Ações de Controle P e PI

Prof. Nilo Rodrigues

Sistemas de Controle e Automação

Universidade de Fortaleza

Centro de Ciências Tecnológicas

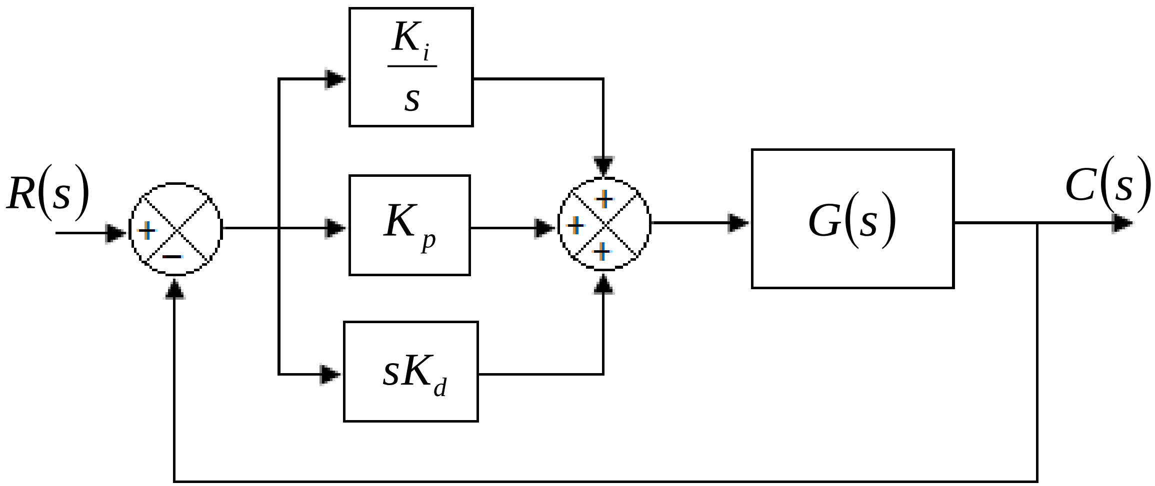
Ações de Controle

- O projeto de controladores possui **três objetivos** básicos:
  - Melhorar a **estabilidade** de sistemas;
  - Reduzir o **erro** em regime permanente; e
  - Melhorar o **desempenho** da resposta transitória.

- Para atingir a esses objetivos, os controladores são projetados para atuar sobre o **sinal de erro** da resposta em relação a uma referência, desempenhando basicamente as seguintes funções:
  - **Amplificação** do sinal de erro (controle proporcional);
  - **Integração** do sinal de erro (controle integral); e
  - **Derivação** do sinal de erro (controle derivativo).

Ações de Controle

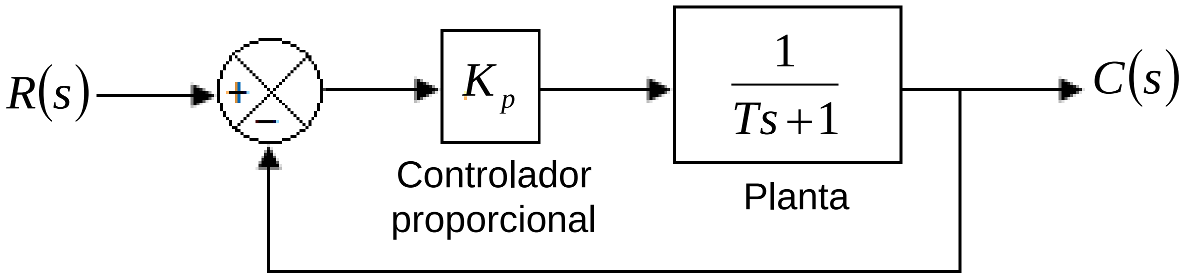
- A representação em **diagrama de blocos** para as ações de controle apresentadas é dada por:



- Em sistemas de controle pode-se **combinar** dois ou mais destes componentes de acordo com as exigências de projeto.

- Vamos analisar o efeito de cada ação de controle !

