

Práctica 1: Breve introducción a *Mathematica*

1. Introducción

Mathematica es un programa de ordenador que permite realizar manipulaciones simbólicas, numéricas y trabajar con gráficos. Resulta, por ello, una herramienta de cálculo muy potente en Ingeniería. Dispone de una gran cantidad de funciones incorporadas con las cuales se pueden cubrir los aspectos más generales de cálculo y también es programable, por lo que cualquier función no disponible se puede generar.

En esta primera práctica te mostramos algunas de las utilidades básicas del programa. Como complemento, tanto de esta práctica como de otras, te sugerimos que consultes la ayuda en línea que el programa te proporciona. En la página oficial de *Mathematica* (<http://www.wolfram.com>) puedes encontrar más información y utilidades.

2. Cómo acceder a Mathematica desde un ordenador personal

- Si quieres **instalar *Mathematica*** en tu ordenador personal puedes descargarlo de la página web

<https://software.upv.es>

Para ello debes identificarte con las claves de la intranet UPV, pulsando en el enlace que hay en la parte superior a la derecha para iniciar sesión. A continuación, en la carpeta *Software para alumnos* tienes que buscar *Mathematica*. En esa carpeta encontrarás el **fichero de instalación** del programa y un fichero con las **instrucciones** sobre cómo instalarlo. También encontrarás un **videotutorial de instalación** de *Mathematica*.

Para instalar *Mathematica* en tu ordenador es necesario solicitar una clave de activación rellenando un formulario en la web de Wolfram. El enlace al formulario lo encontrarás en el documento de instrucciones. El acceso a la web de Wolfram requiere de un registro previo. Cuando proporciones tus datos, es importante que utilices tu dirección de correo electrónico en la UPV.

Las claves tienen validez hasta la fecha de finalización de la licencia. Para renovarlas se puede seguir el mismo procedimiento que para solicitar una nueva.

- Otra opción alternativa es [usar Mathematica vía Polilabs](https://polilabs.upv.es), que es un servicio de Aula Virtual de la UPV que permite trabajar de forma virtual con *Mathematica* a través de un navegador web sin necesidad de instalar el programa. Este servicio está disponible a través de la siguiente página web:

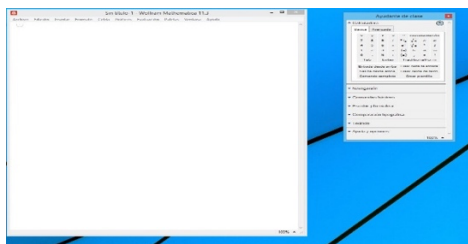
<https://polilabs.upv.es>

dentro del menú *Campus*.

3. Ventanas del programa

La configuración básica del programa está formada por dos ventanas:

- **Cuaderno** (**Notebook** o **Front End**): permite introducir las instrucciones y operaciones que queremos que *Mathematica* realice (es una ventana en blanco).
- **Paleta Ayudante de clase**: permite introducir operaciones matemáticas de un modo natural.



SI ESTA ÚLTIMA VENTANA NO APARECE, BASTA CON ENTRAR EN EL MENÚ PALETAS DEL PROGRAMA Y SELECCIONAR LA OPCIÓN AYUDANTE DE CLASE.

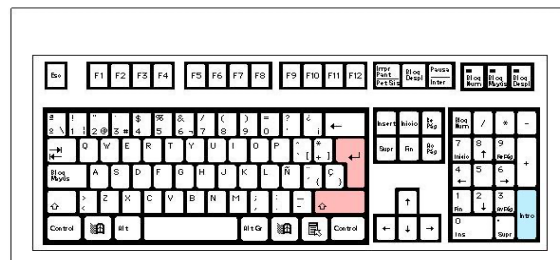
4. Escribir entradas en Mathematica

- **Introducción en Lenguaje Wolfram**

Mathematica es un intérprete del denominado [lenguaje Wolfram](#), que es un lenguaje de computación simbólico. Así, la forma usual de realizar una operación con *Mathematica* es usar este lenguaje que iremos aprendiendo a lo largo de estas prácticas.

