



## MODELO PREDICTIVO: INCIDENCIAS Y VARIACIONES EN LA COMUNIDAD ESTUDIANTIL BECADA DE LA UNIVERSIDAD DEL NORTE

Arango Mejía Carlos Alberto - [arangocarlos@uninorte.edu.co](mailto:arangocarlos@uninorte.edu.co)  
Pérez Conde Judith Isabel - [jiconde@uninorte.edu.co](mailto:jiconde@uninorte.edu.co)  
Pinzón Jiménez María de los Ángeles - [dpinzonm@uninorte.edu.co](mailto:dpinzonm@uninorte.edu.co)  
NRC: 2543

Monserrat Ardila Andrés Felipe - [moserrata@uninorte.edu.co](mailto:moserrata@uninorte.edu.co)  
NRC: 2542

**Ecuaciones Diferenciales**  
Edgardo Álvarez Pardo, Ph.D.

Barranquilla, Atlántico  
2024

## Modelo predictivo: incidencias y variaciones en la comunidad estudiantil becada de la Universidad del Norte.

---

**Resumen.** En este estudio se estimó un modelo de ecuación logística para predecir la cantidad de becados desde 2023-1 hasta 2025-2. El origen de este trabajo se debió a la interrogante de cómo se vería afectada cuantitativamente la población de becados de la Universidad del Norte sin distinción del tipo de beca a lo largo de los años. Por tanto, el presente trabajo creó un modelo matemático que expone los cambios cuantitativos que tendrán los estudiantes becados de la universidad. En este sentido, se analizó la documentación e informes estadísticos alrededor del tema. La investigación es cuantitativa de tipo descriptiva. El modelamiento matemático se realizó con base en los datos estadísticos de 2010-2022 proporcionados por la Universidad del Norte. Finalmente, según los datos, se observó una tendencia creciente en los becados institucionales y algo variante en los de gobierno, comportamiento posiblemente por factores de gobierno y reestructuración de los programas y cambios de administración.

**Palabras claves:** Universidad del Norte, modelo predictivo, ecuación diferencial logística, becas, investigación, población.

**Abstract** – In this study, a logistic equation model was estimated to predict the number of scholarship recipients from 2023-1 to 2025-2. The origin of this work was due to the question of how the population of scholarship recipients at Universidad del Norte, regardless of the type of scholarship, would be affected quantitatively over the years. Therefore, the present work created a mathematical model that exposes the quantitative changes that the scholarship students at the university will have. In this sense, the documentation and statistical reports on the subject were analyzed. The research is quantitative and descriptive. The mathematical modeling was performed based on statistical data from 2010-2022 provided by Universidad del Norte. Finally, according to the data, an increasing trend was observed in institutional scholarship recipients and variant in government scholarship recipients, behavior due to government factors and restructuring of programs and changes in administration.

**Key words:** Universidad del Norte, predictive model, logistic differential equation, scholarships, research, population

# Contenido

1. INTRODUCCIÓN .....	5
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	5
3. OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN .....	6
4. MARCO TEÓRICO .....	7
5. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN .....	9
5.1 Procedimiento.....	10
5.2 Técnicas e instrumentos.....	10
6. DESARROLLO .....	14
6.1 Información de datos y gráficas de valores reales .....	14
6.1.2 Información de los datos y gráficas según tipo de beca. ....	16
6.2 Planteamiento de la ecuación logística.....	17
6.2.1 Solución de ecuación diferencial logística.....	19
6.3 Planteamiento del problema de valor inicial (PVI) .....	19
6.4 Información de datos y gráficas del modelo predictivo de la ecuación logística...20	
6.4.1 Tablas de error relativo y absoluto .....	22
7. ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	22
8. CONCLUSIONES.....	25
9. REFERENCIAS.....	25

## Índice de ilustraciones

Ilustración 1: Cantidad de becados por semestre.....	15
Ilustración 2: Población según tipo de beca .....	16
Ilustración 3: modelo predictivo, cantidad de becados .....	20
Ilustración 4: modelo logístico vs datos reales.....	21

## Índice de tablas

Tabla 1: Técnicas e instrumentos de investigación .....	10
Tabla 2: Criterio de selección de datos.....	11
Tabla 3: Métodos de cálculo de variables .....	12
Tabla 4: Número de becados por semestre académico. ....	15
Tabla 5: Población según tipo de beca .....	16
Tabla 6: Población real vs población del modelo.....	21
Tabla 7: Error del modelo.....	22

## Índice de ecuaciones

Ecuación 1: Modelo logístico .....	11
Ecuación 2: Ecuación resultante.....	12
Ecuación 3: Error absoluto .....	14
Ecuación 4: Error relativo porcentual.....	14
Ecuación 5: Error relativo.....	14
Ecuación 6: Estructura, ecuación logística .....	17
Ecuación 7 .....	18
Ecuación 8 .....	19
Ecuación 9: PVI cantidad de estudiantes becados.....	19
Ecuación 10: Solución PVI .....	19

## 1. INTRODUCCIÓN

Los estudios superiores se han convertido en un requisito fundamental para ejercer una profesión y alcanzar un trabajo estable que genere ingresos suficientes para satisfacer las necesidades y obtener una calidad de vida superior. En consecuencia, las instituciones de educación superior más prestigiosas son las más deseadas por los estudiantes al momento de elegir el lugar donde desarrollarán las habilidades necesarias para enfrentarse al mundo laboral.

Por otro lado, a los estudiantes de bajos recursos se les ofrece la oportunidad de acceder a la educación superior por medio de becas de recursos públicos y/o privados para las cuales se debe cumplir una serie de requisitos, desde un buen desempeño académico hasta un estrato social bajo, que garantice la necesidad de financiamiento de estas entidades que buscan contribuir al desarrollo de los jóvenes y disminuir la brecha socioeconómica de acceso a la educación superior en Colombia.

