第八章　群和环

第四节 群的定义及性质(2)

2. 群中每个元素均是可消去元。

定理 设<G,★>是个群，则对任何 a,b,c∈G，如果有

(1) a★b= a★c 则 b=c 。

定理：设★是 X 上可结合的二元运算，如 果 $a \in X$，且 $a^{-1} \in X$，则 a 是可消去元。

证明：任取 a,b,c∈G，设有 a★b=a★c

因 <G,★>是个群，所以 a^{-1}∈G，于是有

a^{-1}★(a★b) = a^{-1}★(a★c)

(a^{-1}★a)★b = (a^{-1}★a)★c

e★b=e★c 所以 b=c 。 类似可证(2)。

3. 群中除幺元外，无其它幂等元。

定理 设<G,★>是群，则 G 中除幺元外，没有其它幂等元。

证明：（反证法）

假设有 a∈G 是幂等元，即 a★a=a 于是有 a★a=a★e，由可消去性有 a=e，所以群中除幺元外， 无其它幂等元。

第四节 结束