第四章　二元关系

第十六节 集合的划分与覆盖

第十六节 集合的划分与覆盖

一、基本概念

1.**覆盖**：设X是一个非空集合,$A=\{A_1, A_2,\ldots ,A_n\}$,$A_i\neq\Phi$ $A_i\subseteq X$ $(i=1,2,\ldots,n)$,如果满足$A_1\cup A_2\cup\ldots\cup A_n=X$, 则称A为集合X的一个**覆盖**。

2.**划分**：设$A=\{A_1, A_2,\ldots ,A_n\}$是X一个覆盖, 且$A_i\cap A_j=\Phi$ $(i\neq j,1\leq i,j\leq n)$,则称A是X的**划分**,每个$A_i$均称为这个划分的一个划分类。

注意：划分一定是覆盖；但覆盖不一定是划分。

例：$X=\{1,2,3\}$，令

$A_1=\{\{1,2,3\}\}$，$A_2=\{\{1\},\{2\},\{3\}\}$,$A_3=\{\{1,2\},\{3\}\}$，$A_4=\{\{1,2\},\{2,3\}\}$，$A_5=\{\{1\},\{3\}\}$

则，A_1, A_2 ,A_3 ,A_4是X覆盖， A_1, A_2 ,A_3也是X的划分。

第十六节 集合的划分与覆盖

二、最大划分与最小划分

最小划分：划分块最少的划分。即只有一个划分块的划分，这个划分块就是X本身。如$A_1=\{\{1,2,3\}\}$。

最大划分：划分块最多的划分。即每个划分块里只有一个元素的划分。如$A_2=\{\{1\},\{2\},\{3\}\}$。

例：$X=\{1,2,3\}$，令

$A_1=\{\{1,2,3\}\}$，$A_2=\{\{1\},\{2\},\{3\}\}$，$A_3=\{\{1,2\},\{3\}\}$，$A_4=\{\{1,2\},\{2,3\}\}$，$A_5=\{\{1\},\{3\}\}$

则，A_1,A_2,A_3,A_4是覆盖，A_1,A_2,A_3也是划分。

A_1,A_2,A_3是一种划分，其中A_1是最小划分，A_2是最大划分。

第十六节 集合的划分与覆盖

三、交叉划分

例：X是全体东北大学学生的集合, A和B都是X的划分：

A={东大男生,东大女生}

B={辽宁籍东大同学,非辽宁籍东大同学}

令C={辽宁籍东大男生,辽宁籍东大女生,非辽宁籍东大男生,非辽宁籍东大女生}

显然，C是X的划分，是A与B两种划分的交叉划分。

定义： 若$A=\{A_1, A_2,\dots ,A_m\}$与$B=\{B_1,B_2,\dots,B_n\}$都是集合X的划分,则其中所有的$A_i\cap B_j$组成的集合C,称为C是A与B两种划分的**交叉划分**。