La Universidad del Norte es una de estas instituciones con reconocimiento nacional e internacional (Acreditaciones – Dirección de Calidad Y Proyectos Académicos – Uninorte, 2022), por lo que muchas personas aspiran a pertenecer a esta organización. Para satisfacer esta demanda, la universidad ofrece diferentes programas que buscan brindar calidad educativa a estudiantes que no cuentan con los recursos económicos suficientes para cubrir su matrícula universitaria o que se destacan por su gran compromiso académico.

Sin embargo, en los últimos años, la universidad se ha visto afectada por factores externos que han influido en las decisiones internas relacionadas con el ingreso de estudiantes. En este documento se desarrollará un modelo predictivo que permita aproximar el número de estudiantes becados que ingresarán a la institución y se analizarán los factores que afectan estas decisiones.

## 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El caso de estudio del presente informe establece el análisis de la situación pasada, actual y venidera de la Universidad del Norte en cuanto a su oferta de

financiamiento por medio de becas institucionales de fondos privados y públicos, planteando el siguiente interrogante:

*‘¿Cómo será el cambio en la población becada de la Universidad del Norte teniendo en cuenta su variación entre los años 2010-2022?’*

### 3. OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

#### a. Objetivo general

Determinar el comportamiento a futuro en el incremento o decremento de la población becada de la Universidad del Norte, considerando su comportamiento cuantitativo entre 2010 y el año 2022.

#### b. Objetivos específicos

- Desarrollar un modelo predictivo con una ecuación diferencial de primer orden que permita establecer el comportamiento futuro de la población becada de la Universidad del Norte.
- Estimar la población de becados hasta el segundo semestre del año 2025.
- Evaluar la precisión del modelo predictivo desarrollado con respecto a los datos reales entre los años 2010 y 2022.
- Plantear los factores históricos que influyen en el crecimiento o decrecimiento de los becados pertenecientes a la Universidad del Norte.

#### 4. MARCO TEÓRICO

La financiación adecuada, así como la debida gobernanza promovería una mayor cobertura y becas hacia la población, entendiendo a esta como al conjunto de personas con una o más características específicas. De esta manera, es importante definir qué se entiende por ‘población becada’. Esto puede incluir a los estudiantes que reciben becas completas o parciales para financiar sus estudios académicos en la universidad.

Las becas se entienden como subvenciones para realizar estudios (definición tomada de la RAE). Estas pueden provenir de diversas fuentes, como el gobierno, la universidad, organizaciones sin ánimo de lucro, empresas u otros entes.

La universidad es un ente de enseñanza superior y, en la modernidad, está asociada al pensamiento crítico, está inmiscuida en la sociedad del conocimiento y la dimensión social es uno de los elementos fundamentales de las políticas universitarias internacionales en el siglo XXI. Entre estas medidas se encuentran las políticas de becas y ayudas al estudio, las cuales favorecen el desarrollo, varias dimensiones del estudiante (como la social y económica) y la equidad, ya que propende ayudar a las familias con menor nivel de recursos; además, se prevé que uno de los frutos de proporcionar becas al alumnado es ayudarlos a tener mayor dedicación al estudio (Berlanga, Figuera, et al. 2018).

En adición, la universidad hace parte de un contexto sociocultural definido donde se entrelazan realidades concretas y fenómenos críticos como la pobreza de la mayoría de la población, la corrupción, el narcotráfico y la imagen internacional que eso supone (Ferro, 2015, p. XV). Además, como se sabe, la población vulnerable económicamente tiene menores oportunidades de educación, lo que supone una correlación entre el nivel socioeconómico y la calidad educativa (Salcedo, 2020, p. 4). Con relación a esto, la universidad hoy debe ser un instrumento de equidad y estar al servicio de los estudiantes, apoyándolos y formándolos con calidad e integralidad y responder a las necesidades de la sociedad con generación de conocimiento.

Las becas y créditos constituyen una manera de ingresar a la universidad para las masas menos favorecidas, la cual, se entiende muy costosa. Sin embargo, Dallaglio, Pratti y Gamarra (2016), citando a otros autores, explican que: ‘favorecer el acceso es insuficiente para lograr mayores tasas de permanencia y

graduación, y que, endeudar a los jóvenes de escasos recursos es un detonante de mayor inequidad’.

Por otro lado, el mérito escolar en las políticas públicas para lograr equidad y aumentar el ingreso a la universidad es cuestionable, teniendo en cuenta las desigualdades sociales en las que el mérito termina acentuando más estas diferencias, lo que sugiere que en Colombia el acceso a la educación superior no responde a un derecho, sino a un servicio público. (Dallaglio, Pratti, et al. 2016, p. 18).

En el análisis de este documento se tendrá en cuenta las diferentes organizaciones que se dedican a brindar esas becas, para eso se tendrán en dos categorías; nacionales y gubernamentales.

En las nacionales, se evalúan las becas que se presentan en diversas organizaciones. En ese caso, teniendo en cuenta la información publicada en 2021 por Becas Colombia se presentan las siguientes becas: Fullbright Colombia, Banco Santander, Erasmus, Fundación Carolina Colombia y Organización de los estados americanos. En las cuales se mantienen requisitos como ser colombiano mayor de 18 años, pruebas Saber 11°, mantener un promedio ACEPTABLE (3.7-5) contar con conocimientos básicos del idioma inglés. De la misma forma, existen otras empresas que realizan esas becas como lo son: Bancolombia, Bachilleres Ecopetrol Mario Galán Gómez, Beca por excelencia, Andrés Bello (Munevar, 2023). También, existe ‘*programa quiero estudiar*’ de Uniandes, ‘*Jóvenes a la U*’ y ‘*Orgullo Caribe*’. (universidad, 2024).

Así mismo, extrayendo la información del Ministerio de educación colombiano (2020), se presentan otras becas que son brindadas por el gobierno colombiano, estas serían: SER, Icetex y Matrícula cero. Las cuales tienen requisitos muy similares a los anteriores. Sin embargo, uno de esos es pertenecer al sistema de Sisbén del gobierno, en donde se demuestre sus bajos recursos para poder ingresar a el sistema educativo superior.

