Ações de Controle PD e PID

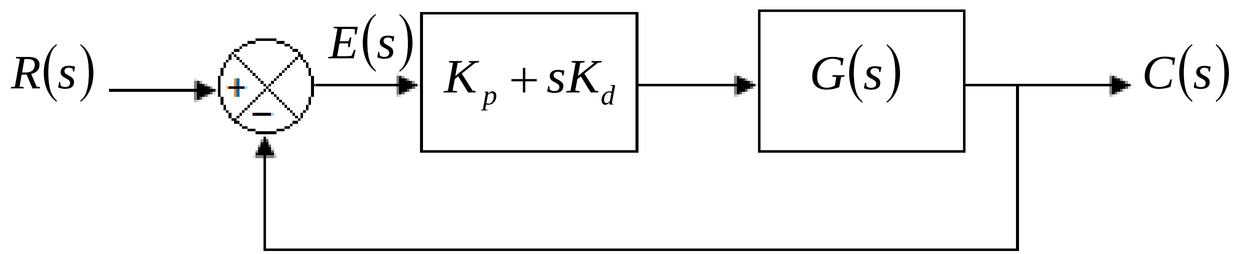
Prof. Nilo Rodrigues

Sistemas de Controle e Automação

Universidade de Fortaleza
Centro de Ciências Tecnológicas

Sistemas de Controle Derivativo

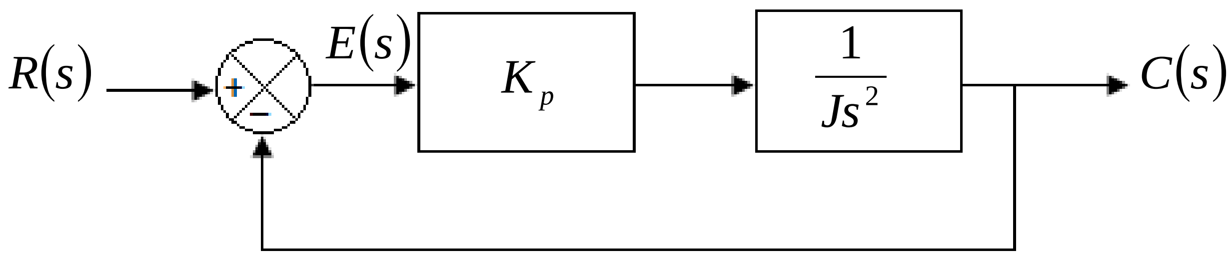
- Uma ação de controle derivativo, quando acrescentada a um controlador proporcional, permite que se obtenha um controlador de **alta sensibilidade**.



- A ação de controle derivativo responde a uma **taxa de variação do erro** atuante e pode produzir uma correção significativa **antes** que o valor do erro se torne muito **elevado**, melhorando a resposta transitória do sistema.
- Pelo fato de operar sobre a taxa de variação do erro atuante, o controle derivativo **deve ser combinado** com uma ação de controle proporcional ou proporcional-integral.

Controle Proporcional-Derivativo (PD)

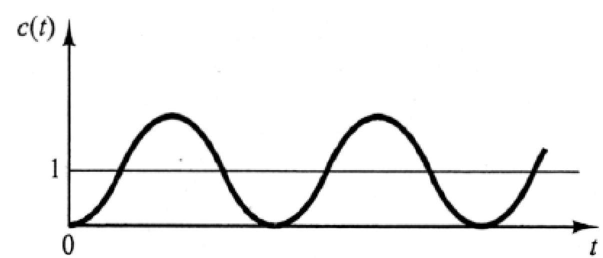
- Consideremos um sistema de **carga inercial sem atrito**, controlado por uma função **proporcional**.



- A função de transferência em malha fechada do sistema é dada por:

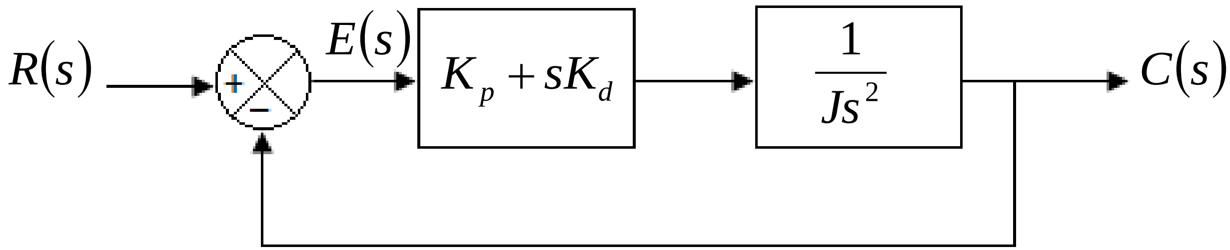
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_p}{Js^2 + K_p}$$

- As raízes da equação características são **imaginárias** e a resposta é **oscilatória**.



