

Introdução a Sistemas de Controle Digital e Modelagem de Sistemas no Tempo Discreto

Prof. Nilo Rodrigues

Sistemas de Controle e Automação



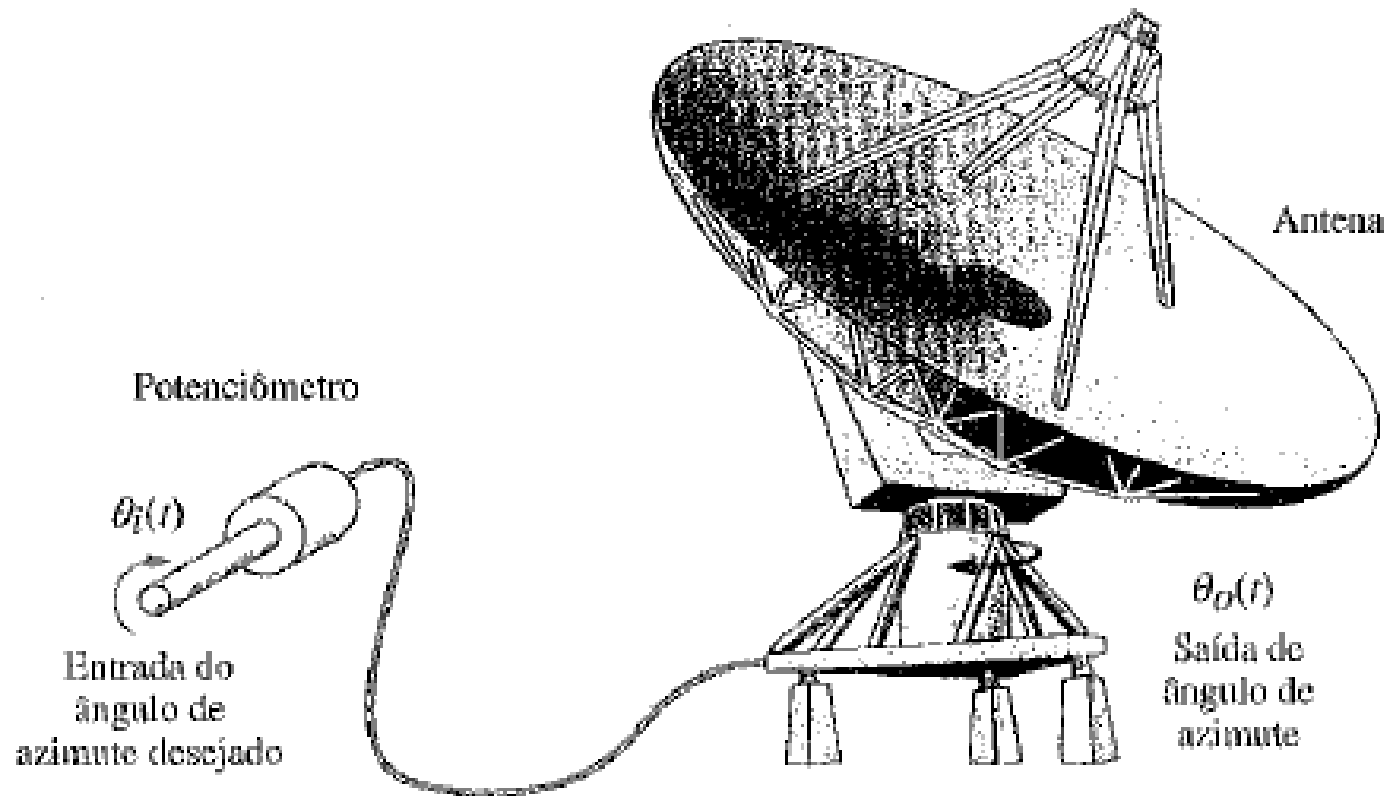
Universidade de Fortaleza

Centro de Ciências Tecnológicas

Curso de Engenharia de Computação

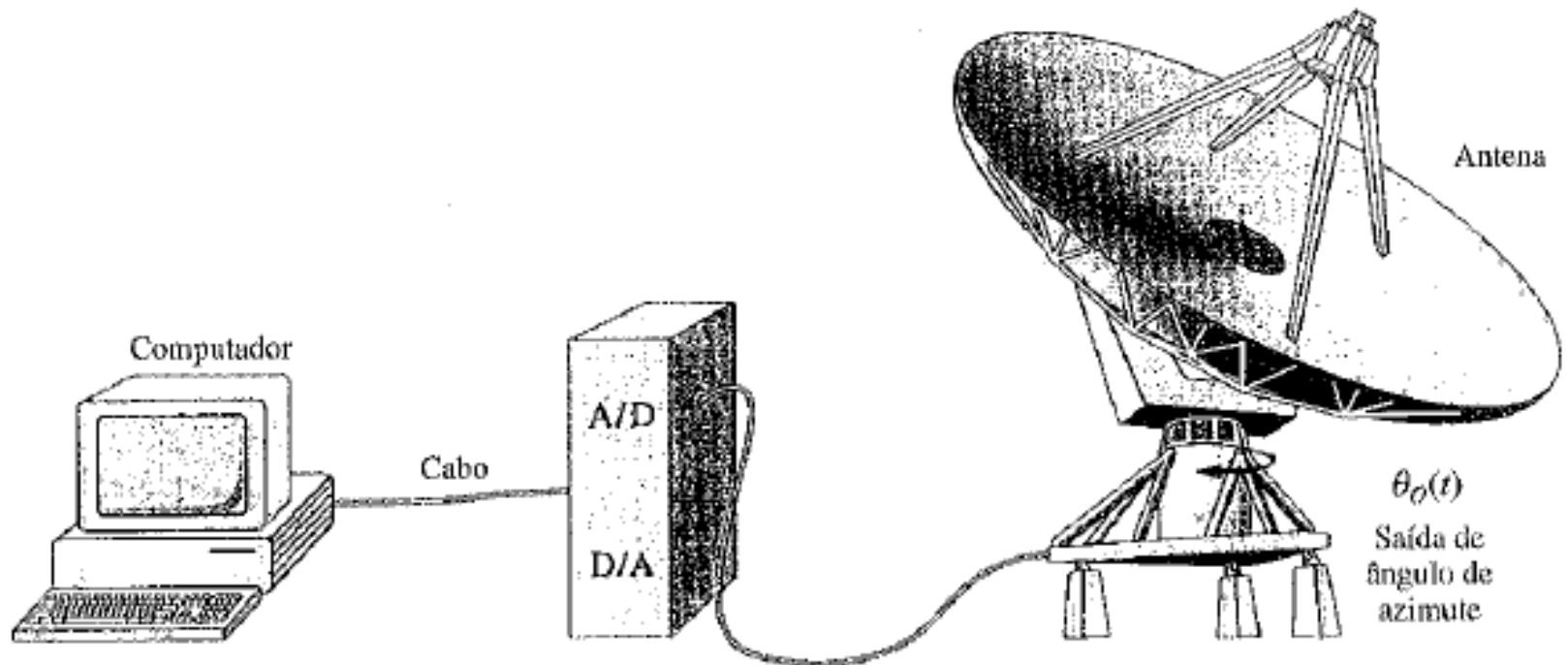
Introdução

- Os sistemas de controle analógicos utilizam **circuitos elétricos e eletrônicos** para implementar as funções de controle.



Introdução

- Os sistemas de controle digitais utilizam **computadores** associados a conversores AD/DA para implementar as funções de controle.

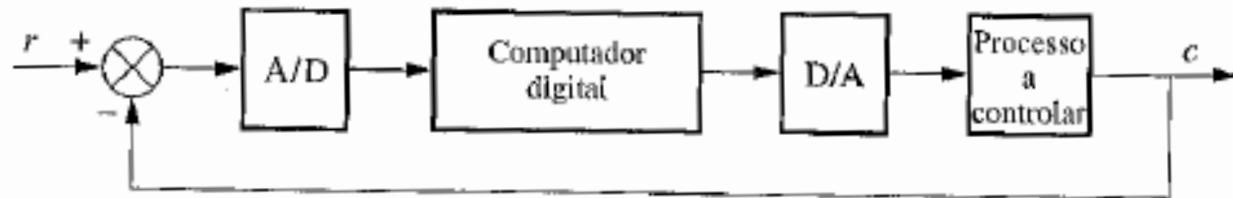


Introdução

- Os primeiros sistemas de controle digital utilizavam computadores de grande porte que ocupavam bastante espaço.
- Com o desenvolvimento dos microcomputadores (~1970), os sistemas físicos passaram a ser controlados por computadores pessoais, instalados junto à planta.
- O computador digital pode executar duas funções:
 - ❖ **Supervisão** (externa à malha de realimentação);
 - ❖ **Controle** (interna à malha de realimentação).
- As funções de transferência, representando compensadores construídos com componentes analógicos são agora substituídas por cálculos do computador digital que imitam o compensador físico.

