

第七章 代数系统

第十二节 代数系统同态的性质

8、同态代数系统的运算性质保持

定理

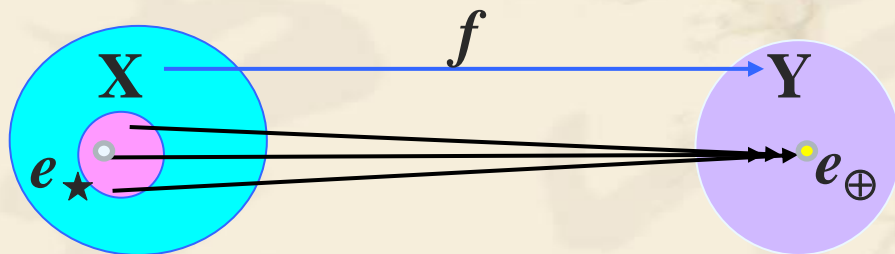
代数系统 $\langle X, \star \rangle$ 与 $\langle Y, \oplus \rangle$ 同态, $f: X \rightarrow Y$ 是同态映射, 如果 $\langle X, \star \rangle$ 中 \star 满足 交换、结合、有么元、有零元、每个元素可逆, 则 $\langle f(X), \oplus \rangle$ 中 \oplus 也满足上述性质。

证明的方法与前面一样, 所不同的是, 不是在 Y 中取元素, 而是在值域 $f(X)$ 中取元素。因为 f 不一定是满射的。

9、同态核

定义

设 f 是从 $\langle X, \star \rangle$ 到 $\langle Y, \oplus \rangle$ 的同态映射, e_\star 和 e_\oplus 分别是 $\langle X, \star \rangle$ 与 $\langle Y, \oplus \rangle$ 中的幺元。定义集合 $\ker(f)$ 为: $\ker(f) = \{x \mid x \in X \wedge f(x) = e_\oplus\}$ 称 $\ker(f)$ 为 f 的同态核。

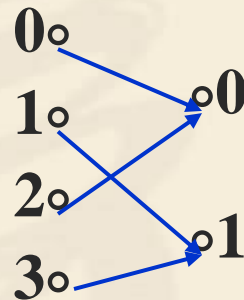


例： g 是 $\langle N_4, +_4 \rangle$ 到 $\langle B, \oplus \rangle$ 的同态映射。

$+_4$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

\oplus	0	1
0	0	1
1	1	0

$g: N_4 \rightarrow B$



$$\ker(g) = \{0, 2\}$$

第十二节 结束