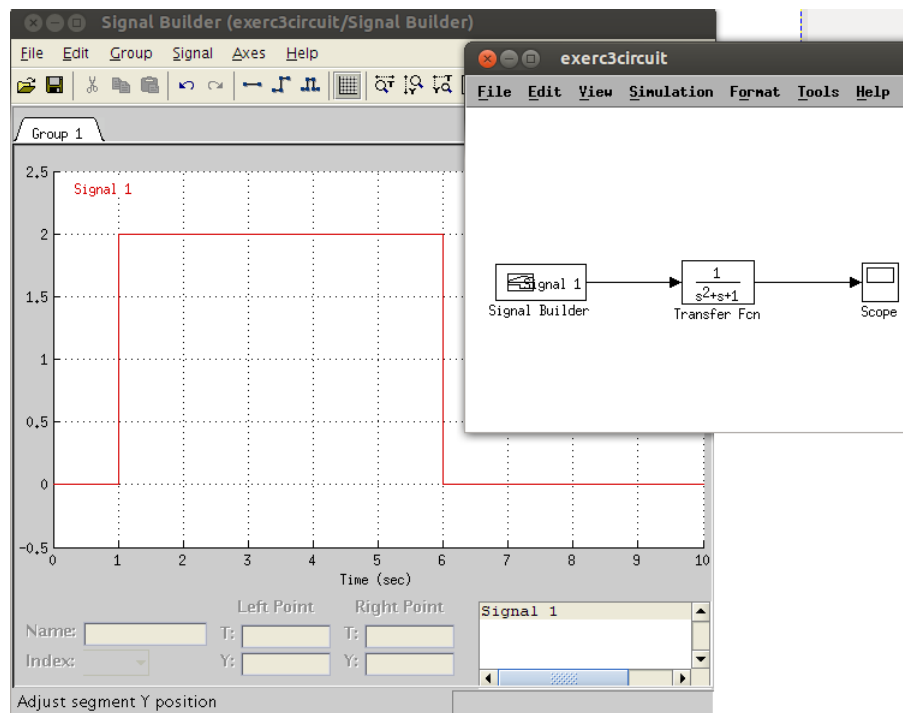


Figura 6



## 4 Resultados

### 4.1 Exercício 1

A saída da rotina para cálculo da função é apresentada a seguir:

$$\frac{7s^2 + 104s + 260}{2s^2 + 34s + 140}$$

A função de transferência é salva na variável H e podemos usar o comando latex(H) para obter o código e apresentar a resposta adequadamente em formato texto:

$$\frac{7s^2 + 104s + 260}{2s^2 + 34s + 140} \quad (2)$$

A saída da simulação de resposta ao degrau unitário é apresentada a seguir:

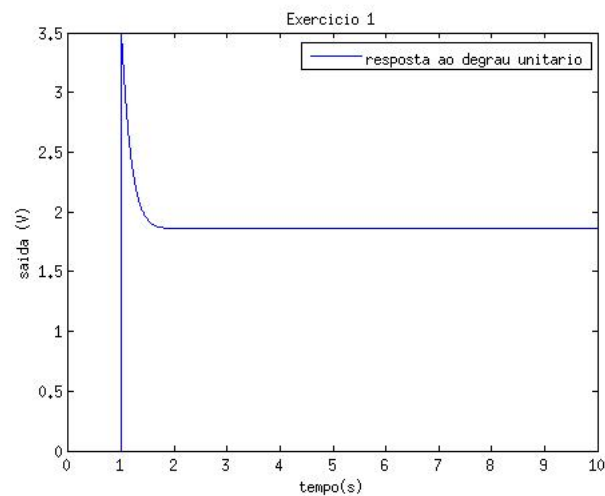


Figura 7: resposta ao impulso unitário

### 4.2 Exercício 2

A resposta ao degrau unitário é mostrada no gráfico a seguir:



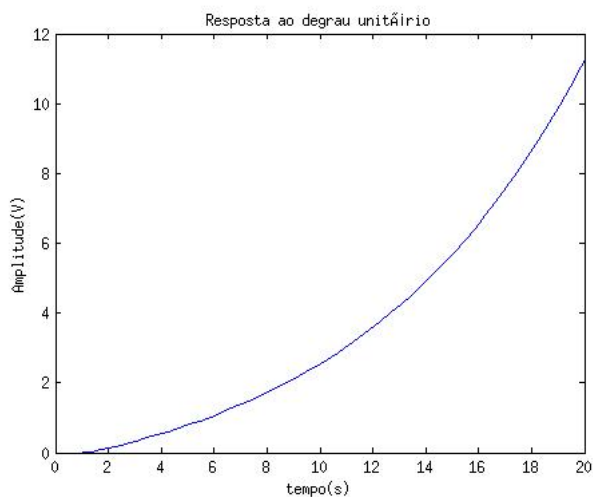


Figura 8: resposta ao impulso unitário

vemos que a saída apresenta comportamento exponencial.

### 4.3 Exercício 3

A resposta obtida é mostrada no gráfico 9. A resposta obtida a simulação de um impulso por um pulso de amplitude 100V e duração 0.05s é mostrada na figura 10 e a saída da função impulse na figura 11.

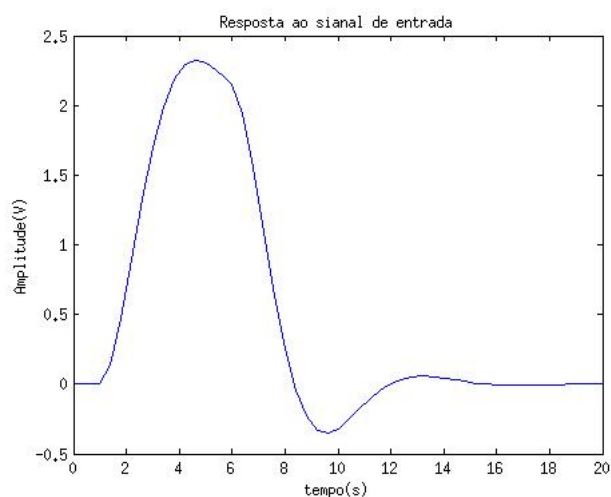


Figura 9: resposta do sistema mecânico

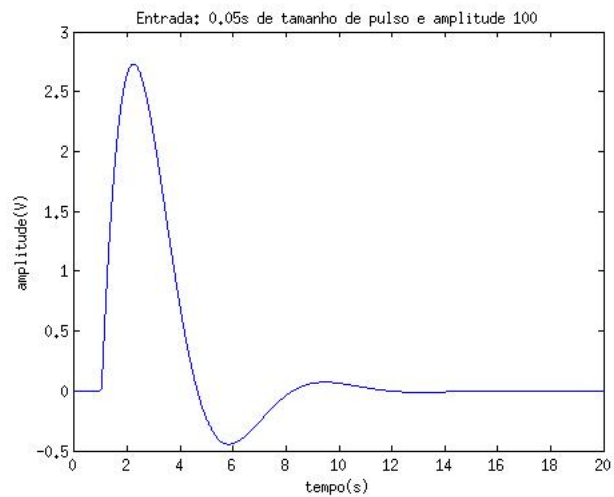


Figura 10: resposta com aproximação de impulso

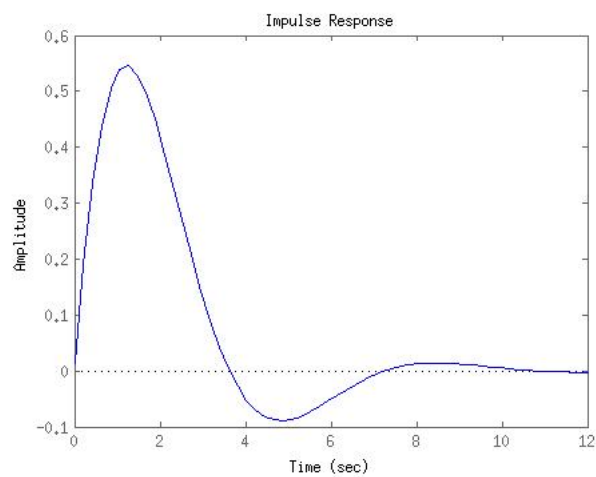


Figura 11: resposta com função impulso



## 5 Discussão e Conclusões

No experimento 1 vimos como diagramas de blocos com funções de transferência são facilmente montados e nos fornecem a resposta a uma determinada entrada rapidamente e de forma visual. No exercício 2 obtivemos que a saída ao sistema em estudo tem comportamento exponencial. Em particular a amplitude da grandeza de saída tende ao infinito a medida que o tempo cresce, o que é um comportamento perigoso para a maioria das aplicações. Esse comportamento não é óbvio ao se olhar apenas o diagrama de bloco, mas se torna evidente assim que se obtém a simulação. No exercício 3 vimos que ao menos qualitativamente o impulso pode ser aproximado por um degrau de pequena largura e alta amplitude. A resposta obtida por essa aproximação apresenta a mesma forma mas diverge da resposta ao impulso na escala do gráfico. É possível que essa resposta melhore se fizermos a largura de pulso diminuir mais ainda ao mesmo tempo que elevamos a amplitude do sinal.

## Referências

- [1] Nise, N.S. *Engenharia de Sistemas de Controle* 5<sup>a</sup> ed. LTC, 2009.
- [2] Ogata, K. *Moder Control Engeeniring* 5<sup>a</sup> ed. Pearson, 2010.