
CONTROLADORES CINEMÁTICOS DE TRAJETÓRIA PARA ROBÔS MÓVEIS COM TRAÇÃO DIFERENCIAL

Geovany A. Borges*
gaborges@ene.unb.br

Antonio M. N. Lima†
amnlima@dee.ufcg.edu.br

Gurdip S. Deep†
deep@dee.ufcg.edu.br

*Universidade de Brasília
Departamento de Engenharia Elétrica - FT
Caixa Postal 04591 - CEP: 70910-900
Brasília, DF, Brasil

†Universidade Federal de Campina Grande
Departamento de Engenharia Elétrica
Caixa Postal 10.004 - CEP: 58109-970
Campina Grande, PB, Brasil

ABSTRACT

This paper presents trajectory controllers for differential-drive, wheeled mobile robots. Three control strategies based on output feedback are presented: a proportional, a non-linear and a fuzzy controller. The control design relies on the kinematic model of differential-drive robots. Since dynamic model changes with robot payload, dynamic controllers are not treated. Indeed, effects due to robot dynamics are considered as disturbance and shall be corrected by the controller. Two independent velocity controllers based on the model reference strategy are employed and the wheels reference velocities are provided by the trajectory controller. Simulations illustrate the performance and limitations of each controller considering a robot model including robot dynamics, actuators saturation and noise in the trajectory error variables.

KEYWORDS: Trajectory control, wheeled mobile robots, nonlinear control, fuzzy control

RESUMO

Este artigo apresenta controladores de trajetória para robôs móveis com tração diferencial por rodas. Três estratégias baseadas em realimentação direta da saída são apresentadas: um controlador proporcional, um controlador não-linear e um controlador nebuloso. O projeto dos controladores é baseado apenas no modelo cinemático. Controladores baseados no modelo dinâmico não são considerados, uma vez que os parâmetros do modelo mudam com o peso do material transportado. Assim, efeitos dinâmicos são considerados como perturbação, e espera-se que sejam corrigidos pelo controlador. Dois controladores adaptativos inde-

pendentes baseados na estratégia de modelo de referência são empregados, com as referências de velocidade fornecidas pelo controlador de trajetória. Simulações ilustram o desempenho e as limitações de cada controlador considerando um veículo com dinâmica, saturação nos atuadores e ruído de estimação nas variáveis de erro de trajetória.

PALAVRAS-CHAVE: Controle de trajetória, robôs móveis com rodas, controle não-linear, controle nebuloso

1 INTRODUÇÃO

Em robôs móveis com rodas, controladores de trajetória atuam sobre o sistema de propulsão para a fazer o veículo seguir uma trajetória de referência. A trajetória pode ser representada por curvas livres (*e.g.*, Curvas de Bézier), ou sob forma de estruturas geométricas (*e.g.*, segmentos de arcos, retas) (Sørtdalen and de Wit, 1993) que são mais facilmente tratáveis do ponto de vista computacional. Para o rastreamento de trajetórias, as abordagens existentes empregam ou o paradigma controle sequencial de postura ou o paradigma de rastreamento de caminho. No controle sequencial de postura, a cada passo de amostragem, a postura desejada para o robô é definida como um ponto sobre a trajetória de referência, que é parametrizada pelo tempo. Nesse caso, o robô estará seguindo a trajetória pré-determinada, amostrada sob forma de seqüência de posturas. No rastreamento de trajetória, não existe controle sobre a posição do robô, mas sobre variáveis que definem o erro de trajetória, que são função da posição atual e da estrutura geométrica sendo rastreada.

No que diz respeito aos controladores de trajetória, com controladores dinâmicos, é necessário obter experimentalmente o modelo dinâmico do robô, cujos parâmetros variam

à cada vez que ocorrem mudanças estruturais no veículo ou variação no seu peso, o que é comum com veículos de transporte de materiais. Para esses casos, Dong *et al.* (Colbaugh et al., 2000) apresentam um controlador robusto a incertezas no modelo dinâmico. Por outro lado, com controle cinemático, velocidades de referência são determinadas para cada eixo de tração e disponibilizadas para serem aplicadas por controladores de velocidade. Com relação à modalidade de controle, cita-se, por exemplo, realimentação não-linear de estados (d'Andréa Novel et al., 1995), controle adaptativo (Colbaugh et al., 2000), lógica nebulosa (Sandi et al., 1998) e estrutura variável (Oliveira et al., 2001).

