

Projet de Simulation

Judicaël Corpet

June 1, 2025

1 Introduction

L'objectif de ce projet est de mettre en application des modèles générés lors des séances de travaux pratiques sous la responsabilité de M. Dogan Sinan Haliyo.

2 Simulation d'un moteur à courant continu (CC)

L'objectif est de créer un modèle numérique du moteur à courant continu avec comme entrée U_m et comme sortie la vitesse Ω et le couple Γ .

2.1 Solution analytique

On considère la simplification suivante : $L \approx 0H$

L'équation électrique devient alors : $U_m(t) = E(t) + Ri(t)$ avec $E(t) = k_e \Omega(t)$

On obtient ainsi l'expression de l'intensité : $i(t) = \frac{U_m - k_e \Omega(t)}{R}$

L'équation mécanique devient : $J \frac{d\Omega(t)}{dt} + f\Omega(t) = \Gamma(t)$ avec $\Gamma(t) = k_c i(t)$

En remplaçant $i(t)$ par son expression on obtient : $J \frac{d\Omega(t)}{dt} + f\Omega(t) = k_c \frac{U_m - k_e \Omega(t)}{R}$

$$\Rightarrow J \frac{d\Omega(t)}{dt} + f\Omega(t) + \frac{k_e k_c \Omega}{R} = \frac{k_c U_m}{R}$$

On a une équation différentielle de la forme $\frac{d\Omega(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} \Omega = KU_m$ (1)

Avec $\tau = \frac{J}{f + \frac{k_e k_c}{R}}$ et $K = \frac{k_c}{R(f + \frac{k_e k_c}{R})}$

Considérons un échelon de tension $U_m = U_0 u(t)$ avec $u(t)$ la fonction échelon et la condition initiale $\Omega(0) = 0$

La solution de l'équation (1) est donnée par $\Omega(t) = KU_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ et en remplaçant K par son expression on obtient :

$$\Omega(t) = \frac{k_c}{R(f + \frac{k_e k_c}{R})} U_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \text{ avec } \tau = \frac{J}{f + \frac{k_e k_c}{R}}$$

2.2 Simulation

2.2.1 validation du modèle

Après construction de la classe "MoteurCC", voici la réponse indicielle tracée par le simulateur et la comparaison avec la réponse théorique visible sur la *Figure 1*.

On remarque que la réponse indicielle simulée par le modèle épouse la courbe de la réponse théorique, ce qui valide le modèle.

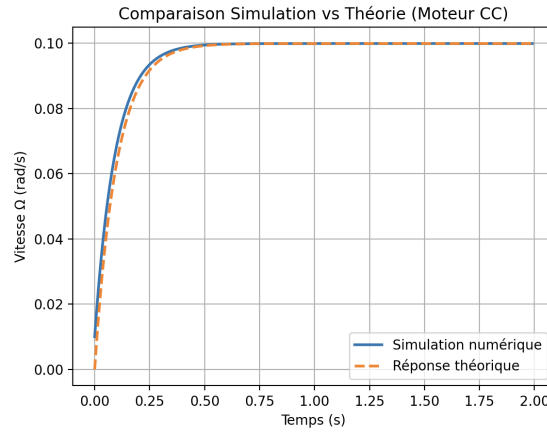


Figure 1: Comparaison des réponses indicielle et théorique

2.2.2 influence de la simplification

Les avantages :

- modèle plus simple à simuler avec une équation du 1^{er} ordre
- temps de calcul réduit

Les inconvénients :

- accélération artificielle de la réponse transitoire du moteur au démarrage ou lors d'un changement de consigne
- ajustement instantané du courant (non réaliste)

2.2.3 enrichissement du modèle

Pour enrichir le modèle on peut prendre en compte les forces suivantes :

- inertie de la charge (ajoutée à l'inertie du rotor)
- couple résistant extérieur
- viscosité externe (frottements additionnels)

La réponse indicielle obtenue avec le modèle enrichi et permettant de valider ce modèle est visible sur la *Figure 2*.

