Aula 06
Modelagem Cinemática de Robôs Móveis

Disciplina: Robótica

Prof. MSc. Ítalo Jáder Loiola Batista

Universidade de Fortaleza - UNIFOR

Centro de Ciências Tecnológicas - CCT

E-mail: italoloiola@unifor.br

2013

Introdução

- A cinemática é o estudo mais básico do comportamento dos sistemas mecânicos.

- Na robótica móvel, deve-se entender o comportamento mecânico do robô para se projetar o robô apropriado para determinada tarefa e para desenvolver o sistema de controle para o hardware do robô móvel.

Introdução

- Os manipuladores robóticos têm sido o assunto de estudos intensivos por mais de trinta anos.

- Em alguns casos, os manipuladores robóticos são muito mais complexos do que os sistemas robóticos móveis: um robô de solda padrão pode ter cinco ou mais juntas.

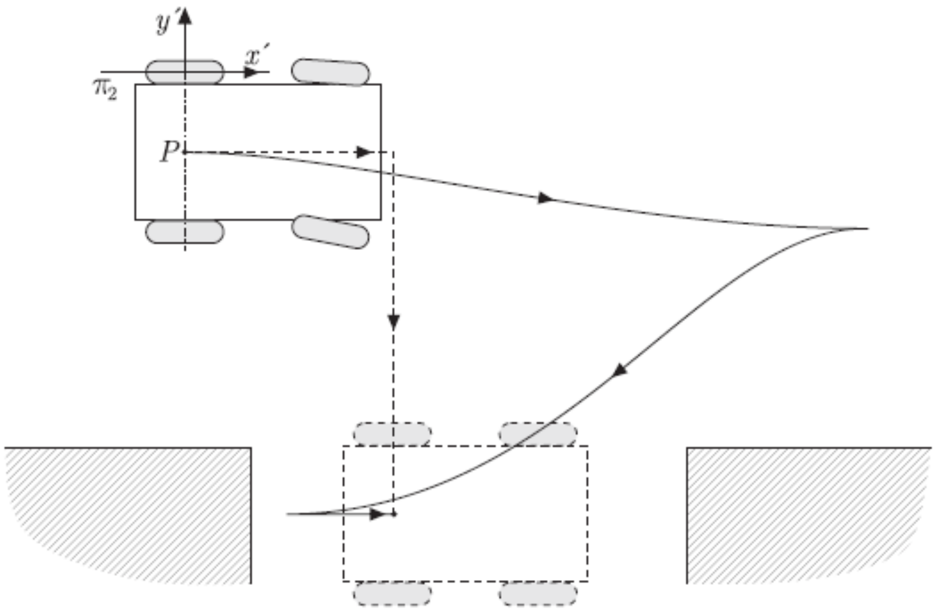
Introdução

- A diferença fundamental entre os sistemas robóticos móveis e os robôs manipuladores é que o primeiro introduz um desafio significante para estimação de seu posicionamento.

- Um manipulador tem uma das extremidades fixa e a medição da posição do elemento terminal é simplesmente uma questão de se entender a cinemática do robô e medir a posição de todas as juntas intermediárias.

Não-Holonomia de Robôs Móveis

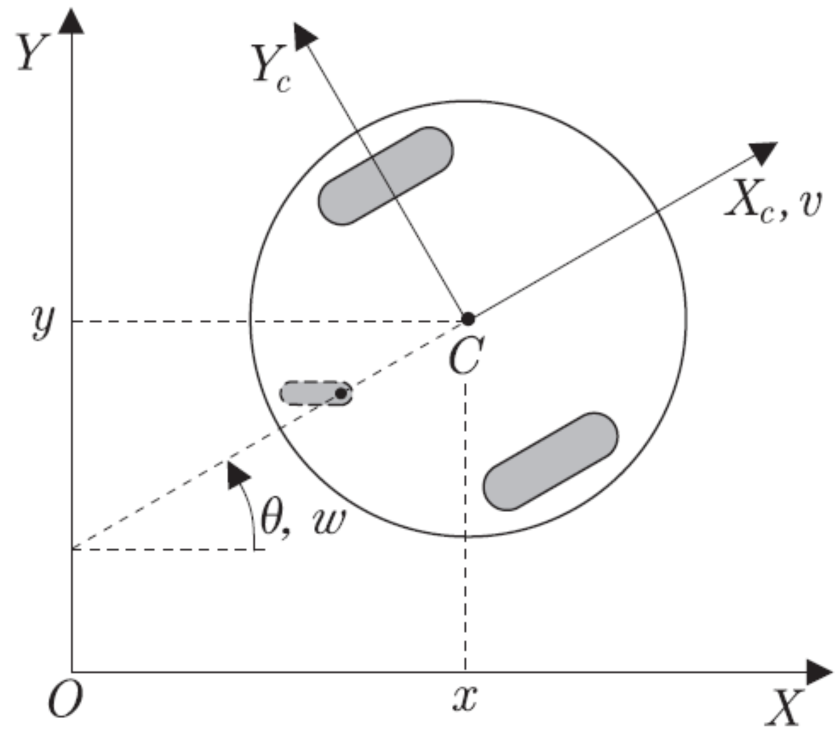
- Sistemas não-holonômicos podem ser interpretados como sistemas não-integráveis.
- Definem-se como não-holonômicos sistemas com dimensão finita onde algum tipo de restrição imposta a um ou mais estados do sistema.



Modelo Cinemático

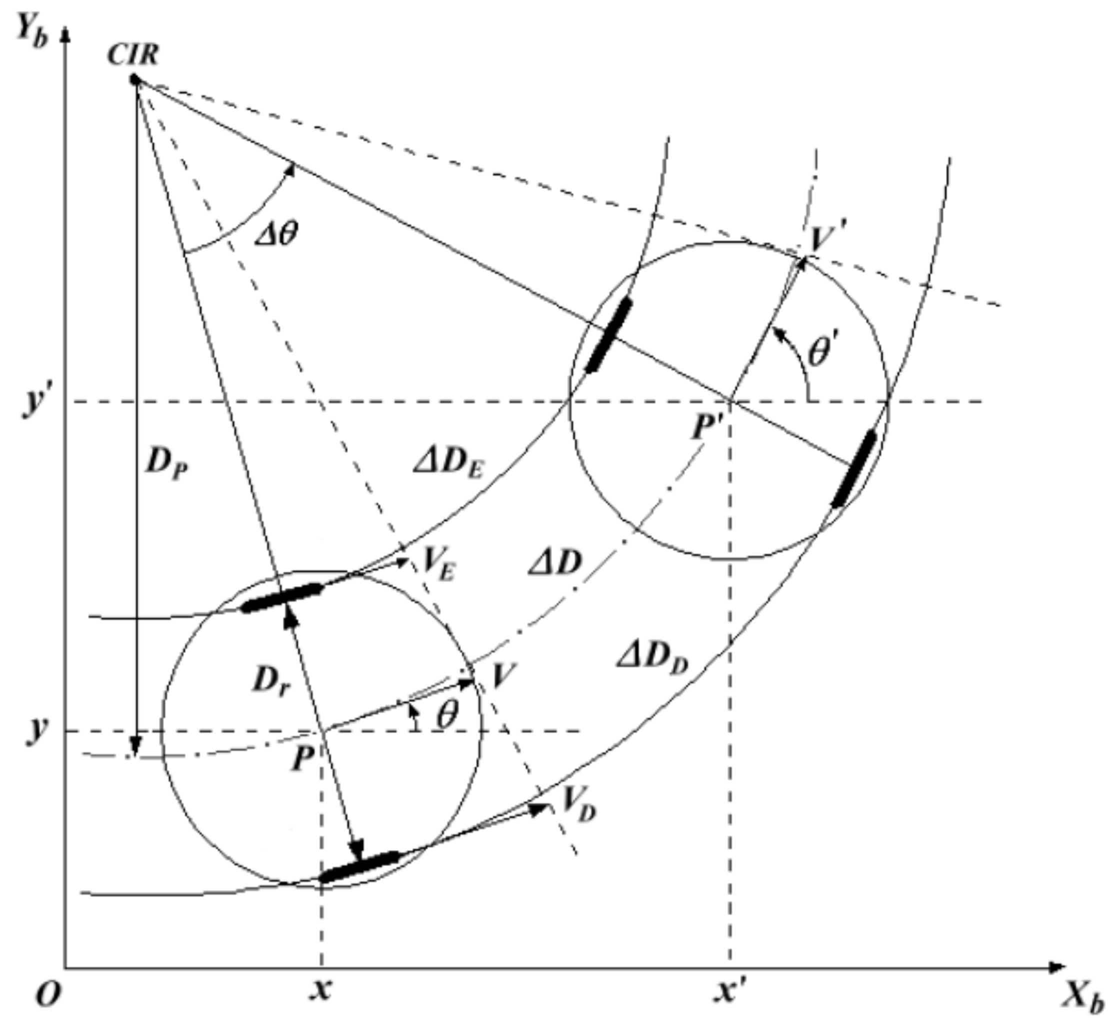
- O modelo cinemático de postura de um robô com acionamento diferencial tem o seu comportamento descrito pelo seguinte vetor de estados:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix}$$



onde (x, y) e θ representam, respectivamente, a posição e a orientação

Modelo Cinemático



Modelo Cinemático

- Velocidade Linear e Angular da Roda

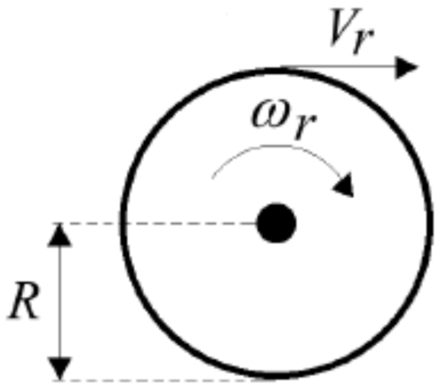
$$V_r = \omega_r \cdot R$$

onde:

V_r é a velocidade linear da roda;

ω_r é sua velocidade angular e

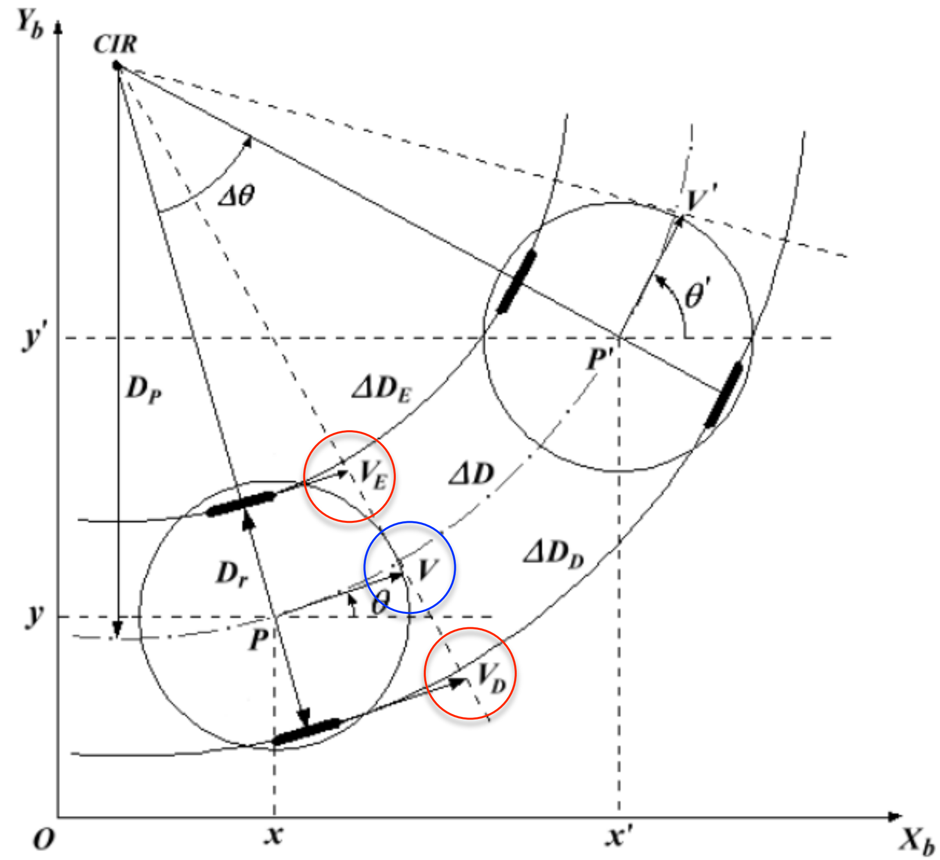
R é o seu raio.



Modelo Cinemático

- Velocidade linear (v) do robô

$$V = \frac{V_D + V_E}{2}$$



Modelo Cinemático

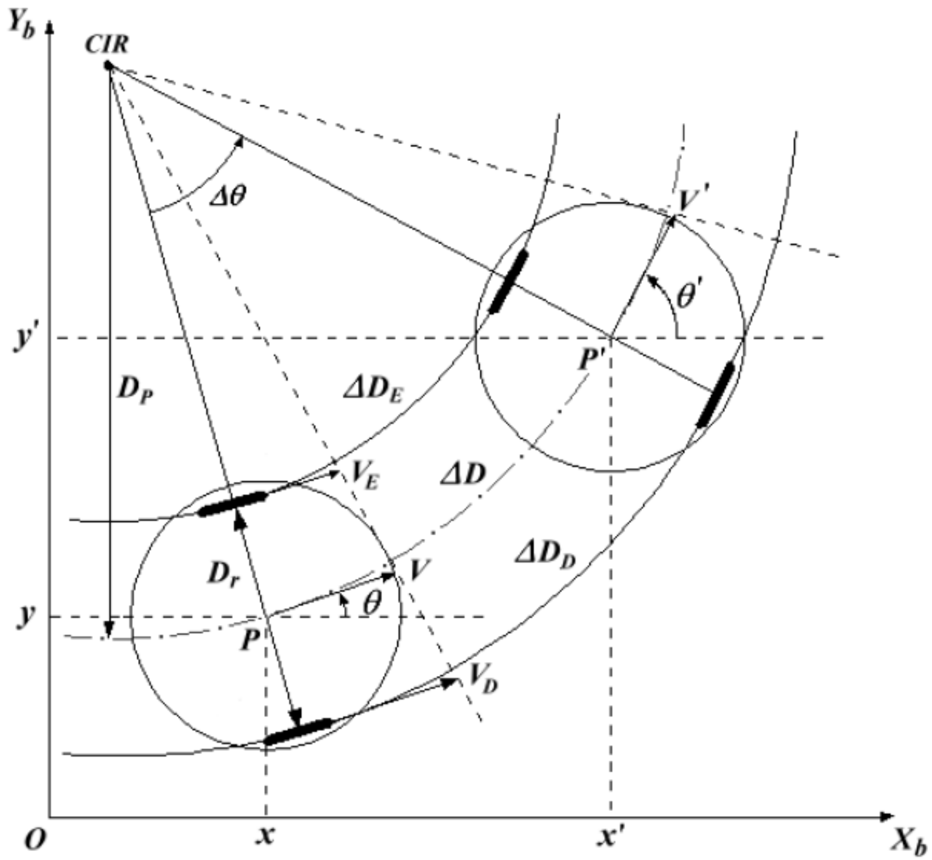
- Velocidade linear (v) do robô

Fazendo uso novamente da **Equação**

$$V_r = \omega_r \cdot R$$

$$V = \frac{V_D + V_E}{2}$$

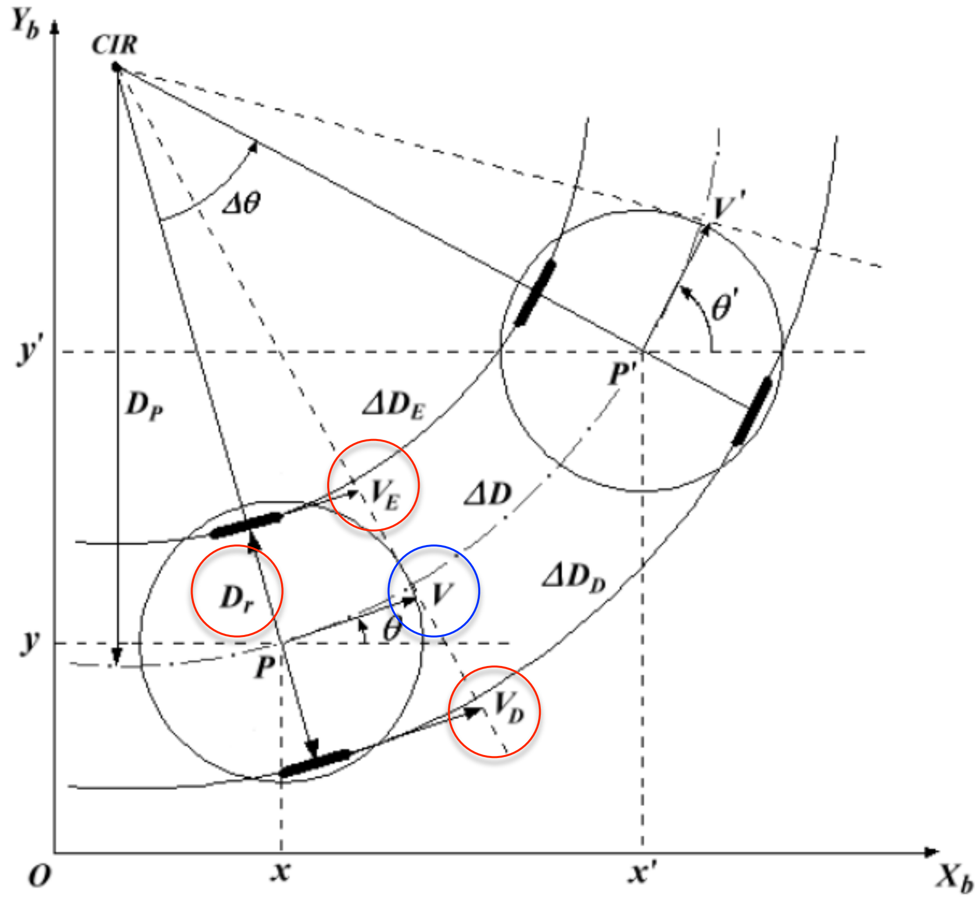
$$\boxed{V = \frac{R}{2} \cdot (\omega_D + \omega_E)}$$