No obstante, algunas becas son las que más beneficiarios tienen, sería la de Ser Pilo paga<sup>1</sup>, ofrecida desde el año 2015 hasta el 2018 y generación E<sup>2</sup> como reemplazo de la anterior desde el año 2019 hasta el 2022. En el mismo sentido, Ser Pilo Paga otorga créditos 100% otorgables para que los mejores bachilleres estudien en universidades acreditadas, con compromiso laboral posterior. Por otro lado, Generación E brinda subsidios de matrícula y manutención a estudiantes de programas técnicos, tecnológicos y universitarios provenientes de hogares pobres y vulnerables.

1. <https://web.icetex.gov.co/es/-/ser-pilo-paga-4>

2. <https://web.icetex.gov.co/es/-/generacion-e-excelencia-4ta-convocatoria>



En respuesta a estas necesidades sociales la Universidad del Norte caracterizada a nivel nacional por su excelente desempeño académico propone una misión y visión.

*“Incluyente con esfuerzos hacia una formación integral que fomente el liderazgo para la transformación en el aprendizaje.”*

(“Misión – Visión – Sobre Nosotros – Uninorte”)

Uninorte, con un ingreso de 11.648 estudiantes matriculados en los programas de pregrado hasta el último reporte del 2022-2, cuenta con un porcentaje de estudiantes respaldados por becas gubernamentales destinadas a aquellos en condiciones de vulnerabilidad económica, como "Ser Pilo Paga" y "Generación E". Estos programas han beneficiado a más de 40.000 estudiantes entre los dos periodos (Icetex, 2017). Según el boletín estadístico del 2022 de la universidad, en el último periodo de vigencia de las dos becas, se estableció una cantidad máxima de 3.903 beneficiarios para "Ser Pilo Paga" y 3.859 para "Generación E".

Conforme a lo anterior, otro porcentaje significativo sobre el total de estudiantes matriculados se encuentra cobijado por las becas institucionales ofrecidas por la Universidad del Norte, con un registro aproximado de 3.364 beneficiarios para el periodo 2022-2. Estas becas incluyen programas como Roble Amarillo, Orgullo Caribe, Profesor Alberto Assa, Marvel Moreno, Karl C. Parrish, Mejor Icfes, Excelencia Deportiva, Talento Promigas y Comedal, brindando oportunidades de acceso y permanencia estudiantil.

## 5. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación realizada es de tipo descriptiva e inferencial con un enfoque cuantitativo, ya que es una definición estimada del fenómeno abordado a través del planteamiento del problema y los objetivos de investigación antes expuestos. Esto se realizó mediante la recolección de estudios y datos estadísticos de acceso público de la Universidad del Norte en sus boletines estadísticos anuales<sup>3</sup> desde el 2011 hasta el 2022.

3. <https://www.uninorte.edu.co/web/sobre-nosotros/boletin-estadistico>

## 5.1 Procedimiento

1. Se tomaron los datos de los boletines estadísticos de Uninorte con información sobre la cantidad de becados por semestre académico a partir de 2010 hasta 2022.
2. Se recopiló información sobre becados en general y de manera específica sobre becas gubernamentales e institucionales.
3. Se procesaron los datos reales y se modelaron mediante la ecuación logística.
4. Se analizaron los resultados del modelo predictivo por medio del porcentaje de error, relacionado con el contexto histórico del año de estudio.

## 5.2 Técnicas e instrumentos

Los instrumentos empleados fueron los informes estadísticos y el modelo de ecuación logística aplicada a la dinámica poblacional, así como la información cuantitativa de la población para determinar las variables del modelo predictivo.

Técnica	Instrumento
Observación	Documentos
Análisis Matemático	Modelos predictivos de ecuaciones diferenciales de primer orden

*Tabla 1: Técnicas e instrumentos de investigación*

Los documentos fueron necesarios para identificar y predecir los becados en la Universidad del Norte a través del tiempo, lo que permite establecer relaciones entre los datos reales y los resultados del modelo predictivo, al convertirse en el recurso más viable para plantear la precisión del modelo propuesto.

De igual manera, el criterio de recolección de datos para la población becada es el siguiente:

Ítem	Descripción
Becados	Estudiantes con financiación que cubre parcial o enteramente los gastos de matrícula.
Becados institucionales	Estudiantes con financiación educativa por parte de la universidad con matrícula parcial o total.
Becados gubernamentales	Estudiantes con financiación educativa por parte del gobierno nacional con matrícula parcial o total.

*Tabla 2: Criterio de selección de datos*

Por otra parte, el análisis matemático permitió la escogencia de un modelo predictivo de ecuación diferencial de primer orden, donde se evidencia cómo el estudio de las matemáticas ha permitido descubrir modelos matemáticos para comprender y cuantificar eventos y fenómenos naturales (Pineda, 2015, p.11). En relación, en 1838, el biólogo matemático belga Pierre François Verhulst estudió modelos matemáticos para predecir la población humana de los países. Esta ecuación fue:

$$\frac{dp}{dt} = rp \left(1 - \frac{p}{k}\right)$$

*Ecuación 1: Modelo logístico*

---

*Donde  $k$  representa la capacidad de carga y  $r$  es un número real que representa la tasa de crecimiento. La función  $P(t)$  representa la población en función del tiempo  $t$  y la constante  $P_0$  representa la población inicial.*

---

La *ecuación 1* se conoce como ecuación logística y su solución se denomina función logística. La gráfica de una función logística da como resultado una curva logística. Uno de los métodos para resolver la ecuación es por separación de

variables. Al descomponer el lado izquierdo y derecho en fracciones parciales e integrar en ambos lados. En (Zill, 2018, pág. 97) se obtiene esta ecuación:

$$P(t) = \frac{P_0 K e^{rt}}{(K - P_0) + P_0 e^{rt}}$$

*Ecuación 2: Ecuación resultante*

Las variables que intervienen en la ecuación logística, aplicada a la dinámica poblacional, se calcularon de la siguiente manera:

