

PRÁCTICA 1

ERRORES ACCIDENTALES Y SISTEMÁTICOS EN MEDIDAS DE CIRCUITOS DE CORRIENTE CONTINUA

1. OBJETIVOS

- Identificar los aparatos de medida del laboratorio
- Montar circuitos simples de corriente continua
- Observar e identificar los errores sistemáticos y los errores accidentales que se cometen al realizar medidas en laboratorio.
- Aprender a escribir y representar gráficamente de forma correcta las medidas con su incertidumbre correspondiente.

2. EVALUACIÓN DE LA PRÁCTICA

- La práctica se realiza en dos sesiones
- Al finalizar la sesión cada grupo deberá entregar la hoja de resultados de la sesión

3. INSTRUMENTACIÓN DE LABORATORIO

En un laboratorio de electricidad se utiliza diversos instrumentos. En esta práctica veremos los siguientes aparatos:

- Generador de corriente continua, que son los que aportan la energía necesaria para producir corriente eléctrica en el circuito.
- Aparatos de medida, que miden las diferentes magnitudes relacionadas con la corriente eléctrica.
 - Voltímetro: mide la diferencia de potencial entre dos puntos del circuito
 - Amperímetro: mide la intensidad de corriente que circula por una rama del circuito
 - Ohmetro: mide la resistencia

En el anexo 2 puedes encontrar las instrucciones detalladas de manejo de estos aparatos.

4. INTRODUCCIÓN A LOS ERRORES DE MEDIDA

4.1. DEFINICIÓN

Cuando se realizan varias medidas experimentales de un mismo suceso se puede observar que, en función de la precisión de la medida realizada, los valores obtenidos en cada medida difieren entre sí.

Para valorar la calidad de la medida realizada, hay que introducir previamente las siguientes definiciones:

- **ERROR ABSOLUTO:** Diferencia entre el valor exacto de la muestra (desconocido) y el valor obtenido en una medida. Como el error absoluto no puede ser conocido con exactitud, se define la incertidumbre absoluta.
- **INCERTIDUMBRE ABSOLUTA:** Límite superior del error absoluto, para un nivel de confianza determinado (habitualmente el 95%). Su cálculo se efectúa a partir de la distribución de medidas, asumiendo que ésta sigue una distribución normal (Ver Anexo I)
- **ERROR RELATIVO:** Cociente entre el error absoluto y el valor estimado para la medida.
- **INCERTIDUMBRE RELATIVA:** Límite superior del error relativo.

La diferencia básica entre los valores absolutos y relativos es que los primeros cuantifican la precisión de la medida dando la desviación respecto al valor real en unidades de la magnitud medida, mientras que los relativos cualifican esta precisión dando la desviación en porcentaje de la medida realizada. Así un mismo error absoluto de 10 Kg en dos pesadas, de un hombre y de un camión, nos da un error relativo muy grande para el hombre, pero despreciable para el camión. En el primer caso el error descalifica la medida, mientras que en el segundo ésta resulta ser buena.

1.1. NOTACIÓN

La forma correcta de expresar una medida experimental es acompañarla de un sumando que indica entre qué valores se encuentra el valor real de la misma, dando una valoración del grado de incertidumbre que acompaña la medida dada. Ahora bien, para expresar correctamente este valor hay que tener en cuenta ciertas consideraciones:

1. No tiene sentido que la precisión del valor expresado en la medida sea mayor que la que se da en la incertidumbre absoluta: el orden decimal de la última cifra significativa de la medida y de la incertidumbre deben coincidir. Ejemplos:

MAL	BIEN
0.0576 ± 0.01	0.06 ± 0.01
1657 ± 700	1700 ± 700

2. Debido al significado de cota de imprecisión que tiene la incertidumbre sobre la medida, no tiene sentido expresarla con más de dos cifras significativas. Se establece por convenio que se expresarán siempre con una única cifra significativa, salvo que ésta sea la unidad o un 2 seguido por un número menor a 5. Ejemplos:

MAL	BIEN
0.0567 ± 0.000428	0.057 ± 0.0004
1605 ± 840	1600 ± 800
1.024 ± 0.0123	1.024 ± 0.012
1.024 ± 0.0231	1.024 ± 0.023
1.024 ± 0.0251	1.02 ± 0.03

1.2. TIPO DE ERRORES

Los errores se pueden clasificar en dos grandes grupos:

- Errores Sistemáticos
- Errores Accidentales

➤ ERRORES SISTEMÁTICOS

Este tipo de errores se producen por las siguientes causas:

- Por un defecto del aparato de medida.
- Por sesgos introducidos por la técnica de medida utilizada.
- Por la perturbación que causa su utilización en el funcionamiento normal del sistema a medir.
- Por una tendencia errónea del observador.

La característica común es que tienen una clara tendencia y se producen siempre en el mismo sentido, siendo así susceptibles de corrección.

Así, por ejemplo, al determinar la velocidad angular de un eje por medio de un tacómetro de contacto, éste, al estar en contacto con el eje, introduce un pequeño par de freno que tiende a disminuir la velocidad de giro que se pretende medir. Por lo tanto, la velocidad medida por el tacómetro es inferior a la de giro del eje sin el aparato de medida.

➤ ERRORES ACCIDENTALES

Este tipo de errores son debidos a pequeñas causas imponderables, imposibles de controlar, y que alteran la medida realizada. Al contrario que los sistemáticos, no siguen una tendencia clara y son casi imposibles de corregir.

Por ejemplo, los errores relacionados con las perturbaciones producidas por el entorno (variación de temperatura, corrientes inducidas, perturbaciones en la red eléctrica, etc.) son de difícil evaluación y ésta sólo es posible a través de una serie de medidas repetitivas y un posterior estudio estadístico de los resultados. En todo caso, hay que tratar de eliminar, en la medida de lo posible, aquellas perturbaciones que puedan afectar a la calidad de la medida, mediante sistemas de termostatación, uso de cajas de Faraday, etc.).

Para determinar la incertidumbre asociada al error cometido debido al uso de los aparatos de medida, se han de diferenciar los aparatos analógicos (salida de datos mediante aguja) de los digitales (salida de datos mediante pantalla numérica).

1.3. ERRORES ACCIDENTALES

1.3.1. APARATOS DIGITALES

La incertidumbre absoluta es la suma de incertidumbres debidas a la precisión del aparato de medida y al debido a las limitaciones de salida en pantalla.

➤ INCERTIDUMBRE DEBIDA A LA PRECISIÓN

La forma de calcularla debe venir en el manual del aparato, por lo que es aconsejable leer detenidamente las características técnicas del aparato de medida previamente a su uso. Normalmente se corresponde con un porcentaje del valor leído en la pantalla, si bien esto depende de cada aparato de medida, pudiendo variar según la escala utilizada, la magnitud medida, etc.

Por ejemplo: Un amperímetro tiene una precisión del 1% de la medida efectuada y en pantalla aparece el valor “4.56 A”, entonces el valor de la incertidumbre absoluta debido a la precisión será 0.045 A, que escrito correctamente queda ± 0.05 A.

➤ INCERTIDUMBRE DEBIDA A LA LECTURA EN PANTALLA

El error de lectura se debe a que la salida en pantalla se realiza con un número limitado de dígitos, lo cual supone que el aparato de medida debe realizar un redondeo en el último dígito.

Por ejemplo: Un amperímetro con una pantalla de 3 dígitos. Si el valor real de la intensidad medida es de 4.5632 A, el amperímetro marcará 4.56 A. Si el valor real fuese 4.5672 A, el amperímetro marcaría 4.57 A. En este ejemplo la incertidumbre asociada al error de redondeo es de ± 0.01 A.

La incertidumbre absoluta en un aparato digital es la suma de ambas incertidumbres, la debida a la precisión del aparato y la debida a la lectura en pantalla.

Ejemplo estudiado: la incertidumbre absoluta total es 0.06, resultando la medida 4.56 ± 0.06 A.

1.3.2. APARATOS ANALÓGICOS

En este caso la incertidumbre absoluta viene dada por la suma de los errores debidos a la precisión del aparato, dada por su clase, y los errores cometidos por parte del usuario en el momento de la lectura.

➤ INCERTIDUMBRE DEBIDA A LA CLASE

La clase de un aparato de medida es un valor constante que permite determinar la incertidumbre absoluta cometida por el aparato en cada una de las escalas. Este valor se da, normalmente, como un porcentaje del fondo de escala.

Por ejemplo: Un amperímetro de clase 1.5 mide 20mA con un fondo de escala de 200mA. En este caso la incertidumbre debida a la clase del aparato es el 1.5% de los 200 mA máximos que se pueden medir en la escala elegida. Entonces:

$$\Delta i = \frac{1.5}{100} 200 = 3.0 \text{ mA}$$

Se puede observar que la incertidumbre absoluta debido a la clase del aparato, no depende de la cantidad medida, sino del fondo de escala seleccionado.

También puede interesar saber la incertidumbre absoluta debida a la clase en función de las divisiones en las que está dividida la escala.

Por ejemplo: Un amperímetro de clase 2, con 150 divisiones en pantalla. En este caso:

$$\Delta i = \frac{2}{100} 150 = 3 \text{ divisiones}$$

En este caso la incertidumbre de clase cometida al realizar cualquier medida es de 3 divisiones, independientemente del valor de la escala seleccionada. Así, si se está trabajando en una escala de 5 A/div, la incertidumbre es de 15 A, mientras que si la escala es de 0.5 A/div el error es de 1.5 A.

La clase del aparato cobra importancia en la selección de la escala en la que se ha de operar a fin de minimizar la incertidumbre.

➤ INCERTIDUMBRE DE LECTURA

Los errores de lectura son cometidos en la lectura de los resultados sobre la escala. La incertidumbre asociada al error de lectura depende, fundamentalmente, de la facilidad de lectura de la misma. Para una escala normal es del orden del valor de una división.

Por ejemplo: Un amperímetro señala aproximadamente 10.5 A, y cada división corresponde a 0.5 A. En este caso la incertidumbre de lectura es de ± 0.5 A.

La incertidumbre absoluta en un aparato analógico es la suma de la incertidumbre debido a la clase y la incertidumbre de lectura de la medida.

Ejemplo estudiado: en la lectura de 10.5 A con un amperímetro de clase 2 con una escala de 0.5 A/div, la incertidumbre absoluta total es de 2.0 A. El valor medido escrito correctamente queda 10.5 ± 2.0 A.

1.4. MEDIDAS INDIRECTAS

En muchas ocasiones no se puede medir directamente una magnitud, sino otras relacionadas con ella, viéndose afectada cada una de éstas por su correspondiente error absoluto (o incertidumbre absoluta).

Sea Z la magnitud no medible directamente para cuya determinación se ha precisado medir otras variables relacionadas X, Y, K, ..., de forma que:

$$Z = f(X, Y, K, \dots) \text{ con}$$

$$X = X \pm \Delta X$$

$$Y = Y \pm \Delta Y$$

$$K = K \pm \Delta K$$

En este caso el error absoluto de Z es:

$$\Delta Z = f(X \pm \Delta X, Y \pm \Delta Y, K \pm \Delta K, \dots) - f(X, Y, K, \dots)$$

Al ser los errores muy pequeños, se pueden considerar diferenciales y aplicarles las reglas del cálculo diferencial. De esta forma, la incertidumbre absoluta de Z viene dada por:

$$\Delta Z = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \Delta X + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \Delta Y + \left| \frac{\partial f}{\partial k} \right| \Delta K + \dots$$

A continuación se van a analizar dos casos particulares de medidas indirectas:

➤ SUMA DE DOS VARIABLES INDEPENDIENTES

Si Z es la suma de dos variables independientes, por ejemplo la medida de una longitud en dos tandas, se tiene que:

$$Z = X + Y$$

siendo

$$X = X \pm \Delta X$$

$$Y = Y \pm \Delta Y$$

Entonces:

$$\Delta Z = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \Delta X + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \Delta Y = \Delta X + \Delta Y$$

La incertidumbre de la medida Z es la suma de las incertidumbres de las dos medidas.

