第6节　　自然数的定义

1. 集合A的后继集合A^+

A是个集合，A的后继集合A^+ 定义为：$A^+ = A \cup \{A\}$

A	A^+
$\Phi=0$	$0^+= \Phi \cup \{\Phi\}=\{\Phi\}=1=\{0\}$
$\{\Phi\}=1$	$1^+=\{\Phi\} \cup \{\{\Phi\}\}= \{\Phi,\{\Phi\}\}=2=\{0,1\}$
$\{\Phi,\{\Phi\}\}=2$	$2^+=\{\Phi,\{\Phi\}\} \cup \{\{\Phi,\{\Phi\}\}\}$
	$=\{\Phi,\{\Phi\},\{\Phi,\{\Phi\}\}\}=3=\{0,1,2\}$
……	……

自然数n是n个元素的集合

2.自然数集合N的定义(Peano公理)

1) $0 \in N$ 这里 $0=\Phi$

2) $n \in N$，则 $n^+ \in N$，这里 $n^+ = n \cup \{n\}$

3) 不存在 $n \in N$，使得 $n^+ =0$ （0是最小的自然数）

4) 若$n^+= m^+$，则 $n=m$ （后继数的唯一性）

5) 如果 $S \subseteq N$，且

(1) $0 \in S$

(2) $n \in S$，则 $n^+ \in S$ （N的极小性）

则 $S=N$。

由自然数的定义，我们有 $n=\{0,1,2,3,\ldots,n-1\}$是一个集合， 所以

$0 \in 1 \in 2 \in 3 \in \ldots\ldots$

$0 \subseteq 1 \subseteq 2 \subseteq 3 \subseteq \ldots\ldots$

自然数的这个定义，解释了许多数学问题，是一个很准确的抽象。