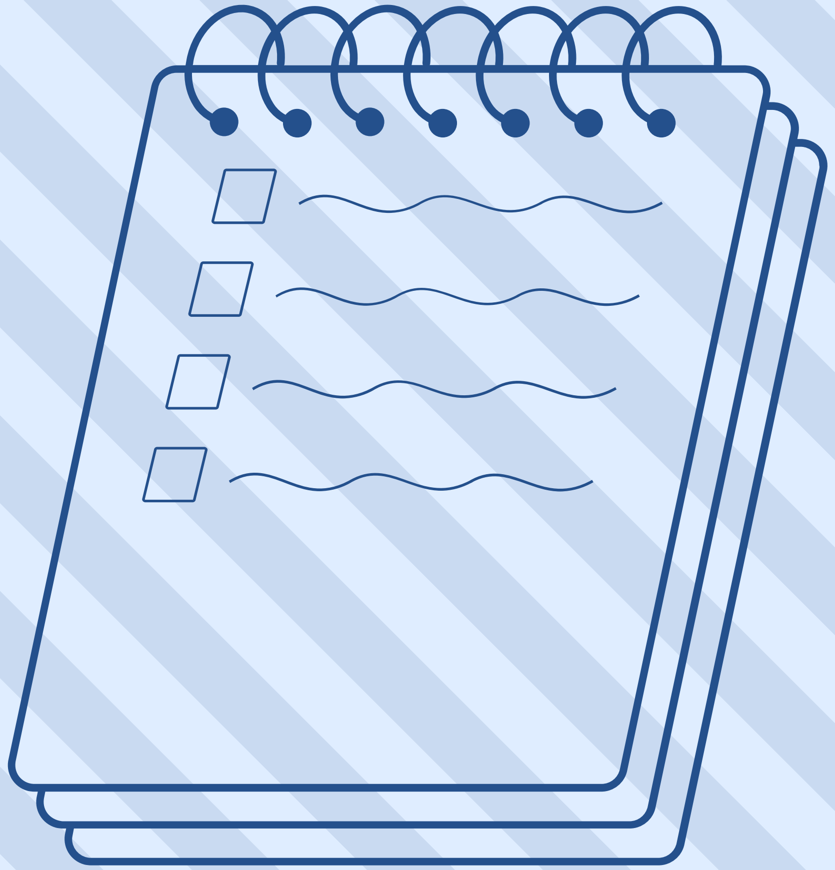
STUDIENPROJEKT

SIMULATION DER WÄRMELEITUNGSGLEICHUNG IN FESTKÖRPERN

ÜBERSICHT

1. Ziel und Aufbau
2. Theoretische Grundlagen
3. Aufbau Labor
4. Evaluation und Ausblick



ZIEL

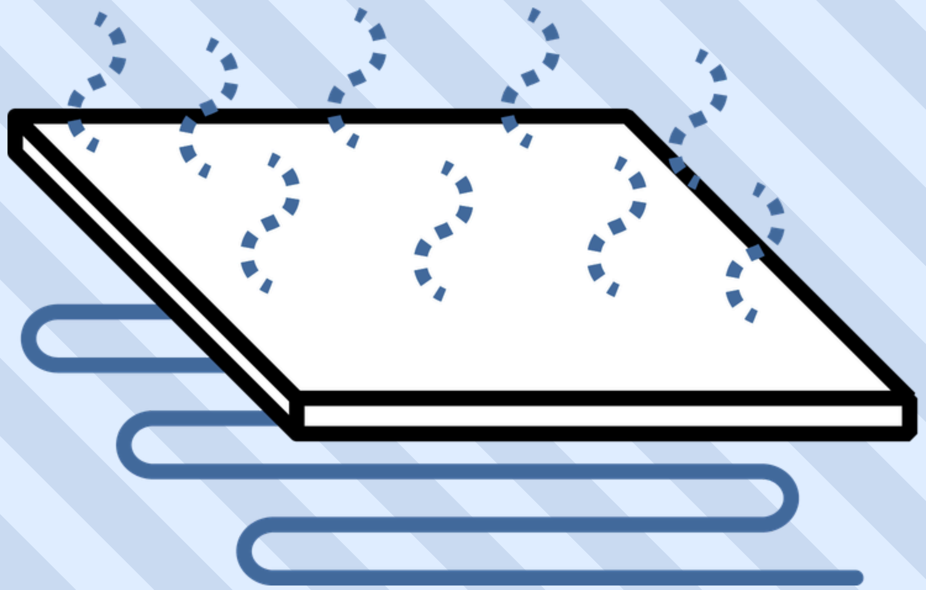
- Labor
- 1D Wärmeleitungsgleichung
- Analytisch lösen der Gleichung
- Python programmierung