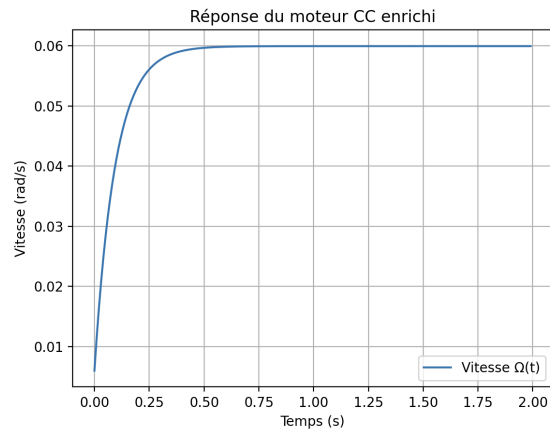


Figure 2: Réponse indicielle modèle enrichi

On observe un plateau à 0.06 rad/s ce qui est bien plus faible que le modèle théorique. Ce résultat

correspond bien à un moteur qui a plus d'inertie à entraîner, plus de pertes visqueuses et une charge mécanique à compenser, ce qui est cohérent. Pour compenser tous ces efforts et obtenir un résultat de nouveau proche de 1 rad/s, il faut soit augmenter la tension en entrée ($U_m > 1$) soit passer en boucle fermée avec un PID pour adapter dynamiquement la tension.

2.3 Commande

2.3.1 Différents modèles de correcteur P et PI

En testant plusieurs modèles de P et PI, on obtient les réponses indicielles de la *Figure 3*.

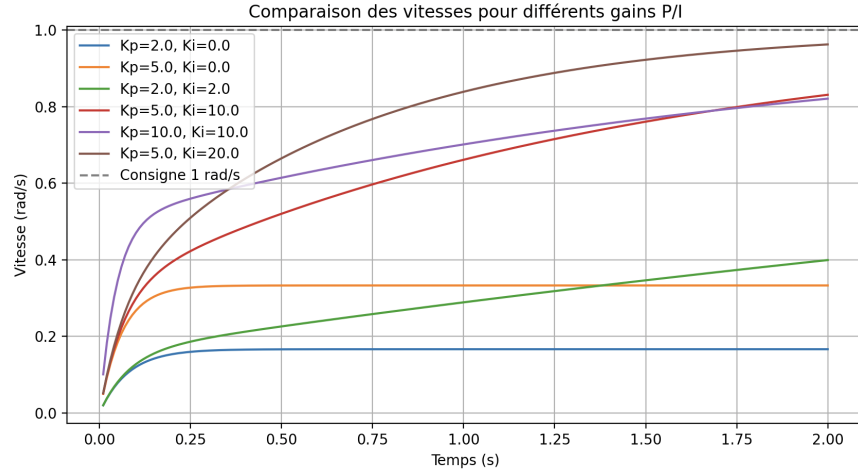


Figure 3: Réponse indicielle en fonction des correcteurs

Les cas étudiés ici (proportionnel seul, proportionnel + intégrateur) permettent de voir l'influence des valeurs des correcteurs. On remarque que plus la valeur du correcteur proportionnel est importante, et plus la réponse est rapide.

On remarque également que l'intégrateur permet de diminuer l'erreur statique et de se rapprocher de la vitesse cible, comme le montrent la *Figure 4*.

Kp	Ki	Temps de réponse (s)	Erreur statique	Tension max (V)	Vitesse max (rad/s)
2.0	0.0	2.0	0.8335	2.0	0.1665
5.0	0.0	2.0	0.6669	5.0	0.3331
2.0	2.0	2.0	0.6006	4.09	0.3994
5.0	10.0	2.0	0.1687	8.43	0.8313
10.0	10.0	2.0	0.1789	10.1	0.8211
5.0	20.0	1.8	0.0372	9.69	0.9628

Figure 4: tableau de caractéristiques du modèle en fonction du correcteur

La tension générée par le contrôleur est également meilleur avec un intégrateur et plus sa valeur est grande, plus la correction est rapide mais demande une tension forte, comme le montre la comparaison des tensions en fonction du correcteur en *Figure 5*.

