



# UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

## Física 1

### Taller 2

Presentado por: Juan Felipe Rodríguez Galindo - 20181020158

Santiago Herrera Rocha - 20182020045

Nicolás Pérez Sierra - 20202015095

---

**Facultad de ingeniería**

Bogotá D.C., Agosto de 2021

## Taller 2

Resolver el planteamiento a continuación.

### PLANTEAMIENTO A DESARROLLAR

Dado los vectores:

$$\vec{A} = (10.00U) \hat{i} + (5.80U) (-\hat{j}) + (9.60U) \hat{k}$$

$$\vec{B} = (7.00U) (-\hat{i}) + (8.30U) \hat{j} + (5.10U) \hat{k}$$

$$\vec{C} = (3.80U) \hat{i} + (3.20U) \hat{j} + (8.70U) \hat{k}$$

Hallar:

- a)  $\vec{A} + (\vec{B} - \vec{C})$  Hallar también la magnitud del vector resultante, el ángulo que hace

con +x y con el plano xy.

- b)  $\vec{A} - (\vec{B} + \vec{C})$  Hallar también la magnitud del vector resultante, el ángulo que hace con

+x y con el plano xy.

- c)  $\vec{A} - (\vec{B} - \vec{C})$  Hallar también la magnitud del vector resultante, el ángulo que hace

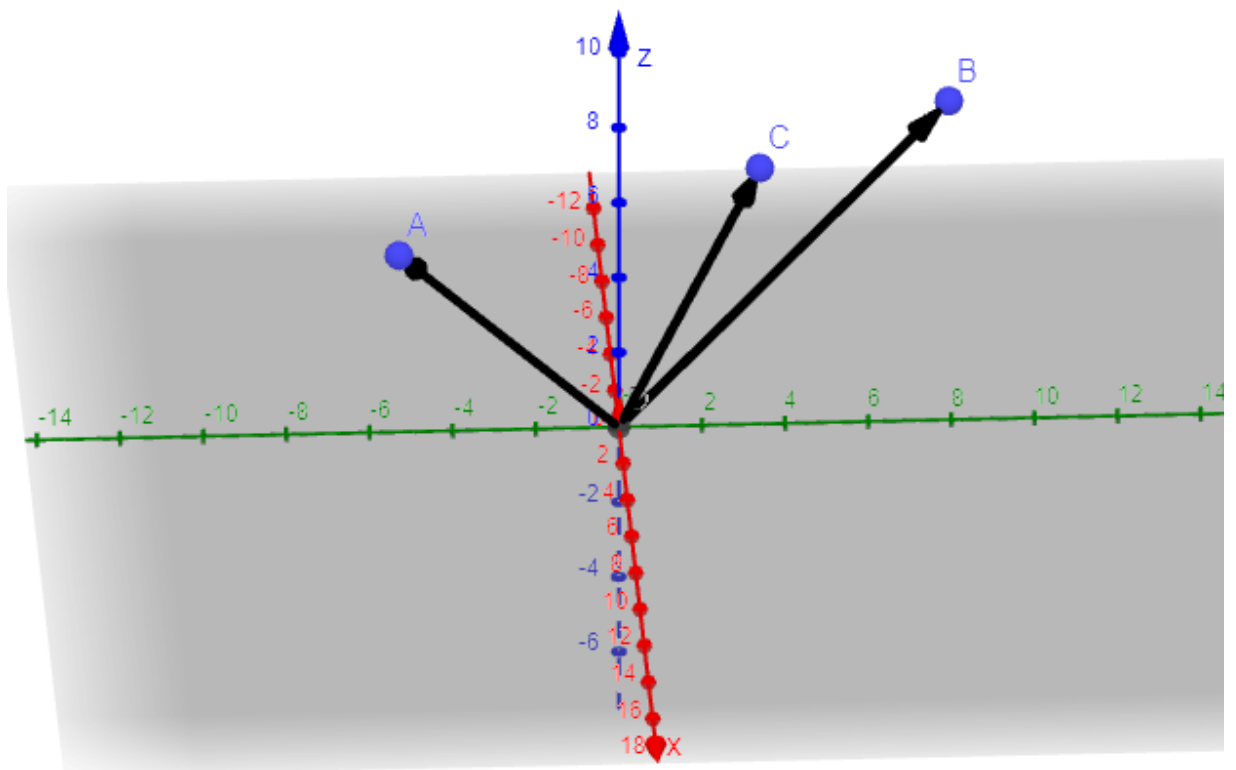
con +x y con el plano xy.

