

## Modélisation et Simulation Robotique

### Projet de Conception, Modélisation et Commande d'un robot parallèle 3RRR

...

#### 1 Objectif

L'objectif du projet est de concevoir, modéliser et commander un robot manipulateur parallèle plan à 3 d.l. Ce robot possède 3 branches identiques, chacune de type RRR. Chaque branche relie le bâti (0) à l'effecteur (E) par 3 liaisons rotoïde et deux corps rigides intermédiaires.

#### 2 Modèle géométrique

Le modèle géométrique inverse, utile pour la commande, consiste à calculer les angles articulaires, en particulier ceux des actionneurs ( $\alpha_i$ ), pour une pose désirée de l'effecteur ( $x_E, y_E, \theta_E$ ).

Deux fonctions codes sont données en langage matlab.

1. La première utilise une résolution numérique d'équations non-linéaires principalement basée sur l'algorithme itératif de Newton-Raphson. Ces équations expriment que les positions des points extrémités des bras  $B_i$  rejoignent celles des points  $E_i$  de l'effecteur. Le problème étant plan, il y a deux coordonnées x,y pour chaque contrainte. On se retrouve donc avec un problème à 6 équations et 6 inconnus ( $\alpha_i, \beta_i$ ). Cette première méthode nécessite une solution initiale, qui conditionne la solution trouvée.
2. La deuxième donne les solutions analytiques du problème inverse. Elle est basée sur le modèle inverse d'un 2R plan. Le signe de  $\beta_i$  est à définir en fonction de la configuration recherchée, coude en haut ou en bas.

#### 3 Modèle cinématique

Le modèle cinématique d'un robot parallèle relie les vitesses des actionneurs  $\dot{\alpha}_i$  au torseur des vitesses de l'effecteur ( $v_x, v_y, \omega_z$ ) exprimé dans le repère local  $\mathcal{R}_E$ . On démontre la forme suivante du modèle cinématique

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \cos \gamma_1 & \sin \gamma_1 & d_1 \\ \cos \gamma_2 & \sin \gamma_2 & d_2 \\ \cos \gamma_3 & \sin \gamma_3 & d_3 \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} e_1 & 0 & 0 \\ 0 & e_2 & 0 \\ 0 & 0 & e_3 \end{pmatrix}}_{\mathbf{B}} \begin{pmatrix} \dot{\alpha}_1 \\ \dot{\alpha}_2 \\ \dot{\alpha}_3 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Les variables  $\gamma_i, d_i, e_i$  dans les deux matrices  $\mathbf{A}, \mathbf{B}$  sont définies sur la figure 3. Toutes ces variables sont algébriques (positives ou négatives). Les distances  $d_i, e_i$  sont des bras de