Para que *Mathematica* ejecute una operación escrita en lenguaje *Wolfram*, primero debemos escribirla en el **Cuaderno** y después pulsar:

- la tecla **INTRO** del teclado numérico, o
- las teclas **ENTER** y **SHIFT** simultáneamente.



PARA EJECUTAR UNA CELDA BASTA CON QUE EL CURSOR ESTÉ SITUADO EN DICHA CELDA (NO NECESARIAMENTE AL FINAL)

Por ejemplo, vamos a realizar una operación sencilla:

In[1]:= 2+5 (tecla **INTRO**)
Out[1]= 7

Obsérvese que *Mathematica* numera cada expresión evaluada con una etiqueta de la forma **In[n]**, mientras que la respuesta de *Mathematica* se encabeza con **Out[n]**. Esta numeración permite referirse a salidas o entradas anteriores en cualquier momento. Para ello, podemos usar lo siguiente:

- El símbolo **%** hace referencia a la última salida de *Mathematica*.
- El símbolo **%%** se refiere a la penúltima salida de *Mathematica*.
- El símbolo **%n** se refiere a la n-ésima salida de *Mathematica*.

Ejemplos:

In[2]:= 3*2 (tecla **INTRO**)
Out[2]= 6

In[3]:= %+5 (tecla **INTRO**)
Out[3]= 11

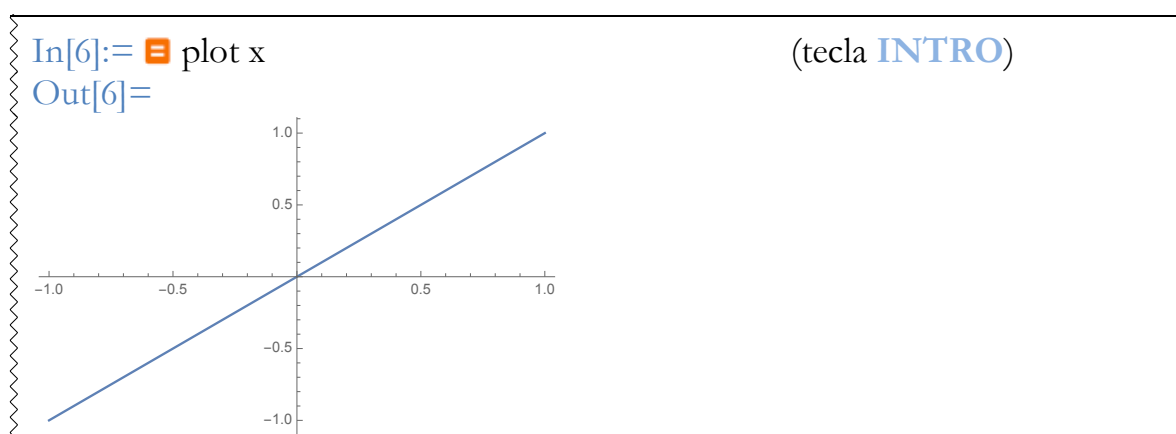
In[4]:= %1 (tecla **INTRO**)
Out[4]= 7

In[5]:= %3-%4 (tecla **INTRO**)
Out[5]= 4

• Introducción en Lenguaje Natural

Además del lenguaje *Wolfram*, Mathematica dispone de [un intérprete del lenguaje natural](#), es decir, del lenguaje que usamos normalmente. Así, podemos pedirle a *Mathematica* que ejecute instrucciones escribiendo en el cuaderno expresiones sencillas en inglés. Para ello, debemos empezar escribiendo en el Cuaderno el símbolo `=` que Mathematica convertirá en el símbolo `⊞`.