Modelo Cinemático

- Velocidade angular (ω) do robô

$$\omega = \frac{V_D - V_E}{D_r}$$



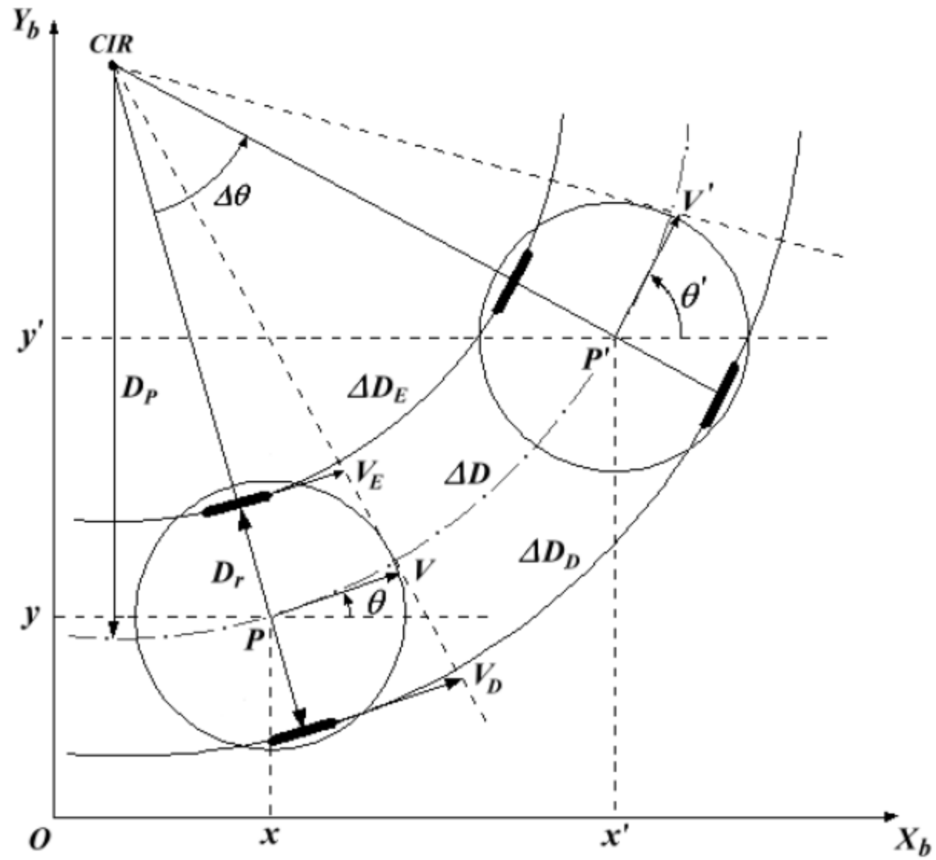
Modelo Cinemático

- Velocidade angular (ω) do robô

$$V_r = \omega_r \cdot R$$

$$\omega = \frac{V_D - V_E}{D_r}$$

$$\boxed{\omega = \frac{R \cdot (\omega_D - \omega_E)}{D_r}}$$



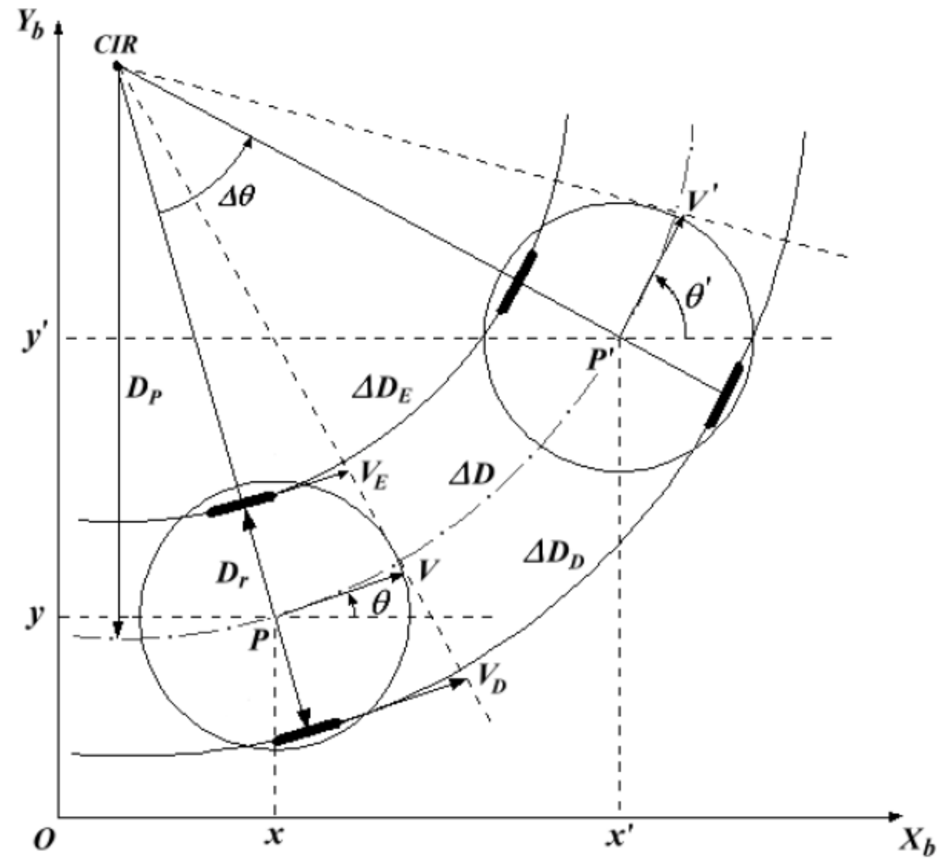
ω_D e ω_E representam as velocidades angulares da roda direita e esquerda

Modelo Cinemático

- De acordo com a **Figura**, para movimentos incrementais

$$\begin{cases} x' = x + V\cos\theta \cdot \Delta t \\ y' = y + V\sin\theta \cdot \Delta t \\ \theta' = \theta + \omega\Delta t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta x = V\cos\theta \cdot \Delta t \\ \Delta y = V\sin\theta \cdot \Delta t \\ \Delta\theta = \omega\Delta t \end{cases}$$



Modelo Cinemático

- No limite quando $\Delta t \rightarrow 0$, a forma diferencial é obtida:

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V\cos\theta \\ V\sin\theta \\ \omega \end{bmatrix}$$

ou, ainda

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ \omega \end{bmatrix}$$

Modelo Cinemático

Substituindo as **Equações**

$$\omega = \frac{V_D - V_E}{D_r} \qquad\qquad V = \frac{V_D + V_E}{2}$$

na **Equação**

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ \omega \end{bmatrix}$$

finalmente obtém-se:

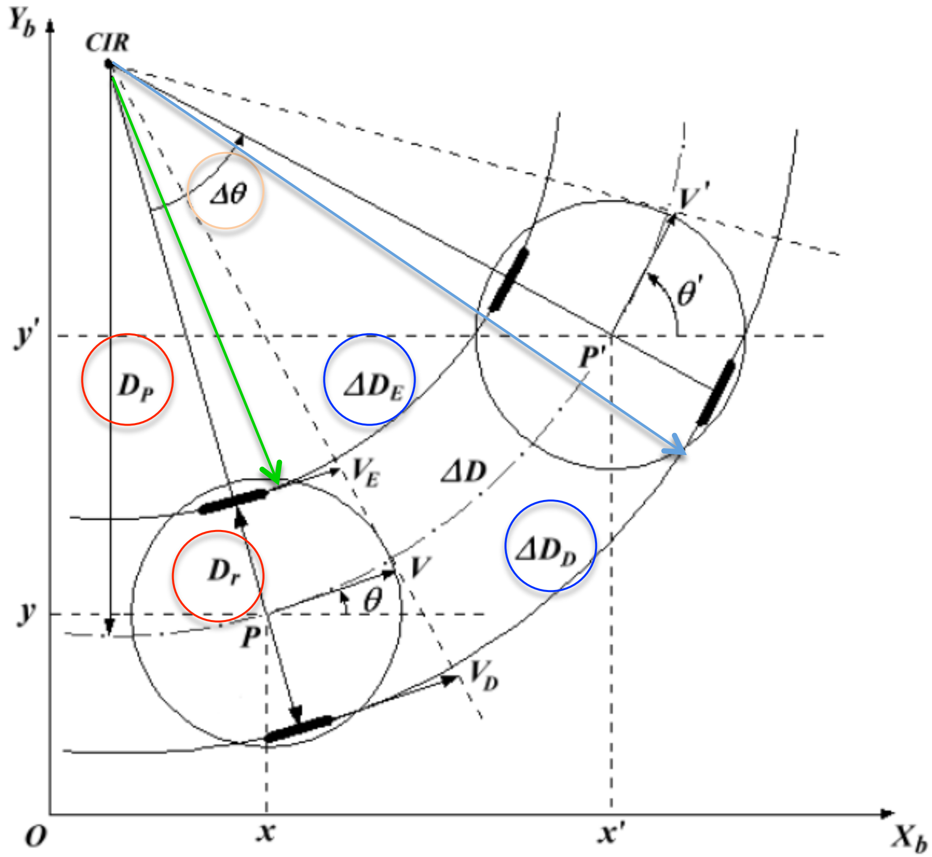
$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{V_D + V_E}{2} \\ \dfrac{V_D - V_E}{D_r} \end{bmatrix}$$

Modelo Cinemático

- Os deslocamentos lineares das rodas esquerda e direita são dados pelas equações:

$$\Delta D_E = \Delta\theta \cdot \overbrace{\left(D_P - \frac{D_r}{2} \right)}^{\text{Raio de Curvatura}}$$

$$\Delta D_D = \Delta\theta \cdot \underbrace{\left(D_P + \frac{D_r}{2} \right)}_{\text{Raio de Curvatura}}$$