➤ PRODUCTO DE DOS VARIABLES INDEPENDIENTES

Si Z es el producto de dos variables independientes, por ejemplo el cálculo del área de un triángulo, se tiene que:

$$Z = XY$$

siendo

$$X = X \pm \Delta X$$

$$Y = Y \pm \Delta Y$$

Entonces:

$$\Delta Z = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \Delta X + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \Delta Y = |Y| \Delta X + |X| \Delta Y$$

La incertidumbre relativa es la suma de las incertidumbres relativas de la variable.

$$\frac{\Delta Z}{XY} = \frac{\Delta X}{X} + \frac{\Delta Y}{Y}$$

1.5. RECTÁNGULOS DE ERROR

Al realizar la representación gráfica de magnitudes que van acompañadas de una incertidumbre absoluta, cada punto de la gráfica es un rectángulo de centro la relación que liga ambas variables, y de lado dos veces la incertidumbre absoluta de la magnitud correspondiente al eje paralelo.

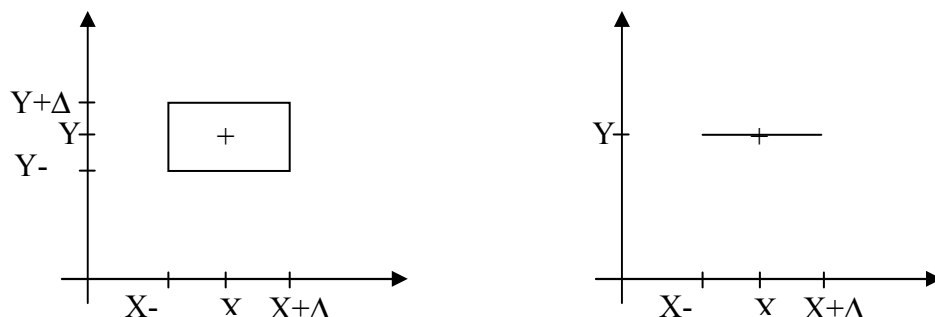


Fig.1 Rectángulos de error

Si sólo una de las magnitudes viene acompañada de su incertidumbre, se representa un segmento paralelo al eje de la misma, de centro la relación entre ambas magnitudes y de longitud dos veces la incertidumbre absoluta.

2. SESIONES PRÁCTICAS DE LABORATORIO

2.1. MATERIAL UTILIZADO

- Multímetro Digital
- Multímetro Analógico
- Generador de Corriente Continua
- Resistencias
- Caja de Conexiones
- 6 Cables Banana-Banana
- Ordenador

2.2 MEDIDA DE RESISTENCIA. ERROR ACCIDENTAL (SESIÓN 1)

Realizaremos la anotación de los resultados de la sesión 1 sobre la siguiente tabla:

R nominal		Medida ohmímetro		Medida indirecta de resistencias . Montaje largo (sin ajustar números)						Características del Voltímetro
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
R(Ω)	ΔR(Ω)	R(Ω)	ΔR(Ω)	V(V)	ΔV(V)	I(A)	ΔI(A)	R=V/I	ΔR(Ω)	
560										
1500										
3300										Características del Amperímetro

6800										Fluke, digital
12000										Precisión =
15000										Error de lectura:
22000										



Hoja de cálculo, sobre la que se pueden rellenar los datos y realizar las gráficas.

CUESTIÓN 1:

Identifica las resistencias listadas en la columna 1 de la tabla mediante el código de colores, y calcula y anota el error en la columna 2 (10% del valor de R si el color es plata y 5% si el color es oro)

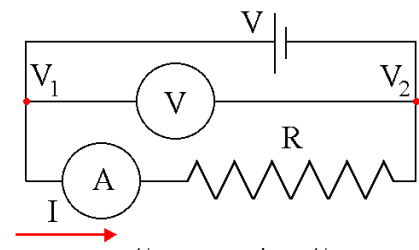
CUESTIÓN 2:

Medir dichas resistencias con el ohmímetro y anotar los resultados en la columna 3. Determinar el error accidental de estas medidas según las especificaciones técnicas del ohmímetro y anotarlo en la columna 4.

CUESTIÓN 3:

Hemos visto que podemos medir la resistencia con el ohmímetro, sin embargo podemos también averiguar su valor mediante la ley de Ohm. Existen dos posibles disposiciones para colocar los aparatos de medida que se denominan montaje largo y montaje corto. En esta primera sesión se analizará el montaje largo y dejaremos para la segunda sesión el montaje corto.

En este dispositivo se colocará la resistencia a medir en serie con el amperímetro y el conjunto se conectará a una fuente de tensión. De esta forma el amperímetro mide la intensidad que circula por la resistencia. Con el voltímetro se medirá la diferencia de potencial que aporta la fuente al circuito:



De esta forma se puede conocer el valor de la resistencia sin más que aplicar la ley de Ohm: $R=V/I$.

Realiza el montaje largo para medir las resistencias de forma indirecta, midiendo I y V. Calcula $R=V/I$, y completa las columnas 5 a 10 de la tabla.

CUESTIÓN 4: Describe con detalle, para $R=560$, cómo has calculado los errores de las medidas

Cálculo de $\Delta R_{nominal}$ (Columna 2)

Cálculo de ΔR con Ohmímetro (Col. 4).

Precisión del ohmímetro:

Error de lectura:

$\Delta R=$

Cálculo de ΔV (Col. 6).

Marca del aparato:

Precisión del voltímetro:

Error de lectura:

$$\Delta V =$$

Cálculo de ΔI (Col. 8).

Marca del aparato:

Precisión del amperímetro:

Error de lectura:

$$\Delta I =$$

Cálculo de ΔR en la medida indirecta $R = V/I$ (Col. 10)

$$\Delta R =$$

CUESTIÓN 5: Copia y pega la tabla anterior y ajusta los valores de las medidas y de los errores según las normas indicadas en el libro de prácticas.

CUESTIÓN 6: Traza la curva que representa los valores medidos con el ohmímetro en función de los valores nominales, dibujando los rectángulos de error. Realiza esta cuestión en la hoja de cálculo Excel.

CUESTIÓN 7: Traza la curva que representa los valores de R medidos con el montaje largo en función de los valores nominales, dibujando los rectángulos de error. Realiza esta cuestión en la hoja de cálculo Excel.

CUESTIÓN 8: De los dos sistemas de medida ¿cuál te parece más exacto? ¿Has encontrado en alguno de ellos alguna desviación que no sea aleatoria y, por lo tanto, no sea asignable a un error de tipo accidental?

2.3 MEDIDA DE RESISTENCIA. ERROR SISTEMÁTICOS (SESIÓN 2)

Realizaremos la anotación inicial de los resultados de la sesión 2 sobre la siguiente tabla:

R nominal		Medida ohmímetro		Medida indirecta de resistencias . Montaje corto (sin ajustar números)						Características del Voltímetro
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
R(Ω)	$\Delta R(\Omega)$	R(Ω)	$\Delta R(\Omega)$	V(V)	$\Delta V(V)$	I(A)	$\Delta I(A)$	R=V/I	$\Delta R(\Omega)$	Fluke, digital
560										Precisión =
1500										Error de lectura:
3300										Características del Amperímetro
6800										
12000										
15000										
22000										



Pr3.xls

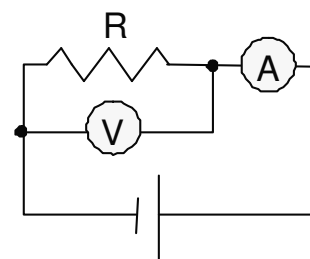
Hoja de cálculo, sobre la que se pueden rellenar los datos y realizar las gráficas.

CUESTIÓN 1:

Identifica las resistencias listadas en la columna 1 de la tabla mediante el código de colores, y calcula y anota el error en la columna 2 (10% del valor de R si el color es plata y 5% si el color es oro). Puedes copiar y pegar los valores de las dos primeras columnas de la sesión 1.

CUESTIÓN 2:

Realiza el montaje corto para medir las resistencias de forma indirecta, midiendo I y V . Calcula $R=V/I$, y completa las columnas 3 a 8 de la tabla.



CUESTIÓN 3: Copia y pega la tabla anterior y ajusta los valores de las medidas y de los errores según las normas indicadas en el libro de prácticas.

Con este montaje la tensión medida con el voltímetro es correcta y coincide con la ddp en la resistencia R , pero la corriente medida por el amperímetro es la suma de la que pasa por la resistencia R , más la que consume el voltímetro. Por lo tanto la resistencia que realmente se está midiendo es R y R_v en paralelo.

$$I = \frac{V}{R} + \frac{V}{R_v} = \frac{R + R_v}{R R_v} V \rightarrow R_{medida} = \frac{R R_v}{R + R_v}$$

Observa el error sistemático. ¿A qué se debe? Responder en la misma hoja Excel.

CUESTIÓN 4: Traza la curva de calibrado que representa los valores de R medidos con el montaje corto en función de los valores nominales, dibujando los rectángulos de error. Realiza esta cuestión en la hoja de cálculo Excel.

CUESTIÓN 5: Determina el valor de la resistencia incógnita haciendo uso de la curva de calibrado. (En el gráfico debe aparecer claramente la forma en que se ha obtenido el valor).

CUESTIÓN 6: Mide la resistencia interna del voltímetro. Para ello puedes quitar simplemente la resistencia del montaje corto y medir sin ella: en este caso la relación entre tensión e intensidad te dará directamente el valor de R_v . Otra posibilidad es medir directamente con el Ohmímetro.

CUESTIÓN 7: Otra forma de corregir el error sistemático es sabiendo que la Resistencia medida ($R=V/I$) mediante el montaje corto es la R equivalente de dos resistencias en paralelo (R y R_v), es decir: $R_{medida} = \frac{R \cdot R_v}{R + R_v}$ Despeja de esta fórmula el valor de R y completa la tabla siguiente en la

hoja Excel., Corrige el valor medido de cada una de las resistencias con el montaje corto y dibuja en una gráfica los valores corregidos ($R = R_{corregido}$) respecto a los valores nominales. Compara estos valores con la bisectriz.

Rnominal		Medida de resistencias		
		Montaje corto		Valor corregido
R (Ohm)	ΔR	$R=V/I(*)$	ΔR	$R_{corregido}$
560				

$R_{incógnit}$				

ANEXO 1

TRATAMIENTO DE DATOS EXPERIMENTALES

1. REPRESENTACIONES GRÁFICAS DE DATOS EXPERIMENTALES

Tras un hecho experimental se obtiene una serie de valores medidos que relacionan dos o más magnitudes. Un primer paso para su interpretación consiste en relacionar las magnitudes a través de una o más gráficas de forma que se pueda traducir los resultados obtenidos a una forma más fácil de estudiar.