AUFBAU

1. Modelling
2. Derivation of the heat equation
3. Analytical treatment
    a. Thermal diffusity
    b. Partial Differential Equations
        i. Boundary Conditions
    c. Fourier coefficient
4. Implementation & Visualization
    a. Simple sine graph
    b. Fourier sine graph

WÄRMELEITUNG ALS PHYSIKALISCHE PHÄNOMEN

- Thermische Energie
- Warmen Bereiche => kalten Bereichen
- Wärmeleitung vs. Wärmetransport
- Mikroskopische Prozesse



ALLGEMEINE FORM DER WÄRMELEITUNGSGLEICHUNG

$$u_t(t, \mathbf{x}) = \nabla_{\mathbf{x}} \cdot \left[A(\mathbf{x})\, \nabla u(t, \mathbf{x})\right] + f(t, \mathbf{x}), \qquad \mathbf{x} \in \Omega \subset \mathbb{R}^d,\ t > 0$$

MODELLANNAHME IM LABOR

- Eindimensionales Stabelement
- Homogenes und isotropisches Material
- Keine Wärmequellen
- Dirichlet Randbedingungen von 0°C
- Anfangsbedingung u(x,0)=1 für 0<x<π

$$u_t(x,t) = a^2\, u_{xx}(x,t)$$

TASK 1: THERMAL DIFFUSITY

- Materialkonstante
- Dichte ρ
- Spezifische Wärmekapazität c
- Wärmeleitfähigkeit k

$$a^2 = \frac{k}{\rho \cdot c}$$

TASK 2: PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

- Produktansatz
- Seperation der Variablen
- Berechnen der Eigenwerte
- Produktlösung aus der Seperation der Variablen

TASK 3: BOUNDARY CONDITIONS

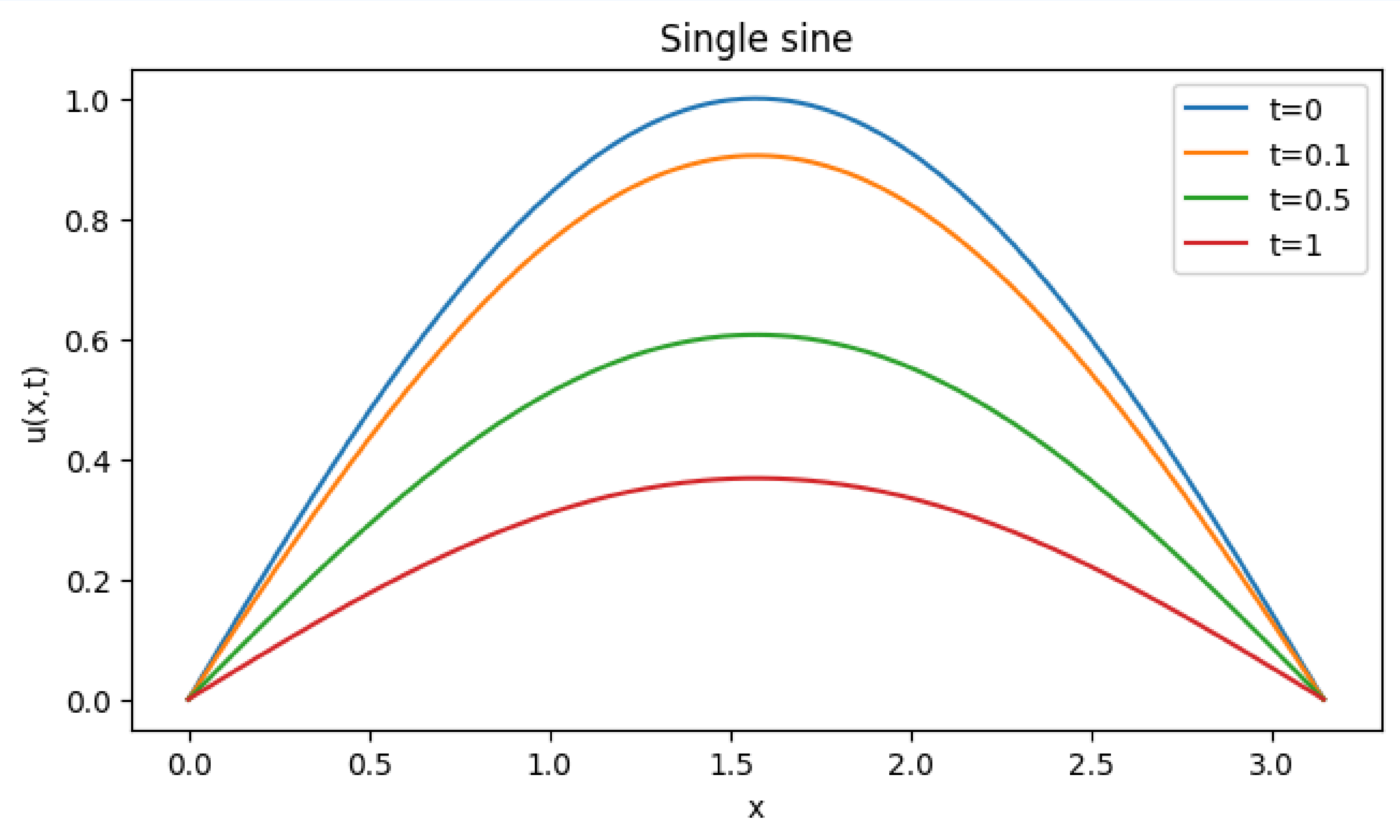
- Randbedingungen einsetzen
- Eigenwerte und Eigenfunktionen berechnen

