

STATIONÄRE STRÖME

Allgemeines zu elektrischen Strömen

- elektrische Ströme \Leftrightarrow Ladungstransport (bewegte Ladungen)
- Gleichströme \Leftrightarrow Stromrichtung ist zeitlich konstant
- Stationäre Ströme \Leftrightarrow Stromstärke ist zeitlich konstant (Aus-/Einschaltvorgänge vernachlässigt)
- Technische Stromrichtung \Rightarrow vom Plus- zum Minuspol
- Physikalische Stromrichtung (in einem Leiter 1. Klasse) \Rightarrow entspricht der Bewegungsrichtung der Elektronen (vom Minus- zum Pluspol)

Physikalische Effekte die Ladungen in Bewegung versetzen

Voraussetzung für eine Bewegung von Ladungsträgern ist das Vorhandensein einer Spannung (Potentialdifferenz) zwischen zwei Orten. Diese Spannungsdifferenz liefert in der Praxis eine Spannungs- oder Stromquelle.

- Chemische Redoxreaktionen (Akku, Batterie)
- Coulombkräfte in Influenzmaschinen, elektrostatische Generatoren und Kondensatoren
- Lorenzkräfte in (elektrodynamischen) Generatoren.

Einteilung von elektrischen Leitern

- Metall (Leiter 1. Klasse) \Rightarrow bewegte Ladungen sind Elektronen
- Elektrolyt (Leiter 2. Klasse) \Rightarrow bewegte Ladungen sind Elektronen und Ionen
- Halbleiter \Rightarrow bewegte Ladungen sind, je nach Material Elektronen bzw. Elektronenlöcher

Ohm'sche Gesetz

Fertigt man ein $U(I)$ -Diagramm eines elektrischen Leiters (Leiter 1. Klasse) mittels Messungen an, so ist es leicht erkennbar, dass die Spannung proportional zur Stromstärke ist. Der Proportionalitätsfaktor wird dabei als Ohm'scher Widerstand bezeichnet. Nur im Fall einer **linearen** $U(I)$ -Kennlinie spricht man von einem **ohm'schen** Widerstand.

$$U = R \cdot I \quad [R] = \frac{[U]}{[I]} = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A}} = 1 \text{ Ohm } (\Omega)$$

Der Kehrwert des Ohm'schen Widerstands wird als Leitwert bezeichnet.

$$G = \frac{I}{U} \quad [G] = \frac{[I]}{[U]} = \frac{1 \text{ A}}{1 \text{ V}} = 1 \text{ Siemens (S)}$$

Der elektrische Widerstand

Der Widerstand eines Leiters hängt von der **Länge** l , vom **Querschnitt** A , vom **Material** sowie von der **Temperatur** T ab.

- Legt man einen Leiter an eine konstante Spannung U und variiert nur seine Länge und hält dabei die anderen Parameter konstant, so stellt man fest, dass sich der Widerstand proportional zur Länge des Leiters¹ verhält.
- Variiert man die Fläche eines Leiters und hält die anderen Parameter konstant, so stellt man fest, dass sich der Widerstand indirekt proportional zur Fläche verhält.
- Für ein bestimmtes Material erhält man bei konstanter Temperatur folgenden Zusammenhang:

$$R \sim \frac{l}{A} \Rightarrow R = \frac{\rho}{\omega} \cdot \frac{l}{A} \quad [\rho] = \frac{[R] \cdot [A]}{[l]} = \frac{[\Omega] \cdot [m^2]}{[m]} = 1 \, \Omega m$$

Dieser Proportionalitätsfaktor hängt bei konstanter Temperatur nur mehr vom Material des Leiters ab. Man bezeichnet ihn als den spezifischen Widerstand ρ , dessen Kehrwert bezeichnet man als den spezifischen Leitwert σ . $([\sigma] \dots \frac{1}{\Omega m})$

- Die Temperaturabhängigkeit eines Widerstandes:

