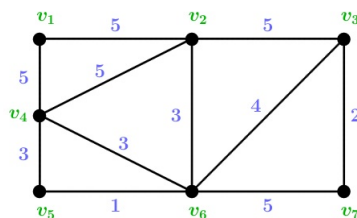


Pràctiques de Matemàtica Discreta

Activitats de la sessió 5

1. Un arbre té $2n$ vèrtexs de grau 1, $3n$ vèrtexs de grau 2 i n vèrtexs de grau 3. Determina el nombre de vèrtexs i arestes.
2. Siga T un arbre amb 21 vèrtexs i amb conjunt de graus $\{1, 3, 5, 6\}$. Sabent que té 15 fulles i només un vèrtex de grau 6, quants vèrtexs de grau 5 té?
3. Calcula un arbre generador minimal, aplicant l'algorisme de Kruskal, del següent graf ponderat:



Calcula també un arbre generador maximal.

4. (*) Considera el mapa d'Espanya de l'exemple de SWGraphs que apareix en obrir els menús Ejemplos-Dijkstra-mapa de España. Es pretén connectar entre sí totes les ciutats que apareixen en el mapa mitjançant una xarxa de línies d'AVE. A l'exemple s'ha modelitzat la situació mitjançant un graf tal que els seus vèrtexs es corresponen amb les ciutats que es desitja connectar, i les seues arestes amb els "possibles trams" pels que pot construir-se la línia de tren. S'indica, també, la longitud de cada tram (en Km). El disseny de la xarxa AVE hauria de verificar les següents condicions raonables:
 - la xarxa ha de connectar dues ciutats qualssevol de les que apareixen al mapa;
 - la longitud total de via construïda ha de ser la menor possible (per a minimitzar les despeses de l'obra).
 - (a) Determina un possible disseny de la xarxa AVE amb aquestes condicions utilitzant algun algorisme de Teoria de Grafs, raonant el motiu d'aplicació de l'algorisme.
 - (b) Per motius estratègics resulta convenient realitzar la construcció d'un eix mediterrani (Girona-Barcelona-Tarragona-Vinarós-Castelló-Sagunt-València-Alacant-Murcia-Cartagena-Àguilas-Almería). Quin és el recorregut total de l'AVE que s'ha de dissenyar tenint en compte, a més dels 2 requisits inicials, la condició de que l'eix mediterrani ha d'estar present?

5. (*) Els agents 001, 002, 003, 004, 005, 006, 007 i 008 estan treballant en una missió per salvar el món (una vegada més). Es vol establir un sistema de comunicació entre els agents de manera que cada agent tinga la possibilitat de contactar, directament o indirectament, amb els restants agents. Establir una comunicació entre dos agents té un cert risc. A la següent taula apareixen els factors de risc associats a les comunicacions directes entre dos agents (a major factor, més risc); la resta de canals de comunicació han estat interceptats. Quin és el risc total mínim d'un sistema de comunicació entre els agents?

| Agents | Factor de risc |
|---------|----------------|
| 001-002 | 9 |
| 001-003 | 3 |
| 001-005 | 8 |
| 001-006 | 3 |
| 001-007 | 4 |
| 002-003 | 10 |
| 002-006 | 6 |
| 003-004 | 6 |
| 003-006 | 4 |
| 003-007 | 5 |
| 003-008 | 7 |
| 004-005 | 7 |
| 004-008 | 3 |
| 005-008 | 5 |