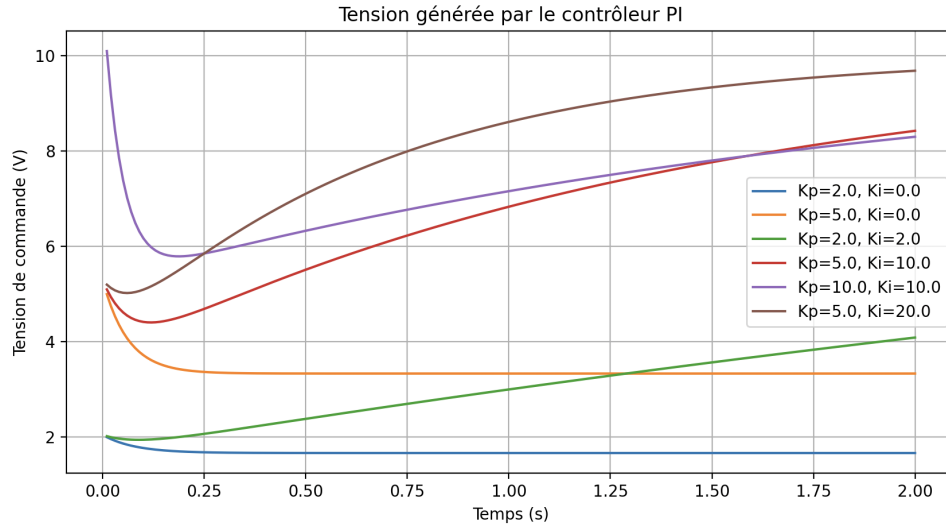


Figure 5: tensions générée en fonction du correcteur

3 Simulation (moteur centrifugeuse)

La suite du projet consiste à intégrer le modèle de moteur CC réalisé juste avant dans l'univers réalisé pendant les séances de TP.

Le premier objectif est d'afficher un moteur CC auquel est relié une particule par un ressort et de montrer l'évolution de l'élongation du ressort en fonction de la vitesse de rotation du moteur.

3.1 Intégration du modèle

Pour permettre l'affichage d'un moteur CC dans l'univers, il a fallu créer une classe permettant de le dessiner (classe MoteurFixe). Mais pour garantir l'intégration du moteur dans l'univers, il était essentiel que cette nouvelle classe hérite de la classe Particule.

3.2 Force centrifuge

L'idée était de créer une nouvelle force (Force centrifuge) appliquée à la particule liée au moteur par un ressort.

Les principes suivants ont été appliqués :

- la formule de la force centrifuge est $F_c = m\omega^2 r$
- lorsque le ressort est allongé, en régime permanent, la force du ressort est alors égale à la force centrifuge et on a alors $k(r - l_0) = m\omega^2 r$.

On obtient ainsi $r = \frac{k l_0}{k - m\omega^2}$

- l'élongation du ressort doit suivre la courbe théorique d'élongation en fonction de la vitesse de rotation du moteur (cf. Figure 6).

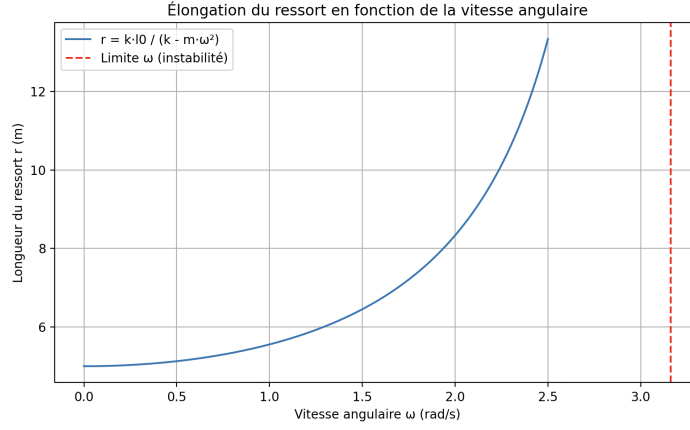


Figure 6: Élongation théorique du ressort en fonction de Ω

4 Commande en position du moteur CC

L'objectif est d'imposer une vitesse de rotation au moteur en fonction de l'élongation du ressort que l'on souhaite atteindre.

Le choix ici s'est porté sur un contrôleur PID à part du MoteurCC, mais ayant un contrôle sur la tension.

Ainsi plusieurs tests ont permis de montrer l'influence des coefficients k_p et k_d dans le contrôle de la tension envoyée au moteur pour maintenir une élongation du ressort définie.

4.1 Premier test : valeurs des coefficients faibles

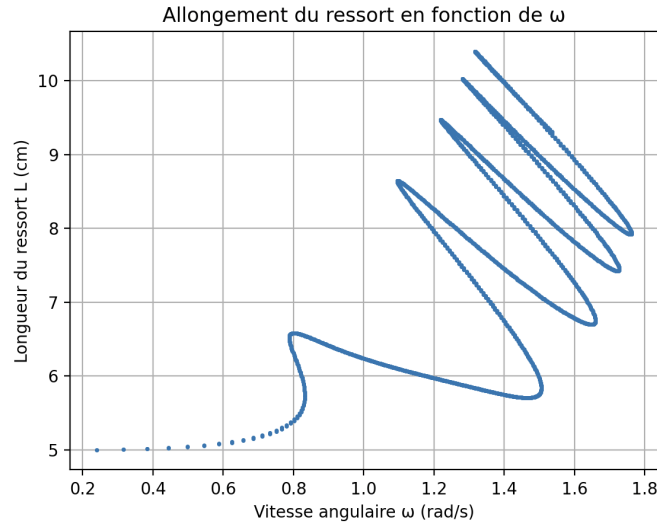


Figure 7: test avec $k_p = 2.0$ et $k_d = 0.2$

Avec $k_p = 2.0$ et $k_d = 0.2$ on observe que la longueur du ressort est maintenue autour de la valeur cible (ici 10 cm) mais oscille entre 5.9 et 10.5 cm. Le modèle a donc du mal à stabiliser la rotation pour obtenir l'élongation ciblée.