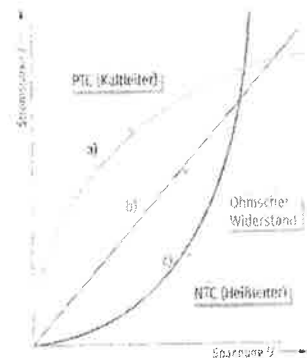
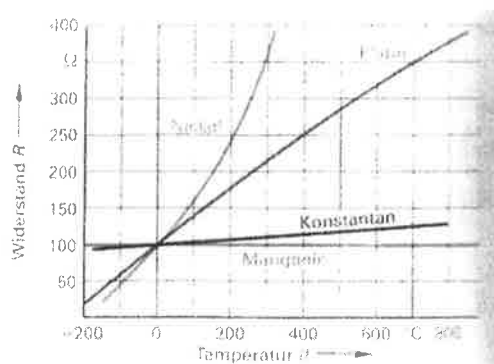


Abbildung 1: Steigung entspricht dem Leitwert

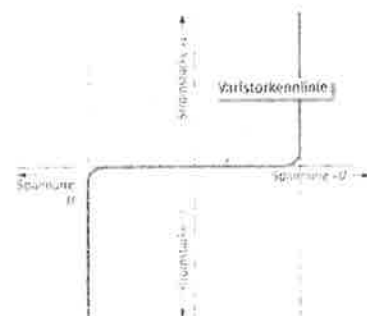
$$R_{T_2} = R_{T_1} \cdot \left[1 + \alpha \cdot \frac{(T_2 - T_1)}{\Delta T} \right] \quad \alpha \dots \text{Temperaturkoeffizient} \quad [\alpha] = \frac{[R]}{[R] \cdot [T]} = \frac{1}{K}$$

$R_{T_1}, R_{T_2} \dots \text{Widerstandswerte bei } T_1 \text{ bzw. } T_2$

Je nachdem, ob der Widerstand mit der Temperatur zu oder abnimmt, bezeichnet man diesen als Heiß- bzw. Kaltleiter.

Bauformen von Widerständen

- **Verstellbare Widerstände und Potentiometer:** Werden oft verwendet zur Einstellung von Spannungen.
- **Festwiderstände:** Die Baugröße hängt dabei von der Widerstandsleistung und nicht vom Widerstandswert ab.
- **Photowiderstand: LDR** (Light Dependent Resistor) – Widerstand ist abhängig von der Lichtstärke.
- **Varistoren: VDR** (Voltage Dependent Resistor) – Widerstand ist abhängig von der Spannung.
- **Feldplatte: MDR** (Magnetic Field Dependent Resistor) – Widerstandswert nimmt mit steigender magnetischer Flussdichte B zu.
- **Kaltleiter: PTC** (Positive Temperature Coefficient) – Widerstandswert nimmt mit steigender Temperatur zu. (Metalle: Bewegung der Elektronen wird durch Gitterschwingungen eingeschränkt.)



¹ Je länger ein Leiter ist, desto öfter können Elektronen einen Teil ihrer Bewegungsenergie an die Gitterionen abgeben.

- **Heißeiter: NTC** (Negative Temperature Coefficient) – Widerstandswert nimmt mit steigender Temperatur ab. (Halbleiter, Kohle: Infolge der Erwärmung gehen mehr Ladungsträger von Valenz- ins Leitungsband und stehen dadurch zusätzlich für den Ladungstransport zur Verfügung.)

Die Stromdichte

In einem Stromkreis, in dem Strom mit einer bestimmten Stromstärke I fließt, müssen durch jeden Leiterquerschnitt gleich viele Elektronen – egal, ob der Querschnitt an manchen Stellen deutlich dünner ist als an anderen Stellen. Folglich müssen sich die Elektronen durch den dünneren Leiterquerschnitt mit einer höheren Geschwindigkeit durchbewegen und erwärmen somit diesen auch stärker. Dieser Sachverhalt wird durch die **Stromdichte** $J = \frac{I}{A}$ mit $[J] = \frac{A}{m^2}$ berücksichtigt.

Ein Leiter erwärmt sich umso mehr, je größer die Stromdichte in ihm ist, folglich werden für verschiedenste elektrische Komponenten **maximal zulässige Stromdichten** angegeben. **Schmelzsicherungen** arbeiten nach dem Prinzip, dass bei einer bestimmten Stromstärke die Stromdichte in der Sicherung so hoch ist, dass diese schmilzt.