Modelo Cinemático

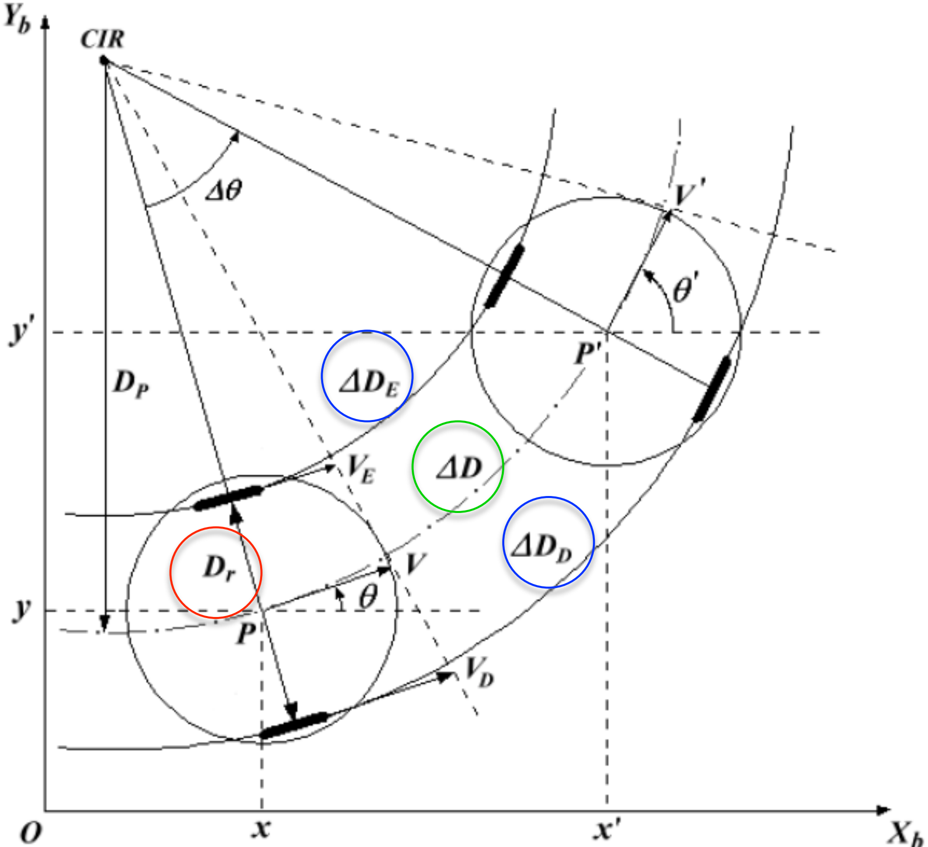
- Os deslocamentos lineares das rodas esquerda e direita são dados pelas equações:

deslocamento do centro do robô

$$\Delta D = \frac{\Delta D_D + \Delta D_E}{2}$$

o ângulo desenvolvido com relação ao *CIR*

$$\Delta\theta = \frac{\Delta D_D - \Delta D_E}{D_r}$$



Modelo Cinemático

- Outra forma de se obter o deslocamento linear, muito usada para estimar posição e orientação, consiste em contar a quantidade de pulsos obtidos a partir dos *encoders de cada* roda em um certo intervalo de tempo.

- A partir do conhecimento do raio das rodas (*R*) *e do* número de pulsos por revolução das rodas nos *encoders (Nr), pode-se calcular o deslocamento* linear das rodas no intervalo.

Modelo Cinemático

- Odometria (*Encoders*)

$$\Delta D_E = \frac{2\pi \cdot R \cdot N_{pE}}{N_r}$$

$$\Delta D_D = \frac{2\pi \cdot R \cdot N_{pD}}{N_r}$$

- onde *Npe e Npd correspondem aos números de pulsos obtidos nos encoders das rodas direita e* esquerda no intervalo de tempo discriminado.

Erros de Odometria

- Erros sistemáticos
  - Diâmetro das rodas desigual e/ou diferente do valor nominal;
  - Desalinhamento das rodas;
  - Distância entre rodas diferente do valor nominal;
  - Incerteza sobre o ponto de contato da roda.

Erros de Odometria

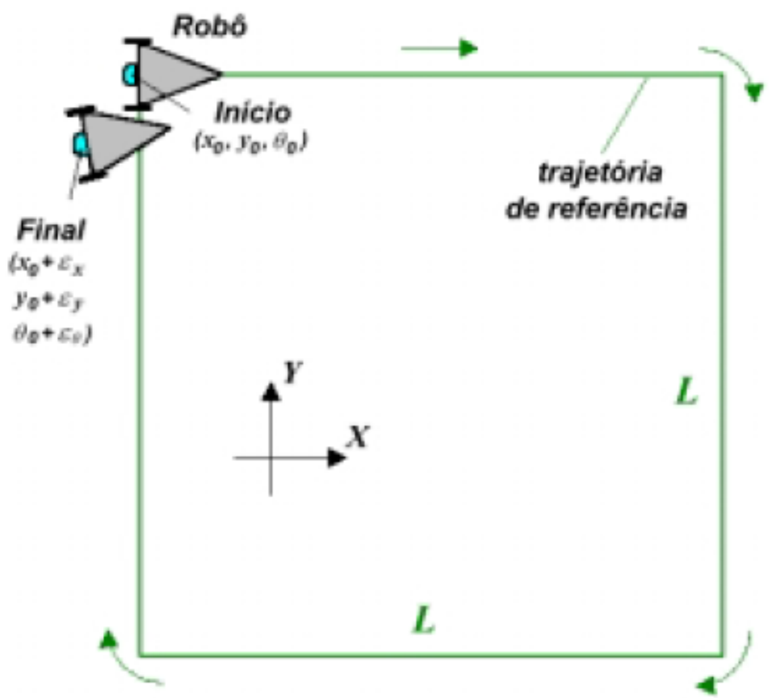
- Erros não-sistemáticos
  - Escorregamento das rodas (solo escorregadio, grandes acelerações do robô, rotações rápidas);
  - Imperfeições no solo (rugoso ou com obstáculos inesperados);
  - Outros fenômenos similares.

Método de UMBmark

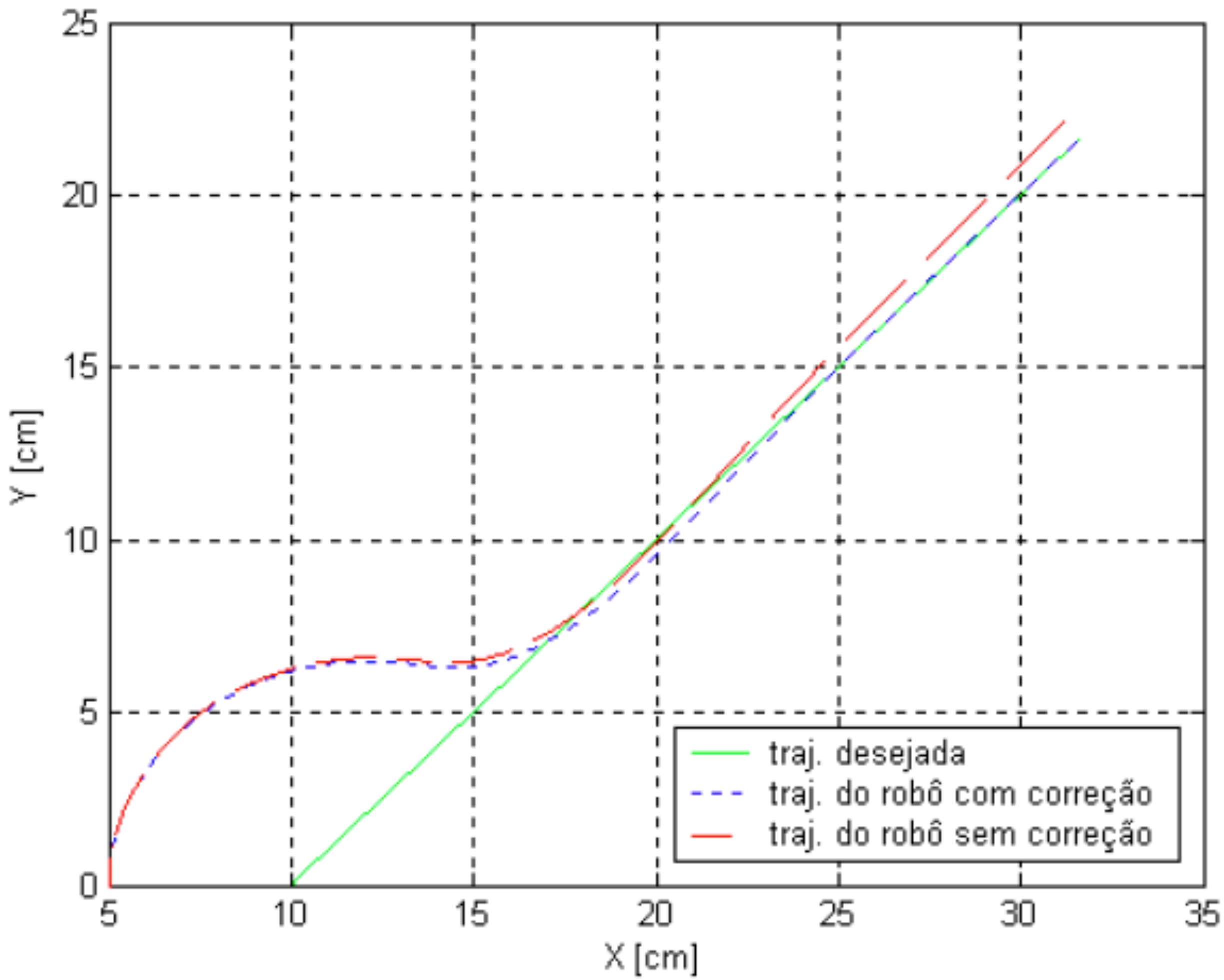
- Método muito utilizado para avaliar, comparar e corrigir erros de odometria para robôs móveis de tração diferencial;
- Visa corrigir somente os erros sistemáticos;
- Não-sistemáticos podem ser minimizados por uma variante do método chamado de *extended UMBmark.*