- d) Calcular el ángulo entre los dos vectores resultantes  $\vec{A} + (\vec{B} - \vec{C})$  y  $\vec{A} - (\vec{B} + \vec{C})$

e) Calcular el ángulo entre los dos vectores resultantes  $\vec{A} - (\vec{B} + \vec{C})$  y  $\vec{A} - (\vec{B} - \vec{C})$

**Solución.**

A. Se tienen los vectores  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  y  $\vec{C}$



Para calcular  $\vec{A} + (\vec{B} - \vec{C})$  se empieza a operar por partes, así:

$$\vec{B} = (7.00U)(-\hat{i}) + (8.30U)\hat{j} + (5.10U)\hat{k}$$

$$\vec{C} = (3.80U)\hat{i} + (3.20U)\hat{j} + (8.70U)\hat{k}$$

$$(\vec{B} - \vec{C}) = (10.8U)(-\hat{i}) + (5.10U)\hat{j} + (3.60U)(-\hat{k})$$

luego se adiciona el vector faltante:

$$\vec{A} = (10.00U)\hat{i} + (5.80U)(-\hat{j}) + (9.60U)\hat{k}$$

$$(\vec{B} - \vec{C}) = (10.80U)(-\hat{i}) + (5.10U)\hat{j} + (3.60U)(-\hat{k})$$

$$\vec{A} + (\vec{B} - \vec{C}) = (0.80U)(-\hat{i}) + (0.70U)(-\hat{j}) + (6.00U)(\hat{k})$$

Para efectos prácticos se nombrará  $\vec{E}$  al vector resultante de la operación. Así:

$$\vec{E} = \vec{A} + (\vec{B} - \vec{C}) = (0.80U)(-\hat{i}) + (0.70U)(-\hat{j}) + (6.00U)(\hat{k})$$

y por tanto la magnitud de  $\vec{E}$ ,  $|\vec{E}|$  es

$$|\vec{E}| = \sqrt{((0.80U)(-\hat{i}))^2 + ((0.70U)(-\hat{j}))^2 + ((6.00U)(\hat{k}))^2}$$

$$|\vec{E}| = \sqrt{37.13} \cong 6.0934U$$

Ahora se hallará el ángulo que hace  $\vec{E}$  con el eje  $+x$ . Para esto se partirá de que:

$$\cos(\theta) = \frac{E_x}{|E|} \text{ para luego despejar } \theta \text{ de allí.}$$

Entonces, reemplazando:

$$\cos(\theta) = \frac{(0.80(-\hat{i}))}{\sqrt{(0.80(-\hat{i}))^2 + (0.70(-\hat{j}))^2 + (6.00(\hat{k}))^2}}$$

$$\cos(\theta) = \frac{-0.80}{\sqrt{37.13}} = \cos(\theta) = \frac{-0.80}{6.0934}$$

$$\cos^{-1}\left(\frac{-0.80}{6.0934}\right) \cong 97.54^\circ$$

Finalmente, para hallar el ángulo que hace con el plano  $xy$  se usará:

$$\cos(\theta) = \frac{(\vec{E} \cdot \vec{W})}{|\vec{E}|}$$

con  $\vec{W}$  siendo el vector unitario  $\hat{k}$  ( $\vec{W} \perp \text{plano } xy$ )

Luego al reemplazar los valores:

