

## 第12节 两个量词的谓词演算公式

若在  $A(x,y)$  前有两个量词，如果两个量词相同，则它们的次序是可以交换的；但是如果是不同的，它们的次序就不可以随便交换。

例如，设  $A(x,y)$  表示 “ $x+y=0$ ”，

个体域：实数集合，

$\forall x \exists y A(x,y)$  表示 “对于任意给定的一个实数  $x$ ，  
可以找到一个实数  $y$ ，使得  $x+y=0$ ”。这是一个  
为 “真” 的命题。而交换量词后

$\exists y \forall x A(x,y)$  表示 “存在一个实数  $y$ ，与任意  
一个实数  $x$  之和都等于 0”。这是一个为 “假”  
的命题。

- 两个谓词的公式：
1.  $\forall x \forall y A(x,y) \Leftrightarrow \forall y \forall x A(x,y)$
  2.  $\forall x \forall y A(x,y) \Rightarrow \exists y \forall x A(x,y)$
  3.  $\exists y \forall x A(x,y) \Rightarrow \forall x \exists y A(x,y)$
  4.  $\forall x \exists y A(x,y) \Rightarrow \exists x \exists y A(x,y)$
  5.  $\forall y \forall x A(x,y) \Rightarrow \exists x \forall y A(x,y)$
  6.  $\exists x \forall y A(x,y) \Rightarrow \forall y \exists x A(x,y)$
  7.  $\forall y \exists x A(x,y) \Rightarrow \exists x \exists y A(x,y)$
  8.  $\exists x \exists y A(x,y) \Leftrightarrow \exists y \exists x A(x,y)$

例如，设  $A(x,y)$ ：x与y是同乡，

个体域：东北大学计算机16级2班，

$\exists y \forall x A(x,y)$  表示“存在一个同学 y，他与班中任意一个同学都是同乡”。就是说这个班所有同学都是同乡。

$\forall x \exists y A(x,y)$  表示“对任意一个同学 x，可以找到一个班中的同学 y，y与x是同乡”。

$$\exists y \forall x A(x,y) \Rightarrow \forall x \exists y A(x,y)$$

注意：下面式子**不成立**

$$\forall x \exists y A(x,y) \not\Rightarrow \exists y \forall x A(x,y)$$



为了便于记忆，用下面图形表示上面八个公式。