Método de UMBmark

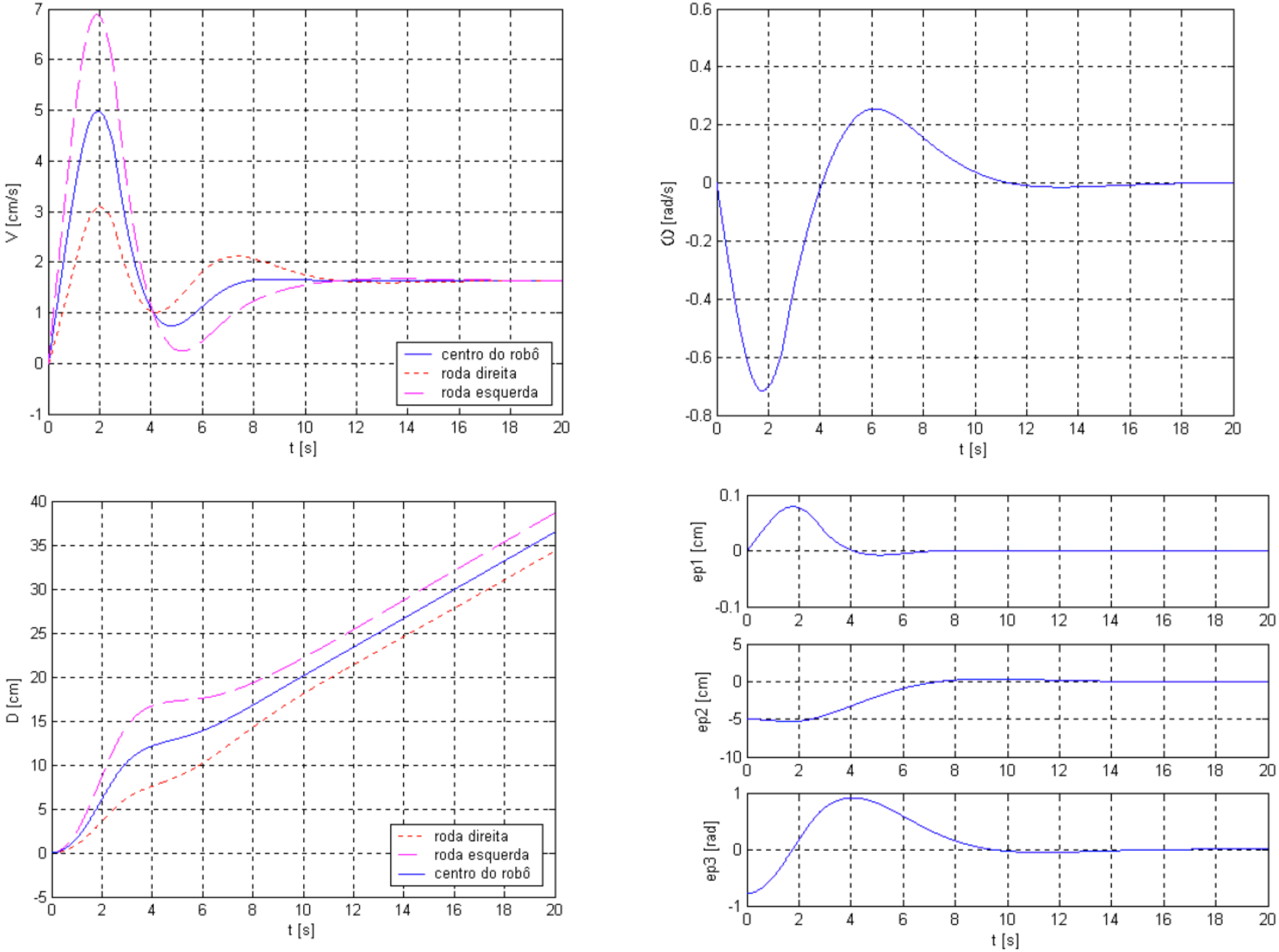
- Submeter o robô a trajetórias quadrangulares
  - Sentido horário e anti-horário
- Calcular os erros de posicionamento ocorridos;
- Ajustar alguns parâmetros do modelo cinemático
  - Distância entre rodas e seus diâmetros