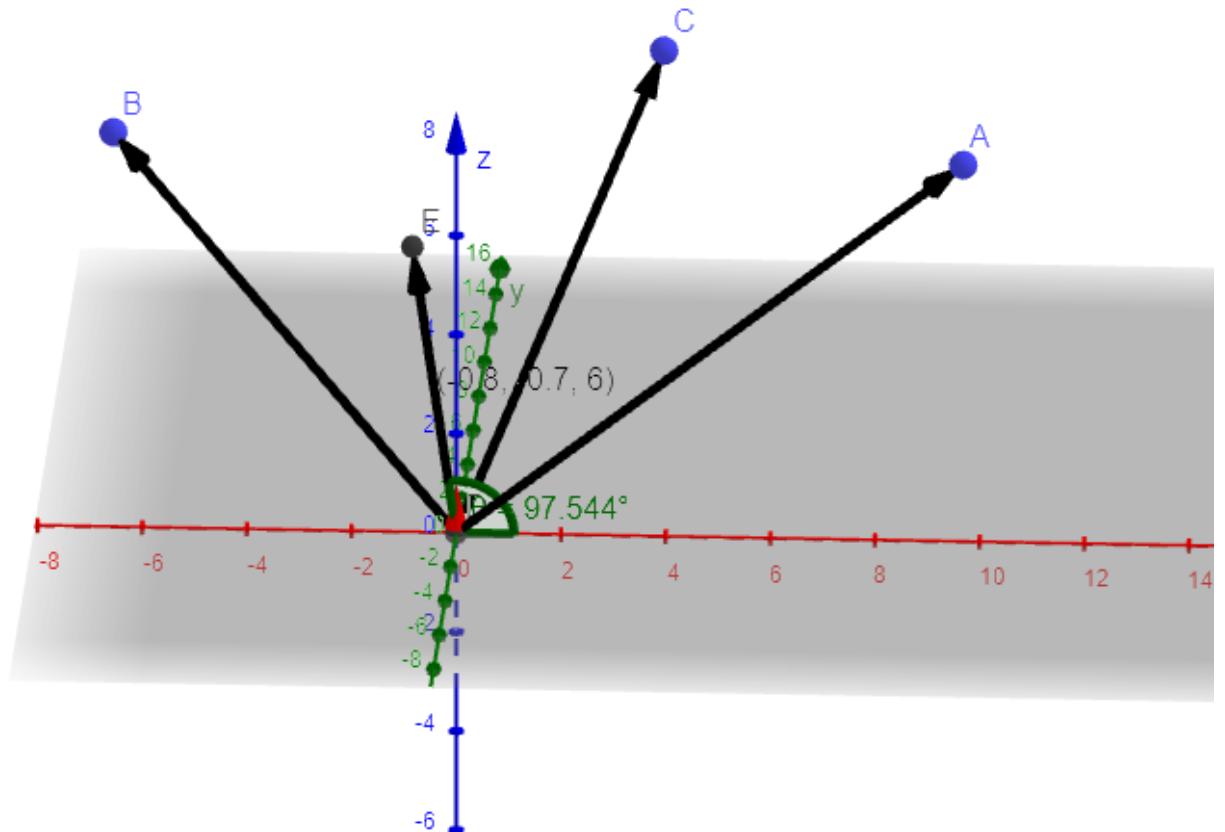
$$\cos(\theta) = \frac{(0.80(-\hat{i}) + 0.70(-\hat{j}) + 6.00\hat{k}) \cdot (0\hat{i} + 0\hat{j} + 1.00\hat{k})}{6.0934}$$

$$\cos(\theta) = \frac{6}{6.0934}$$

Y para obtener  $\theta$  se calcula el  $\cos^{-1}$ :

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{6}{6.0934}\right) \cong 10.04^\circ$$

En el gráfico a continuación se observa la situación presentada en el desarrollo analítico del ejercicio.



B. Se empieza por analizar los vectores b y c luego adicionamos el vector A, hallamos la tangente del ángulo mediante la operación indicada  $A_y/A_x$  y luego  $\tan$  del angulo  $A_z/A_2x + A_2y$

Punto b.