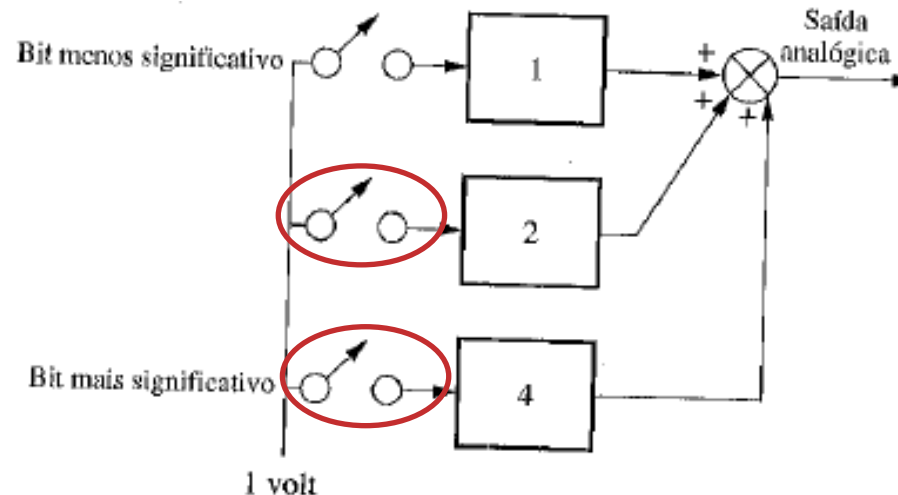
Introdução

- O uso de computadores digitais apresenta algumas **vantagens**:
 - ❖ Redução de custo;
 - ❖ Flexibilidade para fazer mudanças no projeto;
 - ❖ Imunidade a ruído.
- Como a principal função do computador digital é controlar o processo de interesse, sua posição na malha de controle é em substituição ao compensador analógico.



Conversor DA

- A conversão digital-analógica é simples e efetuada de forma instantânea, através da **soma** de tensões elétricas **ponderadas** com os pesos 1, 2, 4, ..., 2^n .

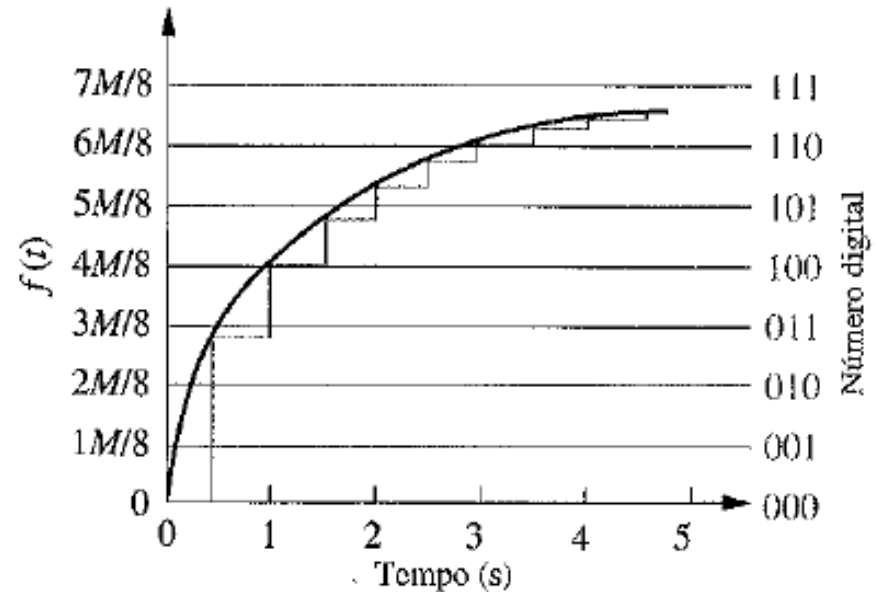
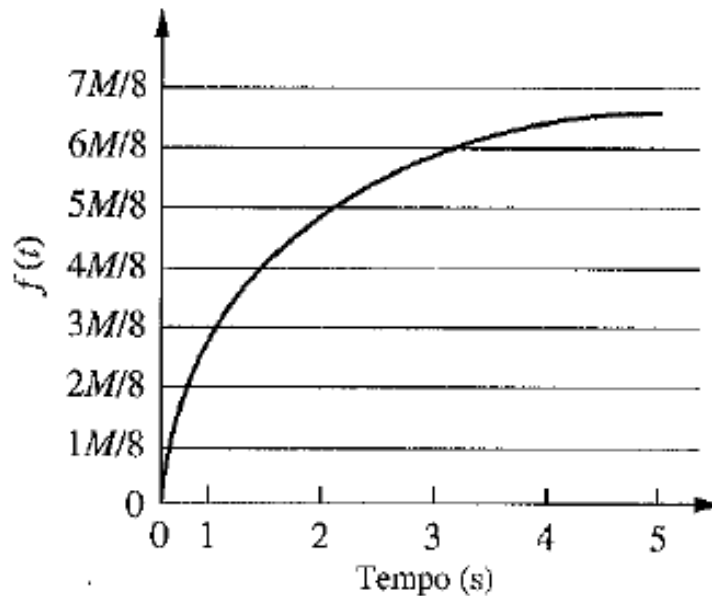


