Tabelas de hash

Acabamos de estudar como implementar uma tabela hashing aberta e estudaremos agora como implementar uma tabela hashing fechada ou também denominada de tabela hashing com endereçamento aberto.

Neste tipo de implementação, a tabela hash é um vetor com **m** posições. Todas as chaves são armazenadas na própria tabela sem a necessidade de espaços extras ou ponteiros. Este método é aplicado quando o número de chaves a serem armazenadas é reduzido e as posições vazias na tabela são usadas para o tratamento de colisões.

Tabelas de hash

Quando uma chave **x** é endereçada na posição h(**x**) e esta já está ocupada, outras posições vazias na tabela são procuradas para armazenar **x**. Caso nenhuma seja encontrada, a tabela está totalmente preenchida e **x** não pode ser armazenada.

Veremos duas maneiras de efetuar a busca por uma posição livre para armazenar **x**: tentativa linear e tentativa quadrática.

Tabelas de hash fechada – tentativa linear

Na tentativa linear, quando uma chave **x** deve ser inserida e ocorre uma colisão, a seguinte função é utilizada:

$$h'(x) = (h(x)+j) \ mod \ m$$

para $1 \leq j \leq m-1$, sendo que $h(x) = x \ mod \ m$

O objetivo é armazenar a chave no endereço consecutivo h(x)+1, h(x)+2, ..., até encontrar uma posição vazia.

Tabelas de hash fechada – tentativa linear

A operação de remoção é delicada, não se pode remover de fato uma chave do endereço, pois haveria perda da seqüência de tentativas.

Com isso, cada endereço da tabela é marcado como livre (L), ocupado (O) ou removido (R). Livre quando a posição ainda não foi usada, ocupado quando uma chave está armazenada, e removido quando armazena uma chave que já foi removida. Para uma compreensão adequada do processo, analisaremos um exemplo.

Tabelas de hash fechada – tentativa linear

Visando manter um paralelo com o método usado anteriormente também nos utilizaremos de uma tabela com 8 entradas.

Inicialmente temos:

Índice	Situação	Chave
0	L	
1	L	
2	L	
3	L	
4	L	
5	L	
6	L	
7	L	

Inserir chave 16

16%8=0

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	L	
2	L	
3	L	
4	L	
5	L	
6	L	
7	L	

Tabelas de hash fechada – tentativa linear

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	L	
2	L	
3	L	
4	L	
5	L	
6	L	
7	L	

Inserir chave 23

23%8=7

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	L	
2	L	
3	L	
4	L	
5	L	
6	L	
7	O	23

Tabelas de hash fechada – tentativa linear

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	L	
2	L	
3	L	
4	L	
5	L	
6	L	
7	O	23

Inserir chave 41

41%8=1

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	O	41
2	L	
3	L	
4	L	
5	L	
6	L	
7	O	23

Tabelas de hash fechada – tentativa linear

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	O	41
2	L	
3	L	
4	L	
5	L	
6	L	
7	O	23

Inserir chave 25

25%8=1

(1+1)%8=2

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	O	41
2	O	25
3	L	
4	L	
5	L	
6	L	
7	O	23

Tabelas de hash fechada – tentativa linear

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	O	41
2	O	25
3	L	
4	L	
5	L	
6	L	
7	O	23

Inserir chave 39

39%8=7

(7+1)%8=0

(7+2)%8=1

(7+3)%8=2

(7+4)%8=3

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	O	41
2	O	25
3	O	39
4	L	
5	L	
6	L	
7	O	23

Tabelas de hash fechada – tentativa linear

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	O	41
2	O	25
3	O	39
4	L	
5	L	
6	L	
7	O	23

Remover chave 41

41%8=1

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	R	41
2	O	25
3	O	39
4	L	
5	L	
6	L	
7	O	23

Tabelas de hash fechada – tentativa linear

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	R	41
2	O	25
3	O	39
4	L	
5	L	
6	L	
7	O	23