Así, por ejemplo, supóngase que se ha estirado una fibra de plástico aplicando diferentes fuerzas y se ha medido la longitud de la fibra en cada caso, obteniéndose los valores siguientes:

$F(N)$	7	11	0	1	9	3	15
$L(cm)$	22,1	23,2	20	20,3	22,7	20,9	23,7

A partir de estos datos es difícil sacar conclusiones sobre el comportamiento del material. Un primer paso es ordenar los valores de las medidas.

$F(N)$	0	1	3	7	9	11	15
$L(cm)$	20	20,3	20,9	22,1	22,7	23,2	23,7

Se puede observar una ligera mejoría en la interpretación de los resultados. Ahora se observa que al incrementar la fuerza aplicada se incrementa la longitud de la fibra, pero no se puede decir en que proporción aumenta, ni dar con certeza un valor intermedio entre dos puntos medidos.

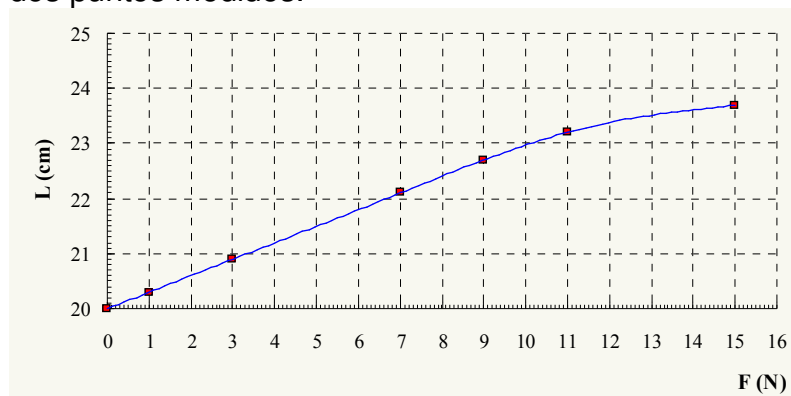


Figura 1: representación gráfica de la longitud en función de la fuerza aplicada.

Si se traza la gráfica de la longitud en función de la fuerza aplicada, tal y como aparece en la Figura 1, se observa que en un principio la longitud aumenta linealmente con la fuerza aplicada. A partir de un cierto valor de fuerza la pendiente disminuye progresivamente. Una representación gráfica ayuda a la interpretación de los resultados y permite averiguar rápidamente algunos valores relacionados con la experiencia efectuada: pendiente inicial, puntos intermedios, punto de inicio de pérdida de linealidad, etc.

A la hora de trazar una gráfica, sea manualmente sobre papel milimetrado, o utilizando el ordenador mediante la hoja de cálculo o programas gráficos, se debe tener en cuenta las

consideraciones que se detalla a continuación, algunas de las cuales son realizadas automáticamente cuando se utiliza el ordenador:

- En las gráficas se asigna el eje horizontal (abscisa) a la variable independiente y el eje vertical (ordenada) a la variable dependiente. Se indica sobre cada eje la magnitud que se está representando y la unidad en que se trabaja.
- Para facilitar la lectura de puntos intermedios se divide los ejes en intervalos de 1, 2, o 5 veces alguna potencia de 10. Por ejemplo, “10 20 30 40...”, “50 100 150...”, “0,1 0,2 0,3 0,4...”, etc. Sobre los ejes sólo se indica divisiones enteras, no los valores de las medidas realizadas.
- El origen de ambas escalas no tiene necesariamente que coincidir con el punto de intersección de los dos ejes. Conviene desplazar los orígenes para que la gráfica ocupe la mayor parte del rectángulo definido por ambos ejes.

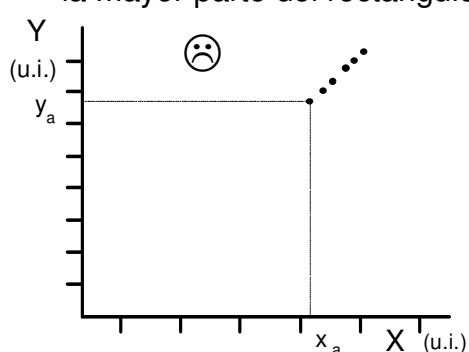


Figura 2a: ejemplo de una mala elección de los orígenes de los ejes.

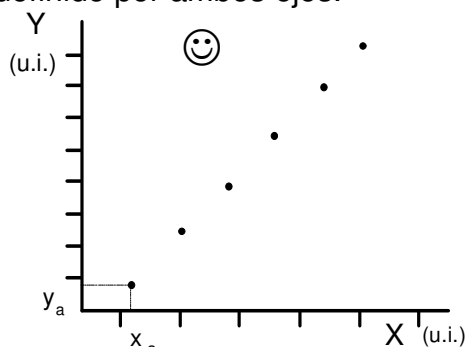


Figura 2b: ejemplo de una buena elección de los orígenes de los ejes.

- Al realizar las medidas conviene que éstas se encuentren uniformemente espaciadas sobre el intervalo de valores que se está midiendo.

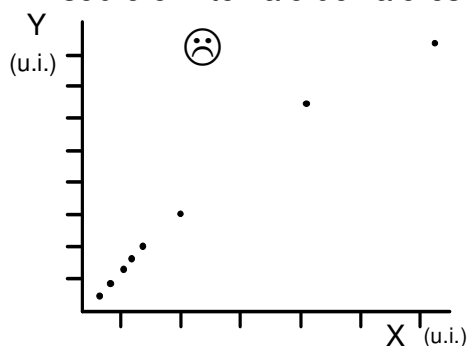


Figura 3a: ejemplo en el que no se ha espaciado uniformemente las medidas a lo largo de todo el intervalo.

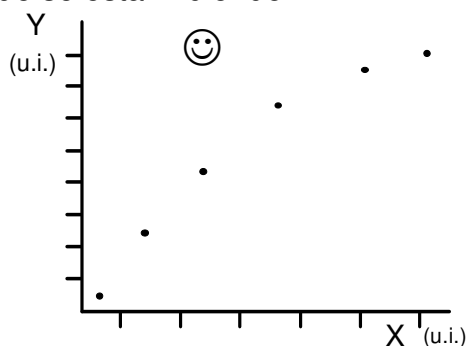


Figura 3b: ejemplo en el que se ha espaciado uniformemente las medidas a lo largo de todo el intervalo.

- La escala elegida en los dos ejes no tiene porque ser la misma, de nuevo hay que procurar ocupar la mayor superficie dentro del rectángulo definido por los ejes.



Figura 4a: ejemplo en el que no se ha escogido adecuadamente la escala del eje Y.

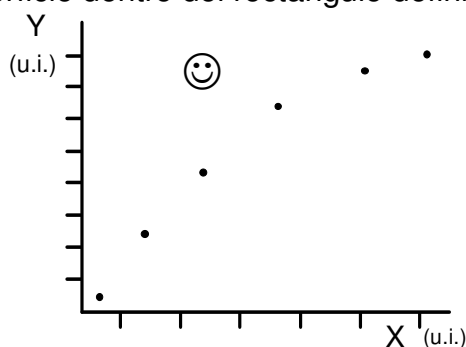


Figura 4b: ejemplo en el que se ha escogido adecuadamente las escalas de los ejes X e Y.

Y.

- Las líneas, rectas o curvas, que mejor se ajustan al conjunto de puntos experimentales han de ser finas y continuas, nunca quebradas, ya que, generalmente, las magnitudes físicas y sus derivadas varían de forma continua. El trazado de la curva que mejor se ajusta a la distribución se realiza de forma que pase por el mayor número posible de puntos experimentales, y deje aproximadamente el mismo número de puntos a ambos lados. La curva debe ser coherente con la experiencia que se está realizando.

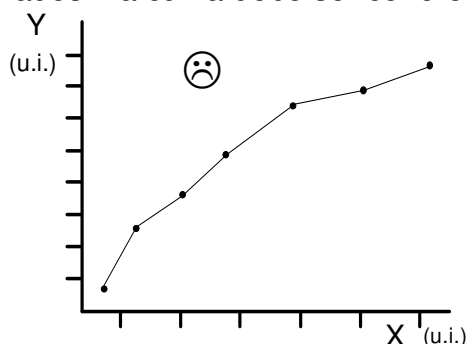


Figura 5: ejemplo de un trazado inadecuado de la curva experimental.

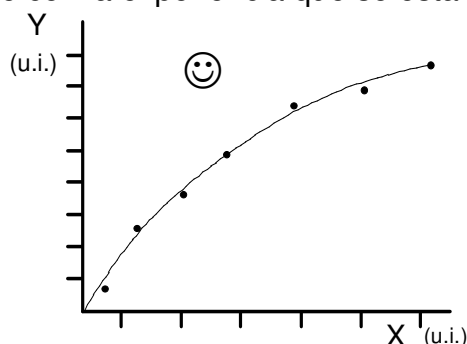


Figura 5b: ejemplo del trazado correcto de la curva experimental.

- Si las magnitudes que se representa están afectadas por un error no despreciable, tal y como se explica en el capítulo este libro, en lugar de representar el dato experimental por un punto se hará por rectángulo centrado en el dato obtenido, unas barras en forma de “+” centradas bien en el dato. Este “rectángulo” o es- “barras” tendrá de dimensiones dos veces el error cometido en la medida de cada de las dos magnitudes representadas y $2\Delta y$, siendo Δx y Δy los errores correspondientes). La curva que represente el fenómeno físico estudiado deberá pasar por todos los rectángulos o barras.

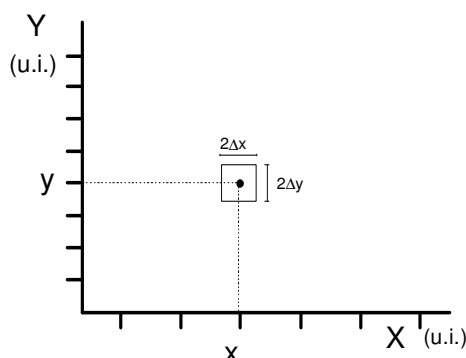


Figura 6: magnitud representada con su error en los ejes X e Y.

cia-
4 de
to
un
o
tam-
tas
ces
una
($2\Delta x$
pon-

ANEXO 2

INSTRUMENTACIÓN DE LABORATORIO

En un laboratorio de electricidad se utiliza diversos instrumentos. En una primera aproximación, y teniendo en cuenta la función de los instrumentos o aparatos, se puede distinguir entre:

- Generadores, que son los que aportan la energía necesaria para producir corriente eléctrica en el circuito.
- Aparatos de medida, que miden las diferentes magnitudes relacionadas con la corriente eléctrica.

Por otra parte, según el tipo de corriente eléctrica utilizada, los aparatos se dividen en:

- Aparatos de corriente continua (CC) (*Direct Current DC*)
- Aparatos de corriente alterna (CA) (*Alternating Current AC*).

No obstante, es común que un mismo aparato se pueda utilizar indistintamente para ambos tipos de corrientes, sin más que seleccionar la función correspondiente.

1. GENERADORES

Los generadores son los dispositivos que aportan energía a los circuitos. Fundamentalmente, existen dos tipos de generadores:

- Generadores de corriente continua, o fuentes de alimentación o de tensión.
- Generadores de funciones, capaces de generar diferencias de potencial (ddp) variables en el tiempo según distintas funciones.