	Tipo de comportamiento	Método de cálculo	Recurso
<b><i>k</i></b>	Constante	Se determinó identificando el valor máximo de la cantidad de becado de los datos reales multiplicado por 1,5.	Análisis de los datos (Python)
<b><i>r</i></b>	Constante	Se estableció el valor <b>0,1</b> como valor estándar inicial que se le proporcionó a la función <code>curve_fit()</code> como parámetro para posteriormente determinar un valor más exacto a partir de los datos reales.	
<b><i>P<sub>0</sub></i></b>	Constante	Se le asignó el valor correspondiente al primer semestre del año 2010	Análisis de los datos
<b><i>P</i></b>	Variable dependiente	A través del procedimiento algebraico, donde se aplicó el método de separación de variables. Estructura que se colocó en una función de Python para procesar los datos reales.	Procedimiento Analítico
<b><i>t</i></b>	Variable independiente	Su valor se determinó a partir de la asignación de cantidad de semestres a calcular, se tomó el primer semestre del año 2010 como semestre 0.	Procedimiento Analítico

*Tabla 3: Métodos de cálculo de variables*

Para analizar los datos y establecer su comportamiento se empleó la función `curve_fit()` de la librería `Scipy`<sup>4</sup> de Python, a la cual se le proporcionó la lista de los datos reales desde los años 2010 hasta el 2022 y se establecieron parámetros predeterminados para las constantes. De esta manera, retorna valores más exactos para el modelo predictivo. Planteando la siguiente lógica, acorde a las descripciones de la *tabla 3*:

```
# Ajustar el modelo logístico
popt, pcov = curve_fit(logistic_growth, años_ajuste, poblaciones,
p0=[poblaciones[0], 0.1, max(poblaciones)*1.5])

# Imprimir los parámetros estimados
popt = P0_est, r_est, K_est
print("P0 =", P0_est, "r =", r_est, "K =", K_est)
```

Para lo cual, se estableció la siguiente función de Python en el cuaderno de `Jupyter Colab`<sup>5</sup> con la estructura de la solución de la ecuación logística que recibe como parámetros los valores determinados:

```
def logistic_growth(t, P0, r, K):
    return (K * P0 * np.exp(r * t)) / (K + P0 * (np.exp(r * t) - 1))
```

Del mismo modo, para realizar las gráficas de los datos reales recopilados y experimentales por medio del modelo se empleó la librería de `pandas`<sup>6</sup>, `plotly.express`<sup>7</sup>, `matplotlib.pyplot`<sup>8</sup> y `numpy`<sup>9</sup> del lenguaje de programación de Python<sup>10</sup>, las cuales permiten visualizar las tablas en forma de dataframe para realizar gráficas con líneas, logarítmica y los datos reales puntuales.

Además, los datos reales recopilados en la fase de observación van a ser comparados con los resultados experimentales que da el modelo predictivo mediante la realización de las tablas de errores relativos y absolutos. Se emplea el método del cálculo por medio de la comparación de los datos reales y los resultados del modelo predictivo para cada caso. Se tuvo en cuenta lo

4. [https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/main\\_namespace.html](https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/main_namespace.html)

5. <https://colab.research.google.com/drive/112LBsQZ0xzekQEMvQcqFx0n-5Fukw3qR?usp=sharing>

6. <https://pandas.pydata.org/>

7. <https://plotly.com/python/plotly-express/>

8. [https://matplotlib.org/3.5.3/api/as\\_gen/matplotlib.pyplot.html](https://matplotlib.org/3.5.3/api/as_gen/matplotlib.pyplot.html)

9. <https://numpy.org/>

10. <https://www.python.org/>

establecido por Zill, D. G. (2018, pp. 78–79) en el cual define el error absoluto como:

$$\text{Error absoluto} = |\text{valor real}| - |\text{valor experimental}|$$

*Ecuación 3: Error absoluto*

Asimismo, establece el error relativo a la siguiente manera:

$$\% \text{ Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{|\text{valor real}|} \times 100$$

*Ecuación 4: Error relativo porcentual*

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{|\text{valor real}|}$$

*Ecuación 5: Error relativo*

En definitiva, la investigación y el análisis posterior juegan un papel importante en la resolución del problema planteado para proporcionar las razones históricas que giran en torno a los comportamientos de los datos reales con respecto a los experimentales.

## 6. DESARROLLO

En esta sección del informe se llevará a cabo el procedimiento para establecer el modelo predictivo de la ecuación logística diferencial de primer orden para la población becada de la Universidad del Norte.

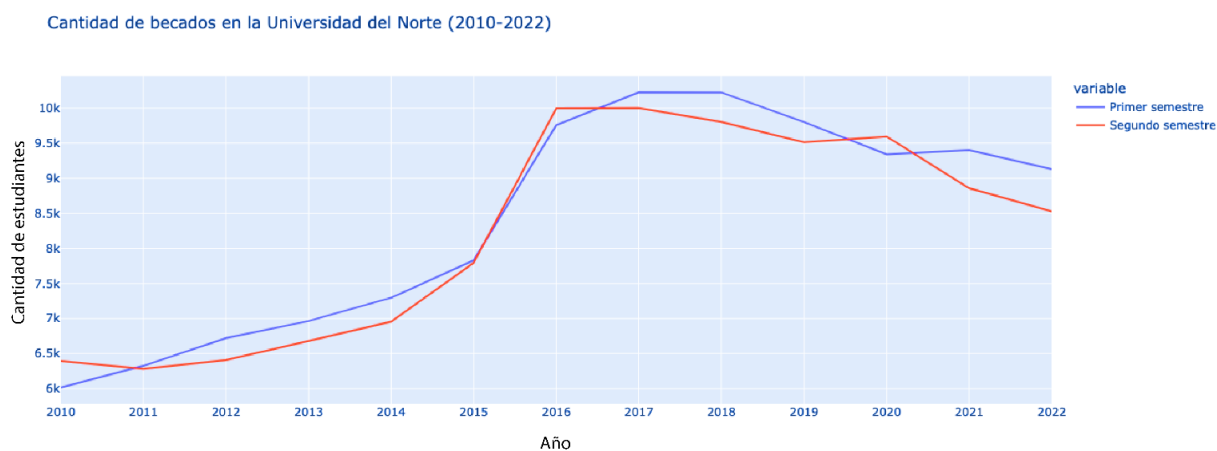
### 6.1 Información de datos y gráficas de valores reales.

