

第9节 量词的转换律

—— “一”与量词的关系

谓词逻辑与命题逻辑的区别在于命题的表达不同。谓词公式与命题公式的最大区别在于多了量词，而所有的命题表达式都可以表示成只含有联结词“ \neg ”、“ \wedge ”、“ \vee ”的表达式。

所以只要研究清楚量词与“ \neg ”、“ \wedge ”、“ \vee ”之间的关系，谓词表达式的运算也就清楚了。

一、量词否定等价公式（量词与“ \neg ”的关系）

$$\neg \forall x A(x) \Leftrightarrow \exists x \neg A(x)$$

$$\neg \exists x A(x) \Leftrightarrow \forall x \neg A(x)$$

量词转换律。

直观解释：

“并不是所有的 x 都有性质 A ”与“存在 x 没有性质 A ”是一个意思。

“不存在有性质 A 的 x ”与“所有 x 都没有性质 A ”是一个意思。

例：令 $A(x)$ 表示： x 是天才，个体域： $\{\text{我们班}\}$

❖ $\neg \forall x A(x)$ 表示：不是我们班所有同学都是天才。

$\exists x \neg A(x)$ 表示：我们班有些同学不是天才。

❖ $\neg \exists x A(x)$ 表示：我们班没有同学是天才。

$\forall x \neg A(x)$ 表示：我们班所有同学都不是天才。

可见，这是符合我们的语言及思维习惯的