Controle Proporcional-Derivativo (PD)

- Para eliminar as oscilações na resposta transitória, precisamos inserir **amortecimento** ao sistema. Este efeito é obtido com o controlador proporcional-derivativo.



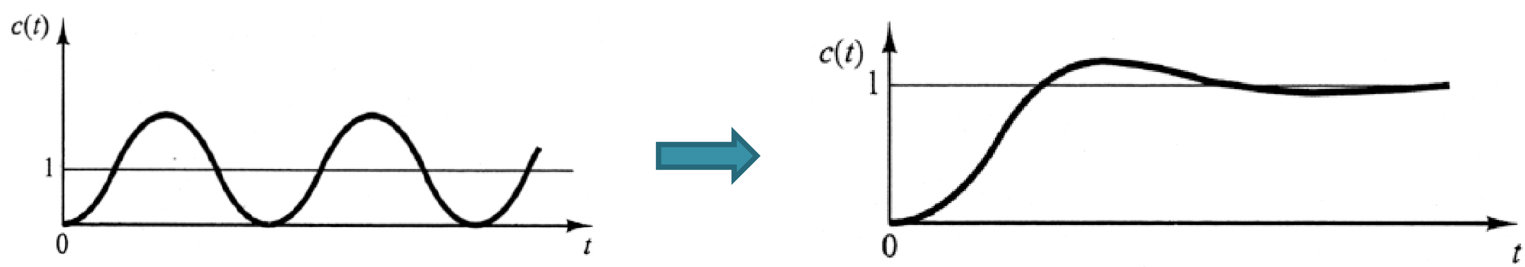
- A função de transferência em malha fechada do sistema é dada por:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_d s + K_p}{Js^2 + K_d s + K_p}$$

- Pelo critério de estabilidade de Routh, conclui-se que o sistema sempre é **estável**, possuindo duas raízes com partes reais negativas.

Controle Proporcional-Derivativo (PD)

- O efeito do controlador proporcional-derivativo pode ser observado no comportamento da resposta deste sistema.

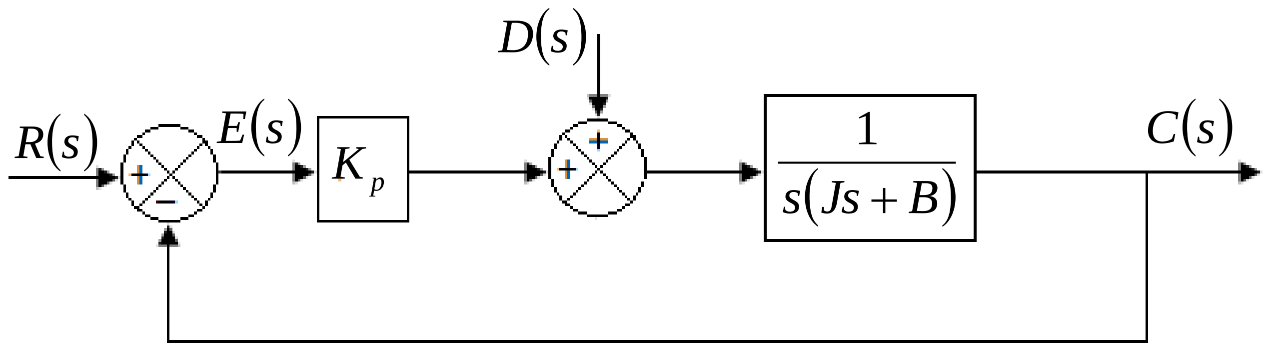


- O controle derivativo é essencialmente **antecipatório**, medindo a velocidade dos erros instantâneos e prevendo um grande sobre-sinal antes que ele ocorra.

- Este controlador é capaz de produzir ações apropriadas de limitação antes que o sobre-sinal assuma um valor muito elevado, melhorando as características da resposta transitória.