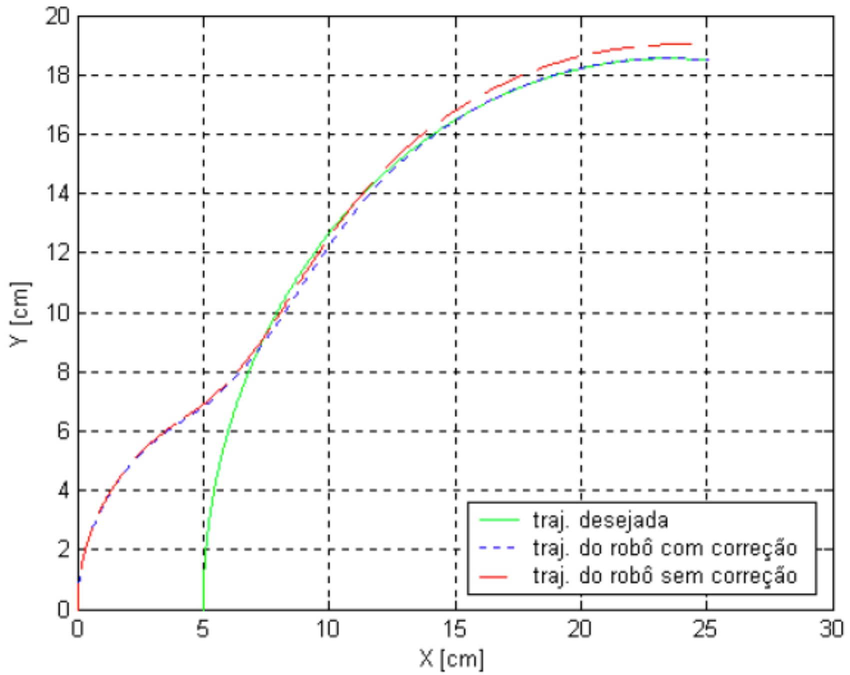
Método de UMBmark

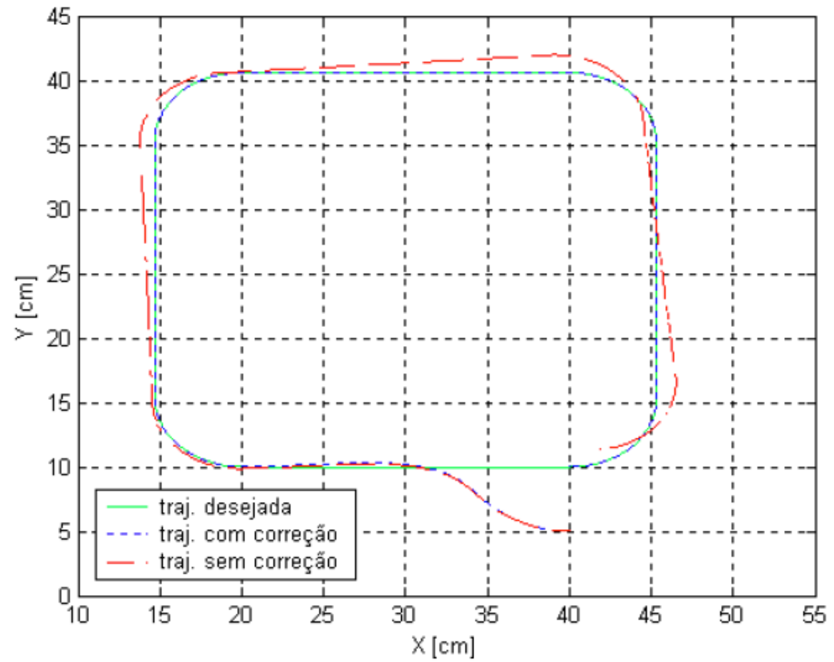


Método de UMBmark

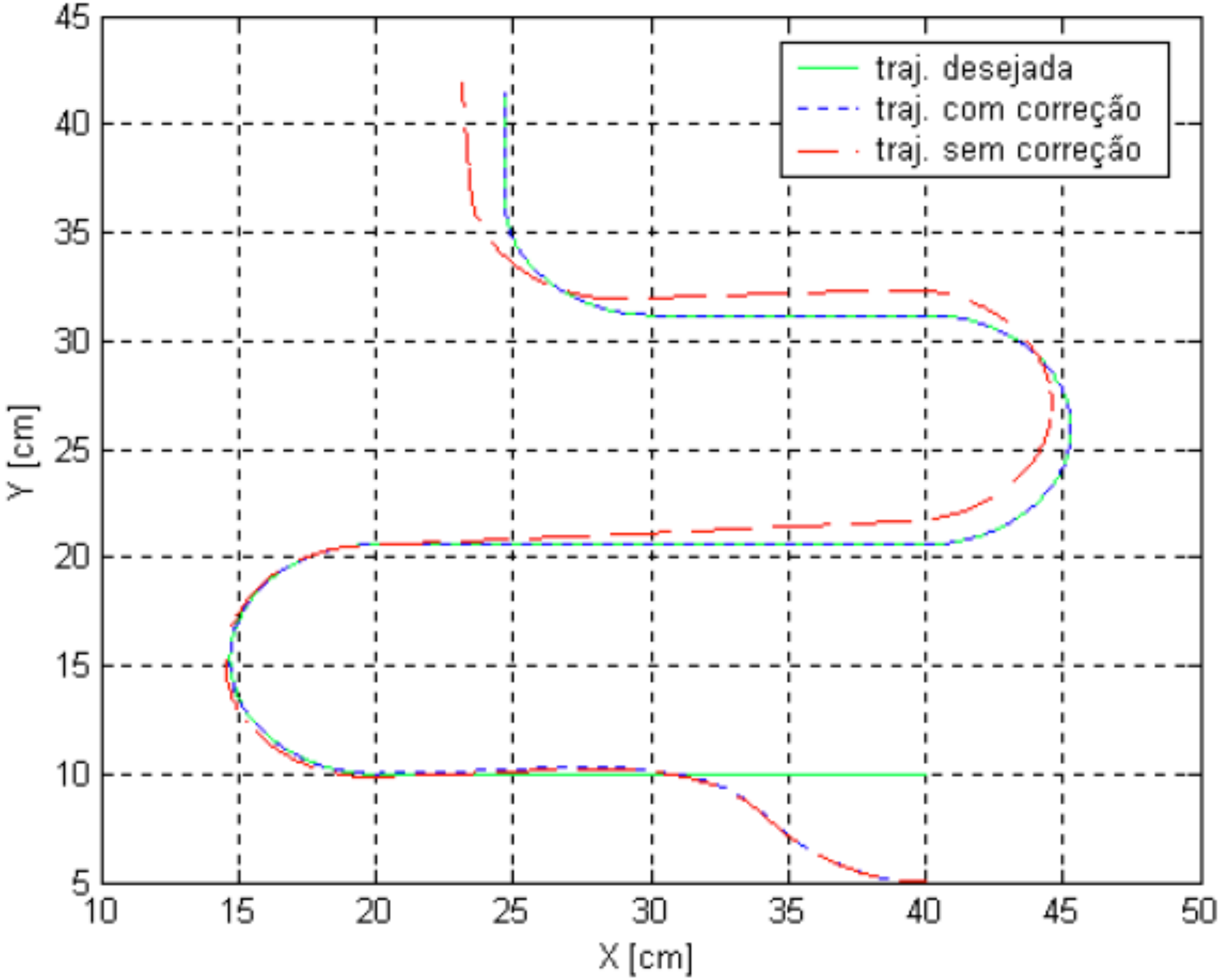


Método de UMBmark



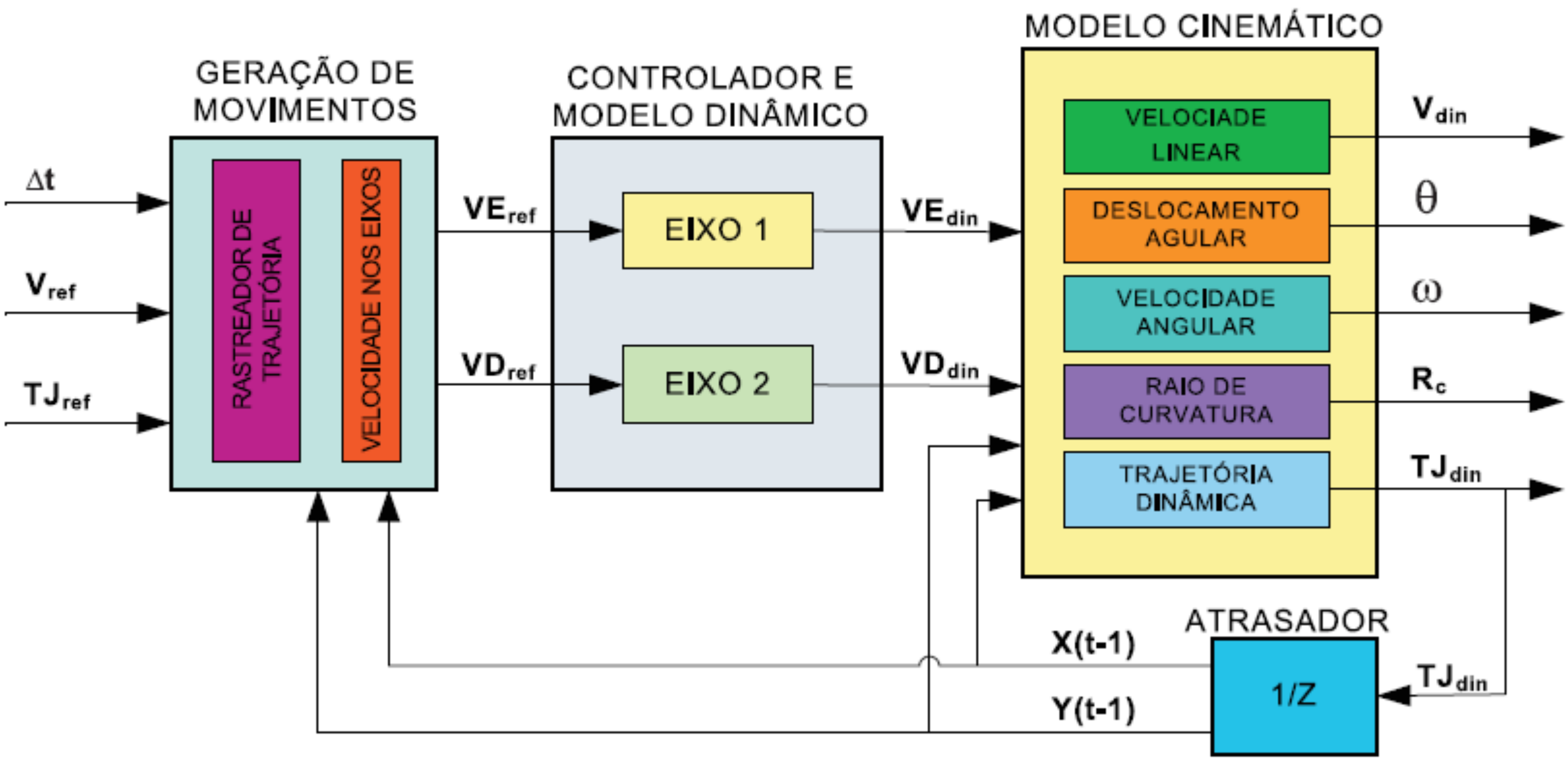


Método de UMBmark



Exemplo: Simulação (Robô Móvel)

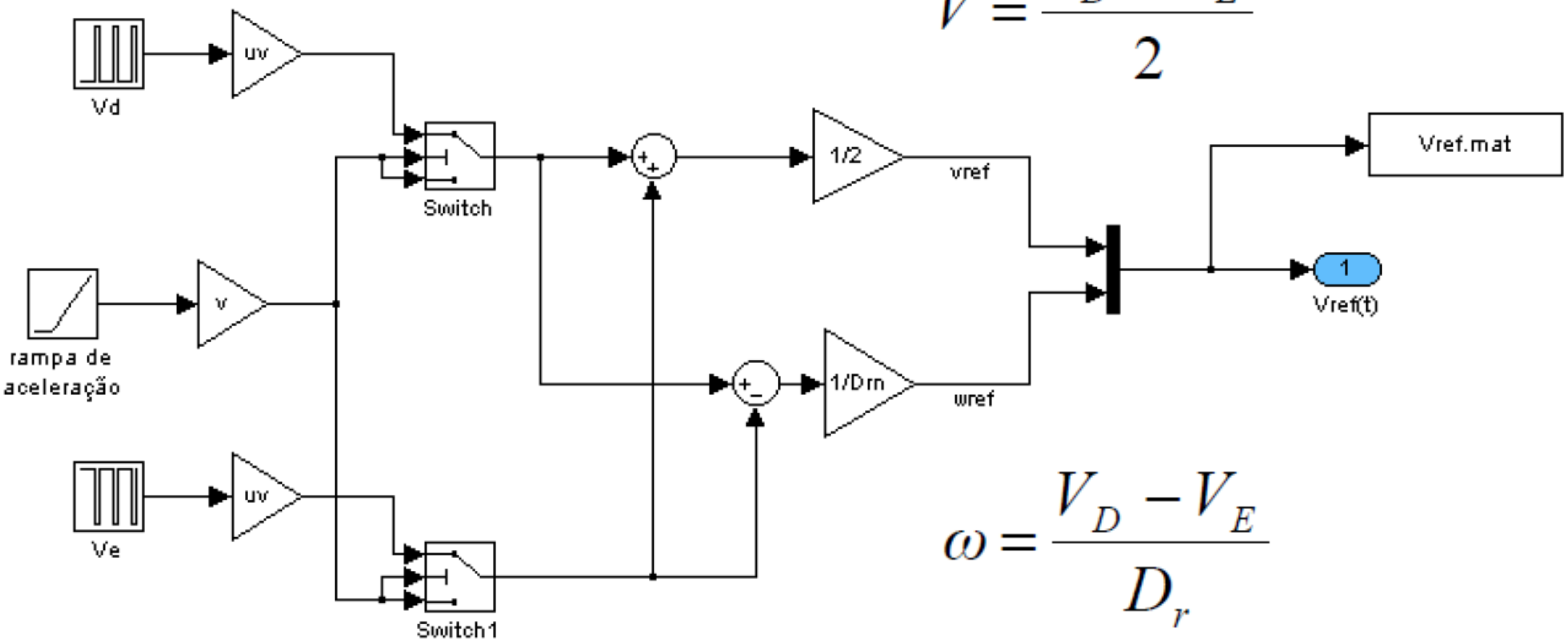
- Exemplo 01



Simulação (Simulink/Matlab)