110 ➡ 6 volts

Conversor AD

- A conversão analógica-digital, por outro lado, é um processo de duas etapas e não é instantâneo. Inicialmente o sinal analógico é convertido em um **sinal amostrado** e depois transformado em uma seqüência de **números binários**.
- **Taxa mínima de amostragem**: Deve ser pelo menos duas vezes a banda passante do sinal, ou ocorrerá distorção (*freqüência de Nyquist*)
- O sinal analógico é amostrado em intervalos periódicos e mantido constante durante o período de amostragem pelo **segurador de ordem zero** (z.o.h) que produz uma aproximação do sinal analógico na forma de degraus.
- Seguradores de ordem superior geram formas de onda mais complexas e mais exatas entre os instantes de amostragem.

Conversor AD



- Para converter o valor amostrado em um número binário, a faixa dinâmica de valores de tensão do sinal analógico é dividida em níveis discretos, e a cada nível é atribuído um número binário (**quantização**).
- Diferença entre níveis de quantização: $M/2^n$

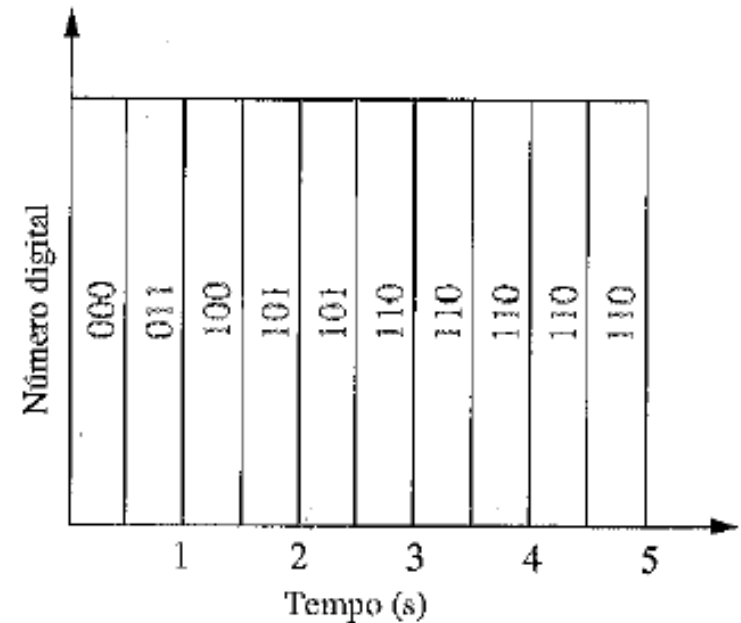
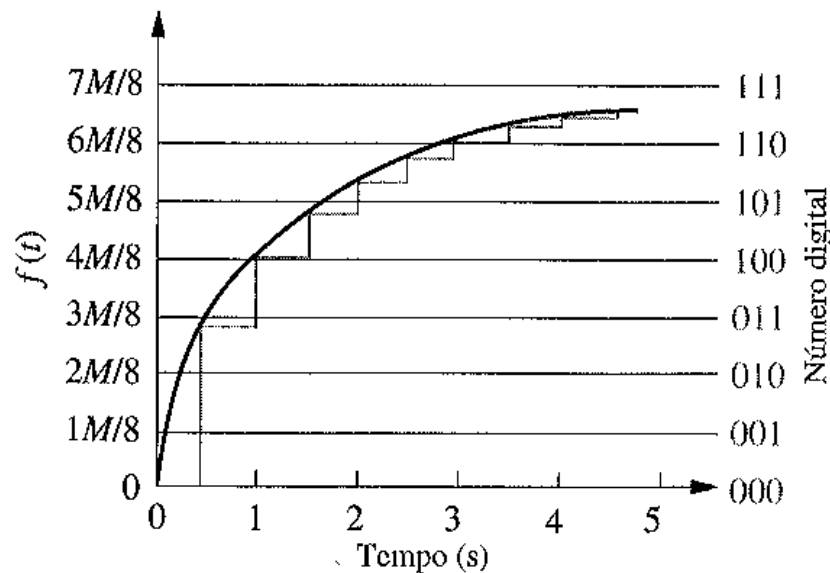
Conversor AD

