# Modélisation Papier

Antonio Tavares, Julien Dallot

31 décembre 2021

1. Voici le problème statique $(\mathcal{P})$ :

$$(\mathcal{P}) \left\{ \begin{array}{llllr} \min\limits_{x} & \sum\limits_{(i,j)\in A} d_{ij}\, x_{ij} & & & \\ \text{s.c.} & & & & \\ & \sum\limits_{(i,j)\in A} p_i\, x_{ij} & \leq S - p_t & (1) & \text{(limite sur les sommets empruntés)} \\ & \sum\limits_{j\in\delta^+(i)} x_{ji} - \sum\limits_{j\in\delta^-(i)} x_{ij} & = 0 \quad \forall i \in A \setminus \{s,t\} & (2) & \text{(conservation du flot)} \\ & \sum\limits_{j\in\delta^-(s)} x_{sj} & = 1 & (3) & \text{(un seul arc sortant de } s\text{)} \\ & \sum\limits_{j\in\delta^+(t)} x_{jt} & = 1 & (4) & \text{(un seul arc rentrant dans } t\text{)} \end{array} \right.$$

2. Modélisation du problème robuste $(\mathcal{P}_r)$ :

$$(\mathcal{P}_r) \left\{ \begin{array}{llll} \min\limits_{x} \max\limits_{\delta^1} & \sum\limits_{(i,j)\in A} d_{ij}\, (1+\delta^1_{ij})\, x_{ij} & & \\ \text{s.c.} & & & \\ & \sum\limits_{(i,j)\in A} p_i\, x_{ij} + \max\limits_{\delta^2} \left\{ \delta^2_t \hat{p}_t + \sum\limits_{(i,j)\in A} \delta^2_i\, \hat{p}_i\, x_{ij} \right\} & \leq S - p_t & (1_{robuste}) \\ & \sum\limits_{j\in\delta^+(i)} x_{ji} - \sum\limits_{j\in\delta^-(i)} x_{ij} & = 0 \quad \forall i \in A \setminus \{s,t\} & (2_{robuste}) \\ & \sum\limits_{j\in\delta^-(s)} x_{sj} & = 1 & (3_{robuste}) \\ & \sum\limits_{j\in\delta^+(t)} x_{jt} & = 1 & (4_{robuste}) \end{array} \right.$$

3. Résolution par plans coupants et LazyCallback. On réexprime d'abord le problème robuste avec les ensembles $\mathcal{U}^{1*}$ et $\mathcal{U}^{2*}$.

$$
(\mathcal{P}_r)\left\{
\begin{array}{lllr}
\min\limits_{z} & z & & \\
\text{s.c.} & & & \\
 & \displaystyle\sum_{(i,j)\in A} d^1_{ij}\, x_{ij} & \leq z \quad \forall d^1 \in \mathcal{U}^{1*} & (0) \\
 & \displaystyle\sum_{(i,j)\in A} p^2_i\, x_{ij} & \leq S - p^2_t \quad \forall p^2 \in \mathcal{U}^{2*} & (1_{robuste}) \\
 & \displaystyle\sum_{j\in\delta^+(i)} x_{ji} - \sum_{j\in\delta^-(i)} x_{ij} & = 0 \quad \forall i \in A \setminus \{s,t\} & (2_{robuste}) \\
 & \displaystyle\sum_{j\in\delta^-(s)} x_{sj} & = 1 & (3_{robuste}) \\
 & \displaystyle\sum_{j\in\delta^+(t)} x_{jt} & = 1 & (4_{robuste})
\end{array}
\right.
$$

(Je sais pas encore quels ensembles $\mathcal{U}^{1*}$ et $\mathcal{U}^{2*}$ choisir au début, deux sous ensembles aléatoires et petits de $\mathcal{U}^1$ et $\mathcal{U}^2$ ?)

Il y a deux sous problèmes à résoudre, $(SP_0)$ et $(SP_1)$ :

$$
(SP_0)\left\{ \max_{\delta^1} \sum_{(i,j)\in A} p^0_{ij}\, x^*_{ij} \right. \qquad\qquad (SP_1)\left\{ \max_{p^1 \in \mathcal{U}^{1*}} \sum_{(i,j)\in A} p^1_{ij}\, x^*_{ij} \right.
$$

avec $x^*$ une solution courante du problème maître.