Remover chave 23

23%8=7

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	R	41
2	O	25
3	O	39
4	L	
5	L	
6	L	
7	R	23

Tabelas de hash fechada – tentativa linear

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	R	41
2	O	25
3	O	39
4	L	
5	L	
6	L	
7	R	23

Remover chave 25

25%8=1

(1+1)%8=2

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	R	41
2	R	25
3	O	39
4	L	
5	L	
6	L	
7	R	23

Tabelas de hash fechada – tentativa linear

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	R	41
2	R	25
3	O	39
4	L	
5	L	
6	L	
7	R	23

Inserir chave 34

34%8=2

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	R	41
2	O	34
3	O	39
4	L	
5	L	
6	L	
7	R	23

Tabelas de hash fechada: Exercício

Com base no que foi apresentado defina a(s) estrutura(s) de dados necessária(s) para a implementação de uma tabela hashing fechada com tentativa linear.

```
#define tam 8
typedef struct
{
   int chave;
   char livre; /* L = livre, O = ocupado, R = removido*/
}Hash;
typedef Hash Tabela[tam];
```

Tabelas de hash fechada: Exercício

Agora, implemente a função de inserção de uma chave na tabela hashing fechada em questão.

```
void inserir(Tabela tabela, int n) {
   int i=0;
   int pos = funcaoHashing(n);
   while (i < tam && tabela[(pos+i)%tam].livre!='L'
   && tabela[(pos+i)%tam].livre !='R')
      i = i+1;
   if (i < tam) {
      tabela[(pos+i)%tam].chave = n;
      tabela[(pos+i)%tam].livre ='O';
   }else
      printf ("\nTabela cheia!"); }
```

Tabelas de hash fechada: Exercício

```
int funcaoHashing(int num)
{
   return num % tam;
}
```

Tabelas de hash fechada: Exercício

Implemente a função de remoção de uma chave na tabela hashing fechada em questão.

```
void remover(Tabela tabela, int n)
{
   int posicao = buscar(tabela, n);
   if (posicao < tam)
      tabela[posicao].livre = 'R';
   else
      printf ("\nElemento nao esta presente.");
}
```

Tabelas de hash fechada: Exercício

```
int buscar(Tabela tabela, int n)
{
   int i=0;
   int pos=funcaoHashing(n);
   while(i < tam && tabela[(pos+i)%tam].livre != 'L'
   && tabela[(pos+i)%tam].chave != n)
      i = i+1;
   if (tabela[(pos+i)%tam].chave == n &&
   tabela[(pos+i)%tam].livre == 'O')
      return (pos+i)%tam;
   else
      return tam; // não encontrado
}
```

Tabelas de hash fechada: Exercício

Para uma melhor fixação do tópico em estudo com base na definição do TAD abaixo implemente suas funções ainda não definidas (fazer em casa).

```
#define tam 8
typedef struct
{
   int chave;
   char livre; // L = livre, O = ocupado, R = removido
}Hash;
typedef Hash TabelaHash [tam];
void inicializarHash(TabelaHash *);
int funcaoHashing(int);
void mostrarHash(TabelaHash);
void inserirChave(TabelaHash, int);
int buscarChave(TabelaHash, int);
void removerChave(TabelaHash, int);
```

Tabelas de hash fechada – tentativa quadrática

Na tentativa linear as chaves que colidem geram os chamados agrupamentos primários, o que aumenta o tempo de busca.

Agora estudaremos a tentativa quadrática. Neste tipo de tentativa, outro tipo de agrupamento também é gerado, denominado agrupamento secundário, mas as degradações sãs reduzidas se comparadas com a tentativa linear.

