



Contents lists available at ScienceDirect

Journal of Economic Dynamics and Control

journal homepage: <https://www.sciencedirect.com/journal/journal-of-economic-dynamics-and-control>



Not Everyone Ages Gracefully: Fiscal Adjustments to Exogenous Shocks in Three Latin American Countries

S. Pythagoras ^{a,} , M. Thales ^b

^a School of Pythagoreans, Croton, Magna Graecia

^b Milesian School of Natural Philosophy, Miletus, Ionia

ARTICLE INFO

Communicated by C. Eratosthenes

Keywords:

Elsevier

Typst

Template

ABSTRACT

Lore ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequa doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguique possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et.

1. Introduction

Motivation

- Global challenges in fiscal sustainability.
- Importance on focusig on latin-american economies
- Unique economic and demographic profiles of Mexico, Chile, and Costa Rica.
- Importance of worker heterogeneity in fiscal adjustments.

Research Questions

- How should public expenditure be adjusted to minimize fiscal imbalances considering different skill groups?
- What replacement rate minimizes the fiscal gap without altering contribution rates?
- How do pension reforms affect different worker types (high vs. low skill)?
- What are the policy trade-offs for Latin American countries with different fiscal constraints?

1.1. Introducción

Se desarrolló un Modelo de Generaciones Traslapadas de Agentes Heterogéneos Dinámico y Estocástico (DSOLG) para estimar cambios en la política fiscal.

Al contrario de los modelos de horizonte infinito de agente representativo, este enfoque permite incorporar [1] :

- Propiedades del ciclo de vida que son importantes para determinar las elecciones de ahorro y oferta de trabajo.
- Heterogeneidad intra-generacional en los hogares, que es necesaria para analizar el impacto de cambios de política en la distribución de ingreso y la riqueza.
- Heterogeneidad inter -generacional en los hogares para analizar el timing de los impuestos y sus efectos sobre la distribución intergeneracional.

Una generación de modelos OLG son los que incorporan incertidumbre en forma de shocks idiosincráticos a nivel de los hogares (ingresos laborales, riesgo de longevidad, etc) y determinismo en las variables agregadas [1]

Los shocks idiosincráticos afectan de forma diferenciada a los agentes, de manera que responden de forma heterogénea dentro de un cohorte [2]¹

Estos modelos son utilizados para calcular efectos de transición de cambios de política de un estado estacionario al siguiente.

* Corresponding author.

E-mail address: s.pythagoras@croton.edu (S. Pythagoras).

¹ Al contrario del enfoque de agente representativo donde implícitamente se define que los individuos pueden cubrirse contra cualquier forma shock idiosincrático

<https://doi.org/10.1016/j.jedc.2024.123456>

Received 01 June 510 BCE; Received in revised form 01 July 510 BCE; Accepted 10 December 2025

Available online 01 September 510 BCE

1234-5678/© 510 BCE Elsevier Ltd. All rights reserved, including those for text and data mining, AI training, and similar technologies. This is an open access article under the CC BY license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

Con la dinámica de la transición se utiliza también para analizar los impactos en el bienestar de reformas de la política fiscal que pueden beneficiar a futuras generaciones a costa de las generaciones de la transición.

El modelo aquí presentado pertenece a esta generación de modelos OLG. Es un modelo de equilibrio general dinámico y estocástico que incorpora riesgos idiosincráticos en la productividad laboral.

Las cantidades agregadas de la economía crecen en una trayectoria de crecimiento balanceado dada por la tasa de crecimiento de la población n_p .

1.2. Demografía

En cada periodo t , la economía está poblada por J generaciones traslapadas indizadas por $j = 1, \dots, J$.

El modelo integra el llamado **margen intensivo de la informalidad**, específicamente a los trabajadores que se emplean en unidades económicas formales pero que no cuentan con una relación patronal ni beneficios laborales definidos en la Ley, ni seguridad social². El modelo incorpora trabajadores **informales** que laboran en unidades económicas formales y trabajadores **formales**³. Cuando los individuos entran al mercado laboral, son asignados como trabajo informal o formal de acuerdo a una distribución de probabilidad ω_s ⁴. La variable indicadora $m_s \in [0, 1]$ denota el estado laboral del trabajador, donde $m_s = 0$ corresponde a trabajadoras formales y $m_s = 1$ a trabajadoras informales. Las probabilidades de transición entre ambos estados es fija y no depende de la edad:

$$\pi_{j,m,m^+} = \Pr(m_{j+1} = m^+ | m_j = m) \quad \text{con } m, m^+ \in \{0, 1\}, \quad (1)$$

Se asume que la supervivencia de un periodo al siguiente es estocástica y que ψ_j es la probabilidad que un agente sobreviva de la edad $j - 1$ a la edad j , condicional a que vive en la edad $j - 1$ ⁵.

La probabilidad incondicional de sobrevivir a la edad j está dada por $\prod_{i=1}^j \psi_i$ con $\psi_1 = 1$. Dado que el número de miembros de cada cohorte declina con respecto a la edad, el tamaño del cohorte correspondiente a la edad j en el periodo t es

$$N_{j,s,t} = \psi_{j,t} N_{j-1,s,t-1} \quad \text{con } N_{1,s,t} = (1 + n_{p,t}) N_{1,s,t-1} \quad (2)$$

En consecuencia, los pesos de los cohortes (las razones relativas de población) se definen como $m_{1,s,t} = 1$ y $m_{j,s,t} = \frac{\psi_{j,t}}{1+n_{p,t}} m_{j-1,s,t-1}$.

Se asume que la población crece a una tasa constante $n_{p,t} = n_p$ y es la misma para ambos grupos de la población.

La trayectoria de crecimiento balanceado, es decir donde todas las variables agregadas crecen a una misma tasa, se fija a la tasa de crecimiento del cohorte más joven. Se normalizan dichas variables agregadas al tiempo t por el tamaño del cohorte más joven que está viviendo en ese periodo.

Todos los agentes se retiran a la edad j_r . Los agentes que laboraron en el sector formal comienzan a recibir una pensión la cual es financiada por el impuesto a nómina. Durante la edad laboral de los trabajadores formales acumulan **earning points** ep_j que definen sus pagos de pensión cuando se retiran.

Por simplicidad, omitiremos el índice s en la medida de lo posible.

1.3. Decisiones de los hogares

1.3.1. Preferencias de los hogares

Los individuos tienen preferencias sobre consumo $c_{j,t}$ y ocio $l_{j,t}$, además que pagan impuestos sobre el consumo, ingreso así como también un impuesto sobre nómina al sistema de pensiones. Se asume que la asignación de tiempo es igual a 1.

Con $l_{j,t}$ denotando la cantidad de trabajo en horas ofrecido a mercado en el periodo t , tenemos $l_{j,t} + l_{j,t} = 1$. La función de utilidad de los hogares se define como

$$E \left[\sum_{j=1}^J \beta^{j-1} \left(\prod_{i=2}^j \psi_{i,s} m_{i-1,s} \right) u(c_{j,t}, 1 - l_{j,t}) \right] \quad (3)$$

donde β denota el factor de descuento de tiempo. Como puede verse, en la utilidad marginal esperada del consumo futuro es también condicional al actual estado laboral m .

