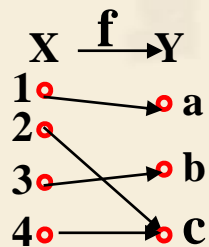


## 第3节 函数的映射类型

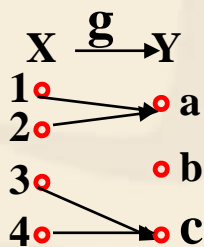
1. **满射的**： $f:X \rightarrow Y$  是函数，如果对任意  $y \in Y$ ，都存在  $x \in X$ ，使得  $f(x)=y$ ，则称  $f$  是满射的。  
即 满射函数的值域  $R_f = Y$ 。
2. **映内的**： $f:X \rightarrow Y$  是函数，如果  $R_f \subset Y$  则称  $f$  是映内的。

令集合  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $Y = \{a, b, c\}$ , 判断下列函数的类型:



$$R_f = Y$$

满射的



$$R_g \subset Y$$

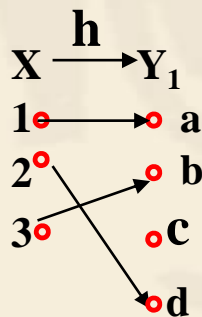
映内的

满射函数的关系矩阵:  
每行有且仅有一个1,  
并且  
每列至少有一个1。

3. 入射的:  $f:X \rightarrow Y$  是函数, 对于任何  $x_1, x_2 \in X$ ,  
如果  $x_1 \neq x_2$ , 均有  $f(x_1) \neq f(x_2)$ ,  
(或者 若  $f(x_1) = f(x_2)$ , 则  $x_1 = x_2$ )  
则称  $f$  是入射的(单射的, 一对一的)。

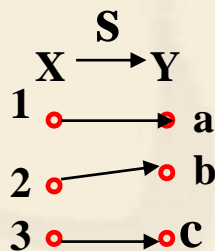
4. 双射的:  $f:X \rightarrow Y$  是函数, 如果  $f$  既是满射的  
又是入射的, 则称  $f$  是双射的,  
也称  $f$  是一一对应的。

令集合  $X = \{1, 2, 3\}$ ,  $Y = \{a, b, c\}$ ,  $Y_1 = \{a, b, c, d\}$   
判断下列函数的类型:



$$R_h \subset Y$$

入射的  
映内的



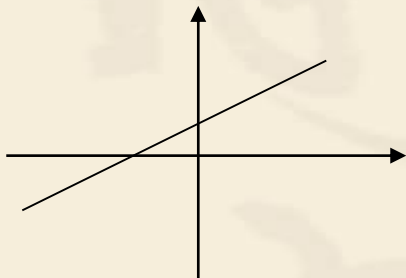
$$R_s = Y$$

双射的

入射函数的关系矩阵:  
每行有且仅有一个1,  
并且每列最多有一个1。  
双射函数的关系矩阵:  
每行有且仅有一个1,  
并且每列有且仅有一个1。

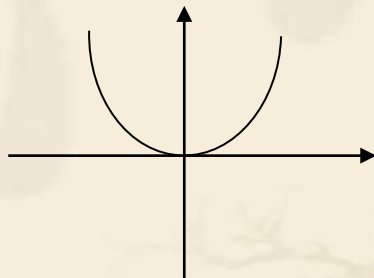
例：判断下列函数的类型

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$y = ax + b$$



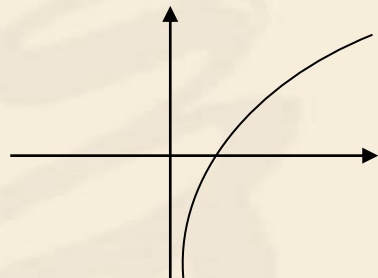
双射的

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$y = x^2$$



映内的

$$f: \{x \in \mathbb{R} \text{ 且 } x > 0\} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$y = \lg x$$



满射的、入射的



- ❖ 定理：令  $X, Y$  为有限集合，若  $X$  和  $Y$  的元素个数相同，则  $f: X \rightarrow Y$  是入射的，当且仅当它是满射的。
- ❖ 在  $X, Y$  为有限集合时，只要  $f$  是入射或满射，则  $f$  双射。