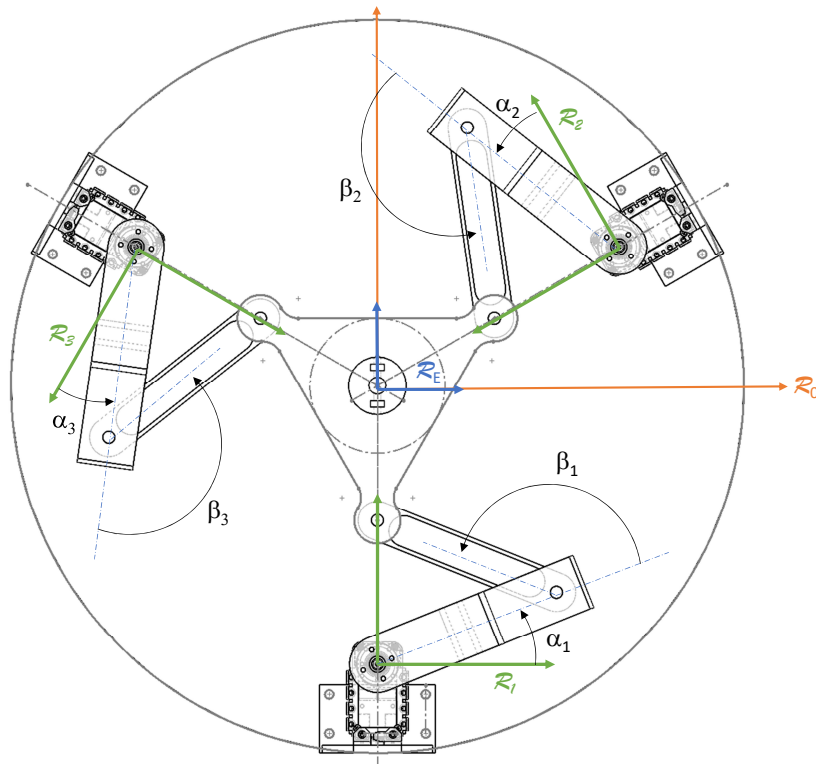


FIGURE 1 – Vue de dessus du robot parallèle 3RRR en position nominale. Différents repères et paramétrage articulaire.

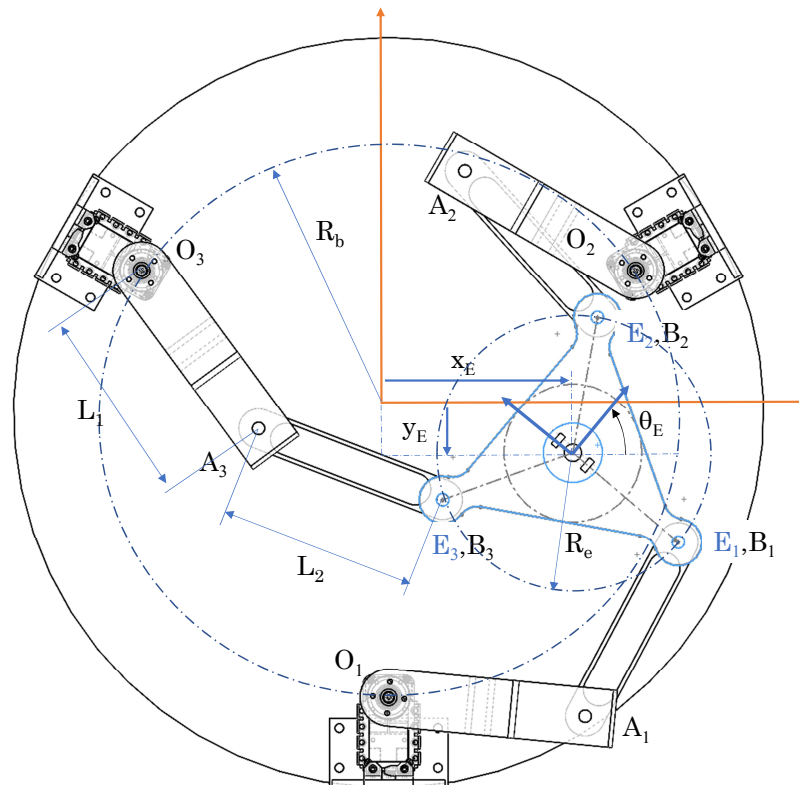


FIGURE 2 – Dimensions et paramètres opérationnels de l'effecteur.

leviers aux points  $E$  et  $O_i$  respectivement et peuvent être calculées avec l'expression d'un moment.

Ces deux Jacobiennes du modèle cinématique permettent de détecter aisément les singularités. Deux types de singularités sont définies,

1. les singularités de la matrice  $\mathbf{A}$  dite parallèle,
2. les singularités de la matrice  $\mathbf{B}$  dite série.

Les figures 4 et 5 illustrent deux singularités de type parallèle. La figure 6 illustre une singularité de type série.

## 4 Travail demandé

### 4.1 Conception

Concevoir sous SolidWorks le robot parallèle en essayant de

- maximiser l'espace de travail,
- réduire les collisions entre les pièces,
- prendre en compte les contraintes de l'impression 3D,
- prendre en compte la puissance des actionneurs disponibles (servomoteur de type AX12 de chez Dynamixel),
- réduire au maximum les flexibilités, les jeux et les frottements,
- prévoir l'emplacement d'un crayon pour tracer.