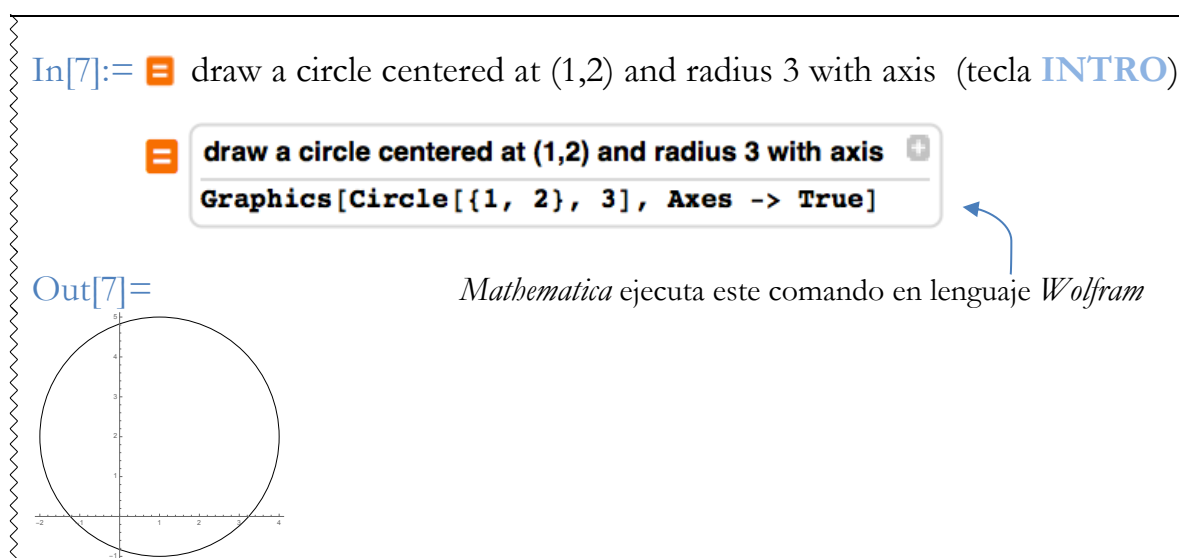
Por ejemplo, podemos decirle a *Mathematica* que dibuje la función x usando la palabra “plot” (“dibujar” en inglés):



Observemos que al usar el lenguaje natural, *Mathematica* indica, debajo de la instrucción dada en lenguaje natural, la interpretación que ha hecho en lenguaje *Wolfram*, y esa es la instrucción que ejecuta. En este caso aparece:

`⊞ plot x` `Plot[x, {x, -1, 1}]`

También podemos indicarle frases más complejas:



5. Celdas en *Mathematica*

Las entradas y salidas están agrupadas con corchetes situados en la parte derecha de la pantalla. El texto contenido en cada uno de estos corchetes es lo que se denomina **celda**.

```
In[5]:= %3 - %4
```

```
Out[5]= 4
```

• BORRADO DE CELDAS

Si queremos borrar alguna línea de texto en *Mathematica*, **debemos seleccionar la celda que lo contiene** y pulsar la tecla Supr. Aunque borremos una celda, *Mathematica* sigue teniendo en memoria lo que contenía esa celda. Por ejemplo, si borramos la celda que contiene a la entrada y la salida número 5, y después evaluamos el comando %5, vemos que *Mathematica* devuelve la salida número 5:

In[8]:= %5	(tecla INTRO)
Out[8]= 4	

Observemos además que *Mathematica* no cambia la numeración de las siguientes entradas.



EL BORRADO DE UNA CELDA EN MATHEMATICA NO IMPLICA QUE EL PROGRAMA ELIMINE ESA CELDA DE SU MEMORIA

• MODIFICAR UNA CELDA

Para modificar el texto de una celda, basta con clicar en la celda que se quiere modificar y cambiar lo que se desee.