1.1. GENERADORES DE CORRIENTE CONTINUA (DC)



Figura 7: corriente continua.

Una corriente continua es una corriente eléctrica que no varía en el tiempo (Figura 7). Es por ello por lo que en un generador de corriente continua (Figura 9) o fuente de alimentación el único mando que existe es el de ajuste de la tensión ó voltaje de salida, aunque este mando puede constar de uno para ajuste grueso, y otro para ajuste fino.

Estas fuentes también pueden tener un mando limitador de intensidad, de tal modo que la intensidad suministrada por la fuente no pueda superar un valor determinado por el usuario. Alcanzado dicho valor, la corriente suministrada se mantiene constante, aunque varíe la tensión de salida de la fuente.

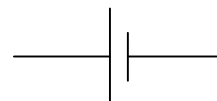


Figura 8: símbolo del generador de corriente continua en los circuitos.

Figura 9: generador de corriente continua o fuente de alimentación Promax FAC 304A.

Algunas fuentes de tensión incorporan elementos de medida en el frontal del propio aparato, pero en general suelen tener poca precisión.

En los circuitos, el generador de CC se representa mediante el símbolo de la Figura 8: la línea larga representa el borne positivo y la corta el negativo. En el generador la polaridad se indica mediante el borne de color rojo (para el positivo), y el borne negro (para el negativo).

Fuente de alimentación FAC 304A de Promax

En la Figura 10 se muestra la fuente de alimentación FAC 304A de Promax, indicando cada una de las partes que la componen.

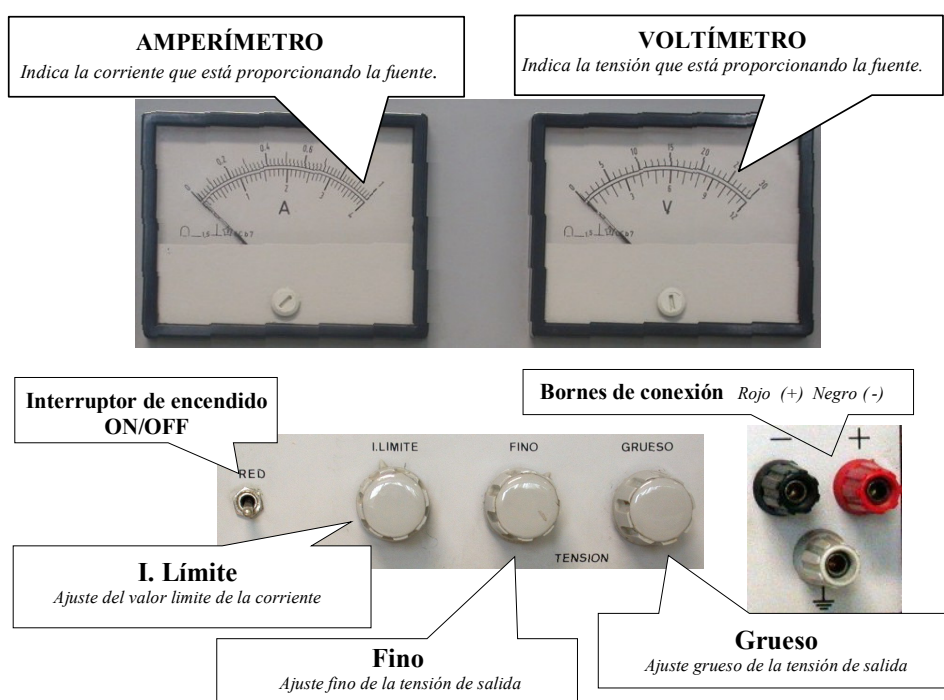


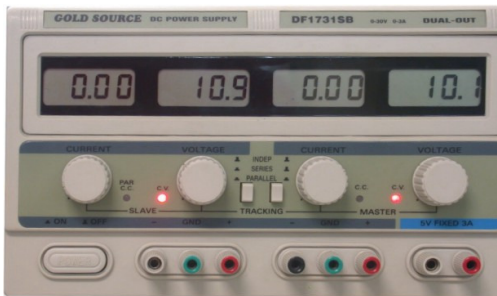
Figura 10: fuente de alimentación FAC 304A de Promax

Para suministrar una determinada tensión al circuito mediante esta fuente de alimentación, se debe seguir los pasos que se detalla a continuación:

1. Se sitúa el interruptor de encendido (RED) hacia abajo (apagado).
2. Se coloca los mandos de ajuste FINO y GRUESO de la TENSIÓN de salida a cero.
3. Se conecta la fuente de alimentación al resto del circuito mediante los conectores rojo (+) y negro (-).
4. El mando I. LÍMITE es para limitar la intensidad suministrada por la fuente: se debe colocar inicialmente en un valor medio.
5. Se selecciona el rango de la tensión deseada mediante el botón correspondiente. Hay que tener presente esta selección a la hora de leer el voltímetro que indica la tensión que está suministrando la fuente.
6. Se pone el interruptor de encendido hacia arriba (conectado).
7. Se ajusta la tensión de salida mediante los mandos de tensión grueso y fino. Si es necesario se aumenta la intensidad límite. En este punto, conviene recordar que el voltímetro de la fuente de alimentación tiene poca precisión, de modo que propor-

ciona un valor aproximado de la tensión suministrada. Si se necesita conocer con exactitud la tensión suministrada, se debe medir con un voltímetro.

Fuente de alimentación PPS (Programmable Power Supply)



Esta fuente de alimentación (Figura 11) tiene dos fuentes de alimentación ajustables entre 0 y 30 Voltios y una fuente fija de 5 Voltios. En la Figura 12, la Figura 13 y la Figura 14 se muestra con más detalle cada una de las partes que componen la fuente de alimentación.

Figura 11: fuente de alimentación PPS (Programmable Power Sup-



Figura 12: indicadores de tensión y corriente.

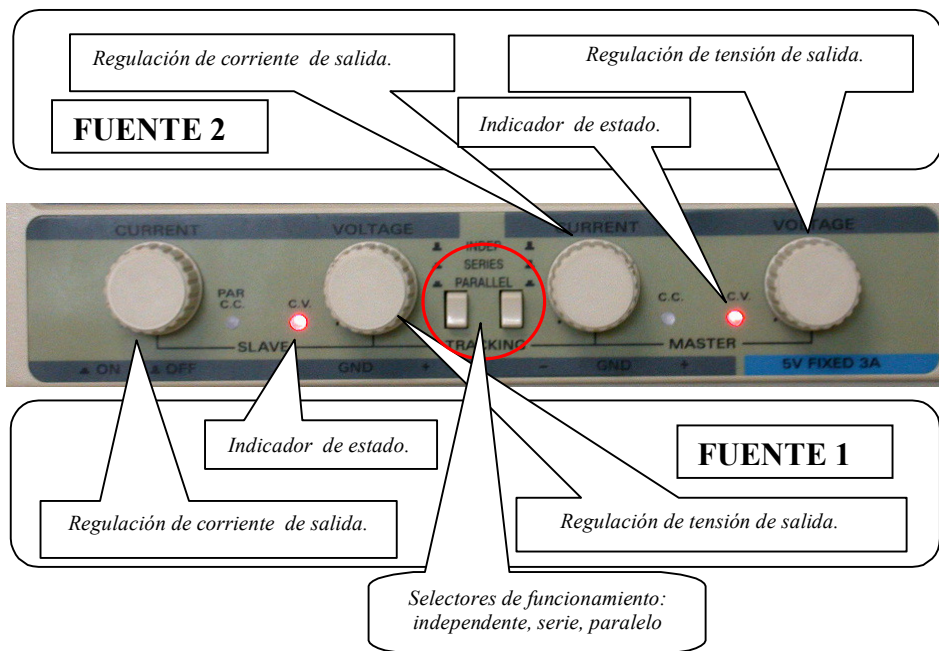


Figura 13: controles de funcionamiento y regulación de salida.

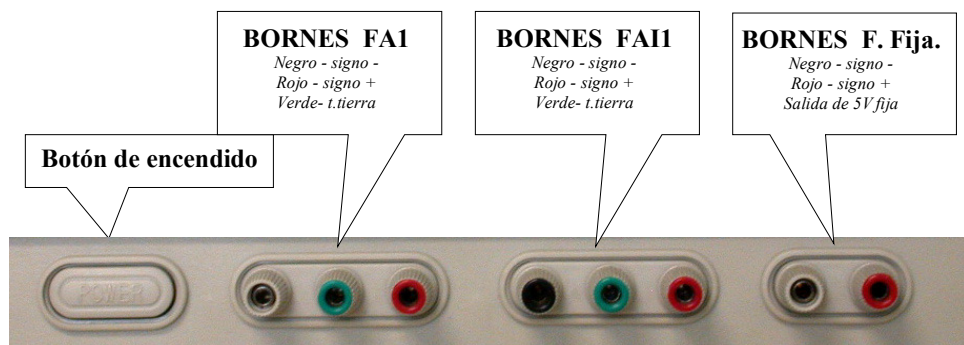


Figura 14: bornes de conexión.

Para obtener una determinada tensión mediante esta fuente de alimentación, se debe seguir los pasos siguientes:

1. Se sitúa el "botón de encendido" (POWER) en posición de apagado.
2. Se gira los mandos de regulación de corriente y tensión de salida (CURRENT y VOLTAGE) a la izquierda para mantener las salidas a cero.
3. Se conecta una de las dos fuentes, por ejemplo la fuente 1, al circuito a través de los conectores rojo (+) y negro (-).
4. Se selecciona el uso independiente de las fuentes dejando los dos botones rectangulares "selectores de función" (TRACKING) hacia fuera.
5. Se gira el selector de corriente hacia la derecha para ajustar la intensidad límite hasta un valor medio.
6. Se pulsa el botón de encendido (POWER) para conectar la fuente.
7. Se gira el selector del voltaje hasta el valor de salida deseado. Conviene recordar que el voltímetro de la fuente de alimentación tiene poca precisión, de modo que proporciona un valor aproximado de la tensión suministrada. Si se necesita conocer con exactitud la tensión suministrada, se debe medir con un voltímetro.

1.2. GENERADORES DE FUNCIONES

Los generadores de funciones producen corrientes variables en el tiempo. La forma de variación de dichas corrientes se suele ajustar a unos tipos determinados, como son función escalón, en dientes de sierra, o sinusoidal, que es la más comúnmente utilizada.

Generador YOKOGAWA FG 110



En la Figura 15 se observa una fotografía del generador de funciones Yokogawa FG 110. De la Figura 16 a la Figura 19 se muestra con más detalle cada una de las partes que componen dicho generador de funciones.

Figura 15: generador Yokogawa FG 110.

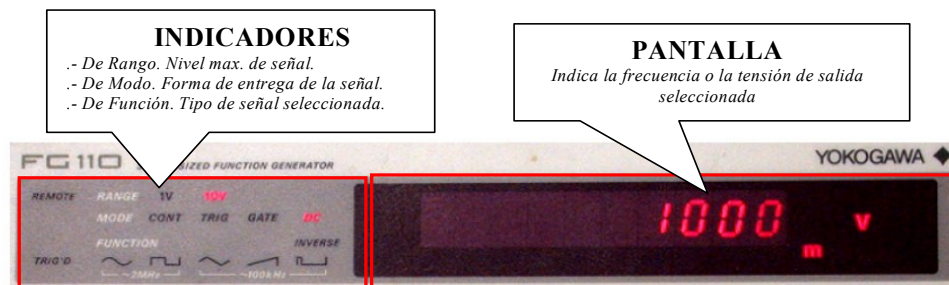


Figura 16: indicadores de forma de onda seleccionada y niveles de salida, y pantalla.

