第八章　群和环

第八节 子群及其证明

(1)

一、群的定义

设<G,★>是个代数系统，如果★满足封闭、可结合、有幺元且每个元素都可逆，则称该代数系统是个群。

任意a,b∈G，则 a★b∈G

任意a,b,c∈G，有 (a★b)★c = a★(b★c)

存在元素e∈G，使得对任意x∈G 都有 e★x=x★e=x

对任意x∈G，存在元素x^{-1}，使x^{-1}★x = x★ x^{-1}=e

二、子群的定义

设<G,★>是群，S是G的非空子集，如果<S,★>满足：

(1) 对任何a,b∈S，均有a★b∈S；(封闭)

(2) 幺元 e∈S；(有幺元)

(3) 对任何a∈S，有a^{-1}∈S (可逆)

则称<S,★>是<G,★>的子群。

子群

- 应该是原群的非空子集
- 本身也应该是一个群

任何群<G,★>都存在子群， <{e},★>及<G,★>都是<G,★>的子群，称为<G,★>的平凡子群。

例：代数系统 <R,+>是群，代数系统 <I,+>是 <R,+>的子群。

因为 $I \subseteq R$

任意两个整数做加法运算仍然是整数；

幺元 $0 \in I$；

对每个 $x \in I$，其逆元 $-x \in I$ 。

第八节 结束