Tabelas de hash fechada – tentativa quadrática

Segundo Szwarcfiter (1994), para a aplicação deste método os endereços calculados pela função de hashing **h'(x, k)** devem corresponder à varredura de toda tabela, para k=0, ..., m-1. As equações recorrentes abaixo fornecem uma maneira de calcular os endereços diretamente.

$$h'(x, 0) = h(x)$$

$$h'(x, k) = (h'(x, k-1)+k) \ mod \ m$$

para $1 \leq k \leq m-1$, sendo que $h(x) = x \ mod \ m$

Tabelas de hash fechada – tentativa quadrática

Para uma melhor compreensão analisaremos agora um exemplo, também nos utilizaremos de uma tabela com 8 entradas.

Inicialmente temos:

Índice	Situação	Chave
0	L	
1	L	
2	L	
3	L	
4	L	
5	L	
6	L	
7	L	

Inserir chave 12

12%8=4

Índice	Situação	Chave
0	L	
1	L	
2	L	
3	L	
4	O	12
5	L	
6	L	
7	L	

Tabelas de hash fechada – tentativa quadrática

Índice	Situação	Chave
0	L	
1	L	
2	L	
3	L	
4	O	12
5	L	
6	L	
7	L	

Inserir chave 20

20%8=4

(4+1) mod 8=5

Índice	Situação	Chave
0	L	
1	L	
2	L	
3	L	
4	O	12
5	O	20
6	L	
7	L	

Tabelas de hash fechada – tentativa quadrática

Índice	Situação	Chave
0	L	
1	L	
2	L	
3	L	
4	O	12
5	O	20
6	L	
7	L	

Inserir chave 28

28%8=4

(4+1) mod 8=5

(5+2) mod 8=7

Índice	Situação	Chave
0	L	
1	L	
2	L	
3	L	
4	O	12
5	O	20
6	L	
7	O	28

Tabelas de hash fechada – tentativa quadrática

Índice	Situação	Chave
0	L	
1	L	
2	L	
3	L	
4	O	12
5	O	20
6	L	
7	O	28

Inserir chave 36

36%8=4

(4+1) mod 8=5

(5+2) mod 8=7

(7+3) mod 8=2

Índice	Situação	Chave
0	L	
1	L	
2	O	36
3	L	
4	O	12
5	O	20
6	L	
7	O	28

Tabelas de hash fechada – tentativa quadrática

Índice	Situação	Chave
0	L	
1	L	
2	O	36
3	L	
4	O	12
5	O	20
6	L	
7	O	28

Remover chave 12

12%8=4

Índice	Situação	Chave
0	L	
1	L	
2	O	36
3	L	
4	R	12
5	O	20
6	L	
7	O	28

Tabelas de hash fechada – tentativa quadrática

Índice	Situação	Chave
0	L	
1	L	
2	O	36
3	L	
4	R	12
5	O	20
6	L	
7	O	28

Remover chave 20

20%8=4

(4+1)%8=5

Índice	Situação	Chave
0	L	
1	L	
2	O	36
3	L	
4	R	12
5	R	20
6	L	
7	O	28

Tabelas de hash fechada – tentativa quadrática

Índice	Situação	Chave
0	L	
1	L	
2	O	36
3	L	
4	R	12
5	R	20
6	L	
7	O	28

Inserir chave 44

44%8=4

Índice	Situação	Chave
0	L	
1	L	
2	O	36
3	L	
4	O	44
5	R	20
6	L	
7	O	28

Tabelas de hash fechada: Exercício

Com base no que foi apresentado defina a(s) estrutura(s) de dados necessária(s) para a implementação de uma tabela hashing fechada com tentativa quadrática.

```
#define tam 8
typedef struct
{
   int chave;
   char livre; /* L = livre, O = ocupado, R = removido*/
}Hash;
typedef Hash Tabela[tam];
```