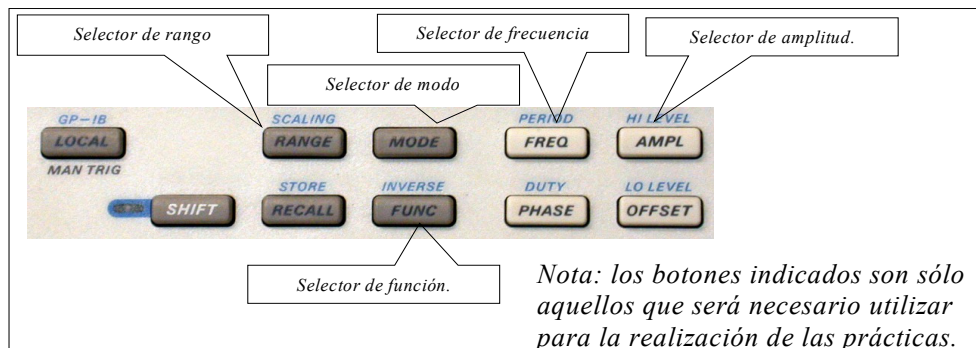


Figura 17: selectores de rango, modo, función, frecuencia y amplitud.

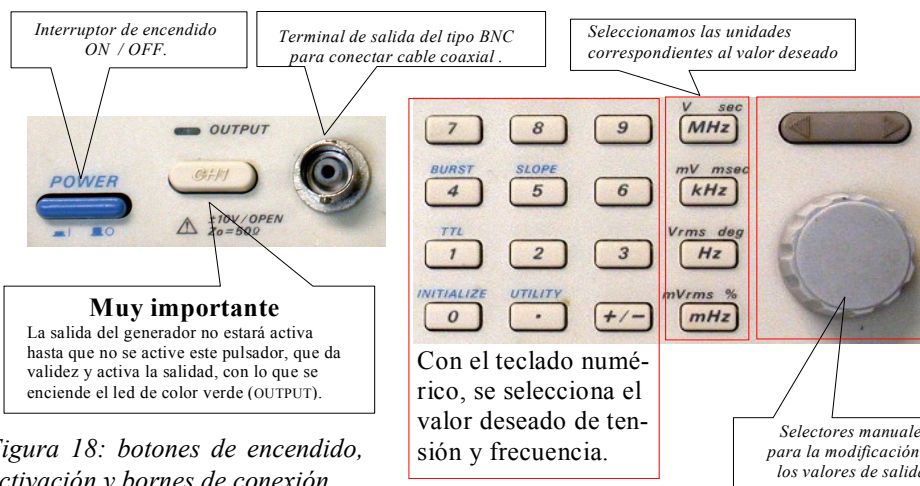


Figura 18: botones de encendido, activación y bornes de conexión

Figura 19: controles para la selección de los valores de salida deseados.

Para seleccionar una **tensión alterna sinusoidal**, por ejemplo de amplitud 3 V y frecuencia 100 Hz, los pasos serían:

1. Se enciende el aparato mediante el interruptor de encendido (POWER).
2. Con el selector de modo se selecciona CONT, y con el selector de función se selecciona la señal sinusoidal (Figura 17), puede comprobarse las selecciones realizadas en los indicadores correspondientes arriba a la izquierda (Figura 16).
3. Con el selector de rango (Figura 17) se selecciona el rango de tensión adecuado, i.e. 10 V para este ejemplo.
4. Para seleccionar la amplitud, se pulsa el selector de amplitud (Figura 17) y con el teclado numérico o con el mando de la derecha (Figura 19) se selecciona la tensión deseada. **Este generador considera la tensión de pico a pico, en lugar de la amplitud**, por lo tanto para obtener una señal de 3 V de amplitud hay que seleccionar 6 V de pico a pico. También hay que tener en cuenta que el generador no suministra mucha potencia, por lo que en ocasiones puede disminuir el valor de la amplitud programada.
5. Se pulsa el selector de frecuencia (Figura 17) y con el teclado numérico (pulsando el número y la tecla de las unidades) o con el mando de la derecha (Figura 19) se selecciona la frecuencia deseada.
6. Se conecta al circuito mediante un cable con conector BNC, que se conecta al terminal de salida del aparato (Figura 17).
7. Cuando el circuito esté bien montado se pulsa el botón CH1 y se encenderá la luz verde de salida (OUTPUT). Sólo con esta luz verde encendida estará aplicándose tensión al circuito.

2. APARATOS DE MEDIDA

Los aparatos de medida que se utilizará más a menudo en el laboratorio son dos: el multímetro y el osciloscopio de rayos catódicos.

2.1. MULTÍMETROS

El multímetro es un aparato de medida que incorpora la posibilidad de medir distintas magnitudes eléctricas: tensiones, intensidades, resistencias, frecuencias, etc.

Hay gran variedad de multímetros, pero existen unos patrones de construcción y funcionamiento que son comunes a todos ellos. En la Figura 20 y Figura 21 se puede ver dos modelos digitales.



Figura 20: multím



Figura 21: multímetro digital Demestres 3801A

Es importante tener presente que, cuando se mide una tensión o una intensidad en corriente continua, el aparato proporciona el valor de dicha tensión o intensidad. En cambio, cuando se mide tensiones o intensidades en corriente alterna, el aparato mide el valor eficaz correspondiente, que es el valor máximo o amplitud dividido por $\sqrt{2}$.

Al conectar el multímetro se debe tener en cuenta que la conexión será distinta según la medida a realizar. **Para medir tensiones (voltímetro) el multímetro debe estar conectado en paralelo (Figura 22), para medir intensidades de corriente (amperímetro) en serie (Figura 23).**

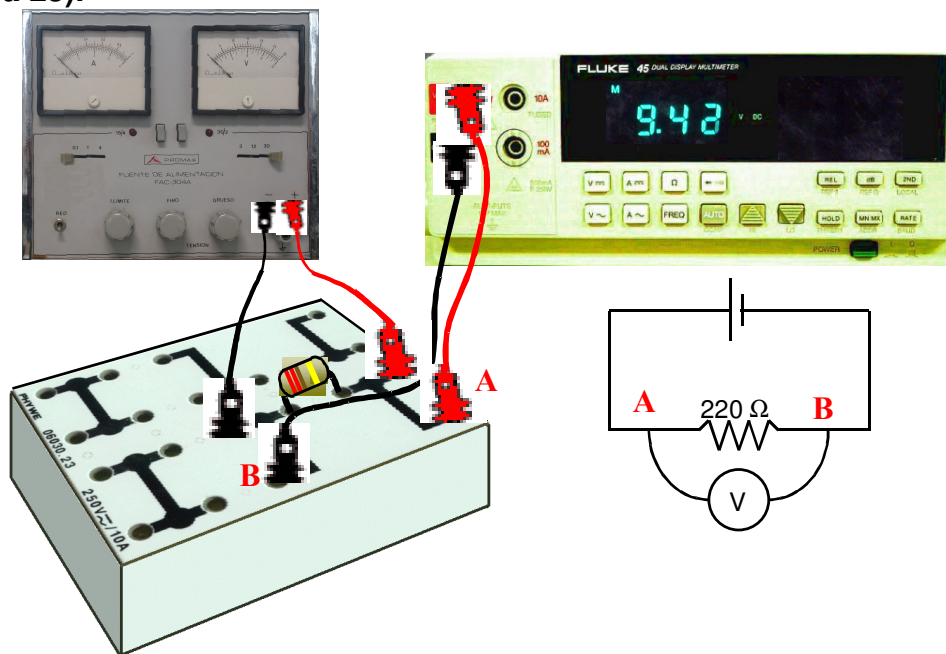


Figura 22: conexión en paralelo del voltímetro para medir la diferencia de potencial en bornes de la resistencia.

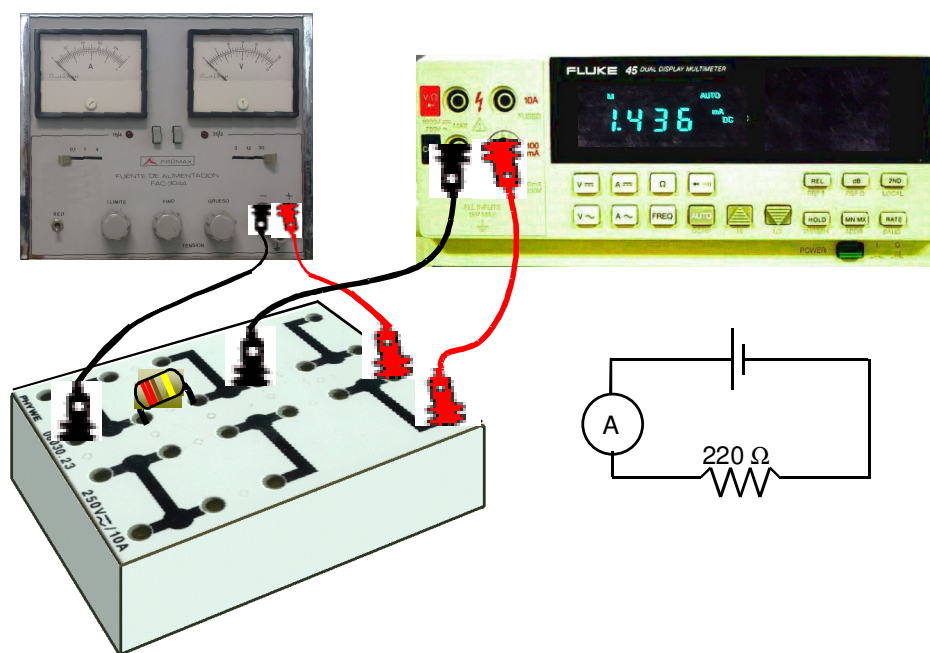


Figura 23 :conexión en serie del amperímetro para la medida de la intensidad de corriente que circula por el circuito.

Multímetro digital Fluke

a) Medida de tensiones:

Se debe recordar que el multímetro, actuando como voltímetro, deberá conectarse al circuito en los puntos entre los cuales se quiere medir la diferencia de potencial (Figura 22).

1. Se conecta el multímetro Fluke (Figura 24) a través de los conectores **COM** y **VΩ** en paralelo con la diferencia de potencial que se desee medir en el circuito correspondiente.
2. Se enciende el multímetro pulsando el botón de encendido (POWER).
3. Se pulsa la tecla **V =** si es para medir tensiones en corriente continua o **V ~** si es para tensiones en corriente alterna.
4. La medida aparecerá en la pantalla, con sus unidades correspondientes.