TASK 4: FOURIER COEFFICIENT

- Anfangs- und Randbedingung einsetzen
- Fourier-analyse
- Reihenlösung für die Wärmeleitgleichung

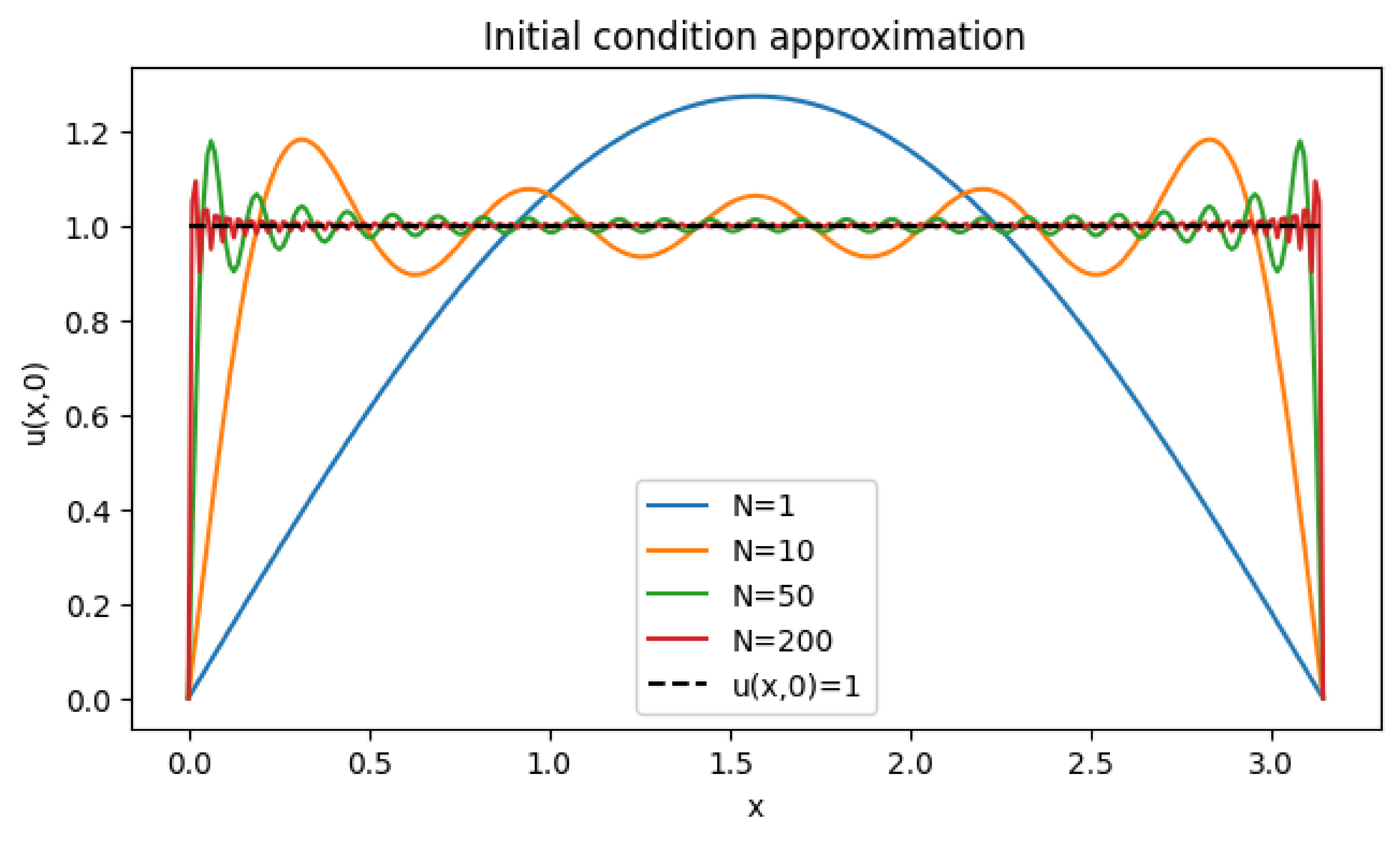
TASK 5: SIMPLE SINE

- Funktion u_sin_xt() implementieren (Task 3)
- b_k ignorieren
- e^(-a²*k²*t)

