

Noviembre del 2024

Modelo de cálculo - Fenómenos de biotransporte

Bioingeniería

1. Se conocen los valores de caudales, diferencia de presión, distancia total, medida de la válvula, y naturaleza del fluido y su temperatura, con lo que se puede obtener su densidad (ρ), peso específico (γ) y viscosidad dinámica (μ). Además, se conocen las características del tubo, como son el diámetro interno y rugosidad (ϵ).

Res: Se comienzan haciendo las consideraciones necesarias.

- Fluido en estado estable.
- El fluido es incompresible, al ser un líquido.
- Los intercambios de energía con el medio son despreciables, de manera que la temperatura se mantiene aproximadamente constante. Unido a que el fluido es incompresible, ρ y μ también permanecen aproximadamente constantes.
- Entre los tramos analizados, no hay presencia de dispositivos mecánicos que adicionen o quiten energía $\therefore h_A \wedge h_R = 0$
- El sistema se encuentra horizontal, ambos puntos se encuentran a la misma altura $\therefore Z_{in} - Z_{out} = 0$

Aplicando la ecuación de energía con los términos pertinentes, tenemos:

$$\frac{P_{in}}{\gamma} + \frac{V_{in}^2}{2g} - h_L = \frac{P_{out}}{\gamma} + \frac{V_{out}^2}{2g}$$
$$\frac{P_{in} - P_{out}}{\gamma} + \frac{V_{in}^2 - V_{out}^2}{2g} = h_L \Rightarrow \frac{\Delta P}{\gamma} + \frac{V_{in}^2 - V_{out}^2}{2g} = h_{Lf} + h_{Lm} \quad (1)$$

Al desconocer las velocidades, aplicamos la ecuación de continuidad:

$$Q_{in} = Q_{out} \Rightarrow A_{in}V_{in} = A_{out}V_{out} \Rightarrow A_{in} = A_{out} \therefore V_{in} = V_{out} = V \wedge V = \frac{Q}{A} \quad (2)$$

De la ecuación (2) se nota como, al ser los diámetros iguales en ambos extremos, las velocidades deben ser iguales, de manera que $V_{in}^2 - V_{out}^2 = 0$.

Ahora, procedemos a encontrar una expresión para h_{Lf} , a partir de su factor de fricción, dependiente de su número de Reynolds y rugosidad relativa:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (3)$$

$$Rugosidad\ relativa = \frac{\epsilon}{D} \quad (4)$$

Los valores de reynolds a evaluar se encontraron en valores dentro de la zona de transición, por lo que se itera para encontrar el valor del factor de fricción:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log(3,7 \frac{D}{\epsilon}) \rightarrow \text{Semilla de iteración}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log(\frac{\epsilon}{3,7 D} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f}})$$

Se itera hasta que el cambio en el valor sea menor de 10^{-9} .

Finalmente, se expresa h_{Lf} como:

$$h_{Lf} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (5)$$

Ahora, el coeficiente K lo podemos encontrar de la expresión que representa las perdidas menores:

$$h_{Lm} = K \frac{V^2}{2g} \quad (6)$$

Finalmente, reemplazamos las Ecuaciones (5) y (6) en (1):

$$\frac{\Delta P}{\gamma} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} + K \frac{V^2}{2g} \therefore K = \frac{(\Delta P)(2g)}{(\gamma)(V^2)} - f \frac{L}{D}$$

Que nos da el valor experimental de K en termino de las varaibles evaluadas.