• CELDAS DE TEXTO

Por defecto, las celdas de *Mathematica* son celdas de entrada de comando, es decir, celdas en las que debemos escribir algún comando que pueda ser interpretado por el programa. No obstante, *Mathematica* puede funcionar como un editor de texto y permite la introducción de texto estándar.

Para transformar una celda usual en una **celda de texto** debemos seleccionarla y, en el menú *Formato* seleccionar *Estilo* y a continuación *Texto*. Estas celdas se distinguen de las usuales porque en la parte superior del corchete tienen dos rayas en vez de un triángulo.

celda de texto

Otra opción para escribir una celda de texto es empezar a escribir directamente el texto en Mathematica y esperar a que aparezca un menú emergente y seleccionar la opción *Convert to Text Cell*.



LAS CELDAS DE MATHEMATICA PUEDEN CONVERTIRSE EN CELDAS DE TEXTO USANDO EL MENÚ FORMATO. ESTAS CELDAS NO SON EVALUABLES NI SON NUMERADAS.

6. Sintaxis en *Mathematica*

Los errores más frecuentes que se producen al trabajar con *Mathematica* se deben a errores de sintaxis en los comandos, es decir, a fallos en la escritura de las instrucciones. Es por ello que se debe poner atención en:

• LETRAS MAYÚSCULAS Y MINÚSCULAS

- *Mathematica* distingue entre letras mayúsculas y minúsculas. Por ejemplo, si ejecutamos la siguiente instrucción:

```
In[ ]:= a+A+2a
```

(tecla **INTRO**)

```
Out[ ]= 3a+A
```

se observa que el resultado no es $4a$, ya que *Mathematica* distingue entre las variables a y A .

- Los nombres de **todas las instrucciones de Mathematica comienzan con mayúscula**. Por ejemplo, si queremos calcular el seno de $\frac{\pi}{2}$ debemos ejecutar:

```
In[ ]:= Sin[Pi/2]
```

(tecla **INTRO**)

```
Out[ ]= 1
```

Observad que si ejecutamos la misma instrucción, pero escribiendo la primera letra del comando **Sin** en minúscula, es decir **sin**, *Mathematica* no sabe interpretarla y como salida devuelve la instrucción que hemos introducido:

```
In[ ]:= sin[Pi/2]
```

(tecla **INTRO**)

```
Out[ ]= sin[ $\frac{\pi}{2}$ ]
```

En la sección 8 veremos esta función y otras funciones matemáticas usuales.

- **PARÉNTESIS ()**

Los paréntesis solamente se utilizan para agrupar e indicar prioridad en las operaciones. Si por ejemplo queremos calcular $2 \cdot (3+5)$ debemos introducir:

```
In[ ]:= 2*(3+5)                                     (tecla INTRO)
Out[ ]= 16
```

Si escribimos esa misma operación sin el paréntesis, la suma se calculará después de realizar el producto de 2 y 3:

```
In[ ]:= 2*3+5                                         (tecla INTRO)
Out[ ]= 11
```

De igual modo si queremos realizar el cálculo $\frac{20}{2*5}$ debemos escribir:

```
In[ ]:= 20/(2*5)                                       (tecla INTRO)
Out[ ]= 2
```

Si no ponemos esos paréntesis, calculará $\frac{20}{2} * 5$:

```
In[ ]:= 20/2*5                                         (tecla INTRO)
Out[ ]= 50
```

- **CORCHETES []**

Los corchetes solamente se utilizan en las funciones y los comandos de *Mathematica*. Por ejemplo, para calcular el coseno de 0, teclearemos:

```
In[ ]:= Cos[0]                                         (tecla INTRO)
Out[ ]= 1
```

en vez de $\cos(0)$, que es como se escribe habitualmente.

- **LLAVES { }**

Se utilizan exclusivamente para definir vectores y matrices.

- **ESPACIOS EN BLANCO**

Un espacio entre dos números o variables indica multiplicación.



