

第三章 集合论初步

第三节 特殊集合

第三节 特殊集合

一. 全集 E

1. 定义：包含所讨论的所有集合的集合，称之为全集，记作 E 。

实际上，就是论域。

A diagram of a universal set E represented by a rectangle. The rectangle is outlined in blue and contains the letter E in black text. E

第三节 特殊集合

一. 全集 E

由于讨论的问题不同，全集也不同。

所以全集不唯一。

- 若讨论数，可以把实数集看成全集；
- 若讨论人，可以把人类看成全集。

第三节 特殊集合

一. 全集E

2. 全集E的谓词公式描述法表示形式

由于论域内任何客体 x 都属于E, 所以 $x \in E$ 为永真式。

$$E = \{x \mid P(x) \vee \neg P(x)\}$$

第三节 特殊集合

一. 全集 E

3. 性质

对于任何集合 A ，都有 $A \subseteq E$ 。

第三节 特殊集合

二. 空集 Φ

1. 定义：没有元素的集合，称之为空集，记作 Φ 。

因为论域内任何客体 $x \in \Phi$ 是矛盾式，
所以要用一个矛盾式定义 Φ 。

$$\Phi = \{x \mid P(x) \wedge \neg P(x)\}$$

第三节 特殊集合

二. 空集 Φ

2. 性质

(1) 因为 $\forall x(x \in \Phi \rightarrow x \in A)$ 为永真式，所以 $\Phi \subseteq A$ ，即对于任意集合 A ，都有 $\Phi \subseteq A$ 。

(2) 空集是唯一的。 证明：假设有两个空集 Φ_1 、 Φ_2 ，则

因为是 Φ_1 空集，则由性质1得 $\Phi_1 \subseteq \Phi_2$ 。

因为是 Φ_2 空集，则由性质1得 $\Phi_2 \subseteq \Phi_1$ 。

所以 $\Phi_1 = \Phi_2$ 。