Em (Borges et al., 2000), os autores apresentaram um controlador proporcional de trajetórias baseado na cinemática de robôs a tração diferencial. Os parâmetros do controlador eram relacionados diretamente com algumas medidas de performance desejadas, de forma que pouco ajuste era necessário. Apesar da simplicidade da estrutura, seu desempenho foi considerado satisfatório em experimentos com uma plataforma real. Seguindo a mesma estrutura de projeto, este manuscrito apresenta um controlador não-linear e um controlador nebuloso, também baseados apenas na cinemática de robôs a tração diferencial. No entanto, sem ter a pretensão de entrar no eterno debate sobre qual metodologia é a melhor, esse artigo apresenta uma comparação de performance dos controladores em simulação, levantando assim algumas problemas de ordem prática cuja análise deve ser útil para o projetista. O uso de simulações permite melhor avaliar os resultados, sem que imperfeições e não-linearidades inerentes a experimentos reais se mesquem às limitações dos controladores, dificultando assim a identificação de suas características. Entretanto, os modelos considerados para simulação incorporam também efeitos dinâmicos, saturações e ruído de estimação para melhor se aproximar da realidade.

O artigo segue com a apresentação de modelos cinemáticos e dinâmicos para robôs equipados com sistema de tração diferencial na seção 2. Na seção 3 a estratégia de ação de controle é discutida e os controladores são apresentados na seção 4. Um estudo comparativo é narrado na seção 5 e as conclusões são apresentadas na seção 6.

2 MODELAMENTO

2.1 Modelos cinemático e dinâmico

Considera-se a classe de robôs com sistema de locomoção diferencial, conforme ilustrado na Fig. 1. A locomoção do robô é proporcionada por duas rodas, acopladas a motores de corrente contínua por intermédio caixas de redução. Duas rodas livres asseguram a estabilidade do veículo. Define-se $\mathcal{C} : X \times Y$ o sistema de coordenadas no qual a tarefa de navegação é definida, e $\mathcal{C}_R : X_R \times Y_R$ o sistema de coordenadas do robô. Por conveniência, a origem de \mathcal{C}_R está sobre o ponto de referência P , localizado no centro das rodas de tração, com o eixo Y_R coincidindo com os eixos das rodas. Define-se ainda r como sendo o raio das rodas de tração, consideradas idênticas, b sendo a distância entre as rodas de tração, e v_d e v_e sendo as velocidades das rodas direita e esquerda, respectivamente, que conjuntamente formam $\mathbf{v}(t) = [v_d(t), v_e(t)]^T$. O vetor $\xi = [x_p, y_p, \phi]^T$ descreve a configuração cartesiana do robô, *i.e.*, sua posição (x_p, y_p) e sua orientação ϕ (*i.e.*, o ângulo

entre os eixos X_R e X).

O modelo cinemático de um robô com tal configuração é dado por

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} \frac{\cos \phi(t)}{2} & \frac{\cos \phi(t)}{2} \\ \frac{\sin \phi(t)}{b} & \frac{\sin \phi(t)}{b} \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{b} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{v}(t). \quad (1)$$

A velocidade do veículo $v(t)$ no ponto P é dada por $v(t) = \frac{v_d(t) + v_e(t)}{2}$. O comportamento dinâmico do robô é governado pelo seguinte modelo (Fukao et al., 2000):

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) \cdot \dot{\mathbf{v}}(t) + \mathbf{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \cdot \mathbf{v}(t) = \tau(t), \quad (2)$$

no qual $\mathbf{q} = (x_p, y_p, \phi, \theta_d, \theta_e)^T$, com θ_d e θ_e representando os ângulos de rotação das rodas da direita e da esquerda, respectivamente, $\tau = [\tau_d, \tau_e]^T$ é o torque nos eixos motrizes.

As matrizes $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ e $\mathbf{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ são dadas por

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 \\ m_2 & m_1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

com $m_1 = \frac{r^2}{b^2}(\frac{mb^2}{4} + I) + I_w$, $m_2 = \frac{r^2}{b^2}(\frac{mb^2}{4} - I)$, e

$$\mathbf{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{m_c r^2}{b} d \dot{\phi} \\ -\frac{m_c r^2}{b} d \dot{\phi} & 0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Nas equações (3)-(4), I_w é o momento de inércia de cada sistema de tração segundo o eixo de rotação das rodas, I_m é o momento de inércia de cada sistema de tração segundo o eixo ortogonal ao plano $X \times Y$, passando pelo seu centro de massa, e I_c é o momento de inércia da estrutura do robô, cujo centro de massa passa por P_c . m_c e m_w são as massas do corpo do robô e de cada sistema de tração, respectivamente. Por fim, $m = m_c + 2m_w$ e

$$I = m_c d^2 + \frac{m_w b^2}{2} + I_c + 2I_m. \quad (5)$$

Deve-se observar que os modelos apresentados acima são aproximados e seus parâmetros devem ser determinados experimentalmente. No entanto, esses modelos são amplamente utilizados no projeto de controladores dinâmicos, onde considera-se que os eventuais erros de modelagem podem ser tratados como perturbações.