NO DEBE HABER ESPACIOS EN LOS NOMBRES DE LAS ÓRDENES, NI EN SÍMBOLOS DE MÁS DE UNA LETRA NI EN LOS NOMBRES DE LAS FUNCIONES.

Por ejemplo, si escribimos:

`In[]:= aa-a a` (tecla **INTRO**)
`Out[]:= $-a^2 + aa$`

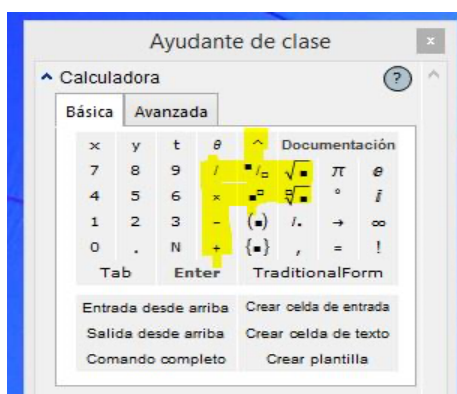
Mathematica diferencia entre “aa” que entiende que es una variable con ese nombre y “a a” que entiende que es la multiplicación de la variable “a” consigo misma.

7. Cálculos aritméticos y aproximaciones decimales

Al igual que una calculadora, *Mathematica* puede efectuar operaciones aritméticas como la suma, multiplicación, división y exponenciación. Estas operaciones se denotan del siguiente modo:

Operación	
Suma	$x + y$
Resta	$x - y$
Multiplicación	$x * y$ (o $x \ y$)
División	x / y
Potenciación	x^y
Raíz cuadrada	$\text{Sqrt}[x]$

Estas operaciones también se pueden introducir mediante los iconos adecuados de la paleta Ayudante de Clase.



Mathematica siempre realiza los cálculos del modo más preciso posible. Esto quiere decir que si, por ejemplo, *Mathematica* tiene que trabajar con un número racional, como es

posible que éste tenga infinitas cifras decimales, siempre intentará trabajar con su expresión racional en vez de con su expresión decimal.

Por ejemplo, supongamos que queremos calcular cuánto vale $1/3$. Si introducimos esta operación en *Mathematica*

In[]:= 1/3	(tecla INTRO)
Out[]= $\frac{1}{3}$	

se observa que *Mathematica* vuelve a mostrar la misma fracción. Es decir, salvo que se indique otra cosa, representa las cantidades de manera exacta e intenta dar el resultado de la misma forma que los datos. Para obtener aproximaciones decimales de un número se usa el **comando** **N[]** que, por defecto, trabaja con 6 cifras significativas.

- **N[x]** devuelve una expresión decimal del número x .
- **N[x,d]** devuelve una expresión decimal del número x con n dígitos de precisión.

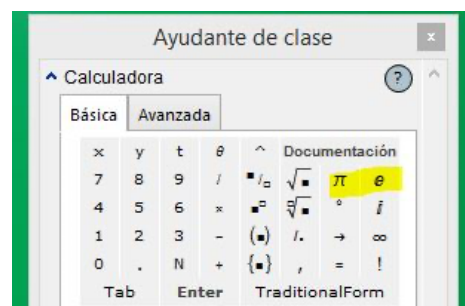
Para practicar esta instrucción, podemos ejecutar los siguientes ejemplos (observad que los argumentos del comando **N** van entre corchetes y que la letra **N** es mayúscula):

In[]:= N[1/3]	(tecla INTRO)
Out[]= 0.333333	
In[]:= N[1/3,8]	(tecla INTRO)
Out[]= 0.33333333	
In[]:= (5/2)^(10)	(tecla INTRO)
Out[]= $\frac{9765625}{1024}$	
In[]:= N[(5/2)^(10),8]	(tecla INTRO)
Out[]= 9536.7432	
In[]:= Sqrt[2]	(tecla INTRO)
Out[]= $\sqrt{2}$	
In[]:= N[Sqrt[2]]	(tecla INTRO)
Out[]= 1.41421	
In[]:= N[Sqrt[2],10]	(tecla INTRO)
Out[]= 1.414213562	

Con esta instrucción, podemos obtener también la expresión decimal de algunos números irracionales como el número e y el número π . Sus expresiones en *Mathematica* son:

- **Número e :** **E** o **e** (*símbolo de la paleta*).
- **Número π :** **Pi** o **π** (*símbolo de la paleta*).

