DEPARTAMENT DE MATEMÀTICA APLICADA (etsinf)

CUESTIONARIO DE LA QUINTA PRÁCTICA (Modelo A)

1. Determina el valor del siguiente límite:

$$\lim_n \left(\frac{2n+1}{2n-\sqrt{n}}\right)^{\sqrt{n+2}} = \boxed{}$$

2. Compara los órdenes de magnitud de las sucesiones

$$a_n = \sqrt{n^5} - \sqrt{n^3+1} \qquad \text{y} \qquad b_n = \log(n)$$

Tendrás que calcular

$$\lim_n \frac{a_n}{b_n} = \boxed{}$$

de donde puedes concluir

$$a_n \; \boxed{} \; b_n$$

3. Considera la sucesión recurrente:

$$\begin{cases} a_1 & = & 2 \\ a_{n+1} & = & 1 + \dfrac{1}{3a_n} \end{cases}$$

Construye una lista con los 20 primeros términos de la recurrencia. Aproxímalos con 10 dígitos significativos. Representa gráficamente la sucesión. A la vista de los resultados anteriores, podríamos intuir que el límite aproximado de la sucesión será

$$\boxed{}$$

4. Define, usando **If** , la sucesión recurrente

$$\begin{cases} a_1 & = & 3 \\ a_{n+1} & = & \sqrt{5+4a_n} \end{cases}$$

El término a_{15} de la sucesión, con veinte dígitos significativos, es $\boxed{}$

5. Resuelve la ecuación en diferencias que proporciona la forma explícita de la sucesión que define el problema de las torres de Hanoi:

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 2a_n + 1 \end{cases}$$

La expresión explícita para a_n, tras simplificar la función correspondiente, quedará

$$a_n = \boxed{}$$

6. Considera $\{a_n\}$ la sucesión recurrente, definida mediante

$$2a_{n+2} = 3a_n + a_{n+1} \quad , \quad a_1 = a_2 = 1$$

La expresión explícita para a_n, tras simplificar la función correspondiente (puedes ayudarte también calculando previamente la solución general de la recurrencia sin condiciones iniciales), quedará

$$a_n = \boxed{}$$

Determina una sucesión exponencial b_n del mismo orden de magnitud que a_n

$$b_n = \boxed{}$$

APELLIDOS:	NOMBRE:	GRUPO:

DEPARTAMENT DE MATEMÀTICA APLICADA (etsinf)

CUESTIONARIO DE LA QUINTA PRÁCTICA (Modelo B)

---

1. Determina el valor del siguiente límite:

$$\lim_n \left(\frac{n+1}{n-\sqrt{n}}\right)^{\sqrt{n+2}-\sqrt{n}} = \boxed{\qquad}$$

2. Usa el cálculo de límites para comparar las sucesiones $a_n = \log(n^5)$ y $b_n = \sqrt{n}$

$$\lim_n \left(\frac{\log(n^5)}{\sqrt{n}}\right) = \boxed{\qquad} \qquad \Rightarrow \qquad \log(n^5)\boxed{\quad}\sqrt{n}$$

3. Considera la sucesión recurrente

$$\begin{cases} a_1 & = & 5 \\ a_{n+1} & = & 2 + \dfrac{1}{a_n} \end{cases}$$

Construye una lista con los 25 primeros términos de la recurrencia. Aproxímalos con 15 dígitos significativos. Representa gráficamente la sucesión. A la vista de los resultados anteriores, podríamos intuir que el límite aproximado de la sucesión será:

$$\boxed{\qquad\qquad}$$

4. Define, usando la cláusula **If**, la sucesión recurrente

$$\begin{cases} a_1 & = & 2 \\ a_{n+1} & = & \sqrt{1+3a_n} \end{cases}$$

El término a_{20} de la sucesión, con diez dígitos significativos, es

5. Resuelve la ecuación en diferencias (lineal de primer orden) dada por:

$$\begin{cases} a_1 & = & 0 \\ a_n & = & 3a_{n-1} + n \end{cases}$$

La expresión explícita para a_n queda

$$a_n = \boxed{\qquad\qquad}.$$

Comprueba que $a_n \approx 3^n$. Para ello, calcula

$$\lim_n \left(\frac{a_n}{3^n}\right) = \boxed{\qquad} \in \mathbb{R}^+.$$

6. Sea a_n el número de cadenas de bits de longitud n que pueden generarse de forma que nunca haya dos ceros consecutivos. Observa (y calcula para $n = 5$) que las cadenas posibles para los primeros valores serán

Si $n = 1$	$\Rightarrow$	0	1						
Si $n = 2$	$\Rightarrow$	01	11	10					
Si $n = 3$	$\Rightarrow$	010	011	101	110	111			
Si $n = 4$	$\Rightarrow$	0101	0110	0111	1010	1110	1101	1011	1111

de donde se deduce que $a_1 = 2$, $a_2 = 3$, $a_3 = 5$, $a_4 = 8$, $a_5 = \boxed{\quad}$, ...

Define a_n como sucesión recurrente:

$$a_1 = 2 \ , \quad a_2 = 3 \ , \ \boxed{\qquad\qquad}$$

Observa que se trata de la recurrencia que define la sucesión de Fibonacci empezando a partir del tercer término. Usa el resultado que devuelve *Mathematica,* tras simplificar la función correspondiente, para calcular el número de cadenas que podrías generar por este procedimiento si $n = 100$:

$$\boxed{\qquad\qquad}$$

APELLIDOS:	**NOMBRE:**	**GRUPO:**