

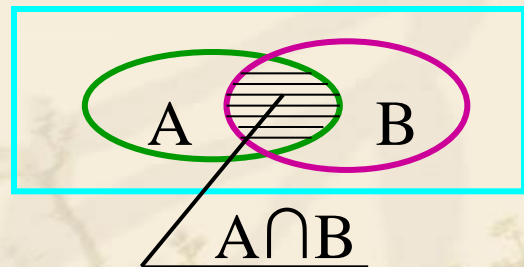
第三章 集合论初步

第四节 集合的交与并

第四节 集合的交与并

一. 交运算

1. 定义：A、B是集合，由既属于A，也属于B的元素构成的集合，称之为A与B的交集，记作 $A \cap B$ 。



例如： $A = \{1, 2, 3\}$ ， $B = \{2, 3, 4\}$ ， 则 $A \cap B = \{2, 3\}$

第四节 集合的交与并

一. 交运算

2. 集合交运算的谓词公式定义

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B$$

如果 $A \cap B = \Phi$ ，则称A与B不相交。

第四节 集合的交与并

一. 交运算

3. 性质

(1) **幂等律** 对任何集合 A , 有 $A \cap A = A$ 。

(2) **交换律** 对任何集合 A 、 B , 有 $A \cap B = B \cap A$ 。

(3) **结合律** 对任何集合 A 、 B 、 C , 有
 $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ 。

第四节 集合的交与并

一. 交运算

3. 性质

(4) **同一律** 对任何集合 A , 有 $A \cap E = A$ 。

(5) **零律** 对任何集合 A , 有 $A \cap \Phi = \Phi$ 。

(6) $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$ 。

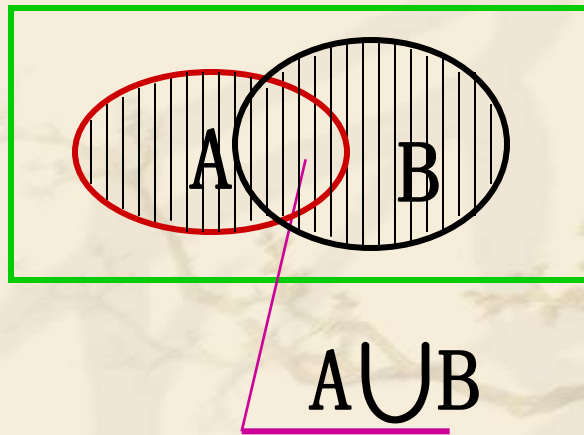
练习：性质(6)证明。

第四节 集合的交与并

二. 并运算

1. 定义：A、B是集合，由或者属于A，或者属于B的元素构成的集合，称之为A与B的并集，记作 $A \cup B$ 。

例如： $A=\{1,2,3\}$ ，
 $B=\{2,3,4\}$ ， 则
 $A \cup B=\{1,2,3,4\}$



第四节 集合的交与并

二. 并运算

2. 集合并运算的谓词公式定义

$$A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$$

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B$$

第四节 集合的交与并

二. 并运算

3. 性质

- (1) 幂等律 对任何集合 A , 有 $A \cup A = A$ 。
- (2) 交换律 对任何集合 A 、 B , 有 $A \cup B = B \cup A$ 。
- (3) 结合律 对任何集合 A 、 B 、 C , 有 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ 。

第四节 集合的交与并

二. 并运算

3. 性质

(4) 同一律 对任何集合 A , 有 $A \cup \Phi = A$ 。

(5) 零律 对任何集合 A , 有 $A \cup E = E$ 。

(6) 分配律 对任何集合 A 、 B 、 C , 有

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)。$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)。$$

第四节 集合的交与并

二. 并运算

3. 性质

(7) 吸收律 对任何集合A、B，有

$$\underline{A \cup (A \cap B) = A} \quad A \cap (A \cup B) = A。$$

证明: $A \cup (A \cap B)$
 (8) $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B。$ (同一)
 $\quad = (A \cap E) \cup (A \cap B)$
 $\quad = A \cap (E \cup B) \quad (\text{分配})$
 $\quad = A \cap E = A \quad (\text{零律}) (\text{同一})$