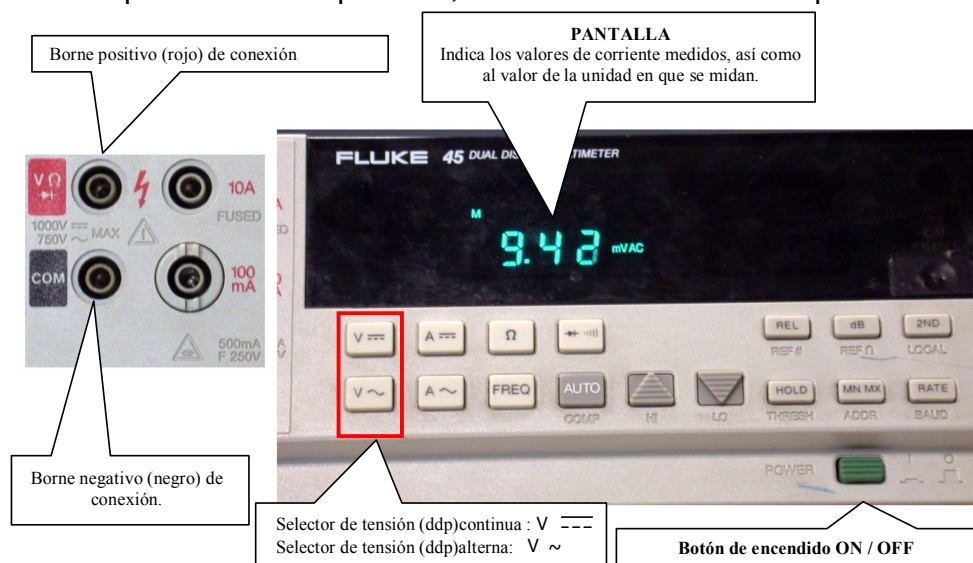


Figura 24: multímetro digital Fluke: detalle de los conectores, y mandos utilizados para la medida de diferencias de potencial.

b) Medida de intensidades:

Tal y como se ha comentado, el multímetro actuando como amperímetro, deberá conectarse al circuito de manera que la intensidad que se quiera medir atraviese el aparato (en serie), es decir, se intercalará en el circuito como si se tratara de un elemento más (Figura 23).

1. Se conecta el multímetro Fluke (Figura 25), a través de los conectores **COM** y **100 mA** en serie con el circuito en el que se desea medir la intensidad de corriente. Las corrientes con las que vamos a trabajar en el laboratorio son del orden de mA, por lo que no necesitaremos utilizar la conexión de **10 A**.
2. Se enciende el multímetro pulsando el botón de encendido (POWER).
3. Se pulsa la tecla **A =** si es para medir intensidad de corriente continua, o **A ~** si es para corriente alterna.
4. La medida aparecerá en la pantalla, con sus unidades correspondientes.

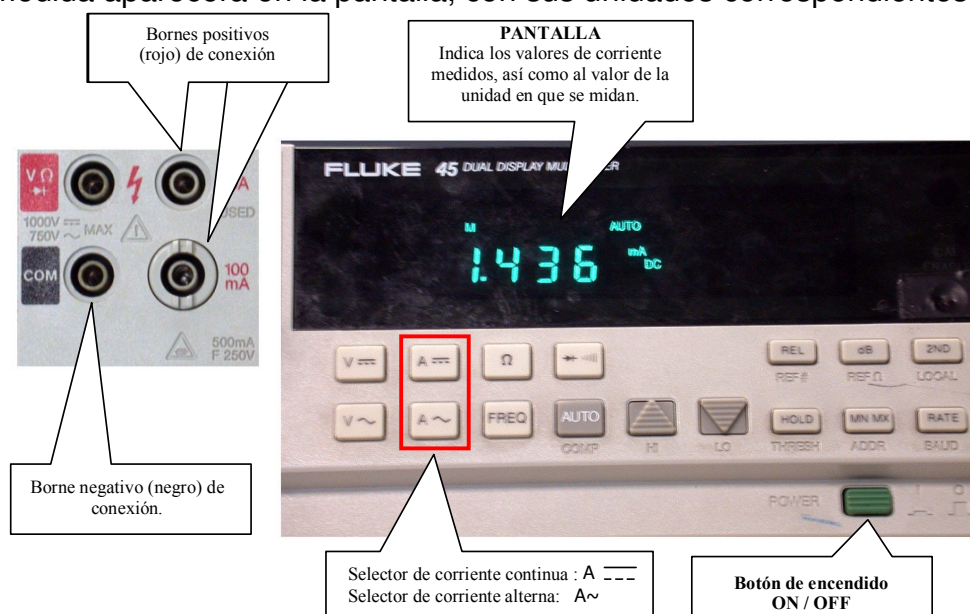


Figura 25: multímetro digital Fluke: detalle de los conectores, y mandos utilizados en la medida de intensidades.

c) Medida de resistencias:

Para medir el valor de una resistencia con el multímetro en su función de ohmetro, es necesario aislar la resistencia de cualquier otro elemento que pudiera haber en el circuito.

1. Se conecta el multímetro Fluke (Figura 26) a través de los conectores **COM** y **VΩ** a la resistencia que se desee medir.
2. Se pulsa la tecla **Ω**.
3. La medida aparecerá en la pantalla, con sus unidades correspondientes.



Figura 26: multímetro digital Fluke: detalle de los conectores, y mandos utilizados en la medida de resistencias.

d) Medida de frecuencias:

Tanto midiendo intensidades como tensiones en corriente alterna, al pulsar la tecla **FREQ** aparecerá en la pantalla la medida de la frecuencia.

Multímetro digital Demestres 3801A

a) Medida de tensiones:

1. Se conecta el multímetro Demestres 3801A (Figura 27) a través de los conectores **COM** y **V/Ω** en paralelo con la diferencia de potencial que se desee medir en el circuito correspondiente.
2. Se enciende el multímetro pulsando el botón ON/OFF.
3. Se gira el mando hasta la posición de máxima escala de voltaje en **DCV** si es para medir tensiones en corriente continua o en **ACV** si es para tensiones en corriente alterna.
4. Se observa la medida en la pantalla, y se va disminuyendo la escala hasta obtener la medida con la máxima precisión.

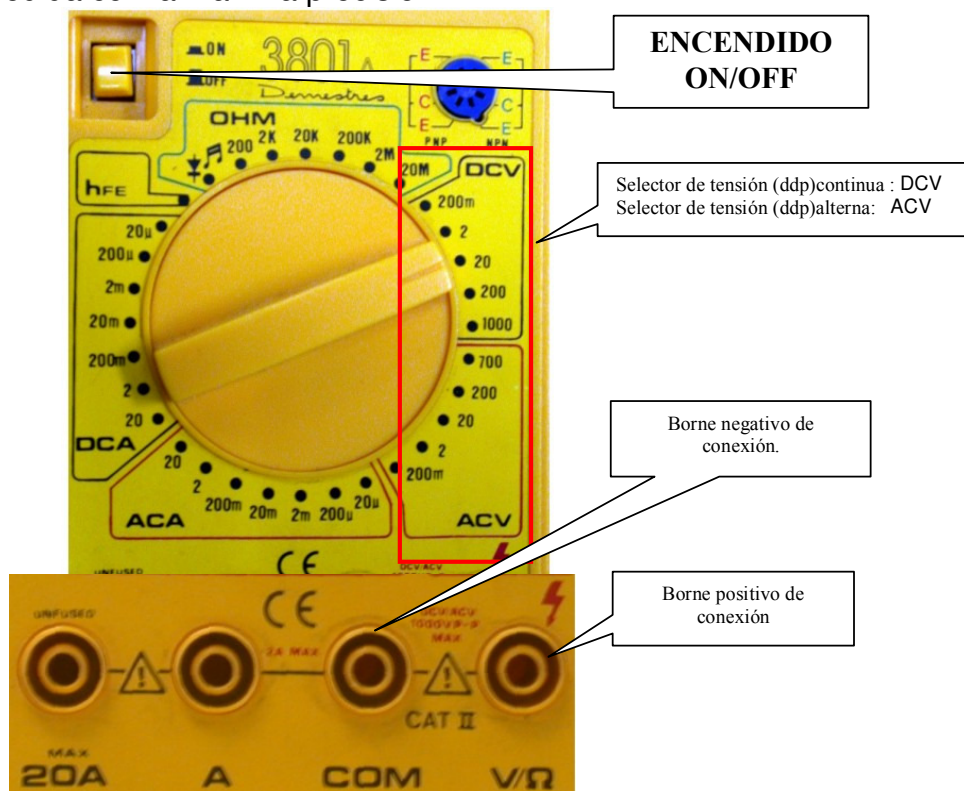


Figura 27: multímetro digital Demestres: detalle de los conectores, y mandos utilizados para la medida de diferencias de potencial.

b) Medida de intensidades:

1. Se conecta el multímetro Demestres 3801A (Figura 28), a través de los conectores **COM** y **A** en serie con la rama en la que se desea medir la intensidad de corriente. Las corrientes con las que vamos a trabajar en el laboratorio son del orden de mA, por lo que no necesitaremos utilizar la conexión de **20 A**.
2. Se enciende el polímetro pulsando el botón ON/OFF.
3. Se gira el mando hasta una posición de escala alta, de **DCA** si es para medir intensidad de corriente continua, o de **ACA** si es para corriente alterna.
4. Se observa la medida en la pantalla, y se va disminuyendo la escala hasta obtener la medida con la máxima precisión.

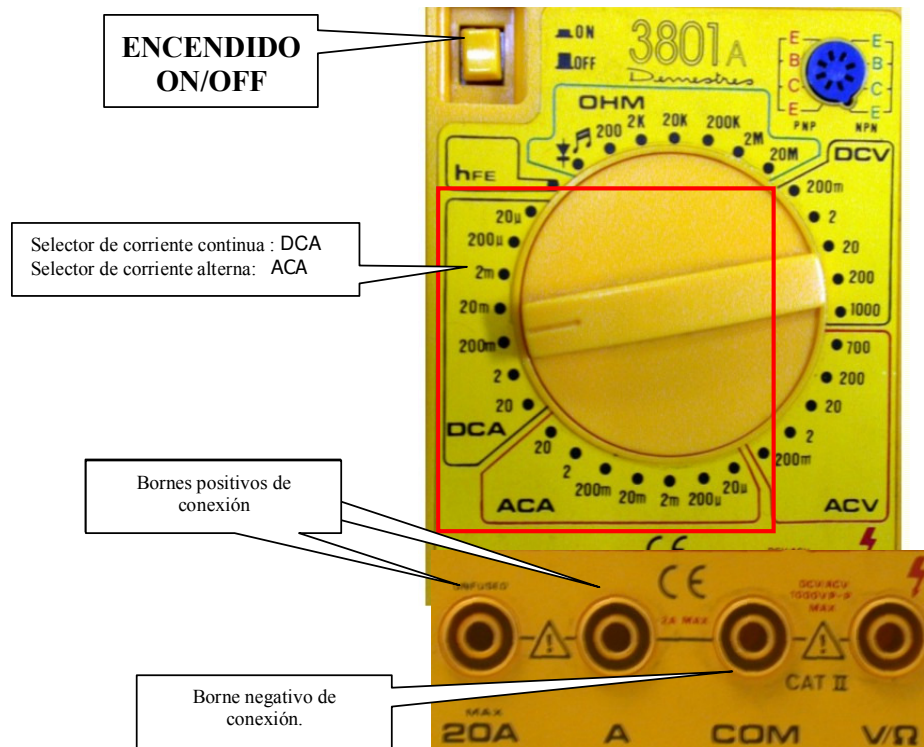


Figura 28: multímetro digital Demestres 3801A: detalle de los conectores, y mandos utilizados en la medida de intensidades.

c) Medida de resistencias:

Para medir el valor de una resistencia con el multímetro en su función de ohmetro, es necesario aislar la resistencia de cualquier otro elemento que pudiera haber en el circuito.