Farbcodes bei Widerständen

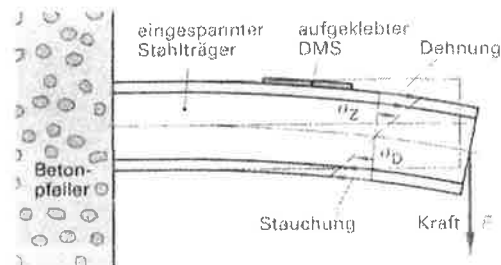
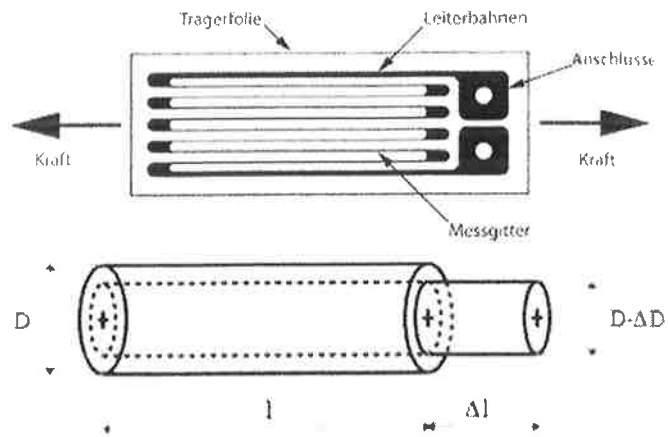
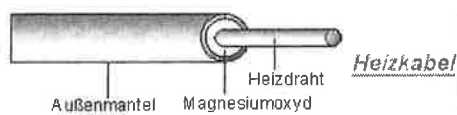
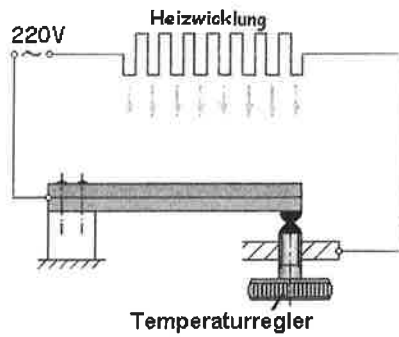
Farbcode von Kohleschichtwiderständen

		1. Ring Zahl		2. Ring Zahl		3. Ring Faktor		4. Ring Toleranz	
si	silber		-		-		:100		± 10%
go	gold		-		-		:10		± 5%
sw	schwarz		-		0		.0 !		
br	braun		1		1		0		
rt	rot		2		2		00		± 2%
or	orange		3		3		000 = kΩ		
ge	gelb		4		4		0 000		
gn	grün		5		5		00 000		
bl	blau		6		6		000 000 = MΩ		
vi	violett		7		7		- Beispiel mit 4 Farbringen: br sw rt go 1 0 00 ±5% R = 1000 Ω		
gr	grau		8		8				
ws	weiß		9		9				

Anwendungen:

Heizdraht

Dehnungsmessstreifen



Elektrische Arbeit und Leistung

- Die im Widerstand in der Zeitspanne Δt umgewandelte elektrische Energie W^2 ist gegeben durch das Produkt:

$$\Delta W = U \cdot \Delta Q = U \cdot I \cdot \Delta t \quad [W] = [U] \cdot [I] \cdot [\Delta t] = 1 \text{ Joule} = 1 \text{ Ws}$$

- Die am Widerstand entstehende elektrische Leistung ist dann gegeben durch:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R} \quad [P] \dots \text{Watt}$$

- Der Stromanbieter verrechnet nicht die gelieferten Joule, sondern die gelieferten kWh.

$$1 \text{ kWh} = 1 \cdot 10^3 \cdot 60 \cdot 60 = 3.6 \cdot 10^6 \text{ Ws} = 3.6 \cdot 10^6 \text{ Joule}$$

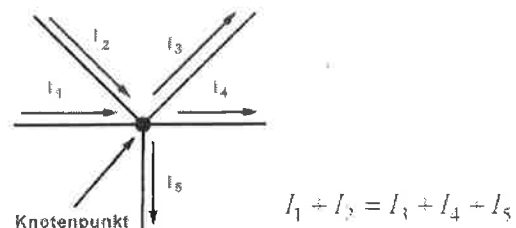
Schaltung von Widerständen

Ein Widerstand als passives Bauelement wird in elektronischen Schaltkreisen zur Strombegrenzung, zur Stromaufteilung und zur Spannungsteilung verwendet.