- Exemplo 02

$$V = \frac{V_D + V_E}{2}$$



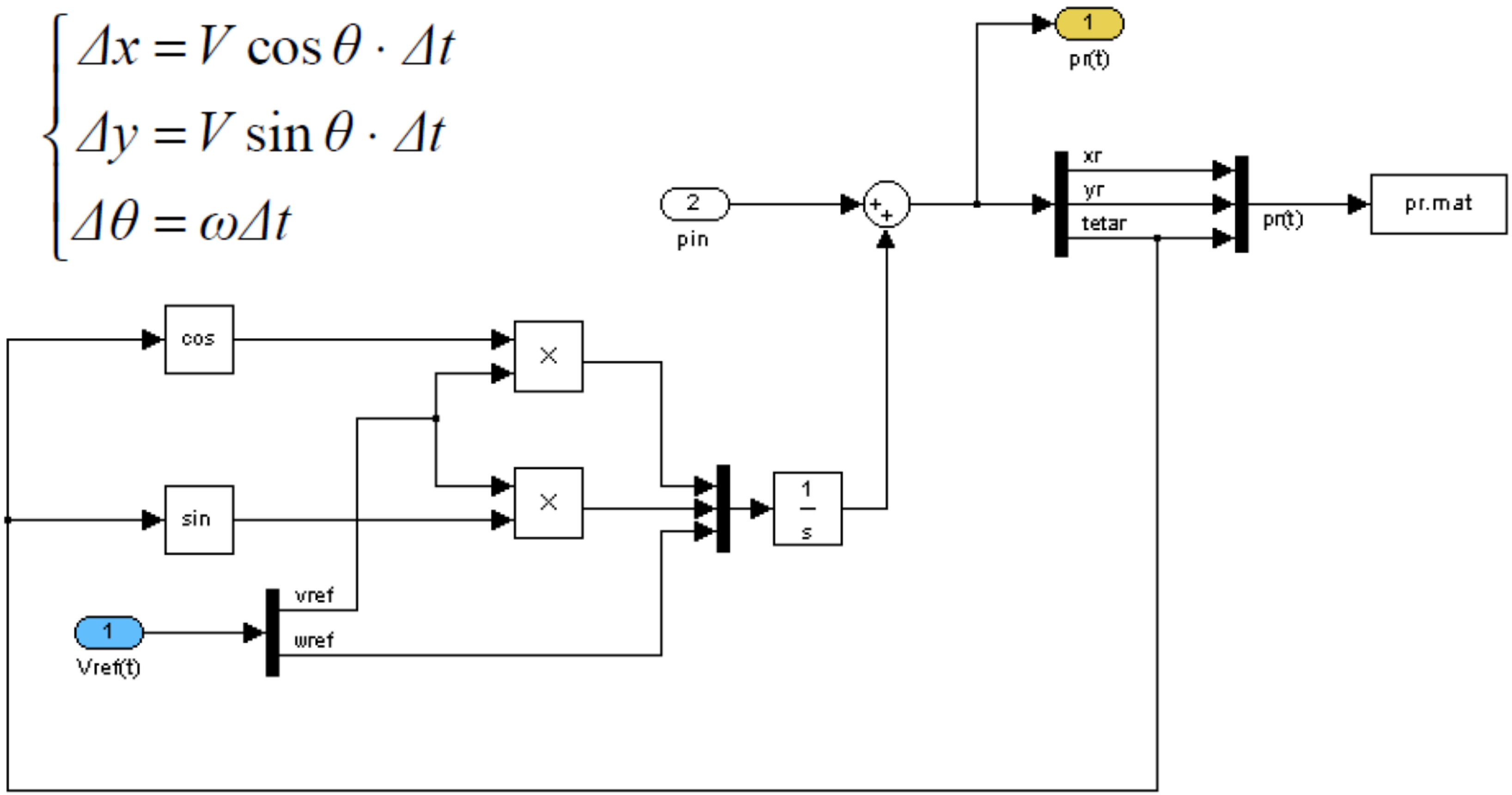
$$\omega = \frac{V_D - V_E}{D_r}$$

Velocidade da Roda → Velocidade do Robô

Simulação (Simulink/Matlab)

- Cont.

$$\begin{cases} \Delta x = V \cos\theta \cdot \Delta t \\ \Delta y = V \sin\theta \cdot \Delta t \\ \Delta\theta = \omega \Delta t \end{cases}$$

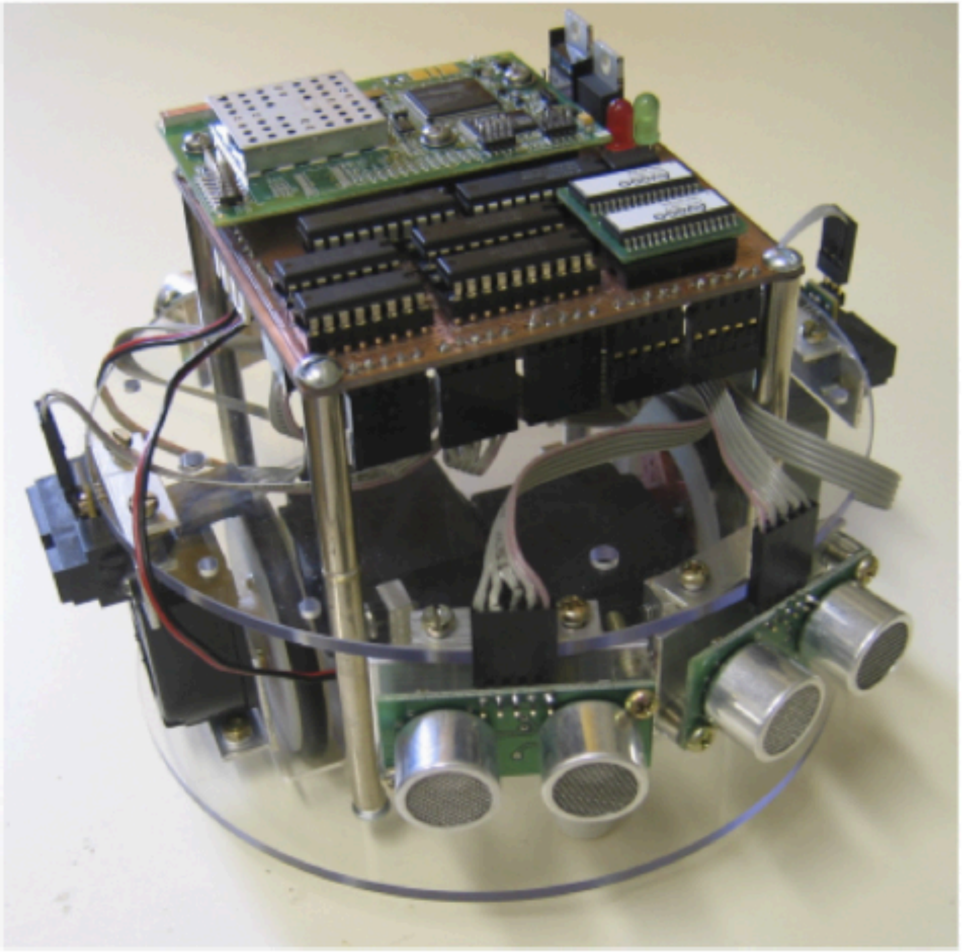


Velocidade do Robô → Postura do Robô

Modelagem Dinâmica

- Há basicamente duas formas para obtenção de um modelo dinâmico para um robô móvel.
  - Modelagem Fenomenológica: consiste do desenvolvimento matemático a partir das leis física envolvidas no processo e na medição de todos os parâmetros que contribuem para a dinâmica do processo.
  - Identificação de Sistemas: consiste na estimação de parâmetros de um determinado sistema a partir de observações de sua resposta perante a excitações condicionais, ou seja, baseado nas informações de entrada e saída do sistema.

Modelagem do Robô



Modelagem do Robô

Servo Motor CS-60

+4,8V		+6,0V	
Velocidade (segundos/60º)	Torque (kg.cm)	Velocidade (segundos/60º)	Torque (kg.cm)
0,19	3	0,16	3,5

Modelagem do Robô

- O motor operando a uma tensão de 6V
  - Velocidade angular de 6,54 rad/s
- Rodas com 5,5 cm de diâmetro

$$V_l = \omega_{motor} \frac{d_{roda}}{2}$$

- Velocidade linear será aproximadamente 18 cm/s

- Distância entre as rodas de 9,2 cm

$$V_{rot} = \frac{2V_l}{D}$$

- Obtém-se a velocidade de rotação do robô, 3,9 rad/s

Modelagem do Robô

Massa que o robô suporta

$$m = 2\frac{\tau}{\mu_{din} d_{roda}}$$

m = massa que o robô suporta, em kg;

τ = torque do motor em kg.cm;

μ_{din} = coeficiente de atrito dinâmico;

Modelagem do Robô

- Levando-se em consideração:
  - O coeficiente de atrito dinâmico igual a 0,8
    - Entre borracha e piso seco
  - E o torque do motor à tensão de 6 V é de 3,5 kg.cm

$$m = 2\frac{\tau}{\mu_{din} d_{roda}}$$

m = massa que o robô suporta, em kg;

τ = torque do motor em kg.cm;

μ_{din} = coeficiente de atrito dinâmico;

- Tem-se que esse robô suporta cargas de até **1,6 Kg**

Modelagem do Robô

- Incialmente usando o *Ident* do MATLAB
  - Obter o modelo do motor
  - Gráfico de resposta a rampa do motor
  - Entrada: PWM (1 a 1024)
  - Saída: Encoder (2000 pulsos/revolução)
- Transformar pulsos do encoder em velocidade do motor

$$V = \frac{|E_{atual} - E_{anterior}|\, 2\pi r}{2000 Ta} (cm/s)$$

Eatual=Valor atual do encoder

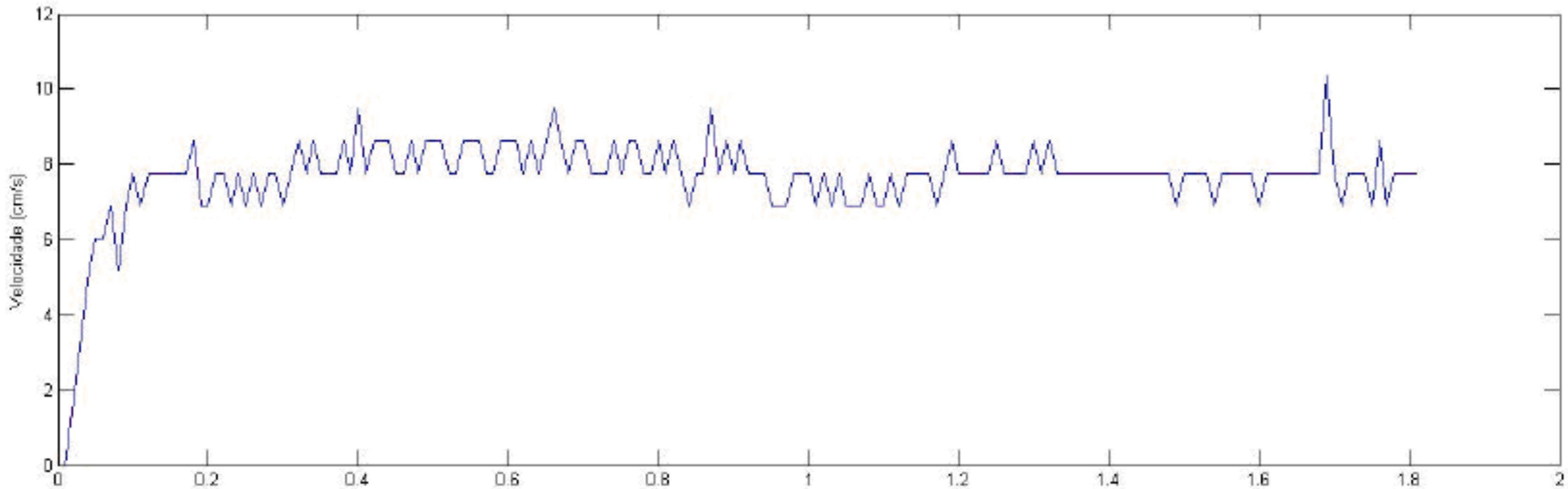
Eanterior=Valor anterior do encoder

r=Raio da roda do robô

Ta=Período de amostragem do encoder

Modelagem do Robô

Reposta de Velocidade x Tempo



Amostragem de 10ms

Modelagem do Robô

- Usando um modelo de segunda ordem

$$G(S) = \frac{K}{(1+Tp1S)(1+Tp2S)}$$

Após algumas iterações chegou-se a um resultado satisfatório, onde:

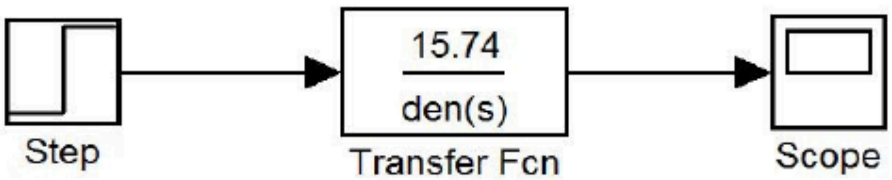
$$Tp1 = 0{,}34291$$

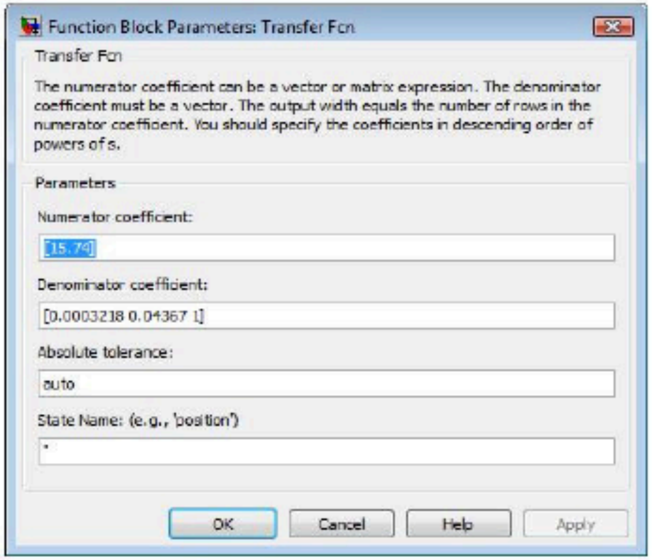
$$Tp2 = 0{,}0093834$$

$$K = 15{,}742$$

Modelagem do Robô

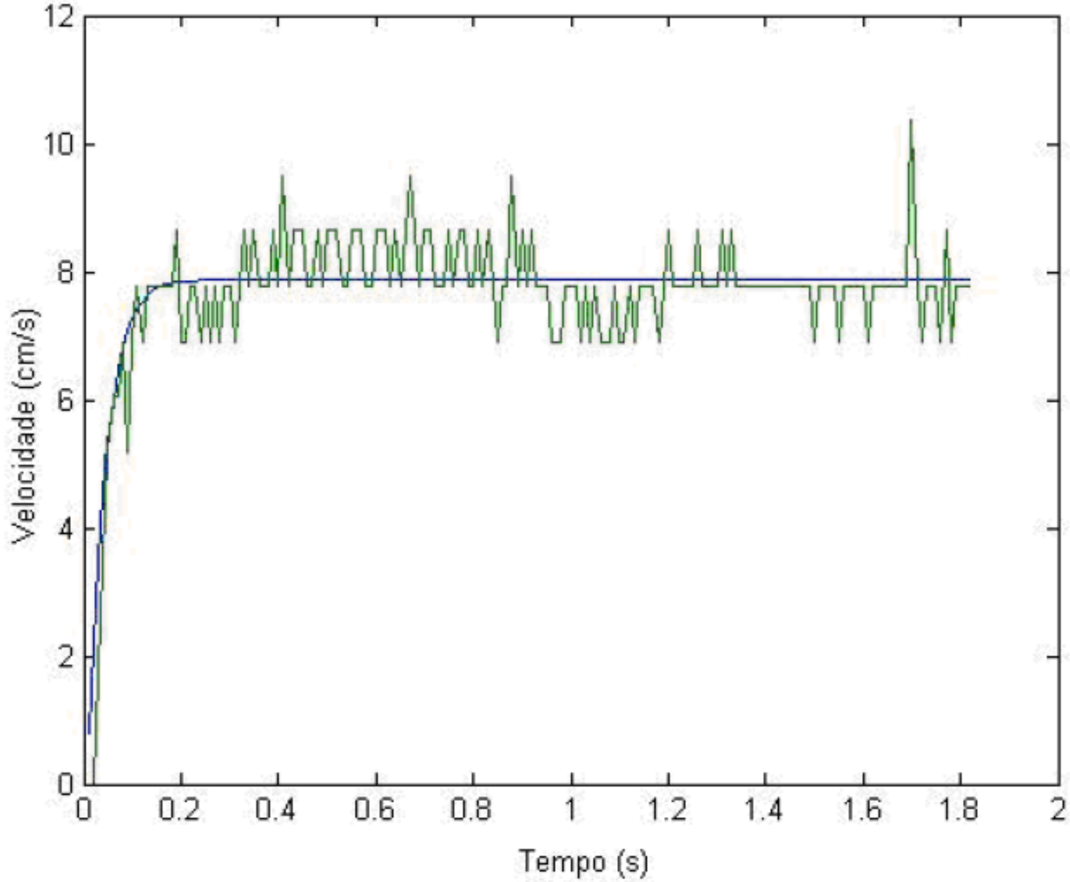
- Diagrama de blocos simples no Simulink





Modelagem do Robô

- Comparação da resposta ao degrau



Próxima Aula

Aula 07

Acionamento de Motores e Leitura de Sensores