La función de utilidad de los hogares está dada por

$$u(c_{j,t}, 1 - l_{j,t}) = \frac{\left[(c_{j,t})^\nu (1 - l_{j,t})^{1-\nu} \right]^{(1-\frac{1}{\gamma})}}{1 - \frac{1}{\gamma}} \quad (4)$$

La utilidad de consumo y ocio toma la forma de una función Cobb-Douglas con un parámetro ν de preferencia entre ocio y consumo. La elasticidad de sustitución intertemporal es constante e igual a γ , donde $\frac{1}{\gamma}$ es la aversión al riesgo del hogar.

²El **margen intensivo de la informalidad** es aún más grande, pues contempla a las trabajadoras que se emplean en el **sector informal**. El INEGI define al sector informal como las actividades económicas que operan con recursos del hogar, sin constituirse formalmente como empresas, donde no se logra distinguir entre la unidad económica y el hogar. Es decir, hay dos formas de conceptualizar la informalidad: de acuerdo al sector económico donde se emplea la trabajadora y por la condición laboral

³El modelo podría considerar a los trabajadores informales que se emplean en el sector informal al considerar unidades económicas que enfrentan una función de producción que usa únicamente el factor trabajo

⁴Esta distribución es calculada empíricamente mediante la matriz de hussmans del INEGI

⁵Se asume que los trabajadores formales e informales tienen la misma tasa de supervivencia

1.3.2. Riesgo de supervivencia y herencias

Dado que no hay mercados de rentas vitalicias (annuity markets), el retorno a activos individuales corresponde a la tasa de interés neta.

En un marco donde no hay riesgo de longevidad los agentes conocen con certeza en qué momento su vida terminará. En consecuencia, son capaces de planear perfectamente en qué punto del tiempo quieren consumir todos sus ahorros.

Aquí existe incertidumbre de supervivencia, así que los agentes pueden morir antes que la máxima duración de vida J y, como consecuencia, dejar una herencia. Se define $b_{j,t}$ como la herencia que un agente en la edad j recibe en el periodo t .

La cantidad de herencia para cada cohorte puede ser calculado mediante la expresión:

$$b_{j,t} = \Gamma_{j,t} BQ_t \quad (5)$$

donde BQ_t define la herencia agregada en el periodo t , o simplemente la fracción del total de activos que pueden ser atribuidos a quienes fallecieron al final del período anterior (incluidos los intereses).

$$BQ_t = r_t^n \sum_{j=2}^J a_{j,t} \frac{m_{j,t}}{\psi_{j,t}} (1 - \psi_{j,t}) \quad (6)$$

donde r_t^n es la tasa de interés neta en t y $a_{j,s,t}$ son los activos del cohorte j , del grupo s , en t .

1.3.3. Riesgo en la productividad laboral

Los individuos difieren respecto a su productividad laboral $h_{j,t}$, la cual depende de un perfil (determinístico) de ingresos por edad $e_{j,s}$ que depende del tipo de trabajo, un efecto de productividad fijo θ que es definido al comienzo del ciclo de vida y que, de igual forma, depende del tipo de trabajo (formal e informal) al que son asignados⁶. Además, se agrega un shock idiosincrático mediante un componente autoregresivo $\eta_{j,t}$ que evoluciona en el tiempo y que tiene una estructura autoregresiva de orden 1, de manera que

$$\eta_j = \rho\eta_{j-1} + \epsilon_j \quad \text{con } \epsilon_j \sim N(0, \sigma_\epsilon^2) \quad \text{y } \eta_1 = 0 \quad (7)$$

Dada esta estructura, la productividad laboral del hogar es

$$h_j = \begin{cases} e_j \exp[\eta_j] & \text{si } j < j_r \\ 0 & \text{si } j \geq j_r \end{cases} \quad (8)$$

1.3.4. Problema de Decisión de los Consumidores

El estado de los individuos se caracteriza por el vector de estado⁷

$$z_j = (J, a, ep, s, \eta) \quad (9)$$

Los hogares maximizan la función de utilidad sujeta a la restricción presupuestaria intertemporal

$$a_{j+1,s,t} = \begin{cases} (1 + r_t^n)a_{j,s,t-1} + w_t^n h_{j,s,t} l_{j,s,t} + b_{j,s,t} + pen_{j,s,t} - p_t c_{j,s,t} & \text{si } s = 0 \\ (1 + r_t^n)a_{j,s,t-1} + w_t^n h_{j,s,t} l_{j,s,t} + b_{j,s,t} - p_t c_{j,s,t} & \text{si } s = 1 \end{cases} \quad (10)$$

donde:

- $a_{j,t}$ son los ahorros-activos del agente en el periodo t ,
- $w_t^n = w_t (1 - \tau_t^w - \tau_{j,t}^{impl})$ es la tasa de salario neto, la cual es igual al salario de mercado w_t menos los impuestos por ingreso laboral $\tau_{j,t}^{impl}$ y el impuesto de nómina para financiar el sistema de pensión τ_t^p
- $r_t^n = r_t (1 - \tau_t^r)$ es la tasa de interés neta, que es igual a la tasa de interés de mercado r_t descontando el impuesto por ingresos de capital τ_t^r ,
- $p_t = 1 + \tau_t^c$ es el precio al consumidor el cual se normaliza a uno y se agregan los impuestos al consumo τ_t^c .

Se agrega una restricción adicional de no negatividad de los ahorros $a_{j+1,s} \geq 0$

1.4. Problema de programación dinámica

El problema de optimización de los agentes es el siguiente:

$$\begin{aligned} V_t(j, a, ep, s, \eta) &= \max_{c, l, a^+, ep^+} u(c, 1 - l) + \beta \psi_{j+1}(m_s) E[V(j+1, a^+, ep^+, s^+, \eta^+) | \eta, m_s] \\ \text{s.t. } a^+ &= \begin{cases} (1 + r_t^n)a_{j,s,t-1} + w_t^n h_{j,s,t} l_{j,s,t} + b_{j,s,t} + pen_{j,s,t} - p_t c_{j,s,t} & \text{si } s = 0, \\ (1 + r_t^n)a_{j,s,t-1} + w_t^n h_{j,s,t} l_{j,s,t} + b_{j,s,t} - p_t c_{j,s,t} & \text{si } s = 1 \end{cases}, \\ \eta^+ &= \rho\eta + \epsilon^+ \quad \text{con } \epsilon^+ \sim N(0, \sigma_\epsilon^2) \\ \pi_{j,m,m^+} &= \Pr(m_{j+1,s} = m_s^+ | m_{j,s} = m_s) \quad \text{con } m_s, m_s^+ \in \{0, 1\}. \end{aligned} \quad (11)$$

donde $z = (j, a, ep, s, \eta)$ es el vector de variables de estado individuales. Nótese que se colocó un índice de tiempo en la función de valor y en los precios. Esto es necesario para calcular la dinámica de la transición entre dos estados estacionarios. La condición terminal de la función de valor es

$$V_t(z) = 0 \quad \text{para } z = (J + 1, a, ep, s, \eta) \quad (12)$$

que significa que se asume que los agentes no valoran lo que sucede después de la muerte.