2.2 Erro de trajetória

No contexto desse trabalho, considera-se o paradigma de rastreamento de caminho onde o erro de rastreamento é variável a ser minimizada pelo controlador. Considera-se ainda que a trajetória desejada pode ser definida (ou aproximada) por um segmento de reta ou por um arco. O erro de trajetória é dado em termos de duas variáveis: o deslocamento ortogonal Γ e o desvio angular Θ , como mostrado na Figura 1. Define-se $P^* = (x^*, y^*)$ como o ponto de intersecção entre a trajetória e uma reta imaginária coincidente com o eixo das rodas. Γ representa a distância $P - P^*$, sendo negativo se P^* está sobre o lado direito de P (*i.e.*, na direção da roda direita). O desvio angular Θ é o ângulo entre o vetor tangente à trajetória sobre P^* e o vetor de

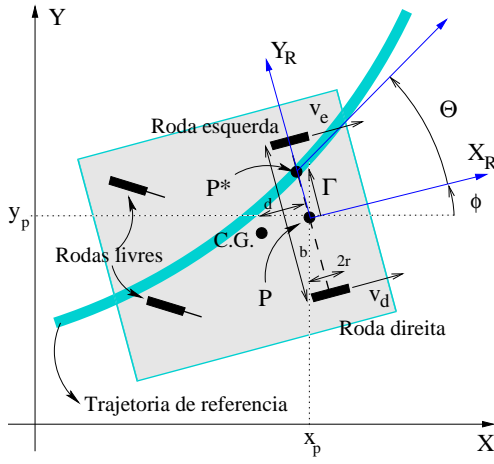


Figura 1: Robô móvel com sistema de tração diferencial e variáveis de erro de trajetória.

direção do veículo. Considerando-se a trajetória de referência como sendo dada por um segmento de reta, o erro de rastreamento é dado por (Borges et al., 2000)

$$\Theta(t) = -\phi(t), \quad (6)$$

$$\Gamma(t) = \frac{y_p(t)}{\cos \phi(t)}. \quad (7)$$

No caso de arcos de raio de curvatura R_c , considera-se que o robô tenha alcançado regime permanente, apresentando apenas erro residual em Γ , que pode ser dado por

$$\Gamma_c = \frac{v_p}{\Delta\omega} \frac{b}{2r} - R, \quad (8)$$

com $\Delta\omega$ sendo o diferencial de velocidade angular das rodas motrizes, definido a seguir. Entende-se assim que o robô esteja realizando uma curva de raio $R_c = -(\Gamma_c + R)$.

3 ESTRATÉGIA DE CONTROLE

A estratégia de controle empregada nesse trabalho, que inicialmente foi proposta em (Borges et al., 2000), permite manter a velocidade do veículo constante, i.e., $v(t) = v_p$. Em aplicações de transporte de materiais, v_p pode ser especificado pelo navegador e, de modo geral, pode variar entre zero e um valor máximo em função do material transportado. Assim, uma das atribuições do navegador é a determinação de v_p , conforme a tarefa em execução. Para se garantir que a velocidade de navegação seja $v(t) = v_p$, considera-se

$$v_d(t) = v_p + r \cdot \Delta\omega(t), \quad (9)$$

$$v_e(t) = v_p - r \cdot \Delta\omega(t), \quad (10)$$

com $\Delta\omega(t)$ sendo a variável de controle, que corresponde ao diferencial de velocidade angular do sistema de tração. Observa-se que, tratando-se de controle cinemático, os reguladores propostos devem determinar velocidades desejadas para as rodas motrizes, sob a forma (9)-(10). No entanto, é necessário que controladores de velocidade eficientes para as rodas motrizes, pois de seu bom desempenho depende a redução de efeitos ligados à dinâmica do robô. No caso de (Borges et al., 2000), controladores adaptativos por modelo de referência se mostraram aptos para essa tarefa.

4 CONTROLADORES DE TRAJETÓRIA

4.1 Controlador proporcional (CP)

Em (Borges et al., 2000) foi proposto um controlador proporcional segundo a seguinte lei de controle:

$$\Delta\omega(t) = K_\Gamma \cdot \Gamma(t) + K_\Theta \cdot \Theta(t), \quad (11)$$

fazendo com que, considerando-se eqs. (6) e (7) e $\varepsilon(t) = \Gamma(t) \cos \Theta(t)$, o comportamento do erro de trajetória seja regido por

$$\dot{\varepsilon}(t) = v_p \sin \Theta(t), \quad (12)$$

$$\dot{\Theta}(t) = -\frac{2r}{b} \Delta\omega(t). \quad (13)$$

Para o sistema descrito por (12)-(13), pode-se demonstrar que o atrator $(0,0)$ é estável no sentido de Lyapunov com K_Θ e K_Γ sendo constantes positivas. Os ganhos K_Γ e K_Θ do controlador são determinados analiticamente de forma a se obter um controlador *deadbeat* quando do rastreamento de segmentos de retas, e apresentar um erro Γ_c constante no segmento de arcos: $K_\Theta = \sqrt{\frac{2v_p K_\Gamma b}{r}}$ e $K_\Gamma = \frac{2v_p b}{r((R+2\Gamma_c)^2 - R^2)}$.

