第八章　群和环

第二节 半群和独异点

(2)

3、可交换半群

设<S,★>是半群，**如★是可交换的**，则称<S,★>是可交换半群。

4、可交换独异点

<M,★>是独异点，**如★是可交换的**，则称<M,★>是可交换独异点。

例：<R,+>，<N,×>，<P(E),∩>，<P(E),⊕> 都是可交换半群，亦是可交换独异点。

5、子半群

<S,★>是个半群，B⊆S，如果★在B上封闭，则称<B,★>是 <S,★>的子半群。

例：<N,+> 是 <I,+> 的子半群

6、子独异点

<M,★>是个独异点，B⊆ M，如果★在B上封闭，且幺元 e∈B，则称<B,★>是<M,★>的子独异点。

例：<I,+> 是 <R,+> 的子独异点。

定理

设<M,★>是可交换独异点，A是M中所有幂等元构成的集合，则<A,★>是<M,★>的子独异点。

证明

怎么证明？

显然 A⊆M，

若要证明<A,★>是<M,★>的子独异点，根据子独异点定义，只需证明幺元 e∈A 以及封闭性即可。

(1)

(2

任 换、

可结

$(a★b)★(a★b)=a★(b★a)★b=a★(a★b)★b$

$= (a★a)★(b★b)= a★b$，即 $a★b$也是幂等元，所以 $a★b∈A$。

综上<A,★>是<M,★>的子独异点。

第二节 结束