### 4.2 Simulation

Ecrire les fonctions qui permettent de

1. simuler le mouvement de l'ensemble,
2. tracer sur l'écran la configuration,
3. tracer la trajectoire de l'effecteur,
4. suivre une trajectoire désirée de l'effecteur,
5. et calculer l'orientation  $\theta_E$  de l'effecteur de telle sorte à éviter les singularités (et voire les collisions).

### 4.3 Facultatif : Réalisation

Réaliser avec l'aide du FabLab votre conception, l'assembler, la programmer et valider votre modèle de génération de trajectoire. Nous pouvons vous mettre à disposition 3 servomoteurs AX12 et un kit Dynamixel Starter Set (composé d'un U2D2, U2D2 PHB et son adaptateur secteur).

### 4.4 Rendu

A déposer sur moodle au plus tard le xx/05/2025

- Un rapport au format pdf de 5 pages environ.
- Les programmes sources.
- Une vidéo simulation et/ou réalisation.

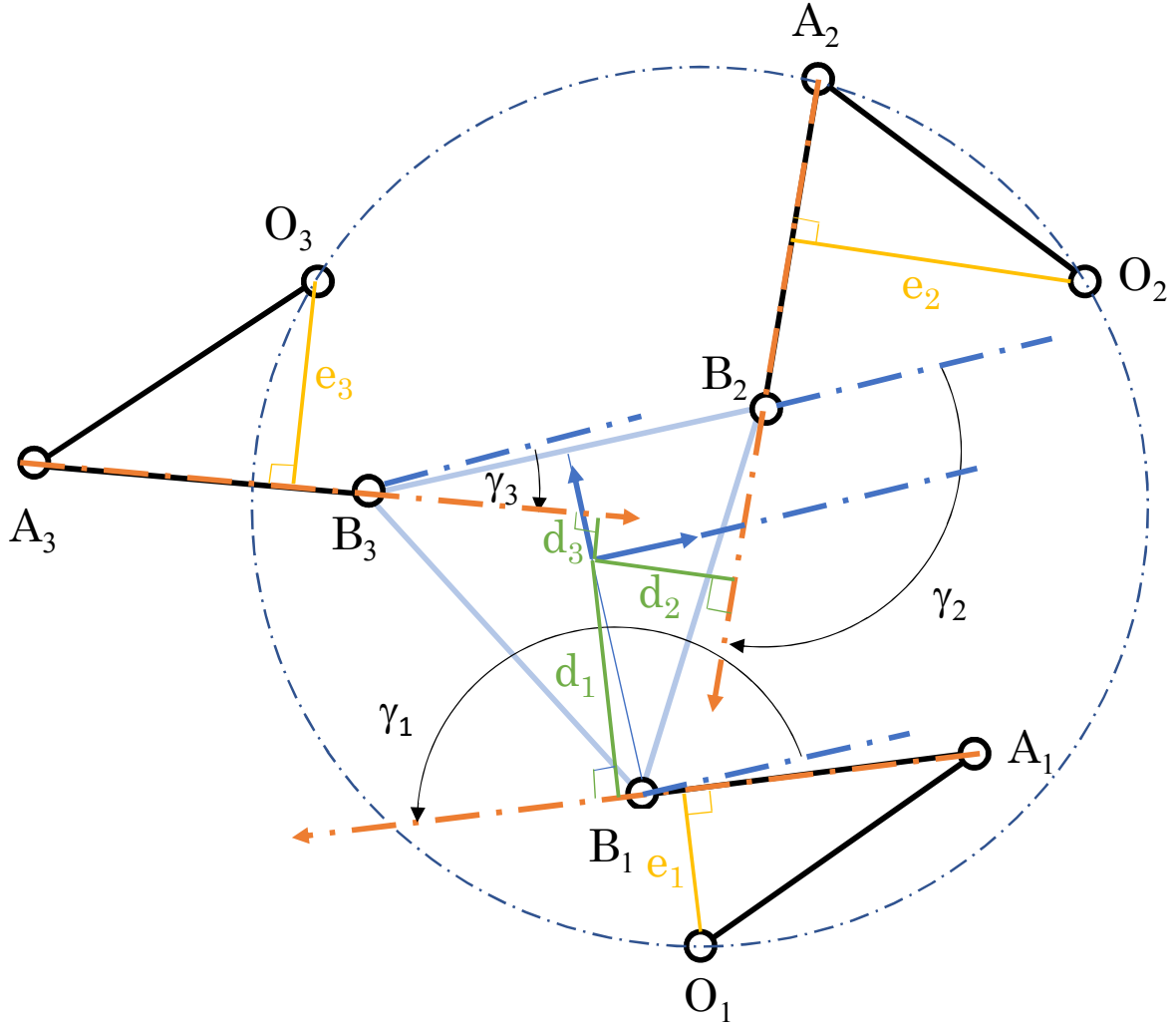