4.2 Controlador não-linear (CNL)

Para o projeto do controlador não-linear, considera-se as mesmas condições de análise do controlador proporcional (Borges et al., 2000): trajetória composta de retas e de segmentos de arco de raio constante. Considerando-se o projeto de controladores para trajetórias retas, parte-se da seguinte função Lyapunov:

$$V(\varepsilon, \Theta, t) = \frac{\alpha}{2} \varepsilon^2(t) + \frac{1}{2} \Theta^2(t), \quad (14)$$

com $\alpha > 0$. Usando $\varepsilon(t) = \Gamma(t) \cos \Theta(t)$, obtém-se

$$\dot{V}(\varepsilon, \Theta, t) = \alpha v_p \Gamma(t) \cdot \sin(\Theta(t)) \cdot \cos(\Theta(t)) \quad (15)$$

$$- \frac{2r}{b} \Delta\omega(t). \quad (16)$$

Na seqüência, admite-se que o erro de rastreamento para trajetórias retas é regido pelo sistema (12) e (13), a lei de controle que faz com que $\dot{V}(\varepsilon, \Theta, t) = -\beta \Theta^2(t)$, com $\beta > 0$, é dada por

$$\Delta\omega = \frac{b}{2r} \left\{ \frac{\alpha \Gamma(t) v_p \sin(\Theta(t)) \cos(\Theta(t))}{\Theta(t)} + \beta \Theta(t) \right\}. \quad (17)$$

Para pequenos valores de $\Theta(t)$, deve-se usar a aproximação $\sin(\Theta(t)) \approx \Theta(t)$. Para verificar que esse controlador é estabilizante e leva os estados do sistema a $(\Gamma, \Theta) = (0,0)$, deve-se analisar $\dot{V}(\varepsilon, \Theta, t)$. A função (14) pode estabilizar em qualquer ponto sobre uma reta no diagrama de fase $\Gamma \times \Theta$ dada por $\Theta = 0$, o que implica que pode-se ter $\Gamma \neq 0$. Mas, a partir da equação (17), para quaisquer $\Gamma \neq 0$ e $\Theta = 0$ tem-se que $\Delta\omega \neq 0$. Isto significa que com $\Gamma \neq 0$ o sistema ainda não atingiu o regime permanente, o que somente será alcançado quando $\Gamma = 0$ e $\Theta = 0$. Portanto, o único ponto de atração estável deste sistema é $(\Gamma, \Theta) = (0,0)$ e, para qualquer desvio inicial da trajetória, V será sempre decrescente.

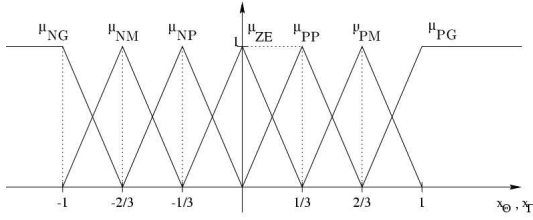


Figura 2: Funções de pertinência dos conjuntos nebulosos PG, PM, PP, ZE, NP, NM e NG

Com a lei de controle dada pela equação (17), obtém-se

$$\dot{\varepsilon}(t) = v_p \sin \Theta(t), \quad (18)$$

$$\dot{\Theta}(t) = -\frac{\alpha \varepsilon(t) v_p \sin(\Theta(t))}{\Theta(t)} - \beta \Theta(t). \quad (19)$$

Considerando-se aproximações para pequenos valores para Θ , tem-se que as equações (18) e (19), os pólos deste sistema aproximado são dados por $s_{1,2} = -\frac{\beta}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\beta^2 - 4\alpha v_p^2}$. Sendo $\alpha, \beta > 0$, obtém-se um controlador *deadbeat* se

$\beta = 2v_p \sqrt{\alpha}$. A segunda parte do projeto consiste em relacionar tais controladores ao desvio de trajetória em curvas de raio constante R . Neste caso, tal como para o caso do controlador proporcional, supõe-se que o veículo esteja realizando uma curva à esquerda e que o erro de trajetória tenha alcançado o regime permanente ($\Gamma(t) = \Gamma_c > 0$ e $\Theta(t) = 0$). Então, tem-se que $\Delta\omega = \frac{\alpha \Gamma_c v_p b}{2r}$, e, a partir da equação (8), $\Gamma_c = \frac{1}{\alpha \Gamma_c} - R$. Portanto, o deslocamento ortogonal em regime permanente durante as curvas é dado por uma das soluções da equação $\alpha \Gamma_c^2 + \alpha R \Gamma_c - 1 = 0$, que apresenta como raiz $\Gamma_c > 0$

$$\Gamma_c = \frac{1}{2\alpha} \left(-\alpha R + \sqrt{\alpha^2 R^2 + 4\alpha} \right). \quad (20)$$