Kirchhoff'sche Regeln

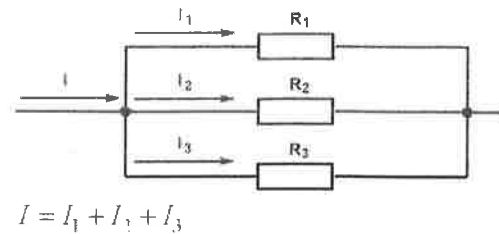
Knotenregel: Die Summe aller in einem Knoten zu- und abfließenden Ströme ist gleich Null.

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$



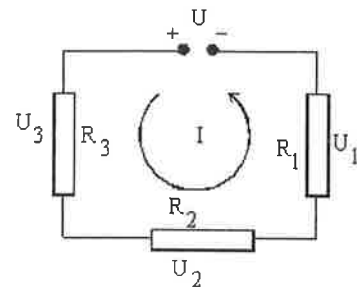
² Die Elektronen stoßen auf ihren Weg durch das Metall auf Metallionen und geben dabei einen Teil ihrer kinetischen Energie an diese ab. Diese geben dann die aufgenommene Energie in Form von Joule'scher Wärme an der Leiteroberfläche ab. Diese Energie muss von der Spannungsquelle zur Verfügung gestellt werden.

- Zum Knoten fließende Ströme haben ein positives Vorzeichen.
- Vom Knoten abfließende Ströme haben ein negatives Vorzeichen.



Maschenregel: Für eine Masche gilt, dass der Betrag der Summe der Spannungen, die die Spannungsquellen liefern, gleich dem Betrag der Summe der Spannungsabfälle ist.

$$\sum_{i=1}^n U_i = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n U_n - \sum_{i=1}^m I_m \cdot R_m = 0$$



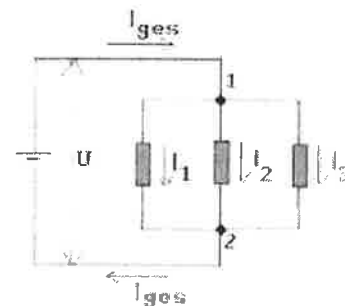
Parallelschaltung von Widerständen

$$U = I_{ges} \cdot R_{ges} \quad I_{ges} = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_{ges} = I_1 + I_2 + I_3 \Rightarrow \frac{U}{R_{ges}} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3}$$

$$I_{ges} = \frac{U}{R_{ges}} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3}$$

$$U = U_1 = U_2 = U_3 \Rightarrow \frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$



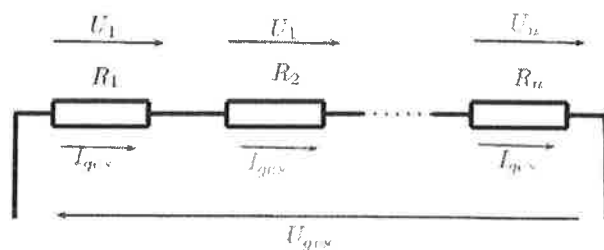
Serienschaltung von Widerständen

$$U_{ges} = U_1 + U_2 + U_3 + U_n$$

$$I_{ges} \cdot R_{ges} = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 + I_n \cdot R_n$$

$$I_{ges} = I_1 = I_2 = I_n$$

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + R_n$$



Spannungsteiler, Potentiometerschaltung

Schiebewiderstände werden mittels einer Potentiometerschaltung zur Einstellung von Spannungen verwendet.