Sistemas de Controle Proporcional



- A função de transferência em malha fechada do sistema é dada por:

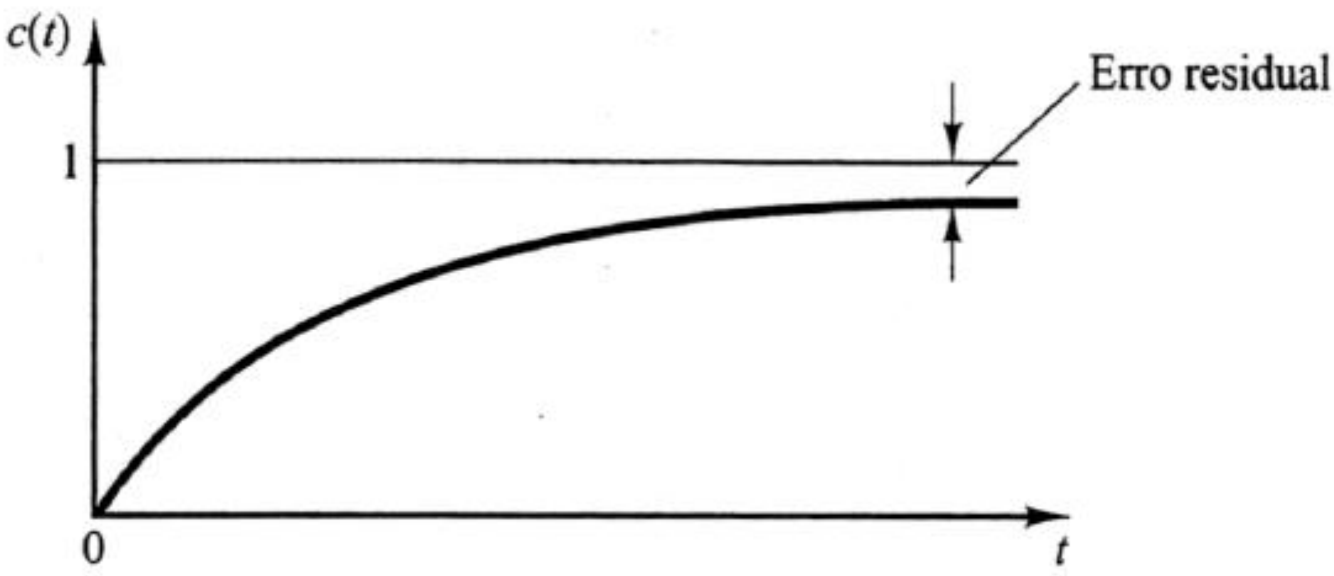
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_p}{Ts+1+K_p}$$

- O **erro estacionário** da resposta do sistema ao degrau unitário é dado por:

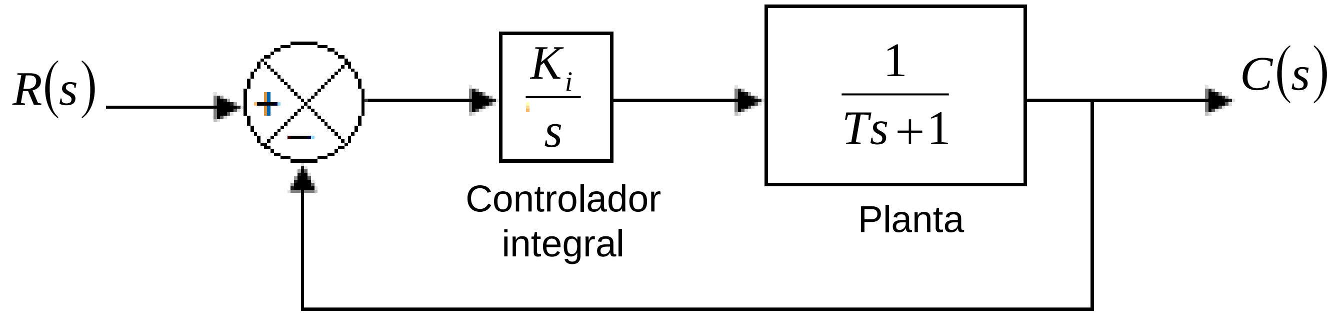
$$E_{ss} = 1 - \frac{C(0)}{R(0)} \quad \Rightarrow \quad E_{ss} = \frac{1}{1+K_p}$$

Sistemas de Controle Proporcional

- Esse sistema sempre tem um erro estacionário na resposta ao degrau. Esse erro é chamado de **erro residual**.



