

PROBLEMES DE MATEMÀTICA DISCRETA

Tema 2. CONJUNTS I RELACIONS (Bloc 3)

1. Calcula el m.c.d i el m.c.m dels enters $a = 10285$ y $b = 9009$
2. En el conjunt \mathbb{Z}_6 es defineixen les següents relacions

$$xR_1y \Leftrightarrow x = y \vee \bar{5}x = y$$

$$xR_2y \Leftrightarrow x = y \vee \bar{3}x = y$$

Proveu que R_1 és d'equivalència i obteniu el conjunt quocient. Proveu que R_2 és d'ordre i representeu el seu diagrama de Hasse.

3. Es consideren $f: \mathbb{Z}_7 \rightarrow \mathbb{Z}_7$ i $g: \mathbb{Z}_7 \rightarrow \mathbb{Z}_7$ definides mitjançant $f(x) = \bar{2}x + \bar{3}$ i $g(x) = \bar{4}x + \bar{2}$. Indiqueu si f i g són injectives, suprajactives o bijectives. Obteniu $(g \circ f)^{3420}$ i $(f \circ g)^{264}$.
4. Siguen $f: \mathbb{Z}_6 \rightarrow \mathbb{Z}_6$ i $g: \mathbb{Z}_6 \rightarrow \mathbb{Z}_6$ definides mitjançant $f(x) = x + \bar{4}$ i $g(x) = \bar{3}x$. Indiqueu si g i $g \circ f$ són injectives, suprajactives o bijectives. Obteniu $(g \circ f)^{250}$ i $(g \circ f)^{121}$.
5. Resol en \mathbb{Z}_6 les equacions:
 - (a) $\bar{3}x + \bar{3} = \bar{0}$
 - (b) $\bar{4}x + \bar{2} = \bar{4}$
 - (c) $\bar{2}x + \bar{5} = \bar{0}$
6. En \mathbb{Z}_{27} calcula, si existeixen, els inversos de $\bar{8}$ i $\bar{15}$.
7. Resol les següents equacions en congruències:
 - (a) $34x \equiv 51 \pmod{85}$
 - (b) $100x \equiv 74 \pmod{127}$
 - (c) $472x \equiv 32 \pmod{92}$
 - (d) $4x \equiv 8 \pmod{12}$
 - (e) $27x \equiv 4 \pmod{58}$
 - (f) $34x \equiv 12 \pmod{23}$