Controle Proporcional-Derivativo (PD)

- Vamos relembrar o efeito do **controle proporcional** no sistema composto pelo servomotor, submetido a distúrbios do tipo conjugado diretamente no elemento de carga.



- Vimos que o erro estacionário pode ser **reduzido** aumentado-se o valor do ganho.

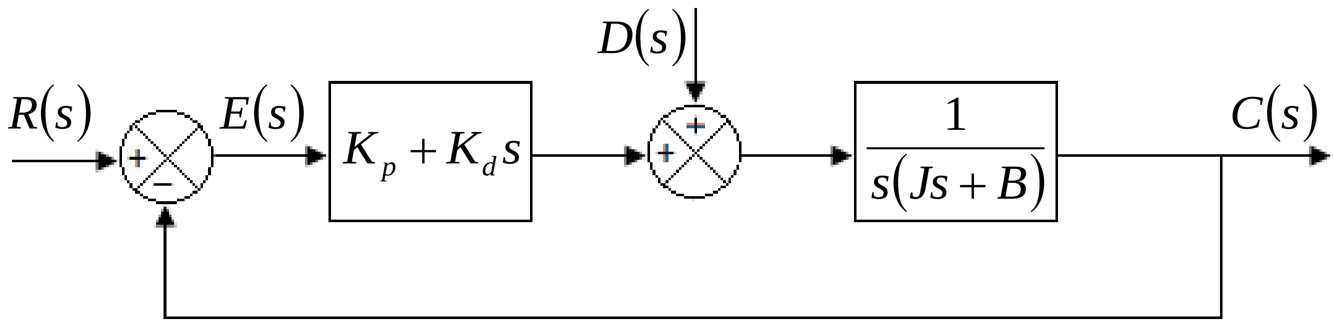
$$E_{ss} = \frac{-T_d}{K_p}$$

- No entanto, esta medida **reduziria o amortecimento** do sistema e a resposta ficaria mais oscilatória.

$$\zeta = \frac{B}{2\sqrt{JK_p}}$$

Controle Proporcional-Derivativo (PD)

- Utilizando um controlador **Proporcional-Derivativo**:



- Considerando a **entrada** de referência **nula**, a função de transferência do distúrbio em malha fechada é escrita como:

$$\frac{C(s)}{D(s)} = \frac{1}{Js^2 + (B + K_d)s + K_p}$$

- Pelo critério de estabilidade de Routh, conclui-se que o sistema sempre é **estável**, possuindo duas raízes com partes reais negativas.

Controle Proporcional-Derivativo (PD)

- O sinal de **erro** é dado por:

$$E(s) = R(s) - C(s) \quad \Rightarrow \quad E(s) = -\frac{1}{Js^2 + (B + K_d)s + K_p} D(s)$$

- Considerando que o conjugado de perturbação seja do tipo **degrau** de amplitude T_d, o erro estacionário pode ser encontrado fazendo:

$$E_{ss} = \lim_{s \to 0} \frac{-s}{Js^2 + (B + K_d)s + K_p} \cdot \frac{T_d}{s} \quad \Rightarrow \quad E_{ss} = \frac{-T_d}{K_p}$$

- O erro estacionário é o mesmo obtido com o controlador do tipo Proporcional, pois a ação de controle derivativa **não atua em regime permanente**.

- Por outro lado, vamos ver o que acontece com as características de resposta transitória...

Controle Proporcional-Derivativo (PD)

- Escrevendo na equação característica do efeito do distúrbio na forma padrão:

$$Js^2+(B+K_d)s+K_p=0 \quad \Longrightarrow \quad s^2+\frac{(B+K_d)}{J}s+\frac{K_p}{J}=0$$

$$\omega_n=\sqrt{K_p/J} \qquad \zeta=\frac{B+K_d}{2\sqrt{JK_p}}$$

- Note que agora é possível aumentar o valor do ganho para **reduzir** o erro estacionário e utilizar a constante ***K_d*** para **adequar o amortecimento** do sistema, fazendo, por exemplo, com que $0{,}4<\zeta<0{,}8$.

Controle Proporcional-Derivativo (PD)

- E se analisarmos o efeito sobre as características da resposta transitória ...

$$t_r = \frac{1}{\omega_d}\arctan\left(\frac{\omega_d}{-\zeta\omega_n}\right)$$

$$t_s = 4T = \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

$$M_p = e^{-\left(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}\right)\pi}\cdot 100\%$$

- Podemos **escolher** os ganhos do controlador PD de forma a **otimizar a resposta transitória**, sem prejudicar o erro estacionário.