Sistemas de Controle Integral



- A função de transferência em malha fechada do sistema é dada por:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_i}{s(Ts+1)+K_i}$$

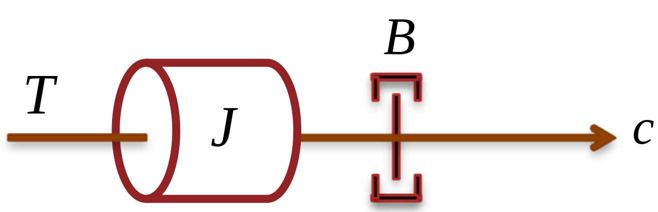
- Logo, como o sistema é estável, o **erro estacionário** da resposta do sistema ao degrau unitário é dado por:

$$E_{ss} = 1 - \frac{C(0)}{R(0)} \quad \Rightarrow \quad E_{ss} = 0$$

- O controle integral do sistema **elimina** então o **erro estacionário** na resposta ao degrau de entrada.

Controle Proporcional-Integral (PI)

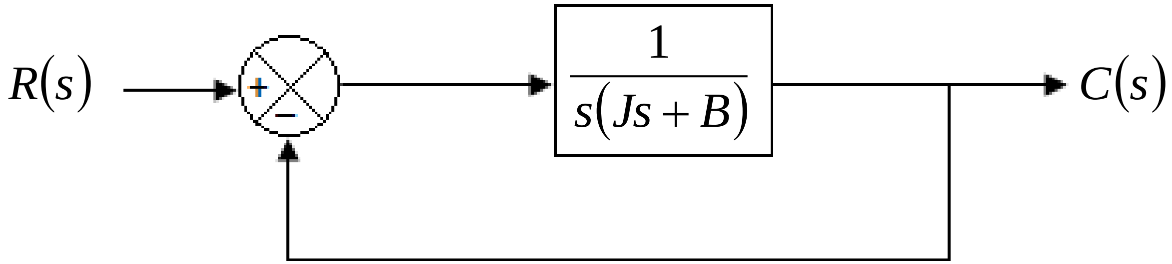
- Muitas vezes é necessário **unir** as funções de controle proporcional e integral para garantir a **eliminação do erro estacionário** e **prevenir** a planta de condições que provoquem a **instabilidade**.
- Para exemplificar, vamos relembrar o sistema físico composto por um servomotor que tenha a função de deslocar a **posição angular** de um elemento físico de constante de inércia *J* e coeficiente de atrito *B*.



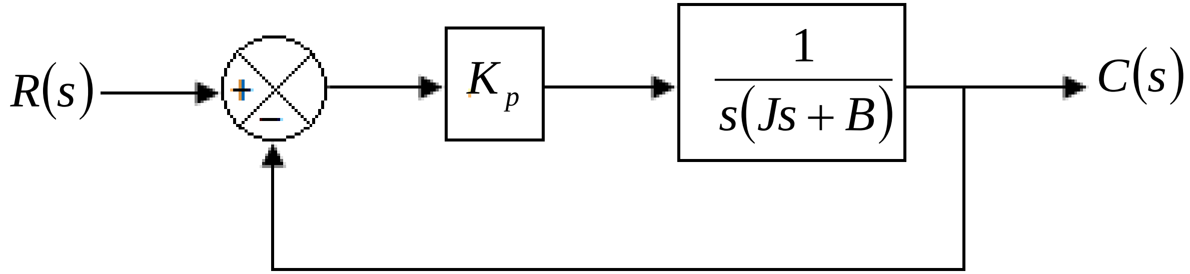
$$\frac{C(s)}{T(s)} = \frac{1}{s(Js+B)}$$

Controle Proporcional-Integral (PI)

- O diagrama de blocos deste sistema em malha fechada (por enquanto sem ação de controladores) é dado por:

