

第三章 集合论初步

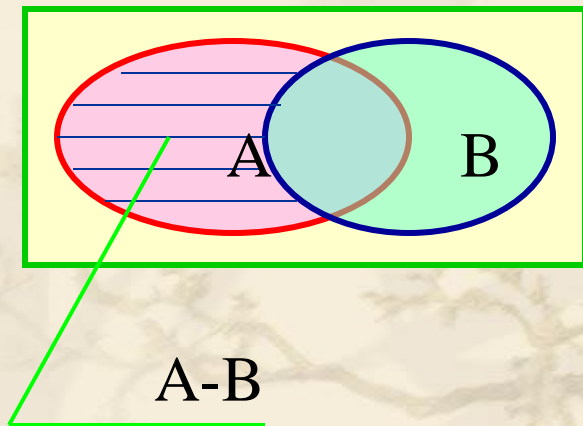
第五节 集合的差运算

第五节 集合的差

三. 差运算

1. 定义：A、B是集合，由属于A，而不属于B的元素构成的集合，称之为A与B的差集，或B对A的相对补集，记作 $A-B$ 。

例如： $A=\{1,2,3\}, B=\{2,3,4\}$,
则 $A-B=\{1\}$



第五节 集合的差

三. 差运算

2. 集合差运算的谓词公式定义

$$A-B = \{x | x \in A \wedge x \notin B\}$$

$$x \in A-B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B$$

第五节 集合的差

三. 差运算

3. 性质

设 A 、 B 、 C 是任意集合，则

$$(1) A - \Phi = A \quad (2) \Phi - A = \Phi$$

$$(3) A - A = \Phi$$

$$(4) A - B \subseteq A$$

$$(5) A \subseteq B \Leftrightarrow A - B = \Phi \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B$$

$$(6) (A - B) - C = (A - C) - (B - C)$$

第五节 集合的差

三. 差运算

3. 性质

$$(7) A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$$

$$(8) A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$$

$$(9) A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$$

解释：性质(9)说明交对于差运算是可分配、可提取的。

第五节 集合的差

三. 差运算

证明性质(9): $x \in (A \cap B) - (A \cap C)$

$$\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge x \notin A \cap C$$

$$\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \wedge \neg(x \in A \wedge x \in C)$$

$$\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \wedge (x \notin A \vee x \notin C)$$

$$\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)$$

$$\Leftrightarrow F \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)$$

$$\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)$$

$$\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B - C) \Leftrightarrow x \in A \cap (B - C)$$

第五节 集合的差

三. 差运算

注意： \cup 对 $-$ 是不可分配的。例如：

$$A \cup (A - B) = A$$

$$(A \cup A) - (A \cup B) = \Phi$$