- Para **eliminar o erro** e ainda garantir uma resposta transitória **rápida** utiliza-se o controlador PID.

- O grande desafio em projetos de controladores é encontrar o balanço perfeito entre os ganhos. Este processo é chamado de **sintonia de controladores**.

Controle PID

- Os controladores PID são muito utilizados em aplicações industrias. A **função de transferência** que define o controlador PID é dada por:

$$G_C(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$$

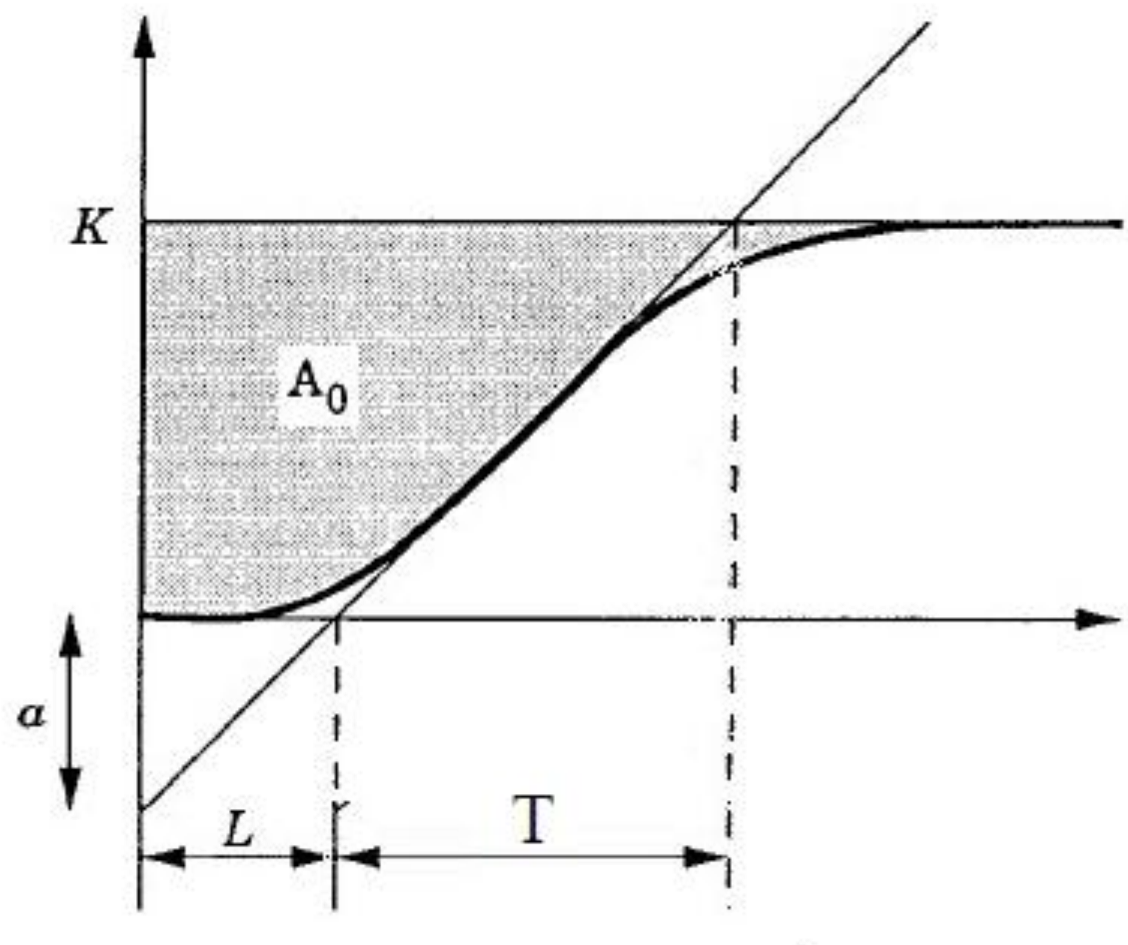
- A sintonia de controladores PID pode ser feita **experimentalmente** ou através de **técnicas** conhecidas (lineares ou não-lineares);

- Um dos métodos mais utilizados na sintonia destes tipos de controladores são os métodos de **Ziegler-Nichols** (1º e 2º método). Veremos o **1º método**...