⁶Representa un shock permanente

⁷Se asume que los shocks de productividad son independientes entre individuos e identicamente distribuidos entre individuos de un tipo de trabajo en específico.

Formulamos la solución de problema de los hogares al reconocer que podemos escribir las funciones de horas laborales y de consumo como funciones de a^+ :

$$\begin{aligned} l = l(a^+) &= \min \left\{ \max \left[\nu + \frac{1-\nu}{(w_t^n * (1-m) + w_t * m)h} (a^+ - (1+r_t^n)a - \text{pen} * (1-m)), 0 \right], 1 \right\} \\ c = c(a^+) &= \frac{1}{p_t} [(1+r_t^n)a + (w_t^n * (1-m) + w_t * m)hl(a^+) + \text{pen} * (1-m) - a^+] \end{aligned} \quad (13)$$

Con la definición de la **implicit tax rate** (Ver siguiente sección), las condiciones de primer orden de los hogares se definen como

$$\begin{aligned} \frac{v}{p_t} \cdot \frac{[c^\nu(1-l)^{1-\nu}]^{1-\frac{1}{\gamma}}}{c} &= \beta E[V_{a^+}(z^+) | \eta] \\ \frac{1-\nu}{v} \cdot p_t c &= w_t h(1-l) \{1 - \tau_t^w - \tau_{j,t}^{impl}\} \end{aligned} \quad (14)$$

donde a^+ es desconocido. Nótese que $\tau_{j,t}^{impl} = \tau_t^p$ para $\lambda = 1$, lo que se reduce al modelo original.

1.4.1. Ingresos y egresos de los hogares por el sistema de pensiones

A la edad obligatoria de retiro j_r , la productividad laboral cae a cero y los hogares reciben una pensión $\text{pen}_{j,t}$, la cual está en función del historial salarial del individuo. Con el objetivo de hacer un seguimiento y contabilizar los salarios pasados así como las contribuciones a pensiones, se agrega un estado **earning points**, ep , el cual captura los ingresos brutos individuales relativos al ingreso promedio de la economía completa para cada año de contribución⁸ [3]

$$ep_{j+1} = \left[ep_j \times (j-1) + \left(\lambda + (1-\lambda) \frac{whl_j}{\bar{y}} \right) \right] / j \quad (15)$$

donde el parámetro λ indica el nivel de **progresividad** del sistema de pensiones [2]. Cuando $\lambda = 1$ la pensión es independiente de las contribuciones previas y es igual a la fracción de la tasa de reemplazo κ del sistema de pensiones del ingreso laboral promedio en el periodo t , esto es:

$$\text{pen}_j = \begin{cases} 0 & \text{si } j < j_r \\ \kappa_t \frac{w_t}{j_r - 1} \sum_{j=1}^{j_r-1} e_j, & \text{si } j \geq j_r \end{cases} \quad (16)$$

Cuando $\lambda = 0$, la pensión depende enteramente del historial salarial. Durante la fase de retiro de la trabajadora $j \geq j_r$, los puntos salariales quedan constantes y la pensión se calcula como

$$\text{pen}_j = \kappa_t \times ep_{j_r} \times \bar{y} \quad (17)$$

Los earning points evolucionan de acuerdo a la ecuación:

$$ep^+ = \begin{cases} \frac{j-1}{j} \cdot ep + \frac{1}{j} \cdot [\lambda + (1-\lambda) \cdot \frac{w_t h l}{\bar{y}_t}] & \text{si } j < j_r, \\ ep & \text{en caso contrario.} \end{cases} \quad (18)$$

Esta ecuación integra dos partes:

- La fase de acumulación, $j < j_r$
- La fase de rendimientos, $j \geq j_r$

La restricción presupuestaria de los hogares cambia a :

$$a^+ + p_t c = (1+r_t^n)a + w_t^n h l + \mathbb{1}_{j \geq j_r} \kappa_t \bar{y}_t ep \quad (19)$$

El beneficio de la pensión se obtiene hasta que se alcanza la edad de retiro j_r y es igual al producto de la tasa de reemplazo actual κ_t , el ingreso promedio \bar{y} así como también los puntos de ingreso acumulado por la trabajadora ep .

El Lagrangeano del problema de optimización del hogar se escribe :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{[c^\nu(1-l)^{1-\nu}]^{1-\frac{1}{\gamma}}}{1 - \frac{1}{\gamma}} + \beta E[V(z^+) | \eta] + \\ &+ \mu_1 [(1+r_t^n)a + w_t^n h l + \mathbb{1}_{j \geq j_r} \kappa_t \bar{y}_t ep - a^+ - p_t c] \\ &+ \mu_2 \mathbb{1}_{j < j_r} \left[\frac{j-1}{j} \cdot ep + \frac{1}{j} \cdot \left[\lambda + (1-\lambda) \cdot \frac{w_t h l}{\bar{y}_t} \right] - ep^+ \right] \\ &+ \mu_2 \mathbb{1}_{j \geq j_r} [ep - ep^+] \end{aligned} \quad (20)$$

con las siguientes condiciones de primer orden:

$$\begin{aligned} \frac{v}{p_t} \cdot \frac{[c^\nu(1-l)^{1-\nu}]^{1-\frac{1}{\gamma}}}{c} &= \beta E[V_{a^+}(z^+) | \eta] \\ \frac{1-\nu}{v} \cdot p_t c &= w_t h(1-l) \left\{ 1 - \tau_t^w - \tau_t^p + \frac{1-\lambda}{j \cdot \bar{y}} \cdot \frac{\beta E[V_{ep^+}(z^+) | \eta]}{\frac{v}{p_t} \cdot \frac{[c^\nu(1-l)^{1-\nu}]^{1-\frac{1}{\gamma}}}{c}} \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

Cuando $\lambda = 1$, la parte de la ecuación

⁸Este mecanismo de seguimiento de ingresos es tomado de [3], el cual es como funciona el sistema de pensiones alemán.

$$\frac{1-\lambda}{j \cdot \bar{y}_t} \cdot \frac{\beta E[V_{ep^+}(z^+) | \eta]}{\frac{\nu}{p_t} \cdot \frac{[c^\nu(1-l)^{1-\nu}]^{1-\frac{1}{\gamma}}}{c}} \quad (22)$$

Se hace cero, y nos enfrentamos al caso base de una pensión flat, independiente de las contribuciones previas.

