

## ANÀLISI MATEMÀTICA (AMA)

### UT3 - Problemes proposats: INTEGRACIÓ APROXIMADA

1.
  - a) Aproxima el valor de la integral  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$  mitjançant la fórmula de trapezis amb deu subdivisions de l'interval d'integració
  - b) Troba una cota per a l'error comés en l'aproximació anterior
  - c) Compara els valors exacte i aproximat de la integral.
2.
  - a) Fent ús del mètode de trapezis aproxima  $\frac{\pi}{4} = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$  amb dos decimals exactes, almenys. Trobes en realitat la precisió que esperes?
  - b) Treballa com en a) pero aplicant la regla de Simpson i aproximant amb quatre decimals exactes, almenys.
3.
  - a) Verifica que si apliques la regla de Simpson, amb quatre subdivisions de l'interval d'integració, pots aproximar  $\log(2) = \int_1^2 \frac{dx}{x}$  amb dos decimals exactes, almenys. Troba l'aproximació en qüestió
  - b) Acota l'error comés quan subdividim l'interval d'integració en deu parts iguals i compara el valor exacte de la integral amb l'aproximació, en aquest cas. Són ara compatibles la cota d'error i l'error que s'obté realment?
  - c) Determina el nombre de subdivisions a realitzar en  $[1, 2]$  per a aproximar  $\log(2)$  amb set decimals exactes, almenys i troba, si és possible, l'aproximació en qüestió. Si ho fas verifica que és compatible amb el valor exacte.
4. Considera la corba d'equació  $y = x^3 - 1$ 
  - a) Calcula l'àrea tancada per  $f(x)$  i els eixos coordenats
  - b) Aproxima l'àrea de a) amb dues xifres decimals correctes fent ús del mètode de trapezis

# ANÀLISI MATEMÀTICA (AMA)

## UT3 - Exercicis addicionals: INTEGRACIÓ APROXIMADA

- \*1. a) Troba l'equació de la paràbola que passa pels punts  $(-h, f(-h))$ ,  $(0, f(0))$  i  $(h, f(h))$   
b) Integra la paràbola en  $[-h, h]$  per a obtenir la fórmula de Simpson que aproxima  $\int_{-h}^h f(x) dx$  amb dues subdivisions  
c) Comprova que si  $f(x)$  és un polinomi de tercer grau l'aproximació trobada en b) és exacta  
d) Verifica que si  $f(x) = \cos(x)$ , per exemple, l'aproximació ja no és exacta.
2. Calcula el valor exacte de  $\int_0^1 \frac{dx}{(1+x)(2+x)}$  i les aproximacions que trobes amb els mètodes de trapezis i de Simpson, considerant l'interval d'integració dividit en quatre subintervalls.
3. Considera la integral  $\int_1^2 x^3 \log(\sqrt{x}) dx$   
a) Calcula el seu valor exacte fent servir integració per parts  
b) Aproxima aquest valor mitjançant la regla de Simpson, amb tres decimals exactes, almenys  
c) Verifica que aquest darrer resultat és compatible amb el valor trobat en a).
- \*4. Considera la integral  $\int_{1/4}^{1/2} \arcsin(\sqrt{x}) dx$   
a) Calcula el seu valor exacte mitjançant un canvi de variable i integració per parts  
b) Aproxima aquest valor fent ús de la regla de trapezis amb un error menor que  $10^{-4}$   
c) Aproxima la integral mitjançant la regla de Simpson, amb tres decimals exactes, almenys.
5. a) Aproxima  $\int_{1.8}^{2.6} f(x) dx$ , mitjançant trapezis i Simpson, tenint en compte que l'integrand es defineix a partir de la taula:

$x$	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6
$f(x)$	3.12014	4.42569	6.04241	8.03014	10.46675

- b) Si la velocitat d'un objecte es coneix a través de la taula de valors

$t \text{ (s)}$	0	5	10	15	20	25	30
$v \text{ (m/s)}$	0	1	3	6	9	12.5	15

determina el valor aproximat de l'espai recorregut els primers 30 segons, fent ús dels mètodes de trapezis i de Simpson.