A partir deste resultado, o parâmetro α pode ser determinado por

$$\alpha = \frac{1}{\Gamma_c(\Gamma_c + R)}. \quad (21)$$

4.3 Controlador nebuloso

Nesta seção é tratado um controlador de trajetória nebuloso, que segue a forma mais usual de projeto de controladores nebulosos (Wang, 1997) (Nascimento Jr. and Yoneyama, 2000). A descrição desse controlador será concentrada apenas em aspectos relevantes para sua implementação, e supõe-se que os princípios de controle nebuloso sejam familiares para o leitor.

O primeiro componente dos controladores nebulosos é o *fuzzyfier*, que converte as variáveis de erro de trajetória Γ e Θ nas correspondentes representações x_Γ e x_Θ no domínio nebuloso $X \subset \mathfrak{R}$, definidas no intervalo $[-1, 1]$, e com funções de pertinência $\mu_X(x_\Gamma)$ e $\mu_X(x_\Theta)$, respectivamente. Nesse controlador, utiliza-se um *fuzzyfier singleton*, precedido por uma normalização. As variáveis x_Γ e x_Θ são dadas por $x_\Gamma = \Gamma/\Gamma_N$ e $x_\Theta = \Theta/\Theta_N$, com Γ_N e Θ_N sendo constantes de normalização.

A máquina de inferência avalia as variáveis nebulosas x_Γ e x_Θ usando a base de regras e determina a função de pertinência $\mu_Y(y_{\Delta\omega})$ da variável nebulosa de saída $y_{\Delta\omega}$ ao conjunto Y . A base de regras é constituída de M regras do

Tabela 1: Matriz de regras para o controlador nebuloso.

		x_Θ						
		PG	PM	PP	ZE	NP	NM	NG
x_Γ	PG	PG	PG	PM	PM	PP	PP	ZE
	PM	PG	PM	PM	PP	PP	ZE	NP
	PP	PM	PM	PP	PP	ZE	NP	NP
	ZE	PM	PP	PP	ZE	NP	NP	NM
	NP	PP	PP	ZE	NP	NP	NM	NM
	NM	PP	ZE	MP	NP	NM	NM	NG
	NG	ZE	NP	NP	NM	NM	NG	NG

tipo

$$R_i : SE \ x_\Gamma \text{ é } A \text{ e } x_\Theta \text{ é } B, \text{ ENTÃO } y_{\Delta\omega} \text{ é } C, \quad (22)$$

as quais são rotuladas como R_i , com $i = 1, \dots, M$. As funções de pertinência da parte antecedente das regras (referentes aos conjuntos A e B), bem como da parte consequente da base de regras (conjunto C), são mostradas na Figura 2(a). Baseado em conhecimento prévio sobre o procedimento de estabilização de trajetórias, foi construída a Tabela 1 que comporta as 49 regras do controlador nebuloso.

Para demonstrar como a máquina de inferência funciona, assume-se agora a forma relacional para i -ésima regra: $R_i = A_i \times B_i \rightarrow C_i$, com A_i , B_i e C_i sendo quaisquer dos conjuntos NG, NM, NP, ZE, PP, PM ou PG. A parte antecedente de cada regra apresenta a seguinte função de pertinência:

$$\mu_{A_i \times B_i}(x_\Gamma, x_\Theta) = \mu_{A_i}(x_\Gamma) \star \mu_{B_i}(x_\Theta),$$

na qual \star representa a t-norma $u \star v = \min(u, v)$. Utilizando-se o operador implicação (\rightarrow) de Mandani (Wang, 1997), a função de pertinência da i -ésima regra é então escrita como

$$\mu_{R_i}(x_\Gamma, x_\Theta) = \min(\mu_{A_i}(x_\Gamma), \mu_{B_i}(x_\Theta), \mu_{C_i}(y_{\Delta\omega})). \quad (23)$$

A função de pertinência $\mu_Y(y_{\Delta\omega})$ é por fim determinada por

$$\mu_Y(y_{\Delta\omega}) = \mu_{R_1}(x_\Gamma, x_\Theta) \dot{+} \dots \dot{+} \mu_{R_M}(x_\Gamma, x_\Theta), \quad (24)$$

com $\dot{+}$ representando a s-norma $u \dot{+} v = \max(u, v)$.