Del teorema del envolvente se obtiene:

$$\begin{aligned} V_{a^+}(z^+) &= (1 + r_{t+1}^n) \cdot \frac{v}{p_{t+1}} \cdot \frac{[(c^+)^{\nu}(1 - l^+)^{1-\nu}]^{1-\frac{1}{\gamma}}}{c^+} \\ V_{ep^+}(z^+) &= \mathbb{1}_{j+1 \geq j_r} \cdot \kappa_{t+1} \bar{y}_{t+1} \cdot \frac{\nu}{p_{t+1}} \cdot \frac{[(c^+)^{\nu}(1 - l^+)^{1-\nu}]^{1-\frac{1}{\gamma}}}{c^+} \\ &\quad + \left[\mathbb{1}_{j+1 < j_r} \cdot \frac{j}{j+1} + \mathbb{1}_{j+1 \geq j_r} \right] \cdot \beta E[V_{ep^{++}}(z^{++}) | \eta]. \end{aligned} \quad (23)$$

Iterando la condición de primer orden hacia adelante, obtenemos:

$$\beta^{i-j} E \left[\frac{v}{p_{t+i-j}} \cdot \frac{[(c_i)^{\nu}(1 - l_i)^{1-\nu}]^{1-\frac{1}{\gamma}}}{c_i} | \eta_j \right] = \frac{\frac{v}{p_t} \cdot \frac{[(c_j)^{\nu}(1 - l_j)^{1-\nu}]^{1-\frac{1}{\gamma}}}{c_j}}{\prod_{k=j+1}^i (1 + r_{t+k-j})} (I) \quad (24)$$

para $i < j$.

Para la edad $j+1 = j_r$, la segunda ecuación del envolvente se reduce a

$$V_{ep}(z_{j_r}) = \kappa_{t+1} \bar{y}_{t+1} \cdot \frac{v}{p_{t+1}} \cdot \frac{[(c_{j_r})^{\nu}(1 - l_{j_r})^{1-\nu}]^{1-\frac{1}{\gamma}}}{c_{j_r}} + \beta E[V_{ep}(z_{j_r+1}) | \eta_j] (II) \quad (25)$$

con $s = t + 1 + i - j_r$. Para cualquier $j+1 < j_r$, tenemos

$$\begin{aligned} V_{ep}(z_{j+1}) &= \frac{j}{j+1} \cdot \beta E[V_{ep}(z_{j+2}) | \eta_j] \\ &= \frac{j}{j+1} \cdot \beta E \left[\frac{j+1}{j+2} \cdot \beta E[V_{ep}(z_{j+3}) | \eta_j] | \eta_j \right] \\ &= \frac{j}{j+2} \cdot \beta^2 E[V_{ep}(z_{j+3}) | \eta_j] = \dots \\ &= \frac{j}{j_r-1} \cdot \beta^{j_r-(j+1)} E[V_{ep}(z_{j_r}) | \eta_j] \end{aligned} \quad (26)$$

Sustituyendo (II) tenemos

$$\beta E[V_{ep^+}(z^+) | \eta_j] = \frac{j}{j_r-1} \sum_{i=j_r}^J \kappa_s \bar{y}_s \cdot \beta^{i-j} E \left[\frac{v}{p_s} \cdot \frac{[(c_i)^{\nu}(1 - l_i)^{1-\nu}]^{1-\frac{1}{\gamma}}}{c_i} | \eta_j \right], \quad (27)$$

con $s = t + i - j$. Sustituyendo ahora la ecuación (I), tenemos:

$$\frac{1-\lambda}{j \cdot \bar{y}_t} \cdot \frac{\beta E[V_{ep^+}(z^+) | \eta]}{\frac{\nu}{p_t} \cdot \frac{[c^\nu(1-l)^{1-\nu}]^{1-\frac{1}{\gamma}}}{c}} = \frac{1-\lambda}{(j_r-1) \cdot \bar{y}_t} \cdot \sum_{i=j_r}^J \frac{\kappa_s \bar{y}_s}{\prod_{k=j+1}^i (1 + r_{t+k-j})} \quad (28)$$

con $s = t + i - j$.

En consecuencia, definimos la **tasa de impuesto implícita** del sistema de pensiones como

$$\tau_{j,t}^{impl} = \tau_t^p - \frac{1-\lambda}{(j_r-1) \cdot \bar{y}_t} \cdot \sum_{i=j_r}^J \frac{\kappa_s \bar{y}_s}{\prod_{k=j+1}^i (1 + r_{t+k-j})} \quad (29)$$

Esta tasa de impuesto implícita toma en cuenta que, si $\lambda < 1$, los pagos a pensiones se incrementan al incrementarse los ingresos laborales y, como consecuencia, las contribuciones a pensiones también se incrementan. Por lo tanto, las contribuciones τ_t^p son distintas para cada hogar.

1.5. Tecnología

Las empresas contratan capital K_t y trabajo L_t en un mercado de factores perfectamente competitivo para producir un único bien Y_t de acuerdo a una tecnología de producción dada por una función de producción Cobb-Douglas

$$Y_t = \Omega K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (30)$$

donde Ω es el nivel de tecnología que es constante en el tiempo. El capital se deprecia a una tasa δ , de manera que el stock de capital evoluciona de acuerdo a la siguiente expresión

$$(1 + n_p) K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + I_t \quad (31)$$

Bajo el supuesto de competencia perfecta, las funciones inversas a la demanda de capital y trabajo de la empresa están dadas por

$$\begin{aligned} r_t &= \alpha\Omega\left[\frac{L_t}{K_t}\right]^{(1-\alpha)} - \delta \\ w_t &= (1-\alpha)\Omega\left[\frac{K_t}{L_t}\right]^\alpha \end{aligned} \tag{32}$$

1.6. Gobierno

El gobierno administra dos sistemas : un sistema de impuestos y un sistema de pensiones, ambos operando en equilibrio presupuestario.

El gobierno recolecta impuestos sobre el gasto en consumo, ingreso laboral e ingreso de capital con el objetivo de financiar su gasto público G_t y pagos relacionados al stock de deuda B_t . En el equilibrio inicial, el gasto público es igual a una razón constante del GDP, esto es, $G = g_y Y$. En periodos posteriores, el nivel de bienes públicos se mantiene constante (per cápita), lo que significa que $G_t = G$. Lo mismo aplica para la deuda pública, donde la razón inicial es denominada b_y . En cualquier punto en el tiempo el presupuesto del sistema de impuestos es balanceado si se cumple la igualdad

$$\tau_t^c C_t + \tau_t^w w_t L_t^s + \tau_t^r r_t A_t + (1 + n_p) B_{t+1} = G_t + (1 + r_t) B_t \tag{33}$$

Además de los ingresos por impuestos, el gobierno financia su gasto al contratar nueva deuda $(1 + n_p) B_{t+1}$. Sin embargo, debe repagar la actual deuda incluyendo intereses sobre los pagos de manera que tenemos que agregar $(1 + r_t) B_t$ al consumo de gobierno en el lado del gasto. De manera que, en un equilibrio de estado estacionario, el gasto $(r - n_p) B$ refleja el costo necesario para mantener el nivel de deuda constante. Nótese que no se ha hecho ninguna restricción a priori acerca de que tasa de impuesto tiene que ajustarse con el objetivo de balancear el presupuesto en el tiempo.