Tabelas de hash fechada: Exercício

Agora, implemente a função de inserção de uma chave na tabela hashing fechada em questão.

```
void inserirChave (Tabela tabela, int n)
{
   int pos = funcaoHashing(n);
   int k=1;
   while(k < tam && tabela[pos].livre != 'L' &&
tabela[pos].livre != 'R')
   {
      pos = (pos+k)%tam;
      k = k+1;
   }
```

Tabelas de hash fechada: Exercício

```
    if(k < tam)
    {
       tabela[pos].chave = n;
       tabela[pos].livre ='O';
    }
    else
       printf("\nTabela cheia ou em loop!");
}

int funcaoHashing(int num)
{
   return num % tam;
}
```


UNIVASF

Tabelas de hash fechada: Exercício

Implemente a função de remoção de uma chave na tabela hashing fechada em questão.

```
void removerChave(Tabela tabela, int n)
{
   int posicao = buscarChave (tabela, n);
   if (posicao < tam)
      tabela[posicao].livre = 'R';
   else
      printf("\nElemento nao estah presente.");
}
```

```
int buscarChave(Tabela tabela, int n)
{
   int pos = funcaoHashing(n);
   int k=1;
   while(k <= tam && tabela[pos].livre !='L'&&
   tabela[pos].chave != n)
   {
      pos = (pos+k)%tam;
      k = k+1;
   }
   if(tabela[pos].chave == n && tabela[pos].livre =='O')
      return pos;
   else
      return tam;
}
```

Tabelas de hash fechada: Exercício

Para uma melhor fixação do tópico em estudo com base na definição do TAD abaixo implemente suas funções ainda não definidas (fazer em casa).

```
#define tam 8
typedef struct
{
   int chave;
   char livre; /* L = livre, O = ocupado, R = removido*/
}Hash;
typedef Hash Tabela[tam];
int funcaoHashing(int);
void inicializarTabela(Tabela);
void mostrarHash(Tabela);
void inserirChave (Tabela, int);
int buscarChave(Tabela, int);
void removerChave(Tabela, int);
```

Função hashing

Antes de finalizarmos nosso estudo sobre tabelas hashing cabe destacar que uma função hashing:

- Possui o objetivo de transformar o valor de chave de um elemento de dados em uma posição para este elemento em um dos ***b*** subconjuntos definidos.
  - É um ***mapeamento*** de ***K -> {1,..,b}***, onde ***K = {k_1,..,k_m}*** é o conjunto de todos os valores de chave possíveis no universo de dados em questão.

- Deve dividir o universo de chaves $K = \{k_1,..,k_m\}$ em b subconjuntos de mesmo tamanho.
  - A probabilidade de uma chave $k_j \in K$ aleatória qualquer cair em um dos subconjuntos $b_i : i \in [1,b]$ deve ser **uniforme**.
  - Se a função de Hashing não dividir K uniformemente entre os b_i , a tabela de hashing pode degenerar.
    - O pior caso de degeneração é aquele onde todas as chaves caem em um único conjunto b_i .
  - A função “primeira letra” do exemplo do slide 164 é um exemplo de uma função ruim.
    - A letra do alfabeto com a qual um nome inicia não é distribuída uniformemente. Quantos nomes começam com “X” ?

Funções de Hashing

Até o momento utilizamos um exemplo simples porém muito utilizado de função hashing. Agora veremos outras técnicas utilizadas para implementar funções hashing que visão garantir a distribuição uniforme de um universo de chaves entre ***b*** conjuntos.

- Lembre-se: a função de hashing $h(k_j) \rightarrow [1,b]$ recebe uma chave $k_j \in \{k_1,..,k_m\}$ e devolve um número i, que representa o índice do subconjunto $b_i : i \in [1,b]$ onde o elemento possuidor dessa chave vai ser colocado.

Funções de Hashing

- As funções de hashing abordadas adiante supõem sempre uma chave simples, um único dado, seja string ou número, sobre o qual será efetuado o cálculo.
  - Hashing sobre mais de uma chave, p.ex. “Nome” E “CPF” também é possível, mas implica em funções mais complexas.