1. Se conecta el multímetro Demestres a través de los conectores **COM** y **V/Ω** a la resistencia que se desee medir.
2. Se gira el mando hasta la posición de máxima escala de resistencias en la posición **OHM**.
3. Se observa la medida en la pantalla, y se va disminuyendo la escala hasta obtener la medida con la máxima precisión.

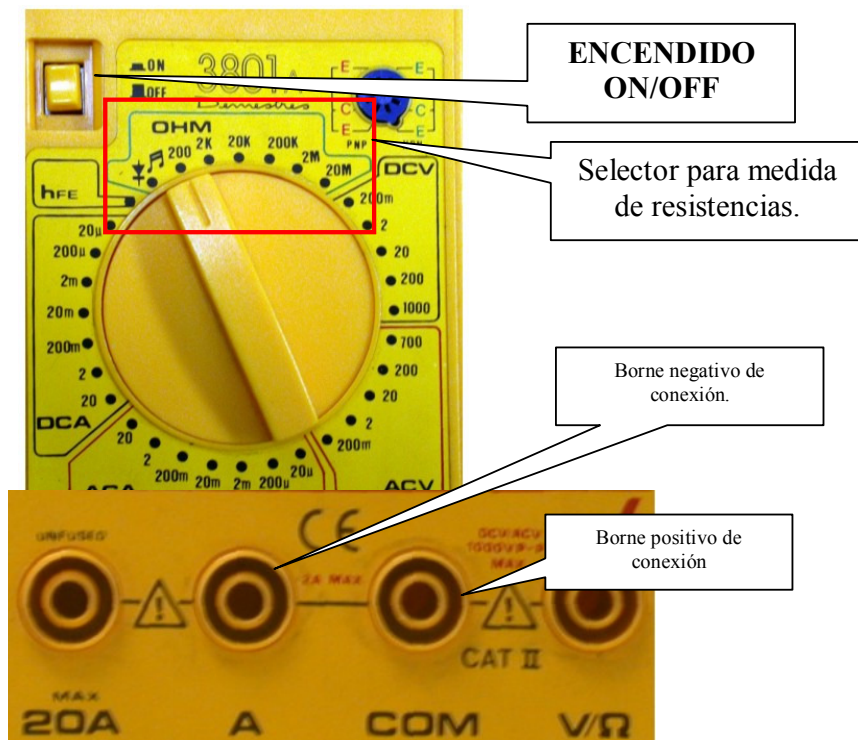


Figura 29: Multímetro digital Demestres 3801A: detalle de los conectores, y mandos utilizados en la medida de resistencias.

ANEXO 3

TEORÍA DE ERRORES

Muchas de las decisiones tomadas en ingeniería se basa en resultados de medidas experimentales, por lo tanto es muy importante expresar dichos resultados con claridad y precisión. Los conceptos de magnitud física, unidades y medida se estudia en la primera lección de Fundamentos Físicos de la Informática y, como complemento, en este capítulo se pretende aprender a estimar los posibles errores en las medidas, así como la propagación de estos errores a través de los cálculos a los resultados, a expresar los resultados y a analizarlos. Dado que los contenidos de esta asignatura son fundamentalmente electricidad y magnetismo, se hace más hincapié en las medidas de magnitudes eléctricas.

Hay otros parámetros para cuantificar errores y expresar resultados de las medidas, basados en conceptos estadísticos, que no se tratará en esta asignatura, pero que son igualmente importantes.

1. INTRODUCCIÓN. VALOR ESTIMADO Y ERROR ASOCIADO EN MEDIDAS DIRECTAS

Medir es comparar dos cantidades de la misma magnitud. Por ejemplo, si se mide la anchura del laboratorio poniendo un pie delante de otro, se podrá decir que la anchura del laboratorio es 18 pies, habiéndose considerado como unidad de medida o patrón “un pie”. Ahora bien, una medida nunca puede ser exacta, es decir, siempre se comete un error, por lo que la medida no será completa sin la estimación del error cometido. Unas veces ese error será debido a los instrumentos de medida, otras a la propia percepción del operador, etc. Los errores al medir son inevitables.

En función de la naturaleza del error se define dos tipos de error:

- **Errores sistemáticos:** Son debidos a problemas en el funcionamiento de los aparatos de medida o al hecho de que al introducir el aparato de medida en el sistema, éste se altera y se modifica, por lo tanto, la magnitud que se mide cambia su valor. *Normalmente actúan en el mismo sentido.*
- **Errores accidentales:** Son debidos a causas imponderables que alteran *aleatoriamente* las medidas. Al producirse aleatoriamente las medidas se distribuyen alrededor del valor real, por lo que un tratamiento estadístico permite estimar su valor.

Debido a la existencia de errores es imposible conocer el valor real de la magnitud a medir. Siendo cuidadoso se puede controlar los errores sistemáticos, en cuanto a los errores accidentales se puede reducir tomando un conjunto de medidas y calculando su valor medio. *Se toma como valor estimado de la medida el valor medio de las distintas medidas realizadas.*

Como ejemplo, supóngase que se pretende medir la longitud L de una barra y se obtiene dos conjuntos de medidas:

Grupo a : 146 cm, 146 cm, 146 cm

Grupo b : 140 cm, 152 cm, 146 cm

En ambos casos el valor estimado es el mismo (146 cm). Sin embargo, la precisión de las medidas no es la misma. ¿Cómo se puede diferenciar la precisión de dos medidas? Mediante el concepto de error o incertidumbre que se definirá más adelante.

A la hora de expresar una medida siempre se ha de indicar el valor observado junto con su error y la/s unidad/es correspondiente/s. El valor verdadero de la medida se encuentra con una alta probabilidad en un intervalo cuyos límites son la estimación de la medida más/menos el error estimado.

$$\text{Medida} = \text{Valor observado} \pm \text{Error} \quad \text{Unidad}$$

En el ejemplo anterior, una vez estimado el error se escribiría: $L = 146 \pm 4 \text{ cm}$

2. NOTACIÓN: CIFRAS SIGNIFICATIVAS

A la hora de expresar el resultado de una medida junto con su error asociado se ha de observar ciertas consideraciones:

1. En primer lugar se ha de escribir correctamente el error. Dado que su valor es aproximado, no tiene sentido dar más allá de una cifra significativa excepto en el caso en que al quitar la segunda cifra significativa se modifique de forma considerable su valor. Por ello se establece la norma de que el error se expresa con una cifra significativa, excepto cuando esa cifra sea un 1 o cuando sea un 2 seguida de un número menor que 5, en este caso se puede expresar con dos cifras significativas.

	Error de V	Error de V	Error de L
BIEN	0,12 V	0,08 V	30 cm
MAL	0,1203 V	0,078 V	35 cm

2. En segundo lugar se ha de escribir correctamente el valor de la medida. Tampoco tiene sentido que la precisión del valor medido sea mayor que la precisión de su error. El orden decimal de la última cifra significativa de la medida y de la última cifra significativa del error deben coincidir. Para ello se redondea el valor de la medida, si hace falta.

	Medida de V	Medida de V	Medida de L
BIEN	$48,72 \pm 0,12 \text{ V}$	$4,678 \pm 0,012 \text{ V}$	$560 \pm 10 \text{ cm}$
MAL	$48,721 \pm 0,12 \text{ V}$	$4,6 \pm 0,012 \text{ V}$	$563 \pm 10 \text{ cm}$

También hay que tener en cuenta cuando se trabaja con números grandes o pequeños utilizando la notación científica de potencias de 10, que conviene escribir valor y error acompañados de la misma potencia de 10.

BIEN	$8,72 \cdot 10^{-4} \pm 0,12 \cdot 10^{-4} \text{ N}$	$(4,678 \pm 0,012) \cdot 10^{-8} \text{ A}$
MAL	$872 \cdot 10^{-6} \pm 0,12 \cdot 10^{-4} \text{ N}$	$4,678 \cdot 10^{-8} \pm 1,2 \cdot 10^{-10} \text{ A}$

3. ERROR ABSOLUTO Y RELATIVO

El *error absoluto* es la diferencia entre el valor exacto y el valor obtenido en la medida. El error absoluto no puede ser conocido ya que se desconoce el valor exacto de la medida. Por eso, se utiliza una estimación del intervalo en el que se puede encontrar el error absoluto. A esta estimación se la denomina *error* o *incertidumbre*, y en este libro se llamará simplemente error y se denotará mediante el símbolo ϵ .

Por ejemplo, si se mide la anchura de un papel con una regla, la medida es 22,5 cm. ¿Cuál es el error absoluto cometido? Hay que estimarlo. Si la regla está dividida en inter-

valos de un milímetro, ésta puede ser una cota superior aceptable del error absoluto. De esta forma, el valor real debería estar comprendido en un intervalo entre 22,4 y 22,6 cm. La medida se denota entonces como $22,5 \pm 0,1$ cm, donde 0,1 cm es el error de la medida.

El *error relativo* ε_r es el cociente entre el error y el valor medido. Se suele expresar en tanto por ciento. Esta forma de expresar el error es útil a la hora de comparar la calidad de dos medidas.

Por ejemplo, si se mide la distancia que separa Valencia de Castellón y el resultado es 75 ± 2 Km, y la longitud del aula resultando 8 ± 2 m. ¿Qué medida es mejor? El error relativo de la primera es $\varepsilon_{r1} = 2/75 \times 100 = 2,7 \%$ y el de la segunda es $\varepsilon_{r2} = 2/8 \times 100 = 25 \%$. Por lo tanto, la primera medida es mejor, a pesar de que el error de la segunda medida es menor.

4. ERRORES ACCIDENTALES

Como se ha dicho, estos errores son debidos a causas imponderables que alteran aleatoriamente las medidas, tanto al alza como a la baja. Son de difícil evaluación, ésta se consigue a partir de las características del sistema de medida y realizando medidas repetitivas junto con un posterior tratamiento estadístico. De esta forma, a partir de las medidas repetitivas se debe calcular la desviación típica σ , y a partir de las características del aparato de medida se evaluará el error debido al aparato, Δ . El error de la medida se tomará como el máximo de estas dos cantidades

$$\varepsilon = \max\{\sigma, \Delta\}$$

Cuando la repetición de las medidas da prácticamente el mismo resultado, como ocurre normalmente con los aparatos de medida utilizados en el laboratorio de FFI, sólo se evaluará el error Δ debido al aparato, pues σ es despreciable frente a Δ . De esta forma, pasamos a describir únicamente la forma de evaluar el error debido al aparato.

4.1. ERROR DEBIDO AL APARATO

Existen diferencias entre la forma de evaluar los errores debidos a los aparatos. Se ha de distinguir entre aparatos analógicos y digitales. Pueden estimarse estos errores a partir de las características técnicas de los aparatos, como se verá a continuación. Estas características aparecen en las hojas de especificaciones del aparato, o vienen indicadas en el propio aparato. En la Figura 30 se muestra como ejemplo la hoja de especificaciones del multímetro digital *Demestres 3801A*.