Los datos recopilados por medio de información de acceso público en los reportes anuales de la universidad del Norte entre los años de estudio 2010 hasta 2022 se establecen en la siguiente tabla:

Año	Primer semestre	Segundo semestre
2010	6018	6395
2011	6325	6281
2012	6723	6408
2013	6965	6686
2014	7296	6956
2015	7830	7796
2016	9759	9997
2017	10225	10001
2018	10223	9805
2019	9803	9513
2020	9342	9595
2021	9401	8860
2022	9129	8529

*Tabla 4: Número de becados por semestre académico.*

Para visualizar el comportamiento de los datos se realizó la gráfica a continuación, que muestra la cantidad de estudiantes en primer y segundo semestre entre los años de estudio (2010–2022).



*Ilustración 1: Cantidad de becados por semestre.*

### 6.1.2 Información de los datos y gráficas según tipo de beca.

	Institucionales		Ser Pilo Paga		Generación E	
Año	1	2	1	2	1	2
2010	760	823	0	0	0	0
2011	873	941	0	0	0	0
2012	1114	1155	0	0	0	0
2013	1740	1992	0	0	0	0
2014	2114	2214	0	0	0	0
2015	1470	1595	991	1040	0	0
2016	1539	1500	2066	2191	0	0
2017	1402	1460	2988	3145	0	0
2018	1107	1072	3903	3859	0	0
2019	1351	1448	3683	3506	339	446
2020	1933	3204	2763	2537	959	1011
2021	3359	3305	1868	1596	1442	1527
2022	3361	3364	959	669	1728	1916

Tabla 5: Población según tipo de beca

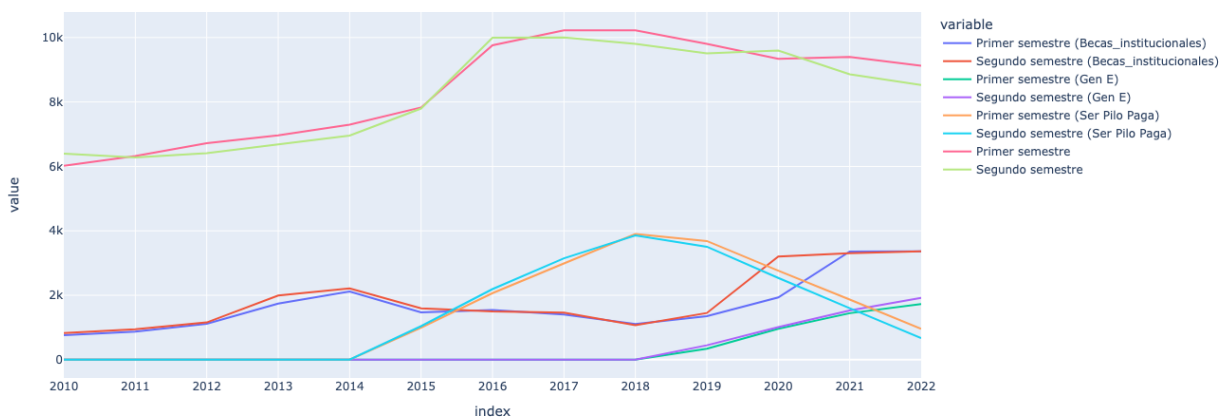


Ilustración 2: Población según tipo de beca



## 6.2 Planteamiento de la ecuación logística

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = rp(1 - \frac{P}{k}) \\ P(0) = P_0 \end{cases}$$

*Ecuación 6: Estructura, ecuación logística*

Reescribiendo la ecuación diferencial en la forma

$$\frac{dp}{dt} = rp \left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

A continuación, se multiplicó a ambos lados por  $dt$ , divida ambos lados entre  $P(K - P)$  Esto lleva a:

$$\frac{dP}{P(K - P)} = \frac{r}{K} dt$$

Multiplicando ambos lados de la ecuación por  $K$  e integre:

$$\int KP (K - P) dP = \frac{1}{P} + \frac{1}{K - P}$$

$$\int 1P + \frac{1}{K - P} dP = \int r dt$$

$$\ln|P| - \ln|K - P| = rt + C$$

$$\ln \left| \frac{P}{K - P} \right| = rt + C$$

Al potenciar la ecuación para eliminar el logaritmo natural:

$$e^{\ln \left| \frac{P}{K - P} \right|} = e^{rt + c}$$

$$\left| \frac{P}{K - P} \right| = e^c e^{rt}$$

$$\left| \frac{P}{K - P} \right| = C_1 e^{rt}$$

Para resolver esta ecuación, para  $P(t)$ , se multiplicó primero ambos lados por  $K - P$  y se reunieron los términos que contienen  $P$  en el lado izquierdo de la ecuación:

$$\begin{aligned}P &= C_1 e^{rt} (K - P) \\P &= C_1 K e^{rt} - C_1 P e^{rt} \\P + C_1 P e^{rt} &= C_1 K e^{rt}\end{aligned}$$

$$P(t) = \frac{C_1 K e^{rt}}{1 + C_1 K e^{rt}}$$

*Ecuación 7*

Se determinó el valor de  $C_1$  sustituyendo  $t = 0$  y  $P_0$  en vez de  $P$ :

$$\begin{aligned}C_1 e^{r(0)} &= \frac{|P_0|}{K - P_0} \\C_1 &= \frac{P_0}{K - P_0}\end{aligned}$$