4.2 Deuxième test : valeurs des coefficients très élevées

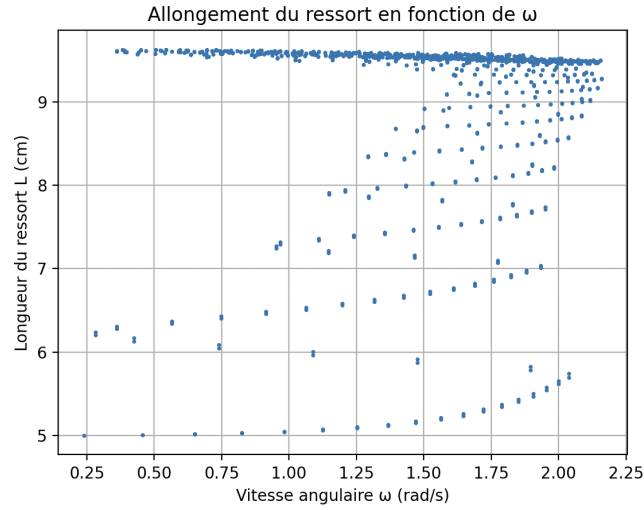


Figure 8: test avec $k_p = 100.0$ et $k_d = 50.0$

A contrario, avec des coefficients k_p et k_d beaucoup plus élevés, le modèle tend bien vers l'élongation cible mais de nombreuses valeurs parasites apparaissent et on remarque également que la vitesse de rotation a du mal à se stabiliser.

4.3 Troisième test : valeurs intermédiaires

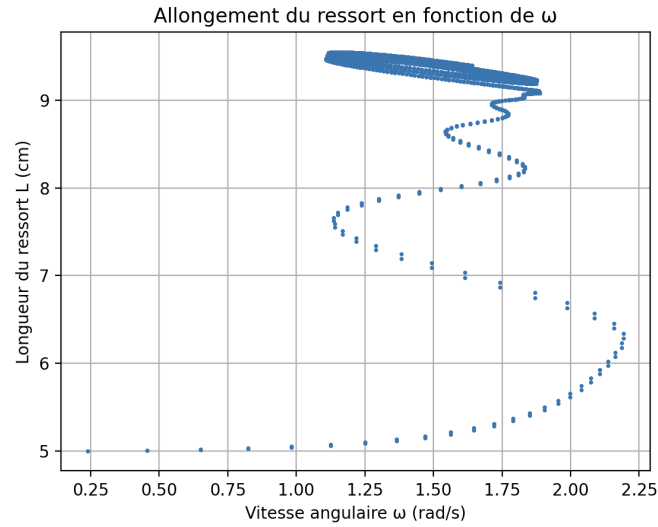


Figure 9: test avec $k_p = 20.0$ et $k_d = 5.0$

Dans ce troisième test, avec des valeurs intermédiaires des coefficients, on parvient à obtenir à la fois une plage de variation de la vitesse de rotation réduite et une valeur de l'élongation proche de la cible.

4.4 Influence des coefficients k_p et k_d

On a pu montrer à travers les différents tests :

- k_p a une influence sur la réponse immédiate à l'erreur. Plus il est élevé et plus sa réaction sera brutale

face à l'erreur ;
- k_d a une influence sur l'amortissement des oscillations.

5 Turtlebots

Non fait par manque de temps. Mais j'ai compris l'objectif de cette partie, qui était de simuler 2 moteurs CC au niveau des roues et de les commander en tension pour diriger le turtlebot.

6 Simulation des barres 2D

6.1 Structure du code

J'ai tout d'abord utilisé la simulation d'une poutre sans notion de point fixe, soumise à la gravité, à une force d'amortissement et à une force d'attraction (travail réalisé conjointement avec Julien Sagnes et Baptiste Braun-Delvoye). Dans un premier temps, l'idée était de ne pas prendre en compte le point d'application de la force et de prendre systématiquement le centre de masse, pour des questions de simplicité.