VOLTIOS CC			VOLTIOS CA		
RANGO	PRECISION	RESOLUCION	RANGO	PRECISION	RESOLUCION
200 mV		100 μ V	200 mV	$\pm 1,2\% \text{ lect.} + 5 \text{ dig.}$	100 μ V
2 V		1 mV	2 V		1 mV
20 V	$\pm 0,5\% \text{ lect.} + 1 \text{ dígito}$	10 mV	20 V	$\pm 0,8\% \text{ lect.} + 3 \text{ dig.}$	10 mV
200 V		100 mV	200 V		100 mV
1000 V		1 V	700V	$\pm 1,2\% \text{ lect.} + 3 \text{ dig.}$	1 V

Impedancia de entrada: 10M Ω en todos los rangos.
Sobrecarga: 1000V cc o pico ca en todos los rangos.

INTENSIDAD CC			INTENSIDAD CA		
RANGO	PRECISION	RESOLUCION	RANGO	PRECISION	RESOLUCION
200 μ A		0,1 μ A	200 μ A	$\pm 1 \text{ lect.} + 3 \text{ dig.}$	0,1 μ A
2 mA	$\pm 0,5\% \text{ lect.} + 1 \text{ dig.}$	1 μ A	2 mA		1 μ A
20 mA		10 μ A	20 mA	$\pm 1,8\% \text{ lect.} + 3 \text{ dig.}$	10 μ A
200 mA		100 μ A	200 mA		100 μ A
2 A	$\pm 1,2\% \text{ lect.} + 1 \text{ dig.}$	1 mA	2 A		1 mA
20 A, 20 μ A	$\pm 2\% \text{ lect.} + 5 \text{ dig.}$	10 mA, 10 nA	20 A, 20 μ A	$\pm 3\% \text{ lect.} + 7 \text{ dig.}$	10 mA, 10 nA

Protección de sobrecarga: fusible 2A/250V (rango 20A sin fusible)
En 20 A máxima entrada de corriente 20A durante 15 segundos.
Caída de tensión: 200mV.

Impedancia de entrada: 10M Ω en todos los rangos.
Frecuencia de trabajo: 40Hz hasta 1 KHz.
Protección sobrecargas: 750V rms ó 1000V pico continuos en todos los rangos excepto 200mV ca (máx. 300V rms 15 seg.).
Indicación: Promedio RMS de onda senoidal.

Figura 30: hoja de especificaciones del multímetro digital Demestres 3801A.

Aparatos digitales

El error accidental que se comete en un aparato digital es la suma del error de precisión y el error de lectura.

- **Error de precisión:** Es un porcentaje del valor leído en pantalla. Ejemplo:
Error de precisión: 1%
Medida: 4,56 V
Error de precisión: $4,56 \cdot 1/100 = 0,05 \text{ V}$



Figura 31: medida de tensión en un aparato digital.

- **Error de lectura:** La salida en pantalla se realiza con un número limitado de dígitos por lo que, aunque el aparato pueda medir con mayor precisión, sólo podrá mostrar una medida limitada al número de dígitos de que dispone. El error de lectura equivale a N unidades del último dígito. Ejemplo:
Error de lectura: 3d (tres unidades)
Medida: 4,56 V
Error de lectura: $0,01 \cdot 3 = 0,03 \text{ V}$
- El **error debido al aparato** será la suma $\square\square 0,05 + 0,03 = 0,08 \text{ V}$

Ejemplo: Al medir una tensión en un circuito de corriente continua con un multímetro Demestres 3801A cuyas características aparecen en la Figura 30, el error de precisión es el 0,5% de la medida en cualquier escala y el error de lectura es de un dígito, lo que equivale a 0,01V en la escala de 20V puesto que en esta escala aparecen dos decimales en la pantalla.

Aparatos analógicos

El error debido a un aparato analógico es la suma del error de clase y el error de lectura. El error de clase viene indicado en las especificaciones del aparato, normalmente mediante la palabra CLASE o el vocablo inglés CLASS.

- **Error de clase:** Es un porcentaje del fondo de escala. El fondo de escala es el máximo valor medible del aparato. Ejemplo:

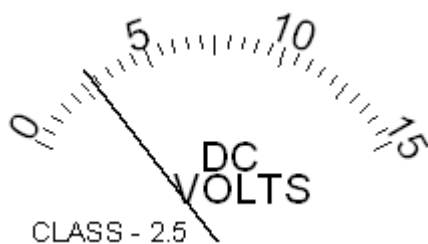


Figura 32: medida de tensión en un voltímetro analógico de clase 2,5.

Error de clase: 2,5

Medida: 3 V

Fondo de escala: 15 V

Error de clase: $15 \cdot 2,5 / 100 = 0,375$ V

El error de clase es independiente del valor obtenido en la medida.

que realice la medida y se expresa como la porción de la división mínima que el operador es capaz de diferenciar. Ejemplo:

Error de lectura: 1/2 división

Voltios/división: 0,5 V

Error de lectura: $0,5 \cdot 1/2 = 0,25$ V

- El **error debido al aparato** será la suma del error de clase y el de lectura: $0,375 + 0,25 = 0,6$ V, donde se ha efectuado ya el redondeo adecuado.

5. ERRORES SISTEMÁTICOS

Los errores sistemáticos son debidos a defectos en los aparatos de medida o al método de trabajo. Normalmente actúan en el mismo sentido, no son aleatorios, siguiendo unas leyes físicas determinadas, de tal forma que en ocasiones se podrá calcular y compensar matemáticamente tras la medida. Un ejemplo podría ser el de una regla graduada mal calibrada, de modo esa regla diera como resultado longitudes siempre menores que las reales. Otro ejemplo sería la medida de la corriente eléctrica que circula por un conductor mediante un amperímetro. Al introducir el amperímetro en el circuito éste se modifica, de manera que la corriente medida no es exactamente igual a la corriente que circulaba antes de colocar el amperímetro. En este ejemplo el propio aparato de medida modifica el resultado.

Los métodos para corregir estos errores sistemáticos son variados. En el caso de la regla habría que confeccionar una curva de calibrado, tal y como se describe en el próximo apartado. En el segundo caso se podría averiguar la resistencia del amperímetro y calcular con ella el error sistemático producido mediante el análisis del circuito.

5.1. CURVA DE CALIBRADO

Una forma de corregir los errores sistemáticos es realizando una curva de calibrado, que es una gráfica que relaciona los valores medidos con los valores reales. Para ello hay que disponer de algún patrón o magnitud cuyo valor es conocido. En el ejemplo de la regla bastaría con medir con ella uno o más patrones de longitudes conocidas para trazar una recta (o curva) de calibrado.

Una vez se dispone de la curva de calibrado, cualquier medida realizada con el sistema se puede transformar en un resultado libre del error sistemático sin más que consultar la curva de calibrado que relaciona los valores medidos con los reales.

Ejemplo: Durante un largo viaje de vacaciones se observa que las medidas del cuentakilómetros de un coche no coinciden exactamente con las señales kilométricas de las carreteras. Parece que el cuentakilómetros siempre marca una distancia mayor, existiendo un error sistemático en las medidas. Confiando en la exactitud de la señalización de la carretera, se decide realizar una calibración del cuentakilómetros, anotando su lectura cada vez que se alcanza una de las señales. El resultado aparece en la tabla siguiente.

Señalización (km)	Cuentakilómetros (km)
1,00	1,0
5,00	5,3
10,00	10,5
25,00	26,2

La curva de calibrado para este cuentakilómetros se muestra en la Figura 33.

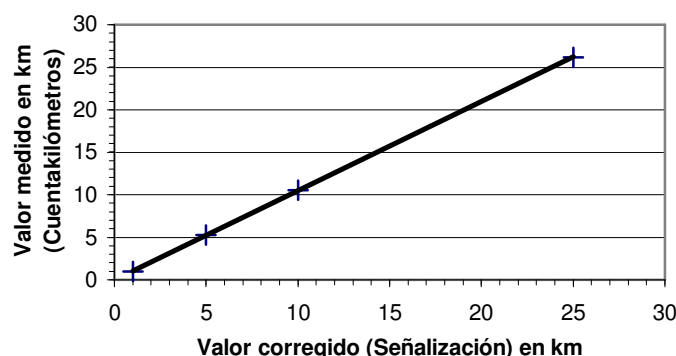


Figura 33: curva de calibrado del cuentakilómetros.

Cuando han transcurrido 20 km según el cuentakilómetros, puede comprobarse en la curva de calibrado que en realidad se ha recorrido 19 km. Éste valor es pues el resultado de la medida una vez corregido el error sistemático del cuentakilómetros mediante la curva de calibración.

6. MEDIDAS INDIRECTAS

En muchas ocasiones no se puede medir directamente una magnitud y se obtiene su valor mediante un cálculo, después de haber medido otras magnitudes relacionadas con aquella. Esto se hace por medio de una expresión analítica. Los valores obtenidos de las medidas previas al cálculo están afectados por un error de medida y estos errores se propagan en las operaciones de cálculo.

Si la magnitud F se calcula en función de las magnitudes x , y , z que al medirlas vienen afectadas por errores Δx , Δy , Δz . ¿Cómo se calcula el error de la medida indirecta F ? El error de una medida indirecta se calcula de la siguiente forma:

$$\Delta F = \left| \frac{\partial F}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial F}{\partial y} \right| \Delta y + \left| \frac{\partial F}{\partial z} \right| \Delta z$$

Ejemplo: Medida del área de un rectángulo a partir de la medida de la longitud de sus lados:

$$a = 5,3 \pm 0,1 \text{ cm} \quad b = 4,0 \pm 0,1 \text{ cm}$$

$$S = a b = 21,2 \text{ cm}^2$$

$$\Delta S = \left| \frac{\partial S}{\partial a} \right| \Delta a + \left| \frac{\partial S}{\partial b} \right| \Delta b = b \Delta a + a \Delta b =$$

$$= 4,0 \times 0,1 + 5,3 \times 0,1 = 0,93 \text{ cm}^2$$

$$S = 21,2 \pm 0,9 \text{ cm}^2$$

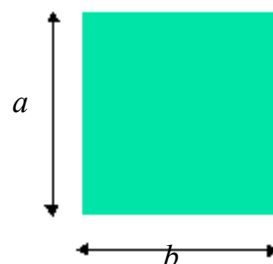


Figura 34: medida del área de un rectángulo.

ANEXO 4

LECTURA DEL VALOR DE RESISTENCIAS SEGÚN EL CÓDIGO DE COLORES.

Las resistencias están marcadas con un código estándar de colores que indica su valor en ohmios (Ω). Estos colores vienen representados en 4 franjas A, B, C, D. Las tres primeras indican el valor de la resistencia y la cuarta su error estimado, según se indica en la siguiente tabla:

COLOR	A	B	C	D
negro	0	0	$\times 1\Omega$	
marrón	1	1	$\times 10\Omega$	
rojo	2	2	$\times 10^2\Omega$	
naranja	3	3	$\times 10^3\Omega$	
amarillo	4	4	$\times 10^4\Omega$	
verde	5	5	$\times 10^5\Omega$	
azul	6	6	$\times 10^6\Omega$	
violeta	7	7	$\times 10^7\Omega$	
gris	8	8	$\times 10^8\Omega$	
blanco	9	9	$\times 10^9\Omega$	
Oro				5%
plata				10%

Ejemplo:



A B C D
A = marrón, B = rojo, C = marrón, D = oro

$$R = 12 \times 10 \pm 5\% = 120 \pm 6 \Omega$$