Se substituyó  $C_1$  en la ecuación 7

$$P(t) = \frac{\frac{P_0}{K - P_0} K e^{rt}}{1 + \frac{P_0}{K - P_0} K e^{rt}}$$

$$\frac{\frac{P_0}{K - P_0} K e^{rt}}{1 + \frac{P_0}{K - P_0} e^{rt}} * \frac{K - P_0}{K - P_0}$$

$$\frac{P_0 K e^{rt}}{(K - P_0) + P_0 e^{rt}}$$

### 6.2.1 Solución de ecuación diferencial logística

Se considera la ecuación diferencial logística sujeta a una población inicial de  $P_0$  con capacidad de carga  $k$  y tasa de crecimiento  $r$ . La solución del correspondiente problema de valor inicial viene dada por:

$$P(t) = \frac{P_0 K e^{rt}}{(K - P_0) + P_0 e^{rt}}$$

*Ecuación 8*

### 6.3 Planteamiento del problema de valor inicial (PVI)

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = (0,147)(p)(1 - \frac{p}{9914,764}) \\ P(0) = 6018 \end{cases}$$

*Ecuación 9: PVI cantidad de estudiantes becados*

Por medio de la *ecuación 8* los valores constantes establecidos para el caso de estudio son:

$$P(0) = 6018 \quad r = 0,147 \quad k = 9914,764$$

$$P(t) = \frac{(6018)(9914.764)e^{(0.147)t}}{(9914.764 - 6018) + (6018)e^{(0.147)t}}$$

$$P(t) = \frac{59667049.752 e^{(0.147)t}}{6018 + 7.051e^{(0.1)t}}$$

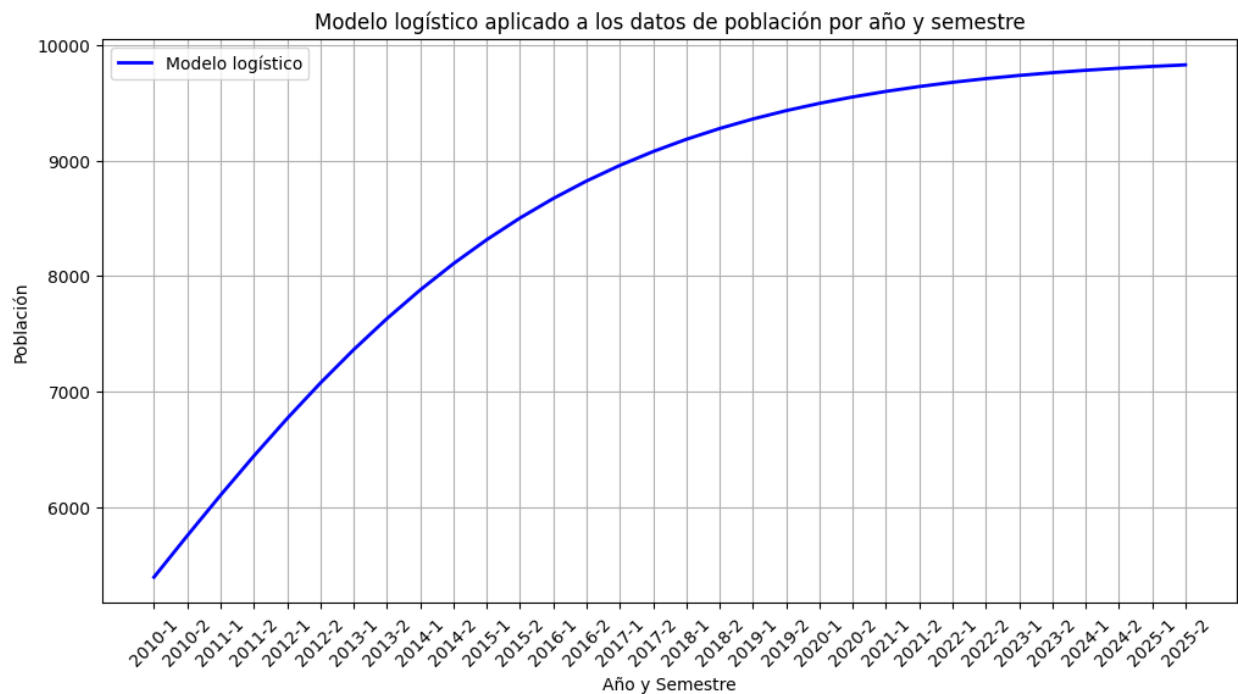
*Ecuación 10: Solución PVI*

En base al caso de estudio que propone este informe, para el segundo semestre del 2025, es decir, 31 semestres después desde el 2010, tendremos el siguiente resultado:

$$P(31) = \frac{(59667049.752)e^{(0.147)(31)}}{(3896.764) + (6018)e^{(0.147)(31)}}$$

$$P(31) = 9847.85$$

#### 6.4 Información de datos y gráficas del modelo predictivo de la ecuación logística



*Ilustración 3: modelo predictivo, cantidad de becados*

La *ilustración 3* muestra el comportamiento de los datos resultantes del modelo predictivo para estimar la cantidad de becados hasta el segundo semestre del año 2025, obteniendo la siguiente tabla:

Año	Primer semestre			Segundo semestre		
-	Cantidad semestre	Población real	Población ajustada	Cantidad semestre	Población real	Población ajustada
2010	0	6018	5391	1	6395	5750
2011	2	6325	6101	3	6281	6440
2012	4	6723	6765	5	6408	7072
2013	6	6965	7361	7	6686	7630
2014	8	7296	7879	9	6956	8107
2015	10	7830	8314	11	7796	8502
2016	12	9759	8671	13	9997	8823
2017	14	10225	8958	15	10001	9078
2018	16	10223	9184	17	9805	9278
2019	18	9803	9360	19	9513	9432
2020	20	9342	9495	21	9595	9551
2021	22	9401	9599	23	8860	9641
2022	24	9129	9678	25	8529	9709
2023	26	-	9737	27	-	9760
2024	28	-	9782	29	-	9800
2025	30	-	9815	31	-	9829