Funções de Hashing: Meio do Quadrado

- Calculada em dois passos:
  - Eleva-se a chave ao quadrado
  - Utiliza-se um determinado número de dígitos ou bits do meio do resultado.
- Idéia geral:
  - A parte central de um número elevado ao quadrado depende dele como um todo.
- Quando utilizamos diretamente bits:
  - Se utilizarmos ***r*** bits do meio do quadrado, podemos utilizar o seu valor para acessar diretamente uma tabela de 2^r entradas.

UNIVASF

Funções de Hashing: Folding ou Desdobramento

- Método para cadeias de caracteres
  - Inspirado na idéia de se ter uma tira de papel e de se dobrar essa tira formando um "bolinho" ou "sanfona".
  - Baseia-se em uma representação numérica de uma cadeia de caracteres.
    - Pode ser binária ou ASCII.
- Dois tipos:
  - Shift Folding e
  - Limit Folding.

Funções de Hashing: Shift Folding

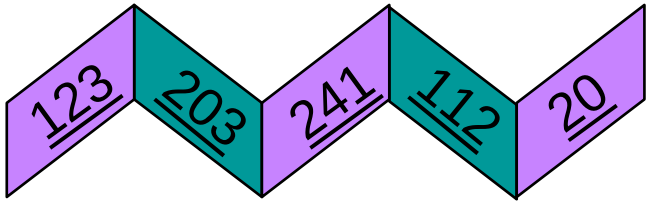
- Dividi-se uma string em pedaços, onde cada pedaço é representado numericamente e soma-se as partes.
  - Exemplo mais simples: somar o valor ASCII de todos os caracteres.
  - O resultado é usado diretamente ou como chave para uma ***h´(k)***
- **Exemplo:**
  - Suponha que os valores ASCII de uma string sejam os seguintes:

    123, 203, 241, 112 e 20
  - O folding será:

    123 + 203 + 241 + 112 + 20 = 699

Funções de Hashing: Limit Folding

- Usando a idéia de uma tira de papel como sanfona:
  - Exemplo mais simples: somar o valor ASCII de todos os caracteres, invertendo os dígitos a cada segundo caracter.



- **Exemplo:**
  - Suponha que os valores ASCII de um string sejam os seguintes:

123, 203, 241, 112 e 20

  - O folding será:

123 + 302 + 241 + 211 + 20 = 897

Funções de Hashing: Análise de Freqüência

- Se estabelece uma função escolhendo quais dígitos entrarão como argumentos da função com base na sua probabilidade de ocorrência
- Tabula-se a ocorrência de cada caractere em cada posição (a partir de uma amostra) e escolhe-se as k posições que apresentam valores mais uniformemente distribuídos
- Desvantagem: deve conhecer boa amostra das chaves

Tabela hash: Vantagens

- Simplicidade
  - É muito fácil de implementar um algoritmo para implementar hashing.
- Escalabilidade
  - Podemos adequar o tamanho da tabela de hashing ao ***n*** esperado em nossa aplicação.
- Eficiência para ***n*** grandes
  - Para trabalharmos com problemas envolvendo ***n*** = 1.000.000 de dados, podemos imaginar uma tabela de hashing com 2.000 entradas, onde temos uma divisão do espaço de busca da ordem de ***n***/2.000 de imediato.

Tabela hash: Desvantagens

- Dependência da escolha de função de hashing
  - Para que o tempo de acesso médio ideal ***T(n) = c1 . (1/b).n + c2*** seja mantido, é necessário que a função de hashing divida o universo dos dados de entrada em ***b*** conjuntos de tamanho aproximadamente igual.
- Tempo médio de acesso é ótimo somente em uma faixa
  - Existe uma faixa de valores de ***n***, determinada por ***b***, onde o hashing será muito melhor do que uma árvore.
  - Fora dessa faixa é pior.