1º Método de Ziegler-Nichols

- Determina os valores das constantes ***Kp***, ***Ti*** e ***Td***, a partir das características da resposta transitória do sistema em malha aberta.
- Na prática, a sintonia pelo método de Ziegler-Nichols representa um **ajuste inicial**. Normalmente é necessário ainda um **ajuste fino** no controlador.
- Este método de sintonização só pode ser aplicado a plantas que não envolvam **integradores**, nem **pólos complexos conjugados**. Caso as condições anteriores se confirmem, então a curva da resposta ao degrau terá a forma de uma curva em "***S***".
- Estas curvas são caracterizadas por um tempo de atraso ***L*** e uma constante de tempo ***T***.

1º Método de Ziegler-Nichols



1º Método de Ziegler-Nichols

- Os parâmetros do controlador PID podem ser obtidos fazendo:

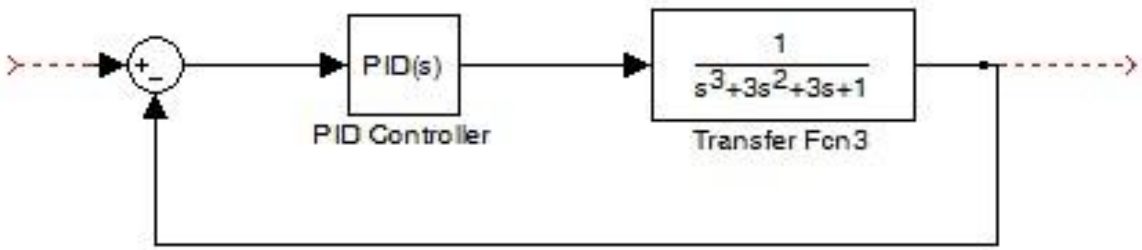
Tipo de controlador	Kp	Ti	Td
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0.9\frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2\frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

- Caso o sistema em malha aberta convirja para valor final igual a 1, os parâmetros podem ser obtidos como:

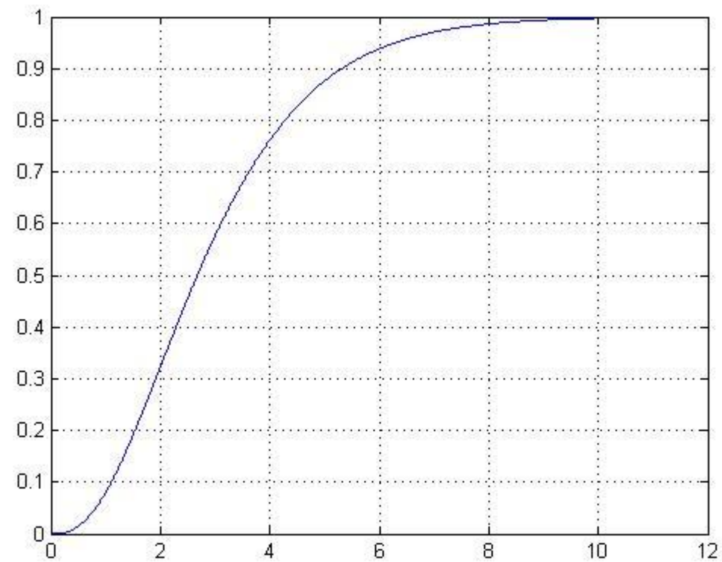
Controlador	K	T_i	T_d
P	$1/a$		
PI	$0,9/a$	$3L$	
PID	$1,2/a$	$2L$	$L/2$