- **Erro de quantização:** Note que haverá um erro associado a cada valor analógico digitalizado, exceto nas tensões que correspondem aos limites da quantização.
- O processo de quantização faz o arredondamento das tensões analógicas para o nível mais próximo, logo o **erro de quantização máximo** será metade da diferença entre os níveis de quantização.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{M}{2^n} = \frac{M}{2^{n+1}}$$

- A segunda etapa da conversão analógica-digital é associar a cada nível de quantização um **número binário** e a partir de então enviar o sinal ao computador digital via interface de dados.

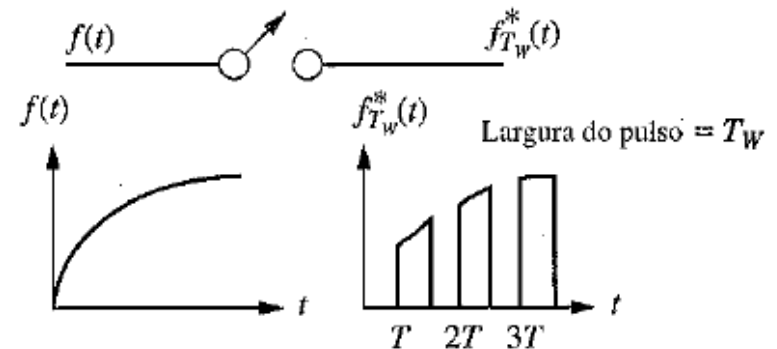
Conversor AD



- Ao substituir o controlador analógico, o computador passa a operar com uma **aproximação** do sinal analógico quantizada em amplitude.
- Ao analisar sistemas de controle discretos com realimentação, a **taxa de amostragem** terá impacto direto nas características de estabilidade e resposta transitória.

