

# 第六章 组合数学初步

## 第六节 二项式定理

## 第六节 二项式定理

### 一、二项式定理

**定理4**：设  $n$  是正整数,对一切  $x$  和  $y$ ,有

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^n C(n,k)x^k y^{n-k}$$

数学归纳法 (同学们自己完成)

组合分析法

证明：当  $(x+y)^n$  被展开时,其中的每一项都是  $x^k y^{n-k}$  的形式( $k=0, 1, 2, \dots, n$ ).

而构成形如  $x^k y^{n-k}$  的项,必须从  $n$  个二项式  $(x+y)$  中选  $k$  个提供  $x$ ,其它的  $n-k$

个提供  $y$ ,选法的个数就是  $x^k y^{n-k}$  项的系数,而选法的个数就是  $n$  元集  $r$  组合

数. 因此,  $x^k y^{n-k}$  的系数是  $C(n,k)$ ,定理得证.

## 第六节 二项式定理

## 一、二项式定理

**推论：** 设  $n$  是正整数，

$$(x+1)^n = \sum_{k=0}^n C(n, k) x^k$$

**例6：** 求在  $(2x-3y)^{25}$  的展开式中  $x^{12}y^{13}$  的系数.

**解：** 由二项式展开定理,  $n=25$ , 得  $(2x-3y)^{25}$  的二项式形式：

$$(2x + (-3y))^{25} = \sum_{i=0}^{25} C(25, k) (2x)^k (-3y)^{25-k}$$

将  $k=12$  带入, 得  $x^{12}y^{13}$  的系数

$$C(25, 12) \times 2^{12} \times (-3)^{13} = -\frac{25!}{13!12!} \times 2^{12} \times 3^{13}$$

设  $n$  是正整数, 对一切  $x$  和  $y$

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$