

## 第8节 重言式与矛盾式

$P$	$\neg P \vee P$	$\neg P \wedge P$
F	T	F
T	T	F

$\neg P \vee P$ 为重言式(永真式);

$\neg P \wedge P$ 为矛盾式(永假式)。

## 重言式(矛盾式)定义:

若公式  $A \Leftrightarrow \mathbf{T}$ , 则  $A$  为**重言式**或**永真式**。

若公式  $A \Leftrightarrow \mathbf{F}$ , 则  $A$  为**矛盾式**或**永假式**。

例：证明  $(P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q$  为重言式。

❖ 方法1：列真值表

P	Q	$P \rightarrow Q$	$P \wedge (P \rightarrow Q)$	$(P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q$
F	F	T	F	T
F	T	T	F	T
T	F	F	F	T
T	T	T	T	T

永真公式真值表的最后一列全是“T”。

❖ 方法2：等价公式变换

$$(P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q \Leftrightarrow (P \wedge (\neg P \vee Q)) \rightarrow Q$$

$$\Leftrightarrow ((P \wedge \neg P) \vee (P \wedge Q)) \rightarrow Q$$

$$\Leftrightarrow (F \vee (P \wedge Q)) \rightarrow Q \Leftrightarrow (P \wedge Q) \rightarrow Q$$

$$\Leftrightarrow \neg(P \wedge Q) \vee Q \Leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q) \vee Q$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (\neg Q \vee Q)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee T$$

$$\Leftrightarrow T$$

**定理** 设A,B为两个命题公式,  $A \Leftrightarrow B$ 当且仅当  $A \leftrightarrow B$  是一个重言式。

**证明:** 若 $A \Leftrightarrow B$ , 则不论对A、B做何种赋值, A与B的真值都相同, 于是  $A \leftrightarrow B \Leftrightarrow T$ , 即  $A \leftrightarrow B$ 是一个重言式。

若 $A \leftrightarrow B$ 是一个重言式, 则  $A \leftrightarrow B \Leftrightarrow T$ , 于是不论在何种赋值下, A与B的真值均相同, 即  $A \Leftrightarrow B$ 。