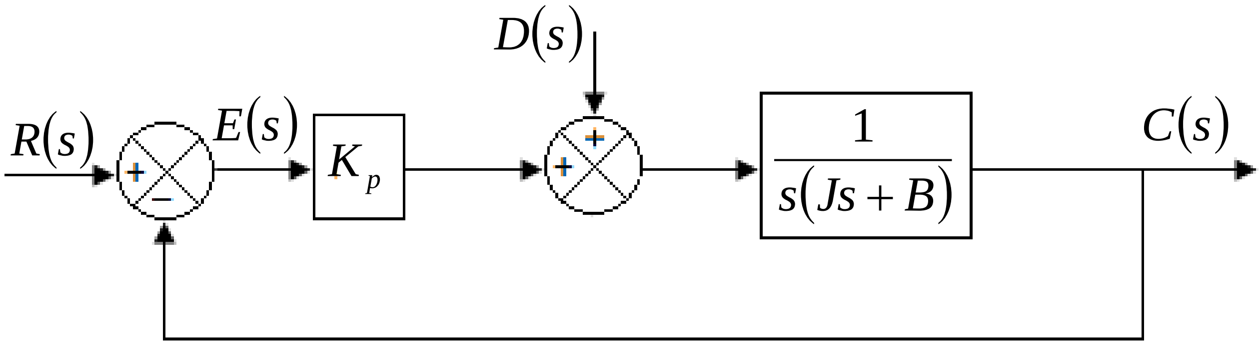


- Deseja-se controlar a posição de saída por meio da **amplificação do sinal de erro**. Para isso se aplica um controlador do tipo **proporcional**.



Controle Proporcional-Integral (PI)

- Em sistemas deste tipo, é comum ocorrerem **distúrbios do tipo conjugado** ou torque, diretamente no elemento de carga.



- Considerando que a **entrada** de referência seja **nula**, a função de transferência do distúrbio em malha fechada pode ser escrita como:

$$\frac{C(s)}{D(s)} = \frac{1}{Js^2 + Bs + K_p}$$

Controle Proporcional-Integral (PI)

- O sinal de **erro** é dado por:

$$E(s) = R(s) - C(s) \quad \Rightarrow \quad E(s) = -\frac{1}{Js^2 + Bs + K_p} D(s)$$

- Considerando que o conjugado de perturbação seja do tipo **degrau** de amplitude T_d, o erro estacionário pode ser encontrado fazendo:

$$E_{ss} = \lim_{s \to 0} \frac{-s}{Js^2 + Bs + K_p} \cdot \frac{T_d}{s} \quad \Rightarrow \quad E_{ss} = \frac{-T_d}{K_p}$$

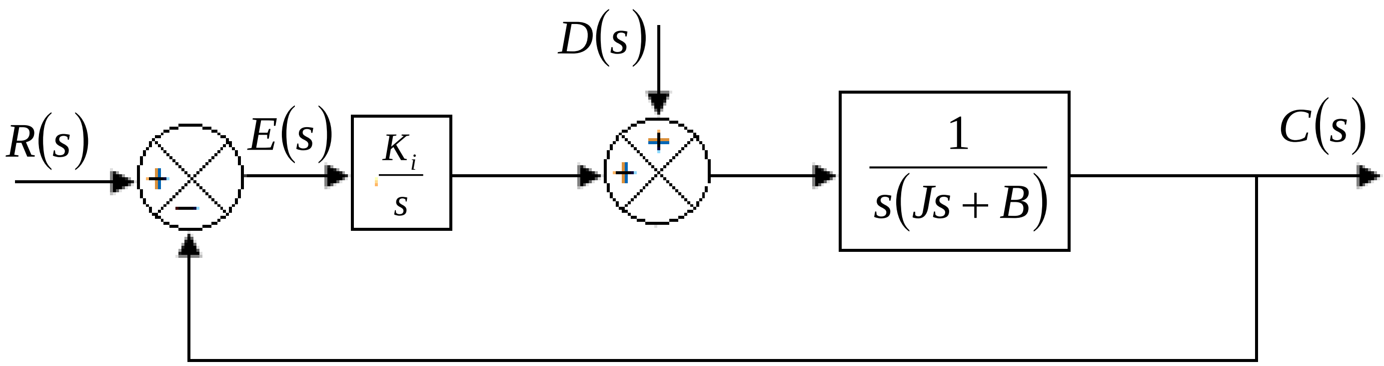
- Logo, o erro estacionário pode ser **reduzido** aumentando-se o valor do ganho K_p. Entretanto, o aumento desse valor vai tornar a resposta do sistema **mais oscilatória**.

  - Lembre que:

$$\omega_n = \sqrt{K_p / J} \qquad \zeta = \frac{B}{2\sqrt{JK_p}}$$

Controle Proporcional-Integral (PI)

- Podemos **eliminar** o erro estacionário utilizando um controlador do tipo **integral**.