O *defuzzyfier* realiza o mapeamento do conjunto nebuloso Y na variável numérica $\Delta\omega$ a partir de $\mu_Y(y_{\Delta\omega})$, obtida pela máquina de inferência, através do produto entre o centro de gravidade de $\mu_Y(y_{\Delta\omega})$, $y_{\Delta\omega}^*$, e uma constante de normalização $\Delta\omega_N$: $\Delta\omega = y_{\Delta\omega}^* \Delta\omega_N$. A escolha das constantes Γ_N , Θ_N e $\Delta\omega_N$ é muito importante, pois elas determinam os intervalos de operação dos controladores nebulosos no domínio numérico.

5 ESTUDO COMPARATIVO POR SIMULAÇÃO

5.1 Condições de simulação

Nos resultados que seguem, foi simulado um robô móvel com os mesmos parâmetros do modelo dinâmico parâmetros que foram usados em (Fukao et al., 2000). Considerando o acionamento das rodas de tração feito por motores DC com campo gerado por imã permanente, o seguinte modelo

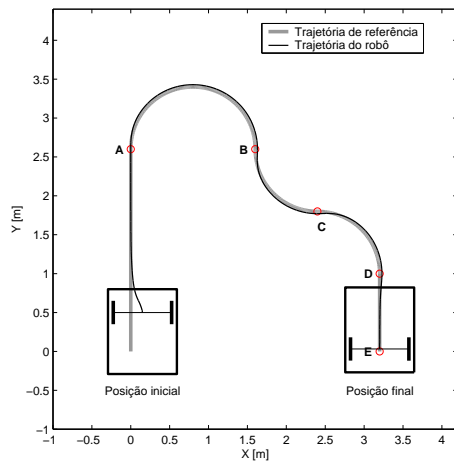


Figura 3: Simulador e condições de simulação.

relaciona $\tau = [\tau_d, \tau_e]^T$ e a tensão no estator dos motores $\mathbf{u} = [u_d, u_e]^T$:

$$\dot{\tau} = -\frac{R_m}{L_m}\tau - \frac{\rho K_m}{L_m K_{\tau_m}} \begin{pmatrix} \frac{v_d}{\tau_d} \\ \frac{v_e}{\tau_e} \end{pmatrix} + \frac{\rho}{L_m K_{\tau_m}} \mathbf{u} \quad (25)$$

Na equação acima, supondo os motores idênticos, R_m e L_m são respectivamente a resistência e a indutância do rotor, K_m é a constante que multiplica a velocidade angular do eixo do motor para se obter a força eletromotriz de rotação, ρ é o fator de redução do sistema de engrenagens entre o motor e a roda associada, e K_{τ_m} é a constante que multiplica o torque do eixo do motor para se obter a corrente no circuito do rotor. Nas simulações, foram usados: $R_m = 1,0$, $L_m = 500 \cdot 10^{-6}$, $K_m = 1,0$, $\rho = 40$ e $K_{\tau_m} = 2,0$. O controle de velocidade das rodas é feito por controladores adaptativos por modelo de referência (CAMR) (Åström and Wittenmark, 1995)(exemplo 5.2).

O simulador foi concebido no ambiente Matlab. A base de tempo para a simulação é de $T = 1,0 \text{ ms}$, sendo que o modelo dinâmico é integrado usando aproximação de primeira ordem ao passo de $T = 0,1 \text{ ms}$. São aplicadas saturações nas tensões dos motores: $|u_d| \leq 12$ e $|u_e| \leq 12$. Γ e Θ são perturbados por ruído gaussiano de média nula e desvio-padrão $0,5 \text{ cm}$ e $0,2^\circ$, respectivamente. O simulador encontra-se disponível na internet no seguinte endereço: http://www.ene.unb.br/~gaborges/Research/Traj/Traj_br.html.

A Figura 3 ilustra uma execução do simulador, onde são mostrados o robô nas posições inicial e final, a trajetória de referência e a trajetória realizada pelo robô. Alguns pontos de controle sobre a trajetória de referência são indicados pelas letras A, B, C, D e E, sendo composta de dois segmentos de reta e três arcos (A-B, B-C e C-D). A posição inicial é definida de forma que o erro seja dado por $\Gamma = \Gamma_0$ e $\Theta = 0$. Nas simulações a seguir, utilizou-se $\Gamma_c = 0,03 \text{ m}$ para os controladores não-linear e proporcional. Para ajustar o controlador nebuloso, usou-se inicialmente para Γ_N e Θ_N os máximos valores aceitáveis que estas variáveis podem assumir. Uma relação direta liga $\Delta\omega_N$ ao mínimo raio de curvatura que o controlador poderia empregar ao veículo. Assim, após algumas interações, chegou-se a $\Gamma_N = 0,5 \text{ m}$, $\Theta_N = 90^\circ$ e $\Delta\omega_N = 30^\circ/\text{s}$ como parâmetros resultando em um controlador satisfatório.