La méthode clé qui décrit le mouvement de la poutre est la méthode "move". Pour cela, l'accélération est d'abord calculée en utilisant la 2e loi de Newton : $\sum F = ma$.

Puis la vitesse est mise à jour : $v_{t+1} = v_t + adt$.

Et enfin la position est mise à jour avec la formule : $p_{t+1} = p_t + v_t dt + \frac{1}{2}adt^2$.

Pour le calcul de la rotation, l'inertie de la poutre est utilisée avec la répartition uniforme : $I = \frac{1}{12}mL^2$ avec m la masse et L la longueur de la poutre.

L'accélération angulaire est ensuite calculée grâce à la 2e loi de Newton appliquée à la rotation : $\alpha = \frac{M}{I}$ avec M le Moment de force total.

La vitesse angulaire est ensuite calculée : $\Omega_{t+1} = \Omega_t + \alpha dt$.

Enfin, l'orientation de la poutre est calculée : $\theta_{t+1} = \theta_t + \Omega_t + \frac{1}{2}\alpha dt^2$.

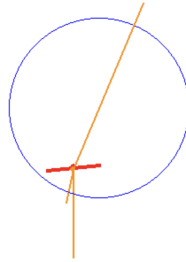


Figure 10: Illustration de la simulation d'une poutre

6.2 Défi du pendule

Pour répondre à l'exercice, il était nécessaire de créer un pendule, qui servirait notamment pour la suite de l'exercice d'asservissement.

Je suis donc reparti du code rédigé pour la poutre pour réaliser le code de la classe `barre2D` et j'avais pour objectif de fixer l'une des extrémités.

J'ai malheureusement manqué de temps car toutes mes tentatives ont été infructueuses. Je pense que je ne suis pas loin d'y arriver mais je manque de temps.

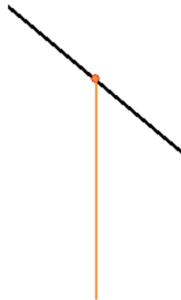


Figure 11: Illustration de la simulation d'une `barre2D` comme pendule

Je ne suis donc pas parvenu à valider ce modèle.

7 Asservissement de l'équilibre d'un pendule inverse

Non fait par manque de temps.

8 Simulation d'un robot 2R-plan

Non fait par manque de temps et le projet de modélisation robotique portait sur un robot 3R-plan.

9 Auto-évaluation et commentaires

9.1 Points positifs de l'UE

Cette UE nous a permis de toucher du doigt la puissance des outils informatiques pour la simulation d'un modèle. L'impression ressentie est qu'il n'y a presque pas de limites si l'on parvient à être structuré et méthodique.

J'ai seulement appris à coder en début d'année (septembre 2024) et j'ai donc beaucoup de lacunes comparé à mes camarades. Cependant, la pédagogie apportée par le professeur a été très largement appréciée et a permis de comprendre beaucoup de principes et d'usages en python.

9.2 Points à améliorer

Je regrette le manque de temps pour approfondir mes connaissances et surtout travailler sur le projet qui nous a été donné.

En effet, le sujet du projet n'a été donné que le mercredi 14 mai alors que le stage du 2e semestre débutait le lundi 19 mai.

La mise à disposition du sujet plus tôt aurait été appréciée.

9.3 Auto-évaluation

En terme d'assiduité, je pense avoir été exemplaire car, comme je l'ai précisé précédemment, je n'ai appris à coder que cette année. J'ai eu parfois beaucoup de difficultés à suivre lorsque ça allait trop vite pour moi, mais je me suis accroché, je n'ai pas abandonné. J'ai souvent demandé de l'aide à mes camarades pour comprendre ou pour revenir sur des exercices que je n'avais pas compris ;

- En terme de travail personnel, j'ai acheté des livres pour travailler chez moi, en dehors des heures de cours, le soir et les week-end. J'ai approfondi mes connaissances et réalisé des exercices personnels. Malgré le début de mon stage dès le 19 mai, à Nantes, j'ai continué à travailler les soirs et le week-end lorsque je rentrais chez moi (en étant chargé de famille, marié avec 3 enfants). Je pense donc qu'au niveau du travail personnel, j'ai donné mon maximum ;

- Avec tout ce travail, je pense avoir, tout au long de l'année (pas seulement au cours de cette UE) avoir énormément progressé et je me sens aujourd'hui beaucoup plus à l'aise qu'il y a quelques mois en arrière.

Pour toutes ces raisons, je m'attribuerais une note de **3/5** car malgré tout, je ne suis pas parvenu à réussir l'ensemble des exercices du projet. Avec plus de temps, je suis certain que je serais parvenu à finir la plupart des exercices.