Obsérvese que la primera letra de ambas constantes es mayúscula. Si se quiere escribir su símbolo, habrá que utilizar la paleta **Ayudante de clase** de *Mathematica*.



Ejemplos:

<code>In[]:= N[E]</code>	(tecla INTRO)
<code>Out[]= 2.71828</code>	
<code>In[]:= N[E,12]</code>	(tecla INTRO)
<code>Out[]= 2.71828182846</code>	
<code>In[]:= N[Pi]</code>	(tecla INTRO)
<code>Out[]= 3.14159</code>	
<code>In[]:= N[Pi,10]</code>	(tecla INTRO)
<code>Out[]= 3.141582654</code>	

▪ **EJERCICIO 1:**

Obtén una expresión con 10 cifras decimales de los resultados de las siguientes operaciones:

a) $\frac{3}{5} + \frac{5}{6}$

b) $\sqrt[5]{3^6}$

c) $\sqrt{\frac{2^3+3}{5}}$

8. Algunas funciones elementales de *Mathematica*

Mathematica posee implementadas numerosas funciones matemáticas. Como ya hemos comentado, todas ellas comienzan por una letra mayúscula y sus argumentos van siempre entre corchetes. Veamos algunas de las más usuales:

FUNCIÓN	OPERACIÓN
Sqrt[x]	Raíz cuadrada de x
Abs[x]	Valor absoluto de x
Exp[x]	Exponencial e^x
Log[x]	Logaritmo neperiano de x
Log[a,x]	Logaritmo en base a de x
Factorial[n] o $n!$	Factorial de un número natural n

FUNCIÓN	FUNCIÓN INVERSA	OPERACIÓN
Sin[x]	ArcSin[x]	Calcula el seno (resp. arcoseno) de x
Cos[x]	ArcCos[x]	Calcula el coseno (resp. arcocoseno) de x
Tan[x]	ArcTan[x]	Calcula la tangente (resp. arcotangente) de x
Sinh[x]	ArcSinh[x]	Calcula el seno h. (resp. argsinh) de x
Cosh[x]	ArcCosh[x]	Calcula el coseno h. (resp. argcosh) de x
Tanh[x]	ArcTanh[x]	Calcula la tangente h. (resp. argtanh) de x

Ejemplos:

```

In[ ]:= Sin[3 Pi/4]                                (tecla INTRO)
Out[ ]=  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 

In[ ]:= N[%]                                        (tecla INTRO)
Out[ ]= 0.707107

In[ ]:= Log[Cos[1]]                                (tecla INTRO)
Out[ ]= Log[Cos[1]]

In[ ]:= N[%]                                        (tecla INTRO)
Out[ ]= -0.615626

```

▪ EJERCICIO 2:

Calcula, con 8 dígitos, las expresiones decimales de los siguientes números:

a) $\sin\left(\frac{3\pi}{5}\right)$

b) $\arctan(e^7)$

c) $\arcsen(\ln(0.5))$

9. Declaración y eliminación de variables

Cuando se realizan cálculos en los que interviene un mismo valor varias veces nos puede interesar declarar una variable con ese valor. El contenido de una variable puede ser de todo tipo: un número, una matriz, un gráfico, etc.

Para **asignar un valor** a una variable basta con usar el signo **=** precedido del nombre de la variable y seguido del valor que contendrá la variable. Para **borrar** el contenido de una variable se utiliza el comando **Remove**:

Remove[x]: borra el valor de la variable x

(otra opción es **x=.**)

Por ejemplo, vamos a definir una variable x que contenga al valor 2 y vamos a realizar operaciones con ella.