1º Método de Ziegler-Nichols

- **Exemplo:**

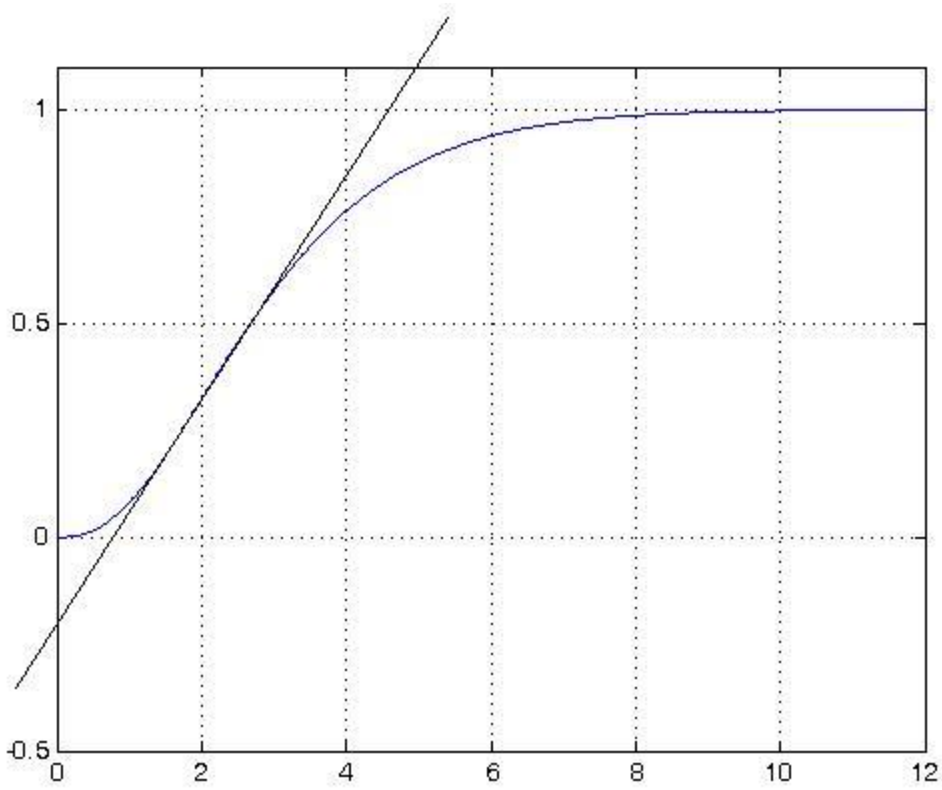


- A resposta ao degrau do sistema em malha aberta é dada por:



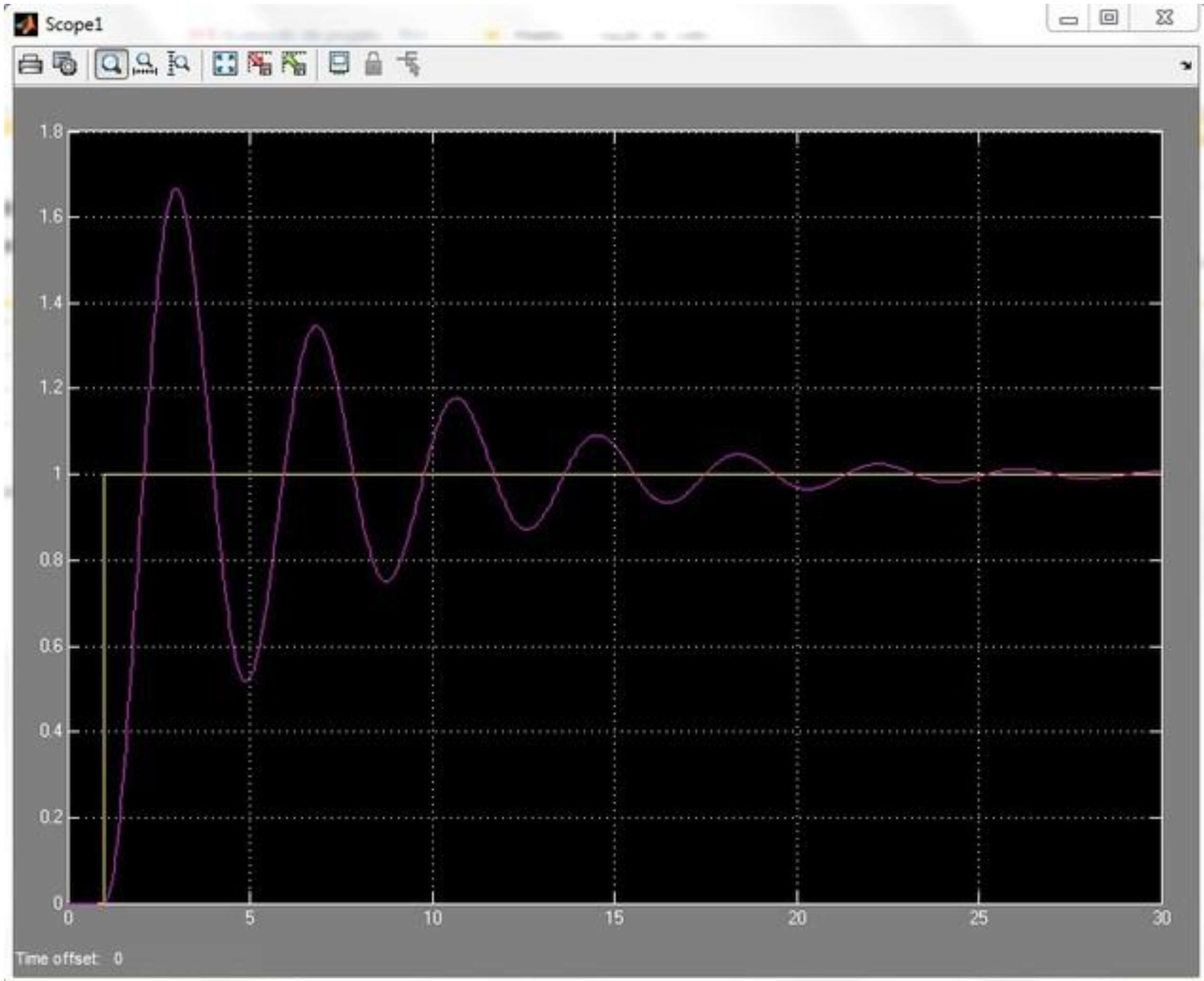
1º Método de Ziegler-Nichols

- Traçando a reta tangente, obtém-se:



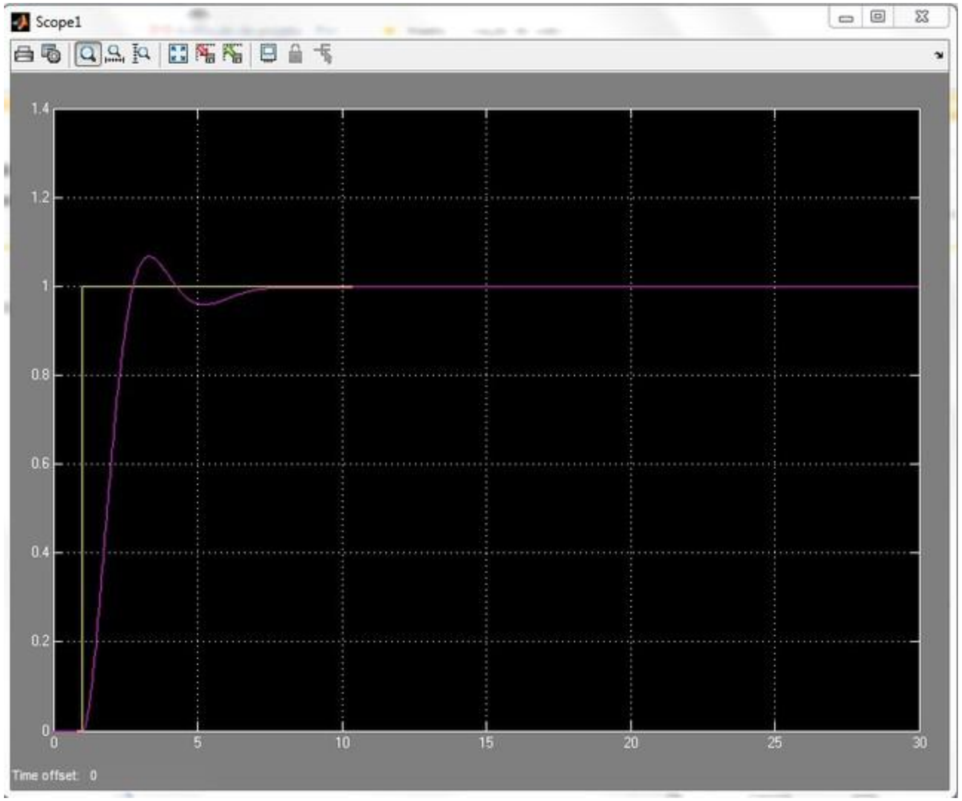
- ***Kd = 6,69***
- ***Ti = 1,4***
- ***Td = 0,35***

1º Método de Ziegler-Nichols



1º Método de Ziegler-Nichols

- Note que o sistema apresenta pouco amortecimento. Para melhorar as características da resposta transitória, pode-se ajustar a constante derivativa.



Na próxima aula...

Introdução à Análise do Lugar das Raízes

Prof. Nilo Rodrigues

Universidade de Fortaleza
Centro de Ciências Tecnológicas