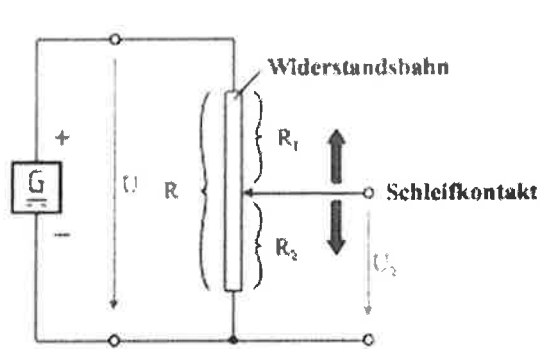


Abbildung 2: Unbelasteter Spannungsteiler

$$I = \frac{U}{R_{Ges}} = \frac{U}{R_1 + R_2} \text{ und } I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2}$$

$$\frac{U_2}{U} = \frac{R_2 \cdot I}{(R_1 + R_2) \cdot I} \Rightarrow U_2 = U \cdot \frac{R_2}{(R_1 + R_2)}$$

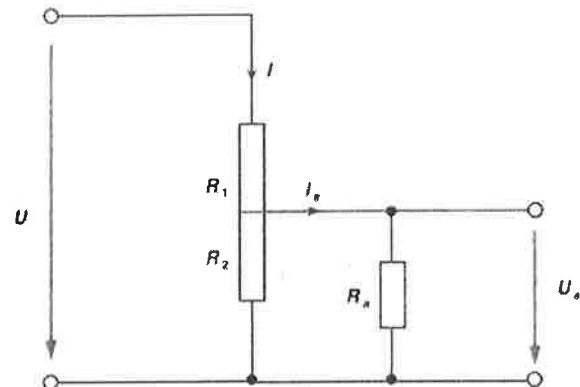


Abbildung 3: Belasteter Spannungsteiler

$$I = \frac{U}{R_{Ges}} = \frac{U}{R_1 + R_P} \text{ und } I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_P} \quad R_P = \frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L}$$

$$\frac{U_2}{U} = \frac{R_P \cdot I}{(R_1 + R_P) \cdot I} \Rightarrow U_2 = U \cdot \frac{R_P}{(R_1 + R_P)}$$

BMK: Beim belasteten Spannungsteiler ist die abgegriffene Teilspannung kleiner als beim unbelasteten.

Leerlaufspannung und Innenwiderstand

Misst man an einer Batterie die Spannung (ohne Verbraucher), so ist diese Quellspannung U_0 größer als die sogenannte Klemmspannung U_k , die man misst, wenn ein Verbraucher an eine Batterie angeschlossen ist.

Dieses Verhalten lässt sich dadurch erklären, dass die Batterie selbst einen Innenwiderstand R_i besitzt³, an welchem, im Falle eines geschlossenen Stromkreises, neben dem Spannungsabfall am Verbraucher auch ein Spannungsabfall auftritt. Dem Verbraucher steht dann nur mehr die Klemmspannung U_k zur Verfügung. Man erkennt das Vorhandensein eines Innenwiderstands R_i auch daran, dass der Strom im Falle eines Kurzschlusses nicht gegen unendlich geht, weil er ja durch den Innenwiderstand begrenzt wird.

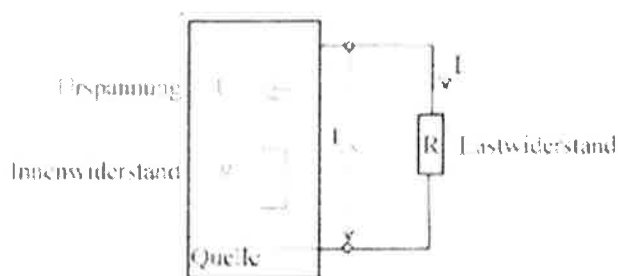


Abbildung 4: Spannungsquelle mit Innenwiderstand

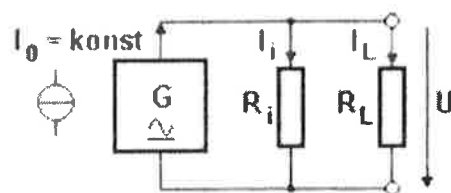


Abbildung 5: Stromquelle mit Innenwiderstand

³ Zum Beispiel: Zuleitungen, Kontakte und diverse Eigenschaften von Elektrolyten.

