

Pràctiques de Matemàtica Discreta

Activitats de la sessió 4

1. El problema del carter xinès

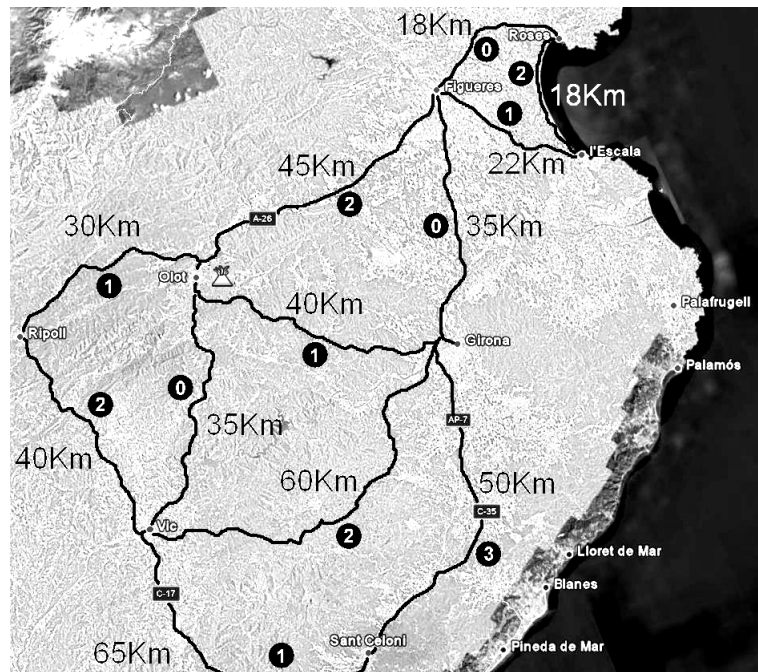
En aquest problema, tractat pel matemàtic xinès Mei-ko Kwan, un carter desitja eixir d'una central de correus, repartir totes les seues cartes a un conjunt d'adreces en una ciutat (ha de passar pels edificis que estan en els carrers) i tornar a la central de manera que la distància total a recórrer siga la més curta possible. Evidentment, haurà de recórrer almenys una vegada cadascun dels carrers, però no vol passar més d'una vegada pel mateix carrer llevat que no hi haja més remei.

El problema pot modelar-se en termes de grafs sent els carrers les arestes, els vèrtexs els encreuaments de carrers i el pes de cada aresta la longitud del carrer corresponent. La solució passaria per trobar un camí tancat que incloga totes les arestes i que tinga un pes total mínim.

És clar que si el graf en qüestió és eulerià, la solució vindria donada per un camí eulerià tancat començant en el vèrtex de partida. Si el graf no és eulerià, el problema és més difícil de resoldre, però disposem de l'algorisme del carter xinès que ens proporciona la solució.

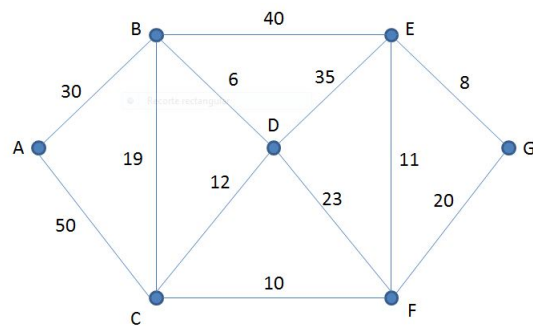
Si G conté algun vèrtex de grau imparell, qualsevol camí solució contindrà alguna aresta més d'una vegada. Es pot considerar el problema del carter xinès com el problema de trobar un conjunt d'arestes artificials amb cost mínim, que en ser afegides al graf original ho facen eulerià (aquest problema va ser resolt entre uns altres per Edmonds i Johnson).

Exercici 1. Considerem el mapa de carreteres amb el qual ja treballarem en la primera sessió de pràctiques (apareixen les distàncies en Km i, dins de cercles, el nombre de peatges existents en cada tram):



1. Suposem que un camió de la direcció general de trànsit de reparació de carreteres ix de la central a Ripoll amb l'objectiu de recórrer totes les carreteres del mapa reparant tots els desperfectes trobats en les mateixes per a després tornar a la central. Per descomptat, es pretén que el recorregut realitzat en quilòmetres pel camió siga mínim. Troba una possible ruta amb aquestes condicions.
2. Suposem ara, que el camió es proposa el mateix objectiu de l'apartat anterior, però a causa d'un despreniment, la carretera d'Olot a Girona està impracticable. Quina seria la solució al problema en aquestes condicions?

Exercici 2. (*) El següent graf es correspon amb el plànol dels carrers d'un barri d'una ciutat.



1. Un carter es proposa repartir el correu partint de l'oficina de correus situada en D minimitzant la distància recorreguda. Qual seria una possible ruta a seguir?
2. Suposant que s'estan fent obres en el carrer que va E de F . Qual seria la millor ruta a seguir, de nou minimitzant la distància recorreguda, per a repartir el correu en la resta de carrers?