第10节 范式

范式就是命题公式的规范形式，

分为析取范式与合取范式。

1. 析取范式定义：

命题公式 A 如果可等价地写成如下形式：

$$A_1 \lor A_2 \lor \ldots \lor A_n \ (n \geq 1),$$

其中每个项 A_i $(i=1,2,\ldots,n)$ 是命题变元或其否定形式的合取式， 称该公式为 A 的析取范式。

$P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \land Q) \lor (\neg P \land \neg Q)$

$(P \land Q) \lor (\neg P \land \neg Q)$ 是 $P \leftrightarrow Q$ 的析取范式。

2.合取范式定义：

命题公式 A 如果可等价地写成如下形式：

$$A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_n \ (n \geq 1),$$

其中每个项 A_i $(i=1,2,\ldots,n)$是命题变元或其否定形式的析取式，称该公式为 A 的合取范式。

例： $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (P \vee \neg Q)$

$(\neg P \vee Q) \wedge (P \vee \neg Q)$ 是 $P \leftrightarrow Q$ 的合取范式。

从定义可以看出：

- **在析取范式与合取范式中只含有联结词“¬，∧，∨”。**
- **“¬”在命题变元之前。**

析取范式与合取范式的写法：

(1)用去掉 “→” 和 “↔” 。

(2)将 “ ¬” 移到命题变元前。

用公式 $\neg A(P_1,P_2,\ldots,P_n) \Leftrightarrow A^*(\neg P_1,\neg P_2,\ldots,\neg P_n)$

(3)用分配律、幂等律等公式进行整理，使之成为所要求的形式。

例：求$(P\leftrightarrow Q)\to R$ 的析取范式与合取范式。

先求析取范式：

$(P\leftrightarrow Q)\to R$

$\Leftrightarrow \neg((\neg P\vee Q)\wedge(P\vee \neg Q))\vee R$ ---去掉其它连结词

$\Leftrightarrow (P\wedge \neg Q)\vee(\neg P\wedge Q)\vee R$ --- “¬”移到命题变元前面

再求合取范式：

$(P\leftrightarrow Q)\to R$

$\Leftrightarrow \neg((P\wedge Q)\vee(\neg P\wedge \neg Q))\vee R$ ---去掉其它连结词

$\Leftrightarrow ((\neg P\vee \neg Q)\wedge(P\vee Q))\vee R$ --- “¬”移到命题变元前面

$\Leftrightarrow (\neg P\vee \neg Q\vee R)\wedge(P\vee Q\vee R)$ --- 整理

注：P∧Q 既是合取范式，也是析取范式。