In[]:= x=2 (tecla **INTRO**)

Out[]= 2

(A partir de ahora, x será reemplazado siempre por 2)

In[]:= 2*x

(tecla **INTRO**)

Out[]= 4

In[]:= x^3+5

(tecla **INTRO**)

Out[]= 13

In[]:= Sqrt[2/%]

(tecla **INTRO**)

Out[]= $\sqrt{\frac{2}{13}}$

In[]:= x=5

(tecla **INTRO**)

Out[]= 5

(A partir de ahora, x será reemplazado siempre por 5)

In[]:= x*3

(tecla **INTRO**)

Out[]= 15

In[]:= Remove[x]

(tecla **INTRO**)

(A partir de ahora, x no tendrá ningún valor asignado)

In[]:= x*3

(tecla **INTRO**)

Out[]= 3x

En general, las variables en *Mathematica* pueden tener cualquier nombre, excepto que aquellos nombres de alguna función o constante que tenga implementada *Mathematica*. Así, no podremos usar las siguientes letras como variables:

LETRAS NO VÁLIDAS COMO VARIABLES					
C	D	E	I	N	O

Si intentemos asignar un valor a alguna de estas variables *Mathematica* nos advertirá que no se puede hacer ya que son símbolos protegidos:

```
In[]:= C=1
... Set: Symbol C is Protected.
Out[] = 1
```



LAS VARIABLES MANTIENEN SIEMPRE SU VALOR, EXCEPTO SI SE INICIA OTRA SESIÓN O SE MODIFICAN.

Esto puede provocar algunos errores en el usuario de *Mathematica*. Veamos un ejemplo:

```
In[]:= Solve[x-2==1,x] (tecla INTRO)
Out[] = {{x→3}}

In[]:= x=5 (tecla INTRO)
Out[] = 5
(A partir de ahora, x será reemplazado por 5 siempre)

In[]:= Solve[x-2==1,x] (tecla INTRO)
... Solve: 5 is not a valid variable.
Out[] = Solve[False,5]
```

La primera instrucción resuelve la ecuación $x-2=1$ cuyo resultado es $x=3$ (hemos usado para ello el comando **Solve**, que veremos con detalle en la Práctica 3). Si después asignamos a la variable x un valor diferente de la solución de la ecuación, como 5, e intentamos resolver la misma ecuación, *Mathematica* entiende que la variable x sigue teniendo el valor 5 y, por ese motivo, no es capaz de obtener la solución. Para resolver de nuevo la ecuación, tendremos que borrar el valor de x

```
In[]:= Remove[x] (tecla INTRO)

In[]:= Solve[x-2==1,x] (tecla INTRO)
Out[] = {{x→3}}
```

10. Sustitución de variables en una expresión

Cuando en *Mathematica* tenemos una expresión algebraica que depende de una variable, por ejemplo x , y queremos evaluar esa expresión para un determinado valor de la variable x , por ejemplo v , debemos usar el comando de sustitución `/.` del siguiente modo:

Expresión `/.` $x \rightarrow v$: sustituye en la expresión algebraica la variable x por el valor v

Veamos un ejemplo. Supongamos que tenemos el polinomio $x^3 - 2x^2 + 5x - 3$ y queremos calcular el valor de este polinomio en $x=2$ y $x=-3$. Podemos usar el comando sustitución de la siguiente forma:

```
In[ ]:= x^3 - 2 x^2 + 5 x - 3 /. x -> 2          (tecla INTRO)
Out[ ]= 7

In[ ]:= x^3 - 2 x^2 + 5 x - 3 /. x -> -3         (tecla INTRO)
Out[ ]= -63
```

▪ EJERCICIO 3:

Usa el comando sustitución para calcular el valor de la expresión algebraica $\sin(3x) + \sqrt{x}$ cuando $x=2$ y $x=5$ con 10 dígitos de precisión.

