

第四章 二元关系

第九节 反对称性

第九节 反对称性

在此，我们要讨论关系的五个性质，它们是：

- 自反性
- 反自反性
- 对称性
- 反对称性
- 传递性

特别说明： 本节中所讨论的关系都是集合 A 上的关系，即 R 是从 A 到 A 的关系，或 $R \subseteq A \times A$ 。

第九节 反对称性

四. 反对称性

定义： 设 R 为集合 A 中关系，若对任何 $x, y \in A$ ，如果有 xRy 和 yRx ，则有 $x=y$ ，则称 R 为 A 中反对称关系，即

$$\begin{aligned} R \text{ 是 } A \text{ 上反对称的} &\Leftrightarrow \forall x \forall y ((x \in A \wedge y \in A \wedge xRy \wedge yRx) \rightarrow x=y) \\ &\Leftrightarrow \forall x \forall y ((x \in A \wedge y \in A \wedge x \neq y \wedge xRy) \rightarrow \langle y, x \rangle \notin R) \end{aligned}$$

例如：实数集合上的“ \leq ”关系就是反对称的关系。

- 反对称关系有向图的特点：两个不同的结点之间最多有一条边。
- 反对称关系矩阵的特点：以主对角线为对称的两个元素中最多有一个1。

第九节 反对称性

四. 反对称性

续例：确定以下八个关系中哪些是反对称的？

Y R_1 	Y R_2 	N R_3 	Y R_4
Y R_5 	N R_6 	N R_7 	Y R_8

两个不同的
的结点间，
可以无边；
如果有边，
则至多只
有一条边。

注意：对称与反对称不是完全对立的，有些关系既是对称也是反对称的。例如，空关系和恒等关系。