El sistema de pensiones opera en un esquema pay-as-you-go, lo que significa que recolecta contribuciones de las generaciones en edad de trabajar y directamente las distribuye a los retirados actuales. La ecuación de balance del presupuesto del sistema de pensiones está dada por

$$\tau_t^p w_t L_t^{\text{supply}, s=0} = \text{pen}_t N^R \quad \text{con} \quad N^R = \sum_{j=j_r}^J m_{j,s=0} \psi_j \tag{34}$$

donde N^R denota la cantidad de retirados formales.

Se asume que la tasa de reemplazo κ está dada de forma exógena mientras que la tasa de contribución τ_t^p se ajusta con el objetivo de balancear el presupuesto.

El beneficio de la pensión se calcula por la suma de earnings points acumulados durante el periodo laboral y el *monto actual de pensión*, APA⁹ que refleja el valor monetario de cada earning point, multiplicado por la tasa de reemplazo κ

$$p_j = \kappa \times \text{ep}_{j_r} \times \text{APA} \tag{35}$$

Con el tiempo, APA crece con los ingresos laborales brutos.

1.7. Mercados

Hay tres mercados en la economía : mercado de capital, mercado de trabajo y el mercado de bienes. Con respecto a los mercados de factores, el precio del capital r_t y del trabajo w_t se ajustan para limpiar el mercado, esto es:

$$K_t + B_t = A \quad \text{y} \quad L_t = L_t^s \tag{36}$$

Nótese que hay dos sectores que demandan ahorro de los hogares. El sector de empresas emplea ahorro como capital en el proceso de producción, mientras que el gobierno lo usa como deuda pública con el objetivo de financiar su gasto. El gobierno y las empresas compiten en competencia perfecta en el mercado de capital.

Con respecto al mercado de bienes, todos los productos producidos deben ser utilizados ya sea como consumo por parte del sector privado o por el gobierno, o en forma de inversión en el futuro stock de capital. Así, el equilibrio en el mercado de bienes está dado por

$$Y_t = C_t + G_t + I_t \tag{37}$$

2. Parametrización y calibración del modelo

El modelo contempla dos tipos de parámetros: aquellos que pueden ser directamente observados en los datos y aquellos que puedes ser estimados de forma indirecta. En el primer grupo de parámetros tenemos variables como las probabilidades de supervivencia y las razones de capital. En el segundo grupo de variables se encuentran aquellas que son estimadas mediante algún procedimiento de calibración. El procedimiento de calibración usualmente consiste en ajustar el valor de los parámetros hasta que una o varias salidas del modelo sean lo suficientemente cercanas a su valor registrado en el mundo real.

2.1. Parámetros exógenos

Cada periodo del modelo corresponde a 5 años en la vida real. Se supone que los hogares inician su vida económica a la edad de 20 años ($j = 1$) y enfrentan una esperanza de vida de 100 años, de manera que el ciclo de vida en el modelo cubre $JJ = 16$ periodos. Se define la edad

⁹Actual Pension Amount.

obligatoria de retiro a los 65 años de edad, lo que significa en el modelo que la edad de retiro corresponde a $JR = 10$, de manera que los hogares gastan los últimos 7 períodos como retirados del mercado de trabajo y reciben una pensión.

Dado que estamos considerando que un período corresponde a 5 años, algunas tasas anuales deben ser convertidas. Pensando el caso de la tasa de crecimiento de la población, suponiendo una tasa de crecimiento anual de 1 por ciento, la conversión a una tasa compuesta a 5 años sería igual a $n_p = 1.01^5 - 1 \sim 0.05$.

La razón de capital así como la razón de ingreso laboral en el producto es obtenida de PWT 10.01, Penn World Table. El perfil de productividad dada la edad se calculó con la Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo (ENO), para el segundo trimestre de 2021.

El gasto público total como fracción del GDP es obtenido del Banco Mundial y corresponde al gasto en consumo final del gobierno¹⁰, mientras que la razón deuda pública-GDP fue obtenido de banco de datos de CEPAL.

Para la calibración del modelo consideramos 2021 como el año base, de manera que todos los parámetros exógenos corresponden a este año.

2.2. Parámetros calibrados

Los parámetros a calibrar correspondientes a la producción fueron el nivel de tecnología Ω y la tasa de depreciación δ . A sugerencia de los autores, se normaliza la tasa de salarios igual a uno, $w = 1$. El parámetro Ω fue calibrado numéricamente hasta obtener los valores más cercanos de la tasa de salarios a la unidad. Por su parte, la tasa de depreciación no fue necesario calibrar pues en PWT 10.01, Penn World Table se presenta la tasa para los tres países.

El parámetro ν representa el trade off de las preferencias individuales con respecto al consumo y al ocio. Entre más grande el valor de ν , es más atractivo para los hogares consumir bienes y servicios que son pagados en el mercado que consumir tiempo de ocio. El parámetro ν , por tanto, tiene una influencia importante en la cantidad de horas que un hogar trabaja en el mercado. Se ajusta ν a un objetivo de una razón promedio de tiempo de trabajo en el total de tiempo asignado que representa aproximadamente 33 por ciento. Este valor se calcula para cada país al asumir una asignación máxima de tiempo de trabajo semanal de 110 horas, así como también 50 semanas laborales por semana. Entonces se relaciona este promedio anual de horas trabajadas por trabajador, el cual está disponible en la PWT 10.01, Penn World Table para los países de estudio.

Los siguientes parámetros a calibrar corresponden al proceso de formación y varianza del logaritmo de los ingresos salariales a lo largo del ciclo de vida de los hogares. Estudios empíricos señalan que alrededor de los 25 años la varianza de los ingresos es de 0.3 y que tiende a incrementarse casi linealmente a un valor de 0.9 hasta la edad de 60 años. En modelo presentado aquí, la varianza del logaritmo de las ganancias laborales se determina por dos componentes: mediante procesos exógenos que afectan la productividad laboral de una forma idiosincrática θ y η_j , así como también por las decisiones individuales acerca de cuántas horas de trabajo se oferta en el mercado. Contamos con información acerca de la estructura del proceso de productividad laboral y cómo este podría influir en la varianza del logaritmo de las ganancias laborales. El logaritmo de las ganancias laborales de un individuo se define como

2.3. Sistema de impuestos y del sistema de pensiones

Resta parametrizar el esquema del sistema de impuestos y del sistema de pensiones. El gobierno tiene 4 esquemas tributarios a definir con el objetivo de balancear su presupuesto:

1. Definir exógenamente el valor de τ_t^w y τ_t^r , calcular el valor de τ_t^c .
2. Definir exógenamente el valor de τ_t^c , calcular el valor de τ_t^w y τ_t^r
3. Definir exógenamente el valor de τ_t^c y τ_t^r , calcular el valor de τ_t^w .
4. Definir exógenamente el valor de τ_t^c y τ_t^w , calcular el valor de τ_t^r .

Para las ejecuciones del modelo se definió el esquema 4, es decir, de forma exógena asignamos un valor de la tasa de impuesto al consumo y al ingreso laboral, y el modelo calcula la tasa de impuesto del capital. Se utilizaron los cálculos de las tasas efectivas de los impuestos al consumo y al ingreso realizados por el CIEP.