FIGURE 3 – Paramètres du modèle cinématique. Les droites  $A_iB_i$  agissent comme des forces motrices sur l'effecteur. Dans cette figure,  $d_i$  sont toutes négatives (bras de levier des moments des glisseurs  $\frac{\vec{A_iB_i}}{\|A_iB_i\|}$  au centre de l'effecteur) et  $e_i$  sont toutes positives (bras des leviers des moments des glisseurs  $\frac{\vec{A_iB_i}}{\|A_iB_i\|}$  aux points  $O_i$  centres des liaisons actives respectives).

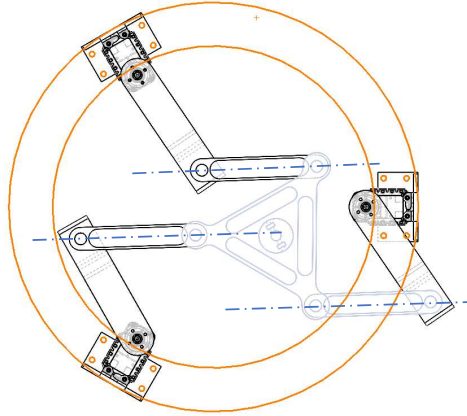


FIGURE 4 – Singularité parallèle ( $\det(\mathbf{A}) = 0$ ,  $\gamma_i = \text{Cte}[\pi]$ ) : les trois droites  $A_iB_i$  sont parallèles. La vitesse linéaire de l'effecteur orthogonale à  $A_iB_i$  est incontrôlable.

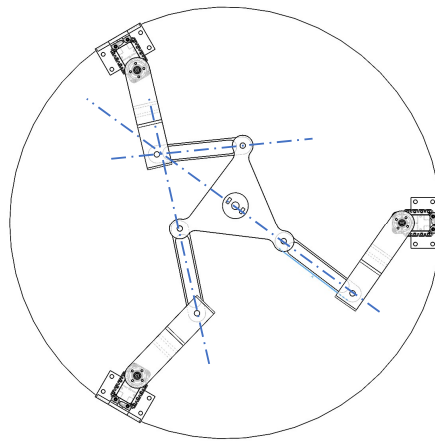


FIGURE 5 – Singularité parallèle ( $\det(\mathbf{A}) = 0$ ) : les trois droites  $A_iB_i$  sont concourantes en un point unique. La vitesse angulaire de l'effecteur suivant z est incontrôlable.

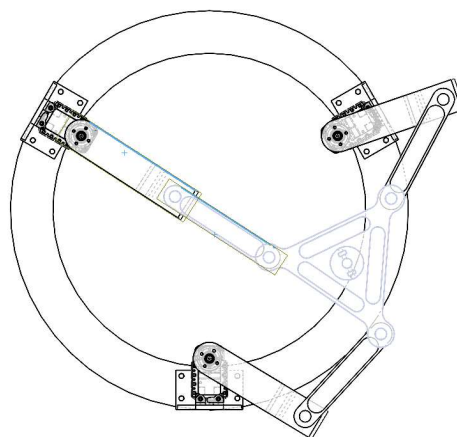


FIGURE 6 – Singularité série ( $\det(\mathbf{B}) = 0$ ) : le bras 3 est à la limite de son espace de travail. La vitesse linéaire du point  $B_3$  suivant la direction de ce bras est nulle (blocage).