

第2节 量词

量词：

在命题中，表示对个体量化的词，称之为量词。

例如：有些人是大学生。

所有事物都是发展变化的。

“有些”，“所有的”，就是对个体量化的词。

有两种量词：

(1) 存在量词：记作 \exists ，表示“有些”、“一些”、“某些”、“至少一个”等。

(2) 全称量词：记作 \forall ，表示“每个”、“任何一个”、“一切”、“所有的”、“凡是”、“任意的”等。

量词的指导变元：量词后边要有一个个体变元，指明对哪个个体变元进行量化，称此个体变元是指导变元。

如 $\forall x$ (读作“任意 x ”), $\exists x$ (读作“存在 x ”), 其中的 x 就是指导变元。

当F是谓词常项时， $\forall xF(x)$ 是一个命题。

若对个体域中的任意一个个体 a 均有 $F(a)$ 为 T，则 $\forall xF(x)$ 为 T。

若个体域中有一个个体 a 使得 $F(a)$ 为 F，则 $\forall xF(x)$ 为 F。

$\exists xF(x)$ 也是一个命题。

若个体域中存在某个体 a 使得 $F(a)$ 为 T，则 $\exists xF(x)$ 为 T。

若对个体域中的任意一个个体 a 均使得 $F(a)$ 为 F，则 $\exists xF(x)$ 为 F。

例1. 所有的自然数都是整数。

解1： 设 $I(x)$ ： x 是整数， 个体域： {自然数}。

此命题可以写成 $\forall x I(x)$ 。

解2： 若没设个体域， 即个体域为全总个体域， 则需用特性谓词加以限定。

设 $N(x)$ ： x 是自然数(特性谓词)。 $I(x)$ ： x 是整数。

此命题可以写成 $\forall x(N(x) \rightarrow I(x))$ 。

例2. 有些大学生吸烟。

解1：令 $A(x)$ ：x吸烟，个体域：{大学生}

则命题的表达式为 $\exists x A(x)$ 。

解2：若没设个体域，个体域即为全总个体域，
则需用特性谓词加以限定。

设 $S(x)$ ：x是大学生（特性谓词）。

$A(x)$ ：x吸烟。

命题可以表达为 $\exists x (S(x) \wedge A(x))$ 。

特性谓词：

一般来说，**特性谓词**是描述个体特征的谓词，**往往就是给定命题中量词后边的那个名词**。

比如：有些大学生吸烟中，有些后面的大学生是特性谓词。

特性谓词的添加规则：

对全称量词，特性谓词常作蕴涵前件。

对存在量词，特性谓词常作合取项。

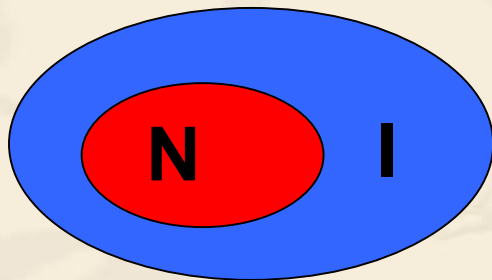


为什么必须这样添加特性谓词？

分析一下特性谓词和原谓词所表达概念之间的关系：

对于全称量词：例如，所有的自然数都是整数。

令 N：自然数集合，I：整数集合。

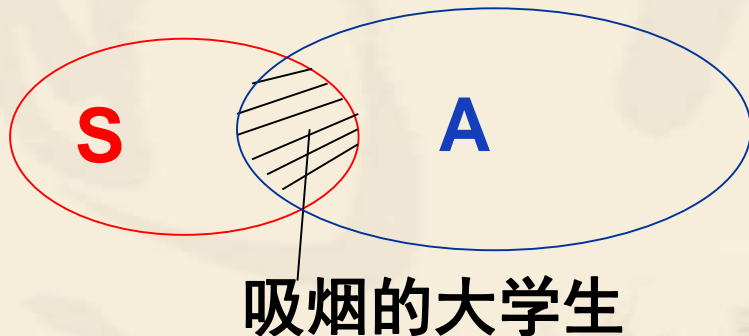


I 包含 N

$$\forall x(N(x) \rightarrow I(x))$$

对于存在量词：例如，有些大学生吸烟。

令 S ：大学生集合， A ：烟民的集合。



吸烟大学生是 S 与 A 的交集

$$\exists x(S(x) \wedge A(x))$$

例题3. 每个人都有一个生母。

解1 设个体域为：{人}， $M(x,y)$: y 是 x 的生母。

此命题可以表达为：

$$\forall x \exists y M(x,y)$$

解2 设 $P(x)$: x 是人， $M(x,y)$: y 是 x 的生母。

此命题可以写成

$$\forall x (P(x) \rightarrow \exists y (P(y) \wedge M(x,y)))$$