Con respecto al sistema de pensiones, tenemos que definir la tasa de reemplazo κ . El valor observado de la tasa de reemplazo para los tres países fue obtenido de OECD-Funded Pension Indicators-Contributions.

El valor del factor de descuento intertemporal β fue el mismo que el usado por los autores.

Para el equilibrio inicial, consideramos que el sistema de pensiones es regresivo, es decir el factor de progresividad $\lambda = 0$.

Las tasas de probabilidad de muerte fueron estimadas con las pirámides poblacionales por cohorte de edad del Censo de Población y Vivienda de 2020.

2.4. Resumen de parámetros exógenos (E), calibrados (C) y objetivos (T)

La siguiente tabla presenta los parámetros del modelo. Se clasifican de acuerdo a parámetros que son obtenidos directamente de los datos (parámetro exógeno) y aquellos que son calibrados. Se describe de forma breve el proceso de calibración. Para más detalle, véase la sección de Parametrización y calibración del modelo.

Se muestra también las salidas del modelo que son definidas como targets de calibración. Para el caso de estos targets así como de los parámetros exógenos, se señala la fuente de consulta de datos que se utilizó en el presente análisis.

¹⁰<https://data.worldbank.org/indicator/NE.CON.GOV.T.ZS>

Parámetro	Descripción	E	C	T	Descripción
TT	Número de periodos de transición. Cada periodo equivale a 5 años en la vida real.	X			Definido por criterio numérico
JJ	Número de años que vive un hogar. Los hogares empiezan su vida económica a los 20 años ($j = 1$). Viven hasta los 100 años ($JJ = 16$).		X		
JR	Edad obligatoria de retiro. Los hogares se retiran a los 65 años ($j_r = 10$)		X		
γ	Coeficiente de aversión relativa al riesgo (recíproco de la elasticidad de sustitución intertemporal)		X		El parámetro fue calibrado hasta obtener las salidas más cercanas a los valores observados de las razones del Consumo e Inversión con respecto al PIB.
ν	Parámetro de la intensidad de preferencia de ocio.		X		Se consultó PWT 10.01, Penn World Table
β	Factor de descuento de tiempo.		X		Calibrado por Fehr y Kindermann (2018).
σ_θ^2	Varianza del efecto fijo θ sobre la productividad.		X		Calibrado por Fehr y Kindermann (2018).
σ_ε^2	Varianza del componente autoregresivo η .		X		Calibrado por Fehr y Kindermann (2018).
α	Elasticidad del capital en la función de producción. Corresponde a la razón capital en el producto.		X		Se consultó PWT 10.01, Penn World Table
δ	Tasa de depreciación de capital.		X		Se consultó PWT 10.01, Penn World Table
Ω	Nivel de tecnología.				Calibrado numéricamente para ajustar la tasa de salarios a $w_t = 1$.
n_p	Tasa de crecimiento poblacional.		X		Se consultó OECD, Fertility rates
gy	Gasto público como porcentaje del PIB.		X		Se consultó Banco Mundial, General government final consumption expenditure (% of GDP)
by	Endeudamiento público como porcentaje del PIB.		X		Banco de datos de CEPAL
κ	Tasa de reemplazo de sistema de pensiones.		X		Se consultó OECD-Founded Pension Indicators-Contributions
ψ_j	Tasas de supervivencia por cohorte de edad.		X		Calculado con las pirámides poblacionales del Censo de Población de 2020
e_j	Perfil de eficiencia de ingresos laborales por cohorte de edad.		X		ENOE Q2 2021
τ_t^c	Tasa de impuesto al consumo.		X		Tasa efectiva calculada por CIEP
τ_t^w	Tasa de impuesto al ingreso laboral.		X		Tasa efectiva calculada por CIEP
τ_t^r	Tasa de impuesto al ingreso de capital.		X		Se consultó OECD Tax Database
τ_t^p	Tasa de contribución sobre nómina al sistema de pensiones.		X		Se consultó OECD-Founded Pension Indicators-Contributions
$\tau_{j,t}^{impl}$	Tasa de impuestos implícita de la contribución sobre nómina al sistema de pensiones.		X		
λ	Factor de progresividad del sistema de pensiones.		X		
PEN/GDP	Pago a pensiones como porcentaje del PIB.		X		Se consultó OECD-Pensions at Glance-Public expenditure on pensions
C/GDP.	Consumo privado como porcentaje del PIB.		X		Se consultó PWT 10.01, Penn World Table
I/GDP	Inversión como porcentaje del PIB.		X		Se consultó PWT 10.01, Penn World Table

2.5. Parámetros del modelo

La siguiente tabla resume los valores de los parámetros del modelo:

Descripción	Parámetro	México
Función de Utilidad		
Coeficiente de aversión relativa al riesgo (recíproco de la elasticidad de sustitución intertemporal)	γ	0.18
Parámetro de la intensidad de preferencia de ocio.	ν	0.45
Factor de descuento de tiempo.	β	0.998

Descripción	Parámetro	Méjico
Función de Producción		
Elasticidad del capital en la función de producción. Corresponde a la razón capital-producto.	α	0.619
Tasa de depreciación de capital.	δ	3.8 %
Nivel de tecnología.	Ω	1.65
Riesgo en productividad laboral		
Componente autoregresivo del shock en productividad.	ρ	0.98
Varianza del componente autoregresivo η	σ_{ε}^2	0.05
Gobierno		
Gasto público como porcentaje del PIB.	gy	11.02 %
Endeudamiento público como porcentaje del PIB.	by	52.3 %
Tasa de impuesto al consumo.	τ_t^c	5.73 %
Tasa de impuesto al ingreso.	τ_t^w	12.73 %
Sistema de Pensiones		
Tasa de reemplazo de sistema de pensiones.	κ	64.3%
Factor de Progresividad del sistema de pensiones.	λ	0.0
Demografía		
Tasa de crecimiento poblacional	n_p	1.8 %

2.6. Equilibrio Inicial

	Modelo	Observado
Mercado de Bienes (% PIB)		
• Consumo Privado	69.04	70.2
• Gasto Público	11.02	11.02
• Inversión	19.94	18.39
Tasas de impuestos (en %)¹¹		
• Consumo	5.73	16.0
• Ingreso	12.73	1.92 - 35.0
• Capital	14.58	12.13 ¹²
Ingresaos por impuestos (% PIB)		
• Consumo	3.96	4.07
• Ingreso	4.85	3.91 ¹³
• Capital	8.14	5.33
Sistema de pensiones		
• Tasa de reemplazo	64.3	64.3
• Pagos a pensiones (% PIB)	2.44	18.2
Demografía		
• Tasa de crecimiento poblacional	1.82	1.82

3. Incremento de la Progresividad del Sistema de Pensiones

En esta sección se detallarán los efectos macroeconómicos, de bienestar y de eficiencia, así como sostenibilidad fiscal del incremento de la progresividad del sistema de pensiones.

Partimos del equilibrio inicial obtenido en la sección previa el cual se definió como $t = 2021$. Cambiamos progresivamente el valor de λ a partir de $t = 2022$ y calculamos la trayectoria de transición hacia el nuevo estado de equilibrio $t = \infty$.