Tabla 6: Población real vs población del modelo

Para visualizar mejor el comportamiento se plantea una gráfica que relaciona los datos reales con el modelo logístico:

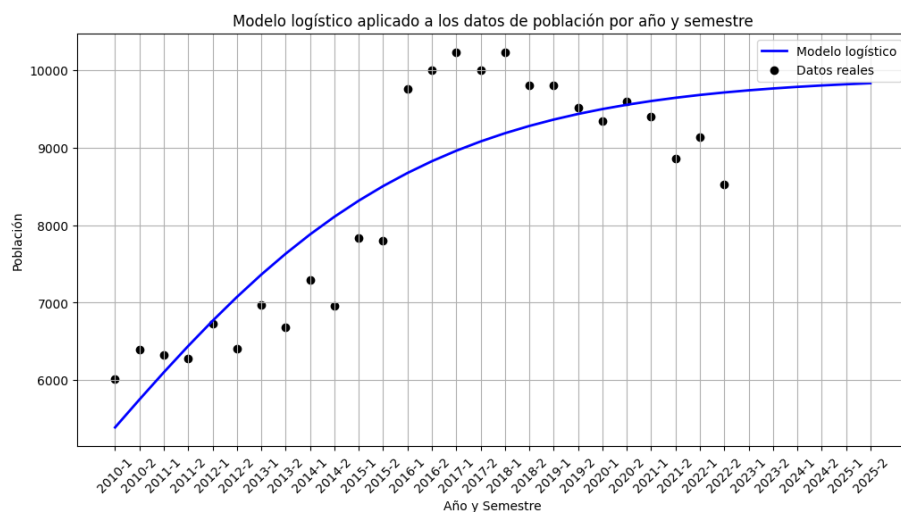


Ilustración 4: modelo logístico vs datos reales

### 6.4.1 Tablas de error relativo y absoluto

A partir de la información recopilada se procede a calcular el error absoluto, porcentual y relativo mediante las ecuaciones 3, 4 y 5 respectivamente.

Año	Primer semestre			Segundo semestre		
-	Absoluto	Relativo	Porcentual	Absoluto	Relativo	Porcentual
2010	627	0,104	10,4	645	0,100	10
2011	223	0,035	3,5	159	0,025	2,5
2012	42	0,006	0,6	665	0,104	10,4
2013	396	0,057	5,7	944	0,141	14,1
2014	583	0,080	8	1151	0,165	16,5
2015	484	0,062	6,2	706	0,091	9,1
2016	1088	0,111	11,1	1174	0,117	11,7
2017	1267	0,124	12,4	923	0,092	9,2
2018	1039	0,102	10,2	527	0,054	5,4
2019	443	0,045	4,5	81	0,008	0,8
2020	153	0,016	1,6	44	0,005	0,5
2021	198	0,02	2	781	0,088	8,8
2022	549	0,06	6	1180	0,138	13,8

Tabla 7: Error del modelo.

## 7. ANÁLISIS DE RESULTADOS

A partir del análisis de los datos recopilados, se evidencia una tendencia de incremento en el otorgamiento de becas a estudiantes de nuevo ingreso en la Universidad del Norte, desde el inicio del estudio (primer semestre del 2010) hasta el primer semestre del 2018. Dicho comportamiento se presenta tanto en las becas de carácter institucional como en aquellas provenientes de fuentes

gubernamentales, específicamente los programas "Ser Pilo Paga" y "Generación E" (*tabla 5*).

En cuanto a las becas institucionales, se observa un aumento progresivo en los años evaluados, siendo notable en 2020, cuando el número de beneficiarios superó significativamente los registros de períodos anteriores. Esta situación puede atribuirse a los efectos socioeconómicos derivados de la pandemia, la cual ocasionó dificultades financieras a nivel mundial, afectando de manera directa la capacidad económica de numerosas familias. Por esta problemática, la Universidad del Norte implementó un programa de apoyo estudiantil, otorgando alrededor de 7.400 becas y auxilios económicos a los estudiantes de nuevo ingreso y a los que estudiaban un programa de la institución, para facilitar el acceso y la permanencia en la institución (Asmar Soto, 2020).

Por otro lado, el análisis de las becas gubernamentales revela una disminución en el número de beneficiarios dentro de la población estudiantil de la Universidad del Norte, como se evidencia en la *tabla 4* entre el primer semestre y segundo semestre del año 2018. Esta tendencia decreciente podría estar influenciada por los requisitos y criterios establecidos por cada programa. En el caso de "Ser Pilo Paga", el programa estaba orientado a estudiantes con un destacado desempeño académico, medido a través de los resultados obtenidos en el examen de Estado ICFES, con el objetivo de incentivar su formación profesional y facilitar su posterior inserción laboral. Por su parte, la beca "Generación E" se enfoca en brindar apoyo a estudiantes provenientes de hogares en condiciones de pobreza o vulnerabilidad, ofreciendo un sustento económico que les permitiera continuar sus estudios sin desertar.

Cabe destacar que uno de los factores externos que posiblemente incidió en el descenso de las becas gubernamentales fue el cambio de administración presidencial en Colombia, lo cual conllevó a una reestructuración de los programas de ayuda estudiantil, reemplazando el beneficio de "Ser Pilo Paga" por el de "Generación E". Este hecho podría haber generado una disminución en el número de beneficiarios, debido a la variación en los criterios de selección y los requisitos establecidos por el nuevo programa.

El modelo predictivo planteado mediante la ecuación logística de primer orden (*ecuación 10*) se comporta de manera creciente. Sin embargo, en la realidad los cambios en la población no siguen siempre la misma tendencia, esto debido a factores históricos o aleatorios que inciden el comportamiento cuantitativo de la población, mencionado anteriormente en el análisis de los datos proporcionados.