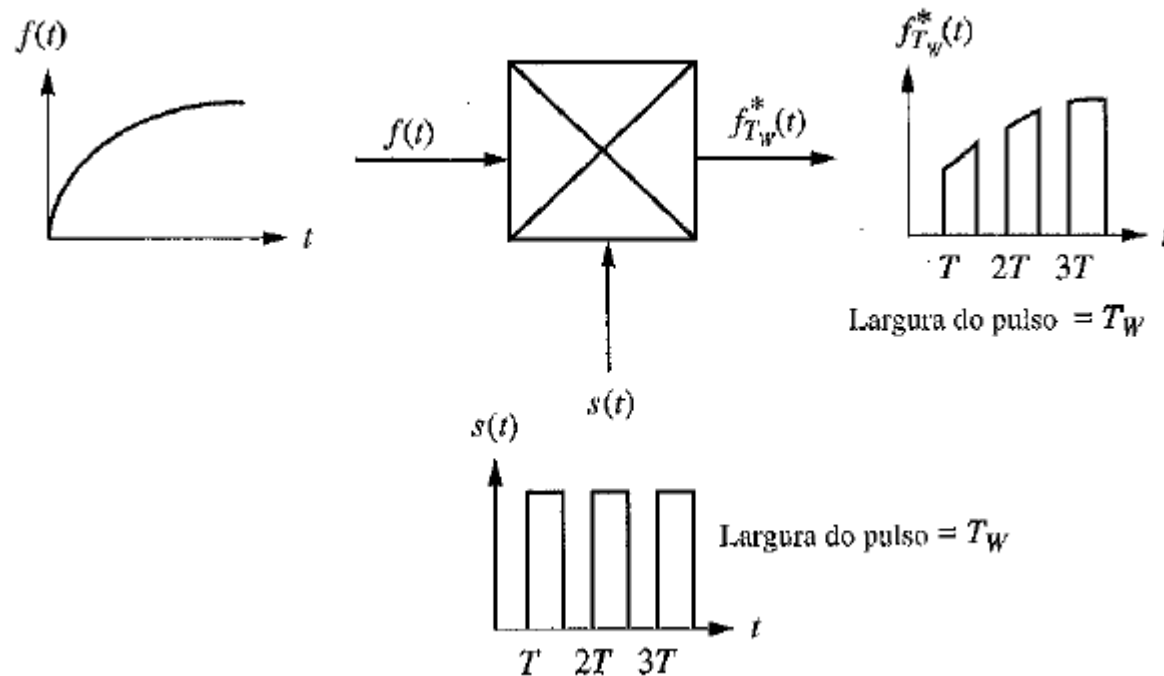
Modelagem do Amostrador

- O fato de os sinais serem amostrados e retidos com valor constante em intervalos especificados faz com que o desempenho do sistema se **altere** ao mudar a taxa de amostragem.
- Iremos modelar o computador digital representado por um amostrador e um segurador de ordem zero. Neste processo, a transformada de Laplace se torna incômoda e precisamos substituí-la pela **transformada z**.
- Um sinal pode ser amostrado utilizando uma chave com ciclo de abertura e fechamento em intervalos constantes.



Modelagem do Amostrador

- Uma outra opção de amostragem é utilizar o **produto** da forma de onda no domínio do tempo por uma **função de amostragem** formada por uma seqüência de pulsos de amplitude, largura e frequência constantes.



Modelagem do Amostrador

- A forma de onda no domínio do tempo amostrada é dada por:

$$f_{T_w}^*(t) = f(t)s(t) = f(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} u(t - kT) - u(t - kT - T_w)$$

- Aplicar a transformada de Laplace diretamente na equação acima não é simples. Uma simplificação pode ser feita se admitirmos que a **largura** uniforme dos pulsos é **pequena** em comparação ao **período** de forma que a **função** possa ser considerada **constante** durante o intervalo de amostragem.

$$T_w \ll T \quad \longrightarrow \quad f(t) \approx f(kT)$$

Modelagem do Amostrador

- Então, para uma largura de pulso **pequena**:

$$f_{T_w}^*(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT) [u(t - kT) - u(t - kT - T_w)]$$

- Aplicando a **Transformada de Laplace**, fazendo uso da propriedade da função transladada:

$$F_{T_w}^*(s) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT) \left[\frac{e^{-kTs}}{s} - \frac{e^{-kTs - T_w s}}{s} \right] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT) \left[\frac{1 - e^{-T_w s}}{s} \right] e^{-kTs}$$

- O termo $e^{-T_w s}$ pode ser expandido em série e simplificado para T_w pequeno:

$$e^{-T_w s} = 1 - T_w s + \frac{(T_w s)^2}{2!} - \dots \cong 1 - T_w s$$

Modelagem do Amostrador

- Logo:

$$F_{T_W}^*(s) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT) \left[\frac{1 - 1 + T_W s}{s} \right] e^{-kTs} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT) T_W e^{-kTs}$$

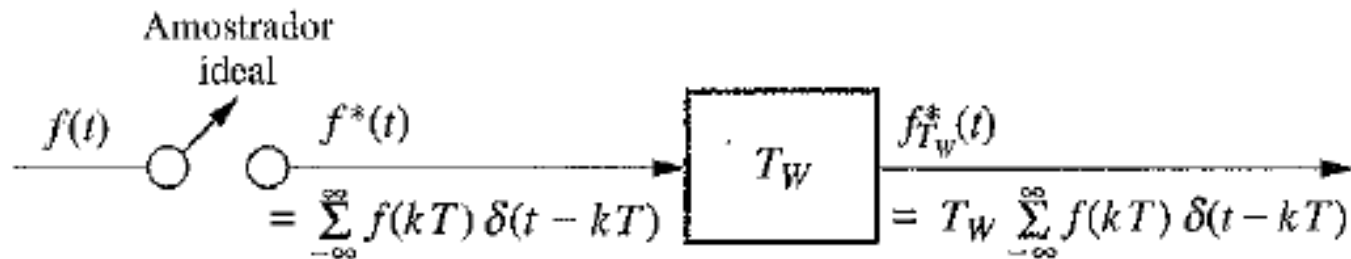
- Aplicando a **Transformada Inversa de Laplace** e fazendo uso novamente da propriedade da função transladada:

$$f_{T_W}^*(t) = T_W \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT) \delta(t - kT)$$

