第四章 二元关系

在此, 我们要讨论关系的五个性质, 它们是:

- 自反性
- 反自反性
- 对称性
- 反对称性
- 传递性

特别说明:本节中所讨论的关系都是集合A上的关系,即 R 是从A到A的关系,或R $\subset A \times A$ 。

四. 反对称性

定义: 设R为集合A中关系, 若对任何 $x, y \in A$, 如果有xRy 和yRx, 则有x=y, 则称R为A中反对称关系, 即

R是A上反对称的 $\Leftrightarrow \forall x \forall y ((x \in A \land y \in A \land x R y \land y R x) \rightarrow x = y)$

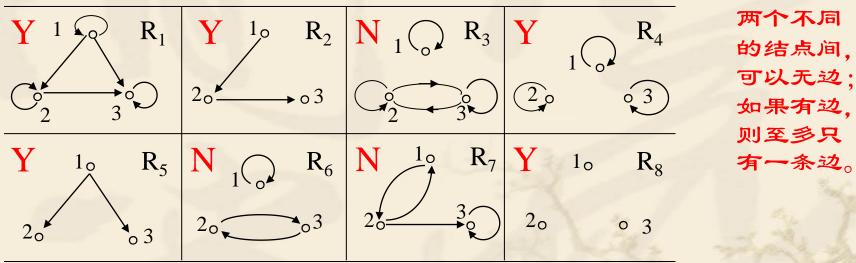
$$\Leftrightarrow \forall x \forall y ((x \in A \land y \in A \land x \neq y \land x R y) \to \langle y, x \rangle \notin R)$$

例如:实数集合上的"≤"关系就是反对称的关系。

- 反对称关系有向图的特点:两个不同的结点之间最多有一条边。
- 反对称关系矩阵的特点:以主对角线为对称的两个元素中最多有一个1。

四. 反对称性

续例:确定以下八个关系中哪些是反对称的?



注意:对称与反对称不是完全对立的,有些关系既是对称也是反对称的。例如,空关系和恒等关系。