11. Manipulación de expresiones algebraicas

Además de trabajar con expresiones numéricas, *Mathematica* puede manipular expresiones algebraicas. Vamos a ver, a continuación, algunos de los comandos básicos en este aspecto. Te mostramos la sintaxis más sencilla y práctica. No obstante, te sugerimos que uses la ayuda de *Mathematica* para ver todas las aplicaciones que permiten estas funciones añadiendo nuevos argumentos.

`Simplify[u]` / `FullSimplify[u]` simplifica, si es posible, la expresión algebraica u

Ejemplo:

```
In[ ]:= Simplify[(x+1)/(1-x^2)]                  (tecla INTRO)
Out[ ]=  $\frac{1}{1-x}$ 
```

ExpandAll[u]: desarrolla o expande la expresión algebraica **u**

Ejemplo:

```
In[ ]:= ExpandAll[(x+1)^2] (tecla INTRO)  
Out[ ]= 1 + 2x + x^2
```

Factor[u]: factoriza la expresión algebraica **u**

Ejemplo:

```
In[ ]:= Factor[x^2-y^2] (tecla INTRO)  
Out[ ]= (x - y)(x + y)  
  
In[ ]:= Factor[6x^3+35x^2y+58x y^2+21y^3] (tecla INTRO)  
Out[ ]= (2x + y)(x + 3y)(3x + 7y)
```

Recuerda que para efectuar el producto de variables x por y hay que usar un espacio en blanco entre los factores o un asterisco (*). Esto no es necesario cuando escribimos el producto de un número por una variable.

Apart[u]: descompone la fracción algebraica **u** en suma de fracciones simples

Como ejemplo, vamos a descomponer $\frac{x}{(x+2)(x-2)}$ en suma de fracciones simples:

```
In[ ]:= Apart[x/((x+2)(x-2))] (tecla INTRO)  
Out[ ]= \frac{1}{2(-2+x)} + \frac{1}{2(2+x)}
```

Together[u]: combina dos o más fracciones a común denominador y simplifica los factores comunes

Ejemplo:

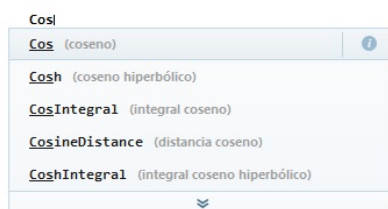
```
In[ ]:= Together[%] (tecla INTRO)  
Out[ ]= \frac{x}{(x+2)(x-2)}
```

12. Ayuda en *Mathematica*

Este programa posee numerosos comandos. La información sobre el uso de estos comandos se puede encontrar en el menú *Ayuda* que aparece en la barra del *Cuaderno*, o bien, si antepone el símbolo ? al comando del cual queremos obtener ayuda. De este modo, si queremos obtener ayuda sobre el comando *Nombre* podemos escribir

- *?Nombre*, obtendremos la información sobre la estructura que tiene este comando,
- *??Nombre*, obtendremos la información completa sobre este comando,
- *?Nomb**, obtendremos un listado de todas las funciones que empiezan por Nomb.

También se puede acceder a la ayuda de un comando cuando al teclearlo en *Mathematica*, esperamos a que aparezca una ventana emergente donde se muestran todos los comandos del programa que comienzan por los caracteres que hemos introducido:



Al clicar en el símbolo de información  aparece la ayuda sobre dicho comando.

13. Guardar el trabajo

Para concluir, observa que puedes guardar el trabajo seleccionando *File/Save as* de la barra del menú de herramientas y usando diferentes opciones. Te sugerimos que lo grables como una hoja de cálculo de *Mathematica*, con la extensión **.nb**, ya que te permitirá continuar trabajando más adelante con las expresiones introducidas, si así lo deseas.