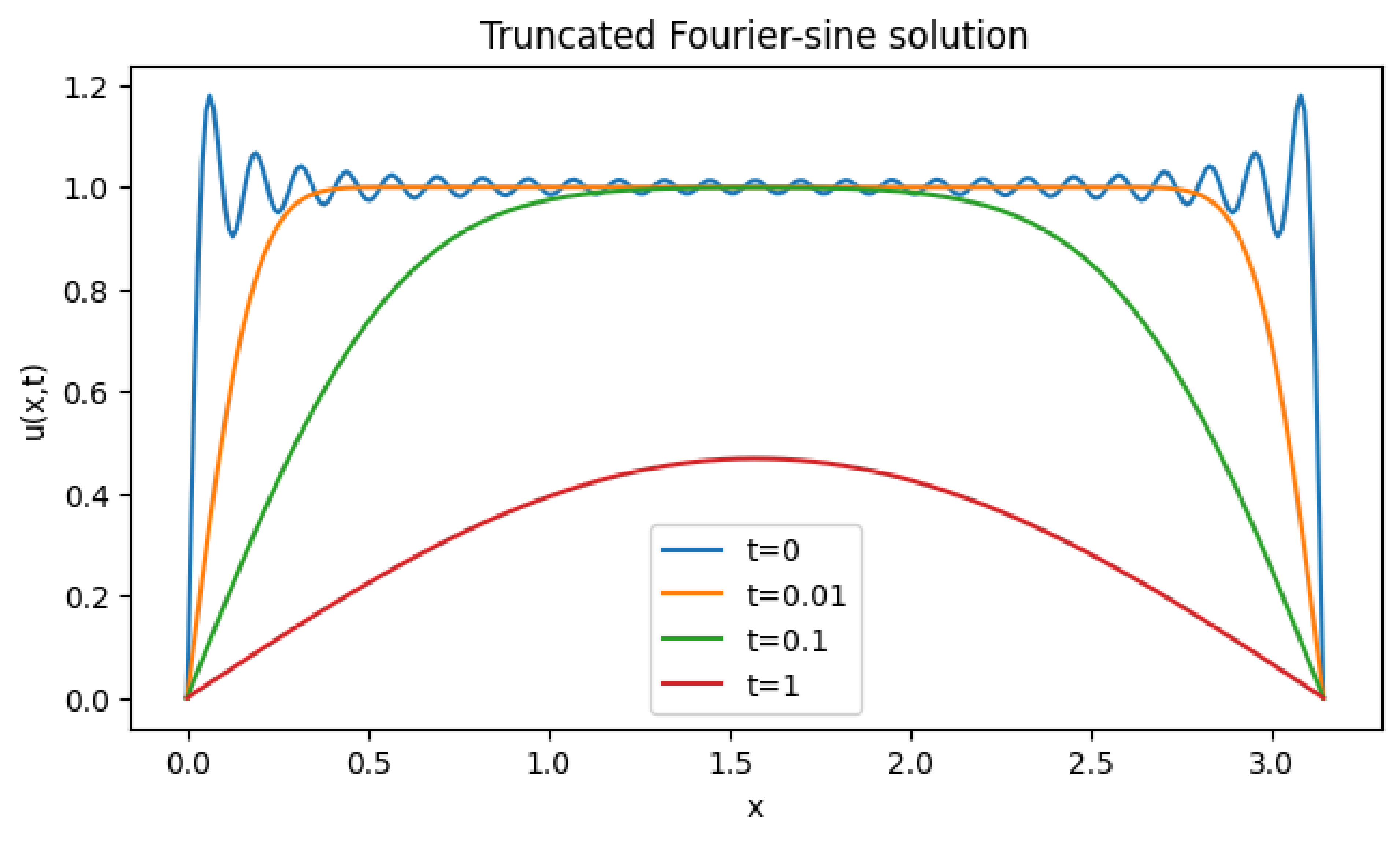


Labor

TASK 6: FOURIER SINE



- Gibbsches Phänomen
- Überschwingungen



- Funktion coeff() implementieren (Task 4)
- Funktion u_xt() implementieren

EVALUATION

- Stark vereinfachtes Modell: 1D-Stab, idealisierte Anfangs- und Randbedingungen, keine Wärmequelle
- Beobachtbar: Abkühlung, Ausgleich von Temperaturspitzen
- Mehrwert: Wärmeleitung, Fourier-Reihe, Gibbs, Überschwingungen

AUSBLICK

- Wärmequelle hinzufügen
- Zwei Dimensionale Wärmeleitgleichung aufstellen
- 2D-Heatmap

DANKE-SCHÖN