

第四章 二元关系

第十一节 关系的复合运算

第十一节 关系的复合运算

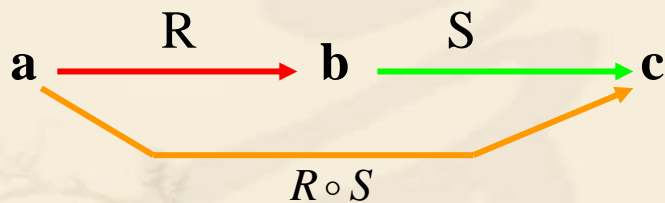
现实中，由两个关系可生成一种新的关系，例如

现有 a, b, c 三人， $A=\{a, b, c\}$ ， R 是 A 上的兄妹关系， S 是 A 上的母子关系；

已知 $\langle a, b \rangle \in R \wedge \langle b, c \rangle \in S$ ，即

a 是 b 的哥哥， b 是 a 的妹妹。

b 是 c 的母亲， c 是 b 的儿子。



a 和 c 之间就是**舅舅和外甥**的关系，记作 $R \circ S$ ，称为 R 和 S 的复合。


第十一节 关系的复合运算


一、关系复合的基本概念


定义： 设 R 是从 X 到 Y 的关系， S 是从 Y 到 Z 的关系，则 R 和 S 的复合关系是从 X 到 Z 的关系，记作 $R \circ S$


$$R \circ S = \{ \langle x, z \rangle \mid x \in X \wedge z \in Z \wedge \exists y (y \in Y \wedge \langle x, y \rangle \in R \wedge \langle y, z \rangle \in S) \}$$

二、关系复合的计算方法

 枚举法

 有向图法

 谓词公式法

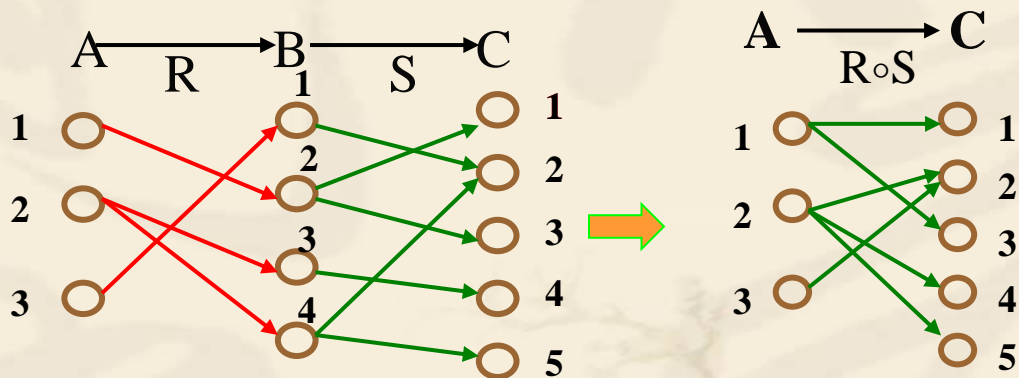
 矩阵法（扩展学习）

第十一节 关系的复合运算

二、关系复合的计算方法

设 $A=\{1,2,3\}$, $B=\{1,2,3,4\}$, $C=\{1,2,3,4,5\}$, $R\subseteq A\times B$, $S\subseteq B\times C$

1. 有向图法



2. 枚举法

$$R=\{<1,2>,<2,3>,<2,4>,<3,1>\}$$

$$S=\{<1,2>,<2,1>,<2,3>,<3,4>,<4,2>,<4,5>\}$$

$$\text{则 } R \circ S = \{<1,1>,<1,3>,<2,4>,<2,2>,<2,5>,<3,2>\}$$

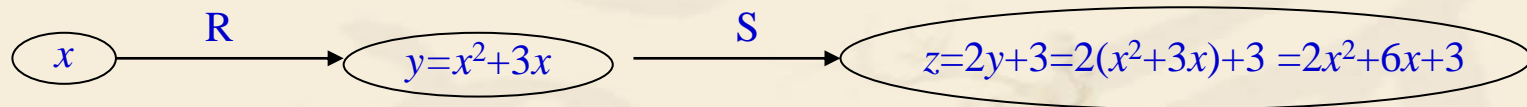
第十一节 关系的复合运算

二、关系复合的计算方法

3. 谓词公式法

设 I 是实数集合, R 和 S 都是 I 上的关系, 其中

$$R = \{ \langle x, y \rangle \mid y = x^2 + 3x \} \quad S = \{ \langle y, z \rangle \mid z = 2y + 3 \} \quad \text{求 } R \circ S.$$



$$\text{所以 } R \circ S = \{ \langle x, z \rangle \mid z = 2x^2 + 6x + 3 \}$$

谓词公式法计算关系的复合实际上就是函数的带入过程。