Strom und Spannungsmessung

Prinzip: Da bei der Strom bzw. Spannungsmessung das Messgerät selbst ein Teil der Schaltung ist, muss man darauf achten, dass das Messgerät die Messung der zumessenden Größe so wenig wie möglich beeinflusst.

Arten von Messgeräten:

- Prinzip des Analog-Digital-Wandlers:
Analoges Eingangssignal wird in ein digitales Ausgangssignal umgewandelt.
- Drehspulinstrument, Galvanometer:
Zeigeranzeige – beruht auf der magnetischen Kraftwirkung auf stromdurchflossene Leiter

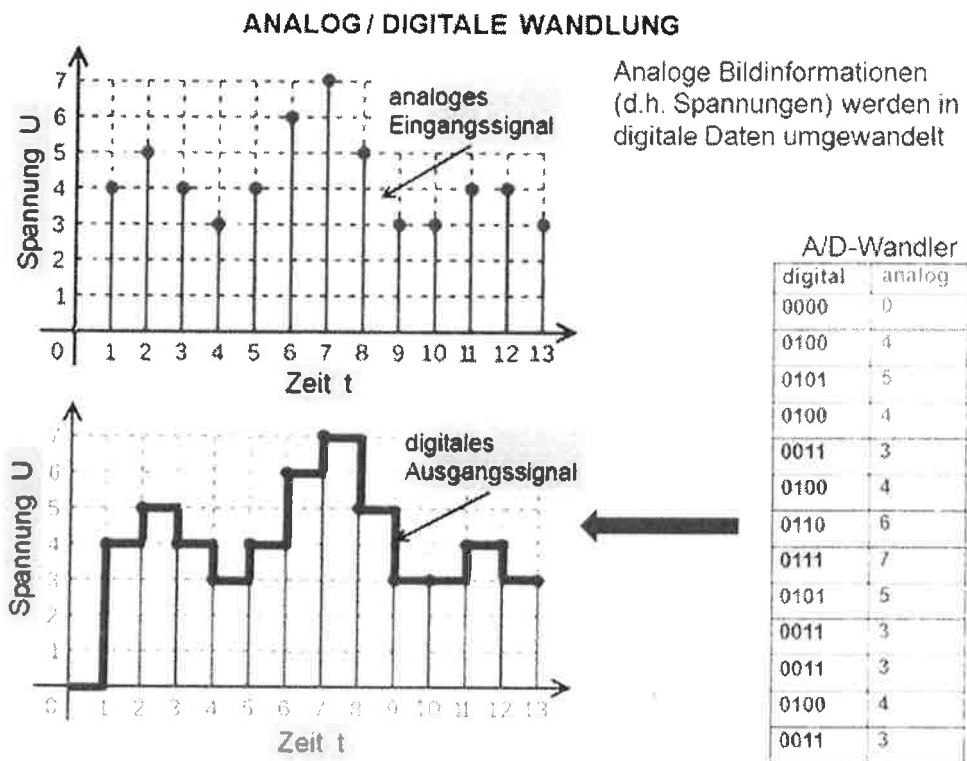


Abbildung 6: AD-Wandler

Strommessung

Der Innenwiderstand eines Amperemeters sollte möglichst klein sein und dadurch das Messergebnis so wenig wie möglich beeinflussen.

Beispiel: **Messbereichserweiterung**

Ein Drehspulmesswerk hat sehr dünne Drähte und diese müssen vor zu großen elektrischen Strömen geschützt werden. Man erreicht dies durch einen Vorwiderstand (Shunt).

Spannungsmessung

Ein Spannungsmessgerät wird parallel in die Schaltung an die Stellen geschaltet, an denen man die Spannungsdifferenz messen will. Als Spannungsmessgeräte kann man prinzipiell dieselben Messwerke wie bei der Strommessung verwenden, jedoch sollte in diesem Fall der Innenwiderstand R_i möglichst hoch sein.