¹¹Tasas Efectivas vs Tasa Nominal

¹²Tasa Efectiva

¹³Impuestos al ingreso aplicados a remuneraciones a asalariados e ingresos mixtos

Nos interesa conocer los efectos en los agregados macroeconómicos, así como en el bienestar y eficiencia, entre ambos estados de equilibrio.

3.1. Cálculos de efectos en el bienestar y eficiencia

Con el objetivo de contabilizar cambios en bienestar de los agentes, utilizaremos la denominada **Equivalencia¹⁴ Hicksiana**.

Dado que la función de utilidad de los hogares es homogénea [3], tenemos que se mantiene la siguiente igualdad

$$u[(1 + \phi)c_j, (1 + \phi)\ell_j] = (1 + \phi)u[c_j, \ell_j] \quad (38)$$

Si el consumo y el ocio simultáneamente se incrementaran por un factor $1 + \phi$ en cualquier edad, la utilidad a lo largo de la vida se incrementaría en el mismo factor. Si asumimos que un individuo en el estado z_j tiene una utilidad $V_{2021}(z_j)$ en el equilibrio inicial y $V_t(z_j)$ en el segundo equilibrio de largo plazo después de la política, $t > 2021$.

La variación de compensación entre el escenario de reforma y el escenario baseline para el individuo con estado z_j sería

$$\phi = \frac{V_t(z_j)}{V_{2021}(z_j)} - 1 \quad (39)$$

donde ϕ indica el porcentaje de cambio tanto en consumo como en ocio que el individuo en estado z_j requeriría en el estado inicial para estar al menos tan bien como después de la reforma de la política. Si $\phi > 0$, la reforma mejora el bienestar de este individuo y viceversa.

La línea sólida de la siguiente figura muestra una posible consecuencia específicas por cohorte en el bienestar que pueden experimentar los individuos como resultado de una política¹⁵. La política redistribuye la riqueza de los cohortes actuales a los cohortes futuros¹⁶.

Para aislar los efectos obtenido únicamente por efectos de eficiencia de la reforma, [4] fueron pioneros en proponer introducir un agente nuevo al modelo : Lump-Sum Redistribution Authority (LSRA). Dicho agente realiza una tarea hipotética en una simulación independiente en la que redistribuye-compensa los beneficios o pérdidas generados por la política. En primer lugar, este agente realiza transferencias o impone impuestos a todas las generaciones que son económicamente activas en el año inmediatamente precedente a año de aplicación de la política con el objetivo de hacerlos que estén tan bien como en el estado de equilibrio inicial después de la política. De manera que su varición de compensación es igual a 0. Posteriormente, como consecuencia de esta operación redistributiva, el LSRA pudo haber contraído deuda o acumular activos. El LSRA redistribuye esta deuda o activos a las generaciones futuras de tal manera que todos obtengan a la misma variación compensatoria. Esta variación se puede interpretar como una medida de eficiencia[3]. Si esta variación es positiva, la reforma se considera que mejora en sentido de Pareto tras la compensación.

3.2. Efectos del incremento de la progresividad

Nos interesa calcular los efectos de incrementar la progresividad del sistema de pensiones calcular la trayectoria hacia el segundo estado de equilibrio para los valores de $\lambda \in \{0.1, 0.2, \dots, 1.0\}$. Esta intervención tiene dos efectos latentes en el sistema. El primero : Bajo el sistema de earning points una parte de las contribuciones a pensiones de las trabajadoras se reconocen como un **ahorro implícito**. Bajo el sistema en que la pensión es independiente del historial de ingresos $\lambda = 1$, la contribución se considera un **impuesto implícito**. De manera que la transición a un sistema de pensiones con pensión **plana** incrementa las distorsiones de la oferta laboral y disminuye el bienestar. El segundo : el sistema de pensiones independiente del historial de ingresos $\lambda = 1$, también funciona como un seguro contra riesgos del mercado laboral, lo que tiende a mejorar el bienestar.

3.2.1. Efectos macroeconómicos

3.2.2. Bienestar y Eficiencia

Usamos la variación Hicksiana como medida de los efectos en bienestar para diferentes cohortes. Nos gustaría responder:

- ¿Se benefician-afectan los retirados? ¿Cómo son afectados por los incrementos en los impuestos al consumo? ¿formales o informales se benefician-perjudican más?
- ¿Se benefician-afectan las generaciones actuales en edad de trabajar?
- Here the intra-generational redistribution from rich towards poor households induced by the progressive pension formula becomes most obvious.
- ¿Se benefician-afectan las nuevas generaciones?
- ¿Qué pasa con la medida global del LSRA? Es decir, los efectos en bienestar después de pagos de compensación.

The evolution of welfare after compensation is depicted in the right part of Table 5. We find that the reform induces losses for any future generation of 0.46% of initial resources.

The introduction of flat pensions comes along with two major efficiency consequences:

- on the one hand, insurance provision against labor market risk causes efficiency to rise while,
- on the other hand, increasing labor market distortions reduce it.

We find in this reform scenario that the latter outweighs the former and therefore the introduction of completely flat pension benefits is Pareto inferior.

¹⁴Variación de Compensación

¹⁵Se considera un agente representativo para cada cohorte

¹⁶El eje x de la gráfica indica el año de nacimiento de los cohortes. Dado que los hogares comienzan su vida laboral a los 20 años, siguiendo el ejemplo de [3], el último cohorte que está en el mercado de trabajo nació en 1998, pues el primer estado de equilibrio corresponde a 2008. Cuando se habla de generaciones futuras, se refiere a las generaciones nacidas después de 2009

Table 1: Welfare effects of flat pensions (base model version).

Año	2022	2030	2040	2050	2060	2070	2080	2090	∞
Agregados Macroeconómicos									
PIB	-0.32	-2.15	-3.56	-4.34	-5.15	-5.17	-5.19	-5.19	-5.19
Trabajo	-0.82	-1.35	-1.29	-1.26	-1.25	-1.24	-1.23	-1.23	-1.23
Capital	-0.0	-2.63	-4.93	-6.18	-7.05	-7.3	-7.53	-7.51	-7.51
Precios									
Salario	0.51	-0.81	-2.3	-3.11	-3.58	-4.01	-4.03	-4.03	-4.03
Tasa de interés	-0.39	0.63	1.83	2.49	2.87	3.09	3.22	3.21	3.21
Impuesto al capital	0.36	4.54	8.18	10.21	11.38	12.05	12.08	12.07	12.07
Sistema de Pensiones									
Gasto en Pensiones ¹⁷	2.44	2.87	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84
Tasa de Contribución	-0.0	17.62	16.35	16.35	16.35	16.35	16.35	16.35	16.35

Referencing [1](#) in-text using its label.

Table 2: Welfare effects of flat pensions (base model version).