$$\vec{A} - (\vec{B} + \vec{C})$$

$$\vec{B} + \vec{C} = [(-7,00 + 3,80)] \hat{i} + [(8,00 + 3,20)] \hat{j} + [(6,00 + 8,70)] \hat{k}$$

$$\vec{B} + \vec{C} = (-3,20 \text{ U}) \hat{i} + (11,50 \text{ U}) \hat{j} + (14,80 \text{ U}) \hat{k}$$

$$\vec{A} - (\vec{B} + \vec{C}) = [(10,00 - (-3,20))] \hat{i} + [(-5,80 - 11,50)] \hat{j} + [(9,60 - 14,80)] \hat{k}$$

$$\vec{A} - (\vec{B} + \vec{C}) = (13,20 \text{ U}) \hat{i} + (-17,30 \text{ U}) \hat{j} + (-4,20 \text{ U}) \hat{k}$$

$$|\vec{A} - (\vec{B} + \vec{C})| = \sqrt{(13,20 \text{ U})^2 + (-17,30 \text{ U})^2 + (-4,20 \text{ U})^2}$$

$$|\vec{A} - (\vec{B} + \vec{C})| = 22,16 \text{ U}$$

$$\tan \phi = \frac{A_y}{A_x} = \frac{-17,30 \text{ U}}{13,20 \text{ U}} = \frac{-17,30}{13,20} = -1,3$$

$$\phi = -52,65^\circ$$

$$\tan \theta = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2}} = \frac{(-4,20 \text{ U})}{\sqrt{(13,20 \text{ U})^2 + (-17,30 \text{ U})^2}}$$

$$\tan \theta = \frac{-4,20 \text{ U}}{22,16 \text{ U}} = \theta = -10,92^\circ$$

C. Se conocen los vectores  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  y  $\vec{C}$

Para calcular  $\vec{A} - (\vec{B} - \vec{C})$  se procede como anteriormente, a operar por partes, así:

$$\vec{B} = (7.00U) \hat{i} + (8.30U) \hat{j} + (5.10U) \hat{k}$$

$$\vec{C} = (3.80U) \hat{i} + (3.20U) \hat{j} + (8.70U) \hat{k}$$

$$(\vec{B} - \vec{C}) = (10.8U) \hat{i} + (5.10U) \hat{j} + (3.60U) \hat{k}$$

Y se resta a  $\vec{B} - \vec{C}$  con el vector  $\vec{A}$  por ley de orden de operaciones:

$$\vec{A} = (10.00U) \hat{i} + (5.80U) \hat{j} + (9.60U) \hat{k}$$

$$(\vec{B} - \vec{C}) = (10.80U) \hat{i} + (5.10U) \hat{j} + (3.60U) \hat{k}$$

$$\vec{A} - (\vec{B} - \vec{C}) = (20.80U) \hat{i} + (10.90U) \hat{j} + (13.20U) \hat{k}$$

Para efectos prácticos se nombrará  $\vec{F}$  al vector resultante de la operación anterior. Ahora, la magnitud de  $\vec{F}$ ,  $|\vec{F}|$  es

$$|\vec{F}| = \sqrt{((20.80U) \hat{i})^2 + ((10.90U) \hat{j})^2 + ((13.20U) \hat{k})^2}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{725.69} \cong 26.939U$$

...pendiente continuación

- D. Para realizar el cálculo del ángulo entre los vectores mencionados primero tenemos que realizar las correspondientes operaciones mencionadas teniendo en cuenta que el resultado final de estos nos permitirán conocer el ángulo generado por nuestros dos vectores.



Procediendo entonces a realizar la primera sección del ejercicio resolvemos los cálculos de los vectores empezando por el primer grupo  $A+(B-C)$  :

$$\begin{array}{rcl}
 -7.0\hat{i} & 8.3\hat{j} & 5.1\hat{k} \\
 + & -3.8\hat{i} & -3.2\hat{j} & -8.7\hat{k} \\
 \hline
 -10.8\hat{i} & 5.1\hat{j} & -3.6\hat{k}
 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Resultado del vector } \vec{B}-\vec{C} \\ \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 10.0\hat{i} & -5.8\hat{j} & 9.6\hat{k} \\
 + & -10.8\hat{i} & 5.1\hat{j} & -3.6\hat{k} \\
 \hline
 -0.8\hat{i} & -0.7\hat{j} & .6\hat{k}
 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Resultado del vector} \\ \vec{A} + (\vec{B}-\vec{C}) \end{array}$$