5.2 Simulação 1

Nesse seção, são apresentados resultados obtidos com o uso dos controladores propostos quando aplicados para seguir a trajetória da Figura 3. Com erro inicial $\Gamma_0 = 0,15 \text{ m}$, os resultados obtidos com os três controladores são bastante semelhantes ao apresentado na Figura 3. No início do movimento, durante a primeira reta, a correção da trajetória se faz de forma suave com os controladores proporcional e não-linear. O controlador nebuloso apresenta um ligeiro *overshoot*. Esse fenômeno é provavelmente devido ao ganho do controlador nebuloso ser, nessa região do erro de trajetória, superior ao apresentado pelos controladores proporcional e não-linear. No entanto, talvez por apresentar ganho maior, o controlador nebuloso apresenta um erro de rastreamento nos arcos inferior ao apresentado pelos controladores proporcional e não-linear (ver trechos A-B, B-C e C-D). Para esses dois últimos, o erro obtido sobre Γ confere com o esperado, ou seja, $\Gamma_c = 0,03 \text{ m}$.

5.3 Simulação 2

Nas condições da simulação anterior, é possível observar uma vantagem dos controladores clássicos (CP e CNL) sobre a abordagem nebulosa que seria em poder determinar os parâmetros de controle de forma analítica em função do comportamento desejado. No entanto, observou-se em simulações que, com a redução de Γ_c e o consequente aumento do ganho dos controladores clássicos, existe um aumento do *overshoot* quando da correção no primeiro trecho da trajetória com $\Gamma_0 = 0,15 \text{ m}$, ou seja, no segmento de reta. Além do mais, aumenta também as velocidades calculadas para as rodas, fazendo os atuadores saturar mais frequentemente. O mesmo ocorre com um controlador nebuloso, se $\Delta\omega_N$ for aumentado.

Uma outra forma intuitiva de reduzir o erro de rastreamento nos arcos seria incluir um termo integral na lei de controle $\Delta\omega(t)$, além do termo correspondente aos controladores apresentados. Esse termo seria da forma $K_{i\Gamma} \cdot \int \Gamma(t)dt$, no qual $K_{i\Gamma}$ deveria ser determinado. Com $K_{i\Gamma} = 0,04$, conseguiu-se um melhor compromisso entre a amplitude do *overshoot* na correção com $\Gamma_0 = 0,15 \text{ m}$, e o espaço percorrido no arco A-B antes de se alcançar um pequeno erro de trajetória. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 4. Observa-se nessas curvas que o controlador nebuloso apresentou melhores resultados do que os controladores clássicos, sobretudo na correção nos arcos de trajetória.

5.4 Simulação 3

Apesar dos resultados satisfatórios obtidos com a inclusão de um termo integral na simulação anterior, essa solução releva alguns problemas. Além do mais, para valores maiores de Γ_0 , ocorre que termo integral cresça bastante, fazendo com que aumente o *overshoot* quando do rastreamento da reta inicial, levando a oscilações importantes em torno da trajetória. Uma forma de minimizar a amplitude das oscilações seria de limitar o ângulo Θ com o qual o veículo se dirige na direção da trajetória, que ocorre nas seguintes condições: (i) condição de convergência com a trajetória à esquerda do veículo: $\Gamma > \Gamma_{\lim}$ e $\Theta < -\Theta_{\lim}$; (ii) condição de convergência com a trajetória à direita do veículo: $\Gamma < -\Gamma_{\lim}$ e $\Theta > \Theta_{\lim}$. Quando essas condições são detectadas, faz-se $\Delta\omega = 0$, o que implica no robô seguindo em linha reta,

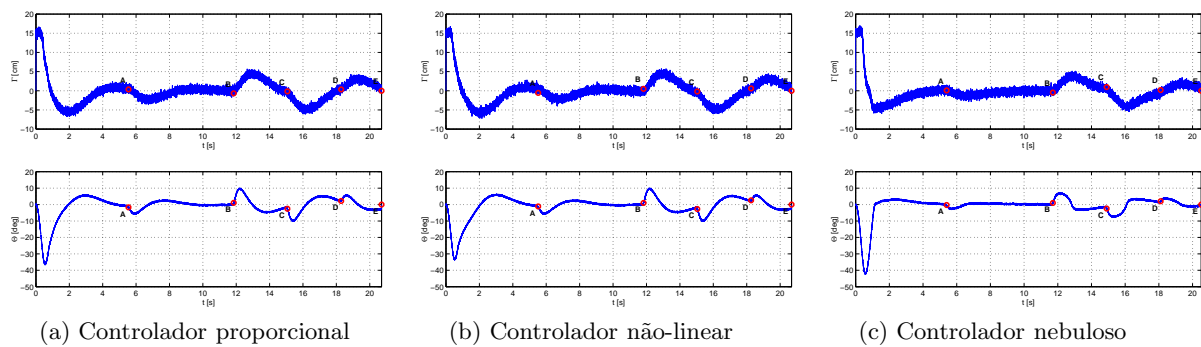


Figura 4: Curvas de erro de trajetória obtidas na simulação 2.