Para el análisis de la precisión del modelo se estableció la *tabla 7*, la cual recopila los índices de errores absolutos, relativos y porcentuales del modelo desarrollado, teniendo un rango de error relativo porcentual entre el 0,6% y 16,6%, destacando el año 2012, donde la diferencia de error porcentual entre el primer y segundo semestre es significativa, ya que en los datos de la *tabla 4* se evidencia una disminución de la cantidad de becados de la Universidad del Norte, comportamiento que el modelo no predice al convertirse en una fluctuación del comportamiento de los datos reales; asimismo, el año 2016 con un porcentaje del 11%, posiblemente se deba al factor de transición de la beca de Ser pilo Paga, mostrada en la *tabla 5*, donde los estudiantes becados acogieron este beneficio, comportamiento evidenciado hasta el primer semestre del 2018; el año 2022, tiene un error porcentual de 6% para el primer semestre y 13,8% para el segundo semestre, mostrando una tendencia a la baja de los datos reales y conociendo la terminación del programa de becas Generación E en el año 2022, el porcentaje de error posiblemente aumentará en caso de analizar años posteriores, así como el periodo de 2018 a 2019.

En la gráfica del modelo predictivo, correspondiente a la *ilustración 4*, se evidencia que hay algunos datos alejados de la curva logarítmica del modelo, datos que se muestran en el porcentaje de error de la *tabla 7*. Sin embargo, en la gráfica (*ilustración 2*), se muestra el comportamiento de las diferentes becas de estudio; las cuales, varían probablemente por factores históricos mencionados al principio de este análisis. Al igual que en la *tabla 5* se registraron los datos individuales de los tipos de becas de estudio.

Si bien el modelo presentado estimó un aumento en la población becada hasta 9829 para el segundo semestre de 2025, alcanzando un máximo de 9914, es importante tener en cuenta que esta predicción podría verse afectada por los mismos factores externos que generaron las desviaciones observadas en los años anteriores.



## 8. CONCLUSIONES

En resumen, el modelo predictivo desarrollado mediante una ecuación diferencial de primer orden logró establecer el comportamiento futuro esperado de la población becada de la Universidad del Norte. Sin embargo, al comparar las predicciones del modelo con los datos reales entre los años 2010 y 2022, no se evidencia una precisión exacta debido a la presencia de factores externos significativos que no fueron contemplados en el modelo y que afectan el crecimiento real de la población becada.

En definitiva, el análisis de los datos revela una tendencia creciente en el otorgamiento de becas institucionales por parte de la Universidad del Norte, especialmente durante el año 2020, como respuesta a las dificultades económicas derivadas de la pandemia global. Por otra parte, se observa una disminución en las becas gubernamentales, posiblemente influenciada por los cambios en los requisitos de elegibilidad y la transición entre los programas "Ser Pilo Paga" y "Generación E", derivada del cambio presidencial en el país. De modo que se prevé una reducción en los programas de becas gubernamentales debido a factores externos como decisiones políticas del gobierno, mientras que los programas institucionales de becas tienden a mantener un crecimiento, determinado por la demanda estudiantil y los requisitos establecidos por la universidad. Las becas institucionales gozan de mayor autonomía y flexibilidad para responder a las necesidades de los estudiantes, en contraste con la incertidumbre que rodea a las becas gubernamentales sujetas a cambios en las políticas públicas.

## 9. REFERENCIAS

Berlanga Silvente, V.; Figuera Gazo, M. P. y Pons Fanals, E. (2018). Modelo predictivo de persistencia universitaria: Alumnado con beca salario. Educación XX1, 21(1), 209–230, doi: 10.5944/educXX1.15611 Recuperado de: [MODELO PREDICTIVO DE PERSISTENCIA UNIVERSITARIA: ALUMNADO CON BECA SALARIO – ProQuest](#)

Ferro Bayona, J. (n.d.). *Visión de la universidad ante el siglo XXI*. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/10584/5542>

Salcedo Escarria, A. (2020). Deserción universitaria en Colombia. *Academia Y Virtualidad*, 3(1), 50–60. Recuperado de: <https://revistas.unimilitar.edu.co/index.php/ravi/article/view/5461>

Zill, D. G. (2018). Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado. Cengage Learning. <https://www-ebooks7-24-com.ezproxy.uninorte.edu.co/?il=6381>

‘SER PILO PAGA’ LLEGA A LOS 40.000 BENEFICIARIOS. (s. f.). ICETEX. Recuperado 29 de abril de 2024, de <https://web.icetex.gov.co/es/-/ser-pilo-paga-llega-a-los-40000-beneficiarios>

Acreditaciones – Dirección de Calidad y Proyectos Académicos – Uninorte. (2018). Dirección de Calidad Y Proyectos Académicos. <https://www.uninorte.edu.co/web/direccion-de-calidad-proyectos-academicos/acreditacion>

Becas Colombia– Información 100% Actualizada. (2021, diciembre 20). Becascolombia.co. <https://becascolombia.co/>

Munevar, T. (2023, octubre 23). Estas son las becas que le pueden permitir estudiar en las mejores universidades colombianas. Infobae; infobae. <https://www.infobae.com/colombia/2023/10/23/conozca-las-becas-y-beneficios-a-los-que-puede-acceder-para-estudiar-en-las-mejores-universidades-colombianas/>

universidad. (2024, enero 3). Becas para estudiar en universidades de Colombia en 2024. Universate.co. <https://universate.co/vocacion/becas-universidades-colombia/>

Portal MEN – Presentación – Becas. (2020). Portal MEN – Presentación. <https://www.mineduacion.gov.co/portal/secciones/Becas/>

Salomón Asmar Soto. (2020, junio 30). *Los apoyos financieros que ofrecen las universidades para el segundo semestre*. Diario La República; Diario La república. <https://www.larepublica.co/especiales/las-universidades-de-cara-a-la-pandemia/los-apoyos-financieros-que-ofrecen-las-universidades-para-el-segundo-semestre-3023908>