Año de Nacimiento	Años en 2021	Sin LSRA		Con LSRA
		Por tipo de Empleo		
Retiradas		Formal	Informal	
1930	91	1.19	0.53	0.0
1956	65	3.93	2.47	0.0
<hr/>				
Trabajadoras		Formal	Informal	
1960	61	-7.87	2.01	0.0
1970	51	-4.43	0.80	0.0
1980	41	-0.65	0.52	0.0
1990	31	0.47	0.28	0.0
2000	21	-0.73	-0.73	0.0
<hr/>				
Futuras Generaciones				
2012	19			-0.13
2020	1			-0.13
2040	-			-0.13
2060	-			-0.13

¹⁷en % de PIB

Table 3: Aggregate efficiency effects of alternative progressivity levels.

λ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
Agregados Macroeconómicos									
PIB	-0.56	-1.12	-1.69	-2.26	-2.82	-3.39	-3.96	-4.51	-5.03
Trabajo	-0.11	-0.24	-0.36	-0.48	-0.6	-0.73	-0.85	-0.98	-1.1
Capital	-0.82	-1.66	-2.5	-3.33	-4.16	-4.99	-5.82	-6.63	-7.37
Precios									
Salario	-0.44	-0.88	-1.33	-1.78	-2.23	-2.68	-3.13	-3.57	-3.97
Tasa de interés	0.34	0.69	1.05	1.41	1.77	2.14	2.5	2.86	3.2
Impuesto al capital	1.29	2.61	3.95	5.3	6.67	8.06	9.44	10.83	12.12
Sistema de Pensiones									
Gasto en Pensiones ¹⁸	2.48	2.52	2.56	2.6	2.64	2.68	2.72	2.76	2.8
Tasa de Contribución	1.57	3.16	4.76	6.37	8.0	9.64	11.3	12.97	14.66
Eficiencia Agregada									
Con LSRA	-0.01	-0.02	-0.03	-0.041	-0.053	-0.065	-0.079	-0.094	-0.111

Table 4: Welfare effects of flat pensions (base model version) and Complete Formal Labor Market.

Año	2022	2030	2040	2050	2060	2070	2080	2090	∞
Agregados Macroeconómicos									
PIB	-0.25	0.84	0.38	-0.0	-0.22	-0.34	-0.41	-0.44	-0.47
Trabajo	-0.65	4.02	3.69	3.71	3.71	3.72	3.72	3.72	3.72
Capital	-0.0	-1.06	-1.61	-2.22	-2.56	-2.75	-2.86	-2.92	-2.96
Precios									
Salario	0.4	-3.06	-3.2	-3.58	-3.79	-3.91	-3.98	-4.02	-4.04
Tasa de interés	-0.31	2.44	2.56	2.87	3.05	3.15	3.2	3.23	3.25
Impuesto al capital	0.11	-0.59	0.3	1.23	1.75	2.05	2.22	2.31	2.37
Sistema de Pensiones									
Gasto en Pensiones ¹⁹	2.42	2.71	2.97	2.97	2.97	2.97	2.97	2.97	2.97
Tasa de Contribución	-4.16	-2.05	7.6	7.6	7.6	7.6	7.6	7.6	7.6
Eficiencia Agregada									
Con LSRA									1.05

4. Conclusiones

El incremento de la progresividad del sistema de pensiones tiene efectos positivos en la eficiencia agregada sólo si está acompañado del incremento de la tasa de formalidad.

Esto se debe a que se expande el efecto positivo de una pensión progresiva de funcionar como un mecanismo de cobertura frente a shocks alteatorios *vis a vis* en efecto negativo que distorsiona el mercado laboral.

La combinación entre sostenibilidad fiscal e incremento de eficiencia es dominada por el nivel de la tasa de formalidad más que por el nivel de progresividad del sistema.

Siguientes pasos:

- **Pensiones:** Explorar esquemas de sistemas de pensiones contributivos y no contributivos.

¹⁸en % de PIB

¹⁹en % de PIB

- **Mercado laboral:** definición de formalidad, ajustar la función de producción. 28% de la población ocupada está fuera de la definición actual.
- **Cuidados:** Incorporación de las mujeres al mercado laboral y financiamiento del sistema de cuidados. **Trabajo de cuidados no remunerados equivale a 24.5% del PIB (70% realizado por mujeres)** (INEGI).
- **Salud:** Incorporar categorización de status de salud (buena/mala salud). Más del 50% de la población de 50+ tiene diabetes o hipertensión o ambas. 60% de los años perdidos por discapacidad (DALYs) por ENT (2021) (IHME).
- Modelar el impacto de cambios en reglas fiscales.

A. Appendix A

A.1. Solución al problema de los hogares

Para encontrar la solución al problema de los hogares se necesita discretizar el espacio de estados z . Se tiene que calcular tres conjuntos de nodos

$$\hat{\mathcal{A}} = \{a^1, \dots, a^{n_A}\}, \hat{\mathcal{P}} = \{ep^1, \dots, ep^{n_P}\}, \hat{\mathcal{E}} = \{\eta^1, \dots, \eta^{n_E}\} \quad (\text{A.1})$$

Se usa el método de [5] para obtener una aproximación de la distribución de η , el cual sigue un proceso AR(1), mediante una Cadena de Markov discreta.

Para cada uno de los valores discretizados de z_j se calcula la decisión óptima de los hogares a partir del problema de optimización (función de política) mediante el algoritmo de iteración de la función de política el cual utiliza una interpolación spline multidimensional [6] del nivel de ahorro y earning points de los hogares así como el método de Newton para encontrar las raíces de la condición de primer orden.

A.2. Algoritmo para el equilibrio macroeconómico del cálculo del equilibrio inicial y transición

Las series de tiempo de precios de los factores así como los valores de las variables de política de la transición del estado de equilibrio inicial al siguiente se obtienen mediante el algoritmo iterativo Gauss-Seidel [4].

Se fijan las condiciones iniciales de las variables de stock K_1, BQ_1, B_1 , capital, herencias y deuda respectivamente. Se asignan iguales a los valores del equilibrio inicial K_0, BQ_0, B_0 .

El valor de dichos stocks es calibrado a lo largo de la transición mediante un parámetro de velocidad de ajuste **damp factor**.

El pseudocódigo del programa de la transición es el siguiente:

References

- [1] S. Nishiyama, K. Smetters, Analyzing fiscal policies in a heterogeneous-agent overlapping-generations economy, *Handbook of Computational Economics* 3 (2014) 117–160.
- [2] H. Fehr, F. Kindermann, *Introduction to computational economics using Fortran*, Oxford University Press, 2018.
- [3] H. Fehr, M. Kallweit, F. Kindermann, Should pensions be progressive?, *European Economic Review* 63 (2013) 94–116.
- [4] A.J. Auerbach, L.J. Kotlikoff, *Dynamic fiscal policy*, Cambridge University Press, Cambridge [Cambridgeshire] ;, 1987.
- [5] K.G. Rouwenhorst, Asset pricing implications of equilibrium business cycle models, *Frontiers of Business Cycle Research* 1 (1995) 294–330.
- [6] C. Habermann, F. Kindermann, Multidimensional spline interpolation: Theory and applications, *Computational Economics* 30 (2007) 153–169.