*Respuesta*

Ahora realizamos la segunda sección  $A-(B+C)$ :

$$\begin{array}{rcl}
 -7.0\hat{i} & 8.3\hat{j} & 5.1\hat{k} \\
 + & 3.8\hat{i} & 3.2\hat{j} & 8.7\hat{k} \\
 \hline
 -3.2\hat{i} & 11.5\hat{j} & 13.8\hat{k}
 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Resultado del vector } \vec{B} + \vec{C} \\ \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 10.0\hat{i} & -5.8\hat{j} & 9.6\hat{k} \\
 + & 3.2\hat{i} & -11.5\hat{j} & -13.8\hat{k} \\
 \hline
 13.2 & -17.3 & -4.2\hat{k}
 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Resultado del vector } \vec{A}-(\vec{B}+\vec{C}) \\ \\ \end{array}$$

*Respuesta*

Ahora hallamos el ángulo entre los vectores encontrados:

Hallamos el ángulo entre los vectores:

$$u = (-0.8\hat{i}, -0.7\hat{j}, 6\hat{k}) \quad v = (13.2\hat{i}, -17.3\hat{j}, -4.2\hat{k})$$

utilizamos la fórmula:

$$\cos \theta = \frac{u \cdot v}{|u| \cdot |v|}$$

$$u \cdot v = (13.2(-0.8)) + (-17.3(-0.7)) + (6(-4.2))$$

$$u \cdot v = (-10.56) + 12.11 + (-25.2)$$

$$u \cdot v = -23.65$$

$$|u| = \sqrt{(-0.8)^2 + (-0.7)^2 + (6)^2}$$

$$|u| = \sqrt{-0.64 + (-0.49) + 36}$$

$$|u| = \sqrt{34.87}$$

$$\cos \theta = \frac{-23.65}{\sqrt{34.87} \cdot \sqrt{491.17}}$$

$$|v| = \sqrt{(13.2)^2 + (-17.3)^2 + (-4.2)^2}$$

$$|v| = \sqrt{174.24 + 299.29 + 17.64}$$

$$|v| = \sqrt{491.17}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{-23.65}{\sqrt{34.87} \cdot \sqrt{491.17}} \right)$$

$$\theta \approx 1.7525^\circ$$

Dando como resultado que el ángulo es:  $1.75^\circ$

E. Para realizar el cálculo del ángulo entre los vectores mencionados primero tenemos que realizar las correspondientes operaciones mencionadas teniendo en cuenta que el resultado

final de estos nos permitirán conocer el ángulo generado por nuestros dos vectores.

Procediendo entonces a realizar la primera sección del ejercicio resolvemos los cálculos de los vectores empezando por el primer grupo  $A-(B+C)$  :

$$\begin{array}{r} -7.0\hat{i} \quad 8.3\hat{j} \quad 5.1\hat{k} \\ + \quad 3.8\hat{i} \quad 3.2\hat{j} \quad 8.7\hat{k} \\ \hline -3.2\hat{i} \quad 11.5\hat{j} \quad 13.8\hat{k} \end{array} \quad \text{Resultado del vector } \vec{B} + \vec{C}$$

$$\begin{array}{r} 10.0\hat{i} \quad -5.8\hat{j} \quad 9.6\hat{k} \\ + \quad 3.2\hat{i} \quad -11.5\hat{j} \quad -13.8\hat{k} \\ \hline \text{R1} \quad 13.2 \quad -17.3 \quad -4.2\hat{k} \end{array} \quad \text{Resultado del vector } \vec{A} - (\vec{B} + \vec{C})$$

Ahora realizamos la segunda sección  $A-(B-C)$ :

$$\begin{array}{r} -7.00 \quad 8.30 \quad 5.10 \\ -3.80 \quad -3.20 \quad -8.70 \\ \hline -10.80 \quad 5.10 \quad -3.60 \end{array} \quad \text{Resultado de } \vec{B} - \vec{C}$$

$$\begin{array}{r} 10.00\hat{i} \quad -5.80\hat{j} \quad 9.60\hat{k} \\ 10.80\hat{i} \quad -5.10\hat{j} \quad 3.60\hat{k} \\ \hline 20.80\hat{i} \quad -10.90\hat{j} \quad 13.20\hat{k} \end{array} \quad \text{Resultado de } \vec{A} - (\vec{B} - \vec{C})$$

Ahora hallamos el ángulo entre los vectores encontrados:

Hallamos el ángulo entre los vectