第八章　群和环

第十二节 子群的陪集及拉格朗日定理(2)

定理2

设<H,★>是群<G,★>的子群，对任何 a∈G，a 必属于且仅属于一个陪集。

证明

任取 a∈G，因 e∈H，于是 a=a★e∈aH，所以 a 必属于一个陪集。

如果有 b∈G，使得 a∈bH，于是 a∈aH∩bH，即 aH∩bH≠Φ，根据定理1有 aH=bH。即 a 仅属于一个陪集。

定理3

设<G,★>是有限群， <H,★>是群<G,★>的子群，$b\in G$，bH 为<H,★>的左陪集，则 bH 中的任何两个元素都不相同。

证明

（反证法，假设 bH 中有两个元素相同）

假设有 $b\star h_1\in bH$，$b\star h_2\in bH$，(其中 $h_1,h_2\in H$，$h_1\neq h_2$）使得 $b\star h_1= b\star h_2$，由可消去性有 $h_1=h_2$，矛盾。所以 bH 中任何两个元素都不相同。

第十二节 结束