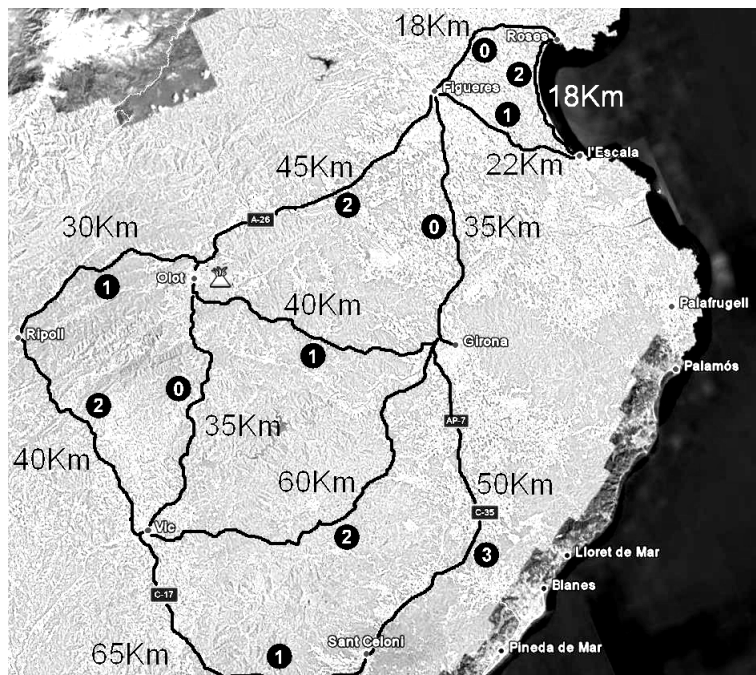


Pràctiques de Matemàtica Discreta

Activitats de la sessió 1

Exercici 1. Considerem el següent mapa de carreteres:



1. Representa'l mitjançant un graf tal que les seues arestes es corresponen amb les carreteres i els seus vèrtexs es corresponen amb les poblacions connectades per elles. Etiqueta els vèrtexs i les arestes.
2. Descriu l'aplicació d'incidència del graf.
3. Calcula la matriu d'adjacència.
4. Calcula els graus de tots els vèrtexs.
5. Compara la suma de tots els graus amb el nombre d'arestes del graf. Quina relació hi ha?

Exercici 2. Pot la següent matriu ser la matriu d'incidència d'un graf?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Exercici 3. Feu una representació gràfica del graf la matriu d'adjacència del qual siga:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Exercici 4. Siga $G = (V, A, f)$ el graf amb $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$ i $A = \{a_1, \dots, a_7\}$ l'aplicació d'incidència del qual ve donada per:

$$\begin{aligned} f(a_1) &= \{v_1, v_2\}, & f(a_2) &= \{v_2, v_3\}, & f(a_3) &= \{v_2, v_5\}, & f(a_4) &= \{v_3, v_5\} \\ f(a_5) &= \{v_4, v_6\}, & f(a_6) &= \{v_5, v_7\}, & f(a_7) &= \{v_6, v_7\} \end{aligned}$$

1. Analitza si es tracta d'un graf simple, si existeixen bucles y si hi ha vèrtexs aïllats.
2. Dibuixeu una representació gràfica de G .
3. Obteniu les matrius d'adyacència i incidència de G .

Exercici 5. Considera el graf de l'Exercici 1 i pondera les seues arestes amb les distàncies en cada tram de carretera. Introdueix aquest graf ponderat en SWGraphs. L'algorisme Dijkstra (que apareix en la barra de menús de SWGraphs) calcula la "ruta més curta" entre dos vèrtexs del graf (és a dir, el camí entre dos vèrtexs tal que la suma dels pesos és la menor possible). Encara que en una pràctica posterior estudiarem amb detall aquest algorisme, ho usarem ací per a contestar a la següent qüestió: ¿quin és la ruta més curta entre Sant Celoni i L'Escala? (Resulta obvi que aquesta pregunta pot respondre's, en aquest cas, mitjançant una simple inspecció ocular; no obstant açò, en el cas de grafs molt grans i complexos, resulta necessari disposar d'un algorisme que resolga aquest tipus de problemes).

Exercici 6. En la mateixa situació de l'exercici anterior utilitza el programa SWGraphs per a contestar a les següents qüestions:

- (a) Un viatjant vol anar des de Sant Celoni a L'Escala. No li importa la quantitat de quilòmetres que pugui fer, però vol passar pel menor nombre de peatges possible. Troba una possible ruta amb aquesta condició.
- (b) El mateix viatjant vol anar des de Sant Celoni a L'Escala de manera que els diners que es gaste entre gasolina i peatges siga el menor possible. Tenint en compte que el seu cotxe gasta 6 litres de gasolina cada 100 quilòmetres, que el litre de gasolina costa 1.5 euros i que en cada peatge han de pagar-se 3 euros, calcula la ruta més econòmica.