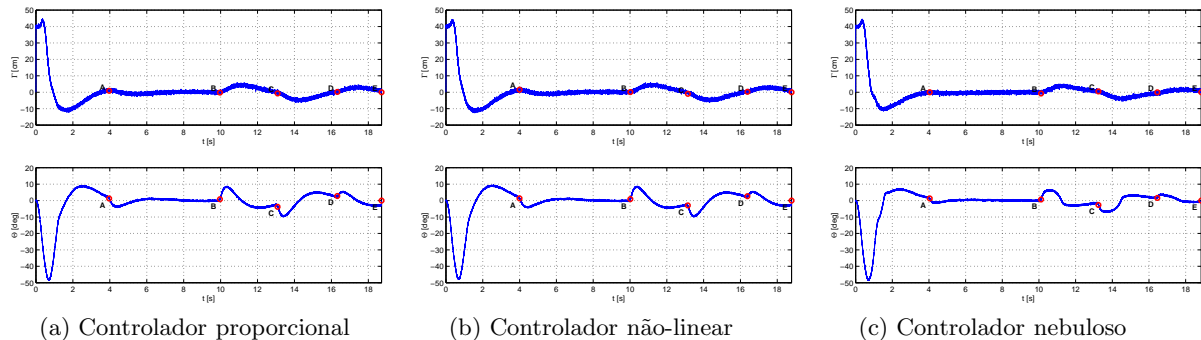


Figura 5: Curvas de erro de trajetória obtidas na simulação 3.

ainda que em direção à trajetória de referência, o que mantém a convergência na correção de trajetória. E ainda, o termo integral deve se manter constante nessas condições. Usando $\Gamma_{\text{lim}} = 0,15 \text{ m}$ e $\Theta_{\text{lim}} = 20^\circ$, e com $\Gamma_0 = 0,4 \text{ m}$, as curvas de erro de trajetória obtidas com os diferentes controladores são mostradas na Figura 4. Pode-se observar que os resultados obtidos com o controlador nebuloso são ligeiramente melhores que os obtidos com os controladores clássicos.

6 CONCLUSÕES

Esse artigo apresentou três abordagens para o controle cinemático de trajetórias com ação diferencial em robôs móveis. Foi apresentado um estudo comparativo por simulação baseado no modelo dinâmico de um veículo, incluindo controle adaptativo de velocidade, ruído na estimação de erro de trajetória e saturação de atuadores dos motores. Não foi cogitado a simulação de outras imperfeições, pois os erros ocasionados somente poderiam ser corrigidos se devidamente modelados e observáveis. No entanto, para todos os controladores apresentados e dada a necessidade de complementos (*e.g.*, termo integral), sua implementação em sistemas reais não parece justificar uma ou outra metodologia.

REFERÊNCIAS

- Åström, K. and Wittenmark, B. (1995). *Adaptive Control*, 2nd edn, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J.
- Borges, G., Lima, A. and Deep, G. (2000). Design of an output feedback trajectory controller for an automated guided vehicle, *XIII Congresso Brasileiro de Automática*.
- Colbaugh, R., Barany, E. and Glass, K. (2000). Tracking control of uncertain dynamic nonholonomic system

and its application to wheeled mobile robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **16**(6): 870–874.

- d'Andréa Novel, B., Campion, G. and Bastin, G. (1995). Control of nonholonomic wheeled mobile robots by state feedback linearization, *The International Journal of Robotics Research* **14**(6): 543–559.
- Fukao, T., Nakagawa, H. and Adachi, N. (2000). Adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **16**(5): 609–615.
- Nascimento Jr., C. and Yoneyama, T. (2000). *Inteligência Artificial em Controle e Automação*, Editora Edgard Blücher Ltda.
- Oliveira, V., Pieri, E. and Lages, W. (2001). Controle de robôs móveis via modos deslizantes e redes neurais, *Proceedings of the V Brazilian Conference on Neural Networks*, pp. 91–96.
- Sandi, F., Hemerly, E. and Lages, W. (1998). Sistema para navegação e guiagem de robôs móveis autônomos, *SBA Controle & Automação* **9**(3): 107–118.
- Sørddalen, O. and de Wit, C. (1993). Exponential control law for a mobile robot: Extension to path following, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **9**(6): 837–842.
- Wang, L.-X. (1997). *A Course in Fuzzy Systems and Control*, Prentice Hall.