第四章 二元关系

在此, 我们要讨论关系的五个性质, 它们是:

- 自反性
- 反自反性
- 对称性
- 反对称性
- 传递性

特别说明:本节中所讨论的关系都是集合A上的关系,即 R 是从A到A的关系,或R $\subset A \times A$ 。

五. 传递性

定义: R是A中关系, 对任何x,y,z $\in A$, 如果有xRy和yRz, 就有xRz, 则称R为A中传递关系, 即

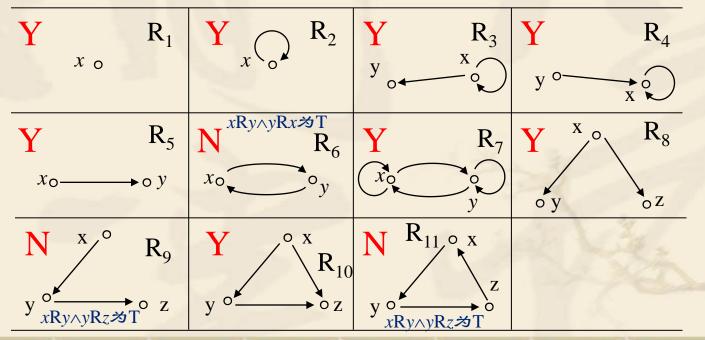
R在A上传递的 $\Leftrightarrow \forall x \forall y \forall z ((x \in A \land y \in A \land z \in A \land x Ry \land y Rz) \rightarrow x Rz)$

例如: 实数集中的≤、<, 集合□、□是传递的。

- ❖ 从关系有向图和关系矩阵中不易看清是否有传递性。必须直接根据 传递的定义来检查。
- 注意:传递性定义的谓词公式形式的前件为F时,整个表达式为T,传递性成立,即若xRy与yRz中至少有一个是F时,前件为假,R是传递的。

五. 传递性 $\Leftrightarrow \forall x \forall y \forall z ((x \in A \land y \in A \land z \in A \land x R y \land y R z) \rightarrow x R z)$

判断传递性的典型图例



独立天环的 节点不影响 传递性;

空关系是传 递的;

独立有环的 节点不影响 传递性;

恒等关系是 传递的

完全关系是 传递的

作业: 证明 R_5 使得 $\forall x \forall y \forall z ((x \in A \land y \in A \land z \in A \land x R y \land y R z) \rightarrow x R z)$ 为真。