- Considerando novamente que a **entrada** de referência seja **nula**, a função de transferência do distúrbio em malha fechada pode ser escrita como:

$$\frac{C(s)}{D(s)} = \frac{s}{Js^3 + Bs^2 + K_i}$$

Controle Proporcional-Integral (PI)

- O sinal de **erro** é dado por:

$$E(s) = R(s) - C(s) \quad \Rightarrow \quad E(s) = \frac{-s}{Js^3 + Bs^2 + K_i} D(s)$$

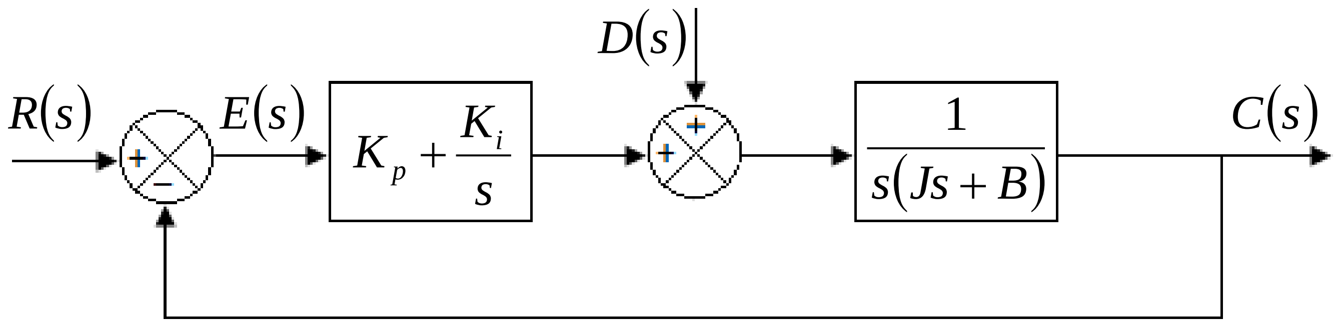
- O erro estacionário pode ser encontrado fazendo:

$$E_{ss} = \lim_{s \to 0} \frac{-s^2}{Js^3 + Bs^2 + K_i} \cdot \frac{T_d}{s} \quad \Rightarrow \quad E_{ss} = 0$$

- No entanto, analisando a equação característica do sistema, pode-se concluir também que o sistema é **instável** (critério de Routh).
- Logo, o erro estacionário é **eliminado** pelo controlador integral. Entretanto, o sistema torna-se **instável**.
- Então como eliminar o erro e manter o sistema estável ?

Controle Proporcional-Integral (PI)

- Utilizando o controlador **Proporcional-Integral**:



- Considerando a **entrada** de referência **nula**, a função de transferência do distúrbio em malha fechada é escrita como:

$$\frac{C(s)}{D(s)} = \frac{s}{Js^3 + Bs^2 + K_p s + K_i}$$

- Note que desta vez o sistema será estável se as raízes da equação características estiverem localizadas no semiplano esquerdo do plano-s.

Controle Proporcional-Integral (PI)

- O sinal de **erro** é dado por:

$$E(s) = R(s) - C(s) \quad \Rightarrow \quad E(s) = \frac{-s}{Js^3 + Bs^2 + K_p s + K_i} D(s)$$

- O **erro estacionário** pode ser encontrado fazendo:

$$E_{ss} = \lim_{s \to 0} \frac{-s^2}{Js^3 + Bs^2 + K_p s + K_i} \cdot \frac{T_d}{s} \quad \Rightarrow \quad E_{ss} = 0$$

- Para analisar a estabilidade do sistema, utilizaremos **Routh**:

$$\begin{array}{lll} s^3 & J & K_p \\ s^2 & B & K_i \\ s^1 & b_1 & \\ s^0 & c_1 & \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} b_1 = \dfrac{BK_p - JK_i}{B} \\[2ex] c_1 = \dfrac{b_1 K_i}{b_1} = K_i \end{array} \right.$$

Controle Proporcional-Integral (PI)

- Para que o sistema seja **estável** é necessário, portanto, que:

$$BK_p > JK_i \quad \Rightarrow \quad K_p > \frac{J}{B}K_i$$

- Logo, a ação de **controle proporcional** tende a **estabilizar** o sistema, enquanto que a ação de **controle integral** tende a **eliminar ou reduzir o erro estacionário** na resposta a vários sinais de entradas.

Na próxima aula...

Ações de Controle PD e PID

Prof. Nilo Rodrigues

Universidade de Fortaleza

Centro de Ciências Tecnológicas