- O resultado da amostragem com pulsos retangulares pode ser visto como uma série de funções **impulso** das quais a área é o produto da largura do pulso retangular pela amplitude da forma de onda amostrada.

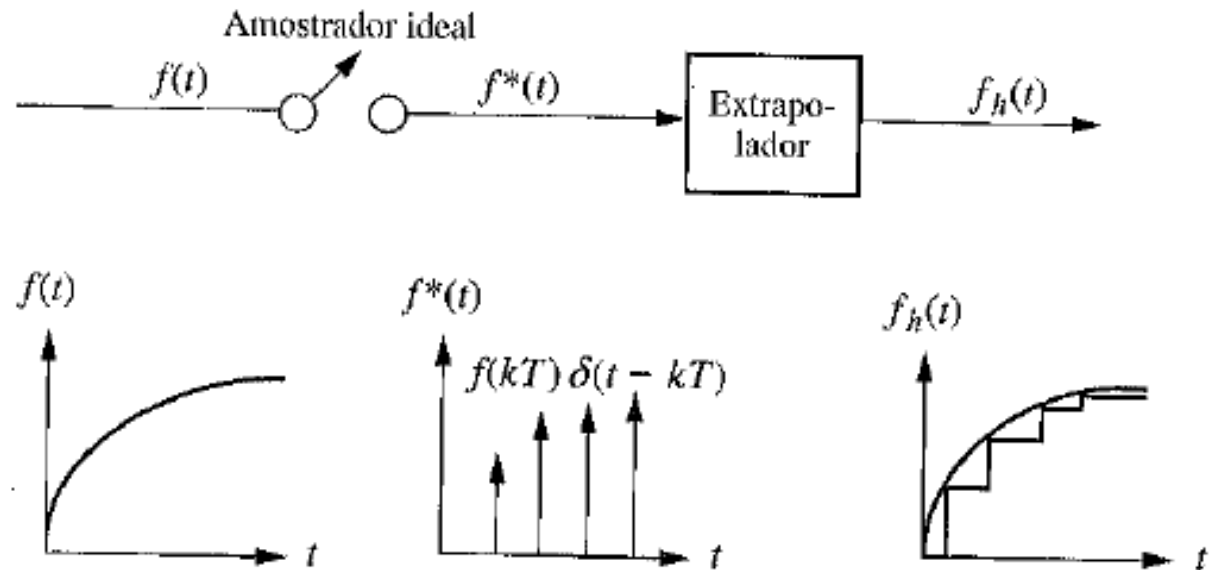
Modelagem do Amostrador

- O amostrador pode ser modelado por dois blocos: o primeiro representando um **amostrador ideal** que não depende das características da forma de onda de amostragem e o segundo dependente da **largura do pulso** de amostragem.



Modelagem do Segurador de Ordem Zero

- O segurador de ordem zero tem a função de reter o último valor amostrado da forma de onda.



- Se admitirmos um amostrador ideal ($T_w = 1$), a função $f^*(t)$ é representada por uma seqüência de funções **impulso**. O segurador de ordem zero fornece uma seqüência de funções **degrau**, cuja amplitude é $f(kT)$.

Modelagem do Segurador de Ordem Zero

- Sabemos que a **função de transferência** de qualquer sistema linear é igual à Transformada de Laplace da **resposta ao impulso**.
- Como um impulso único do amostrador resulta em um **degrau** durante o intervalo de amostragem, a transformada de Laplace deste degrau de saída é a função de transferência do segurador de ordem zero.
- Usando um impulso aplicado no instante zero, a transformada do degrau resultante que inicia em $t = 0$ e termina em $t = T$ é:

$$G_h(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s}$$

Na próxima aula...

Transformada Z

Prof. Msc. Nilo Rodrigues



Universidade de Fortaleza

Centro de Ciências Tecnológicas

Curso de Engenharia de Computação