Universidade de Brasília
Tecnologia de Comando Numérico
Torno Didático

Análise de Erro Dimensional e Geométrico de Capabilidade

9 de Julho de 2014

Professor: Alberto J. Álvares
Aluno:
Juarez Aires Sampaio Filho 11/0032829

I. Introdução

No contexto das tecnologias de comando numérico aplicadas a usinagem, o **código G** consiste numa sequências de instruções a serem interpretadas por uma máquina de modo a usinar uma determinada peça. A definição da linguagem apresenta diversos comandos de movimentação de ferramenta de forma a permitir que as mais variadas geometrias possam ser pelo código descritas.

Antes mesmo da elaboração do código G, a receita deve ser escrita na forma de **planejamento de processo**. Nessa etapa, descreve-se os passos a serem seguidos para a usinagem em uma tabela. A máquina não irá interpretar essa tabela, mas ela serve de orientação para a codificação do código G e para as configurações de máquina, peça e ferramenta que podem ser necessárias. Em máquinas mais simples essa configuração é muitas vezes feita manualmente e o planejamento de processo informa o operador o que é necessário. Na prática deve-se primeiro escrever o planejamento do processo e só então passar para a elaboração do código G.

Para a verificação da qualidade da peça diversos conceitos estatísticos devem ser apresentados. Em primeiro lugar deve-se falar sobre os tipos de **erros** envolvidos no processo. Primeiramente temos o **erro sistemático** que gera uma diferença sistemática entre o valor projeto para uma dimensão da peça e o valor obtido. Dizemos que o erro é sistemático quando ele é oriundo de uma má configuração do sistema ou do processo. Por exemplo, digamos que estejamos medindo a gravidade e obtenhamos um valor de 18 m/s^2. O valor está muito distante daquele aceito como correto e deve então haver um erro sistemático no processo de medida. No contexto da usinagem, um erro sistemático ocorre, por exemplo, quando projetamos um diâmetro de 50mm para uma peça e medimos um diâmetro de 40mm. Quando o erro sistemático está presente em grande intensidade, dizemos que o processo foi **inacurado**, caso contrário foi **acurado**.

Uma outra modalidade de erro é o **erro aleatório**. Esta forma de erro está presente em qualquer processo de medida ou fabricação e está relacionado com as variações de natureza aleatório que ocorrem no processo. Ao medirmos o diâmetro de uma peça podemos obter valores próximos como 50.01mm ou 49.98mm e isso não significa que existam dois valores para a variável sendo medida. Significa que o instrumento sendo utilizado é suscetível a pequenas variações que, sem mais informações, são de natureza aleatória. Quando o erro aleatório é comparável ao valor da medida tomada dizemos que o processo foi **impreciso**, quando não, é **preciso**.

Se medidas sucessíveis nos dão valores diferentes, como saber o valor real? De fato, nunca podemos ter absoluta certeza sobre o valor de uma variável sendo medida, mas podemos supor um comportamento para o erro aleatório e estimar duas grandezas importantes: a média e o desvio padrão dos valores. O primeiro informa a melhor aproximação para o valor real sendo medido e o segundo informa o quanto os valores medidos oscilam em torno da média. Podemos dizer que o processo é preciso quando possuir baixo desvio.

Quanto ao comportamento esperado do erro aleatório, espera-se que ele varia seguindo uma distribuição normal, ou gaussiana. No entanto, quando possuímos apenas uma pequena quantidade de amostras(<30) é mais recomendável adotar um modelo de distribuição **t de Student**. Com essa abordagem podemos, a partir de um pequeno conjunto de dados, afirmar algo do tipo "estima-se com X% de certeza que o valor real da média esteja entre A e B".

Para a utilização da t-student alguns conceitos são agora apresentados:

- **média da população (μ)**: corresponde a média real da população ao qual os valores pertencem.
- **média da amostra $\overline{X}$** : é a média dos dados. Notar que a média dos dados é, muito provavelmente, diferente da média da população(conjunto de todas as medidas possíveis).

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (1)$$

- **Desvio Padrão (σ)**: corresponde ao desvio real da população em torno da média real
- **Estimação para o Desvio Padrão ($\widehat{\sigma}$)** corresponde a uma estimação para a variável acima e é dado por;

$$\widehat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X})^2} \qquad (2)$$

- **Graus de Liberdade (ξ)**: corresponde ao números de variáveis aleatórios que podem variar desde que uma variável tenha sido fixada. Para o caso em estudo:

$$\xi = n - 1 \qquad (3)$$

- **Consultando a tabela t de Student**: digamos que queiramos X% de confiabilidade para a o valor da média μ, determinamos então o valor α

$$\alpha = 1 - X \qquad (4)$$

Para consulta na tabela devemos olhar a linha ξ(graus de liberdade) coluna (1 - $\alpha/2$). Isso é feito pelo modo como a tabela é construída. Teremos então o valor z. Calculamos então o comprimento de variação Δ:

$$\Delta = \frac{\widehat{\sigma} z}{\sqrt{n}} \qquad (5)$$

Finalmente, podemos dizer que "temos X% de certeza de que a média real μ se encontra entre $\overline{X} - \Delta$ e $\overline{X} + \Delta$". Para o caso X = 0.95 e n = 5(nosso caso), z = 2.7764.

Um vez calculado o comprimento Δ podemos adotá-lo como o erro aleatório envolvido em nossas medidas. Aqui escolhemos 95% arbitariamente, poderíamos escolher qualquer valor mas 95% parece suficientemente conservador e rigoroso. Basta lembrar em que sentido definimos o erro: "temos 95% de certeza de que a média real μ se encontra entre $\overline{X} - \Delta$ e $\overline{X} + \Delta$".

Finalmente, apresentamos o conceito de capacidade. Como vimos anteriormente, todo processo apresenta erros. O projeto de uma peça deve ter isso em consideração e, portanto, definir tolerâncias dimensionais. O índice de capacidade indica se uma determinada máquina é capaz ou não de produzir as especificações de erro informadas;

$$\text{Capacidade} = \frac{\text{Tolerância}}{\text{Erro Inerente}} \qquad (6)$$

A usinagem adequada é possível se esse índice for maior do que 1. Pode-se ainda acrescentar um fator de segurança se adequado às necessidades do projeto.

II. Objetivos

Este trabalho tem como objetivo praticar as etapas do planejamento, execução e aferição da qualidade de uma peça de cera usinada no torno didático.

III. Planejamento de Processo

O planejamento de processo é visto na tabela I.

IV. Código G

```
($Lathe)
($Millimeters)
(110032829)
$AddRegPart 1
G90 G21 G40 ET8 M6
//G21  unidades em milimitros
//G40 cancela compensação de raio
//ET8 M6 seleciona e troca ferramenta
G92 X0 Z128

(move para plano de segurança)
G00 X28 Z2

F250 S1000 M4 (liga a ferramente M4)

G01  X24.0
Z-100(tira 1mm para homogeneizar)
X28
(rasgos iniciais - começo)
//primeiro rasgo profundidade 6
G00  Z-95 //G0
G01  X23.5 (tira 2cm)
X21.5
X19.5
X28 (segurança)


//segundo rasgo profundidade 4
G00  Z-88 //G0
G01  X23.5
X21.5
X28 (segurança)

//terceiro rasgo profundidade 2
G00  Z-81 //G0
G01 X23.5
X28 (segurança)
(rasgos iniciais - fim)
```

Nº	Operação	Z inicial(mm)	Z final(mm)	Profundidade(mm)	Raio(mm)
1	desbaste	2	-100	1	
2	rasgo	-95		2.5	
3	rasgo	-88		1.5	
4	rasgo	-81		0.5	
5	desbaste	-56	-58	0.5	
6	desbaste	-56	-60	1.5	
7	perfilamento	-56	-68	1.0	
8	desbaste	-36	-38	0.5	
9	desbaste	-36	-30	1.5	
10	perfil. circular	-36	-38	1.0	6
11	desbaste	-16	-18	0.5	
12	desbaste	-16	-10	1.5	
13	perfil. circular	-16	-18	1.0	6
14	rasgo	-15		1.5	
15	rasgo	-21		0.5	

Tabela I: Planejamento de Processo

```
(declividade trapezoidal - inicio)
(rasgo trapezoidal primeiro passe)
G00  Z-56 //G0 extremidade direita
G01  X25.5 //aproximação
X23.5 Z-58
Z-72
X25.5 Z-74
X28 (segurança)
(rasgo trapezoidal - segundo passe)
Z-56 //G0 extremidade direita
X25.5 //aproximação
X21.5 Z-60
Z-70
X25.5 Z-74
X28 (segurança)
(rasgo trapezoidal - terceiro passe)
Z-56 //G0 extremidade direita
X25.5 //aproximação
X19.5 Z-62
Z-68
X25.5 Z-74
X28 (segurança)
(declividade trapezoidal - fim)

(declividade circular - inicio)
(rasgo circular primeiro passe)
Z-36 //G0 extremidade direita
X25.5 //aproximação
X23.5 Z-38
Z-50
X25.5 Z-52
X28 (segurança)
(rasgo circular segundo passe)
Z-38 //G0 extremidade direita
X25.5 //aproximação
X21.5 Z-40
Z-48
X25.5 Z-52
X28 (segurança)
(rasgo circular terceiro passe)
Z-38 //G0 extremidade direita
X25.5 //aproximação
X19.5 Z-42
Z-46
X25.5 Z-52
X28 (segurança)
(rasco circular - acabamento)
Z-38 // G0 extremidade direita
X25.5
G2 X19.5 Z-42 R6
G1 Z-46
G2 X25.5 Z-52 R6
G1 X28 (segurança)
(declividade circular - fim)

(declividade circular com rasgos - início)
(primeiro passe)
Z-16 //G0 extremidade direita
X25.5 //aproximação
X23.5 Z-18
Z-28
X25.5 Z-30
X28 (segurança)
(segundo passe)
Z-16 //G0 extremidade direita
X25.5 //aproximação
X21.5 Z-20
Z-26
X25.5 Z-30
X28 (segurança)

(primeiro rasgo)
Z-25
X23.5
X21.5
X19.5
X28(segurança)
(segundo rasgo)
Z-21
X23.5
X21.5
X19.5
X28(segurança)
(declividade circular com rasgos - FIM)
```

```
(detalhe da ponta direita - inicio)
(primeiro passe)
Z0
X23.5
X26.5 Z-2
(segundo passe)
Z0
X21.5
X24.5 Z-4
(terceiro passe)
Z0
X19.5
X24.5 Z-6
(acabamento)
Z0
X19.5
G2 X25.4 Z-6 R6
X28(segurança)
(detalhe da ponta direita - FIM)

(rasgo na ponta direita - início)
Z-11
X25.5 (aproximação)
X23.5 (usinagem)
X21.5 (usinagem)
X19.5 (usinagem)
X28 (segurança)
(rasgo na ponta direita - FIM)

G0 X40 Z40

M30 (encerra programa)
```

V. Simulação

A figura a seguir foi obtida com a simulação no programa CNC Simulador.

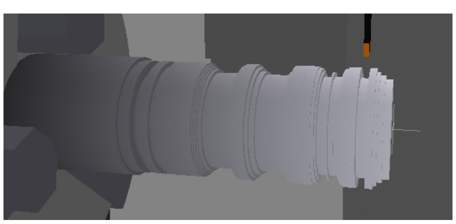

Figura 1: Simulação obtida com CNC Simulator

VI. Resultados

A peça produzida é mostrada a seguir.

Figura 2: resultado

Vamos na tabela II dados dos valores medidos, projetados, médias e desvio padrão. As medidas são tomadas nos pontos indicados da figura a seguir.

Figura 3: pontos onde as medidas foram tomadas

VII. Análise de Capacidade

Para uma análise rápida da capacidade de máquina, vamos tomar como variância das medidas feitas a média das variâncias de cada medida.

$$\overline{\widehat{\sigma}} = 0,071065999 \tag{7}$$

O erro da máquina pode então ser estimado em:

$$\Delta = \frac{\widehat{\sigma} z}{\sqrt{n}} = \frac{0,041 \cdot 2,7764}{\sqrt{5}} = 0,0882386589 \tag{8}$$

Calculamos agora a capabilidade com um fator de segurança de 2 e uma tolerância de 0.5mm:

$$\begin{aligned} \text{Cp} &= \frac{\text{Tolerância}}{\text{fator de segurança}\cdot\text{Erro Inerente}} \\ &= \frac{0.5}{2\cdot 2\cdot 0,0882386589} \approx 1.4 \end{aligned} \tag{9}$$

variável	x_1 (mm)	x_2(mm)	x_3(mm)	x_4(mm)	x_5 (mm)	$\overline{X}$(mm)	$\widehat{\sigma}$ (mm)	Projetado(mm)	Erro(%)
medida 1	42,971	42,839	42,906	42,924	42,920	42,912	0,048	39,000	10,03
medida 2	45,084	45,051	45,030	45,108	45,111	45,077	0,036	43,000	4,83
medida 3	46,844	47,137	47,371	47,124	47,194	47,134	0,190	47,000	0,29
medida 4	47,611	47,592	47,517	47,571	47,644	47,587	0,047	48,000	0,86
medida 5	38,865	38,840	38,837	38,884	38, 791	38,843	0,035	39,000	0,40

Tabela II: Dados Experimentais e Estatísticos

Vemos que a máquina em que a peça foi usinada é capaz, e com folga, de usinar uma peça com requisitos de projeto de tolerância dimensional de 0.5mm. No entanto, as médias para as medidas tomadas destoam bastante dos valores projetados, mostrando a presença de erros sistemáticos. Apontamos duas fontes prováveis de erro: o zeramento da máquina e o diâmetro original da peça pode ter diferido daquela de projeto(50mm).

CPK

Vamos calcular o CPK. Esta medida se aplica quando a tolerância sofre maior restrição em relação a um dos limites(superior ou inferior).

$$CPK = min(CPI, CPS) \tag{10}$$

onde:

$$CPI = \frac{\text{tolerância inferior}}{0.5 \cdot \text{variabilidade inerente}} \tag{11}$$

$$CPS = \frac{\text{tolerância superior}}{0.5 \cdot \text{variabilidade inerente}} \tag{12}$$

É claro que o menor CP está naquele com menor tolerância. Vamos calcular para uma tolerância inferior de 0.3 e superior de 0.8:

$$\begin{aligned} &CPI = 1,70 \\ &CPS = 4,53 \\ &CPK = CPI = 1.70 \end{aligned} \tag{13}$$

Vemos que ainda sim a máquina é capaz.

Referências

[1] Paul L. Meyer *Probabilidade Aplicações à Estatística* 2ªed. LTC, 2009.(pag. 359, exemplo 14.18

[2] Duke University, Department of Statistical Science *FAQ'S ABOUT THE STUDENT-T DISTRIBUTION* www.isds.duke.edu/courses/Fall98/sta110b/tfaq.html acesso em 9 de Julho de 2014

[3] Stat Trek *Student's t Distribution* http://stattrek.com/probability-distributions/t-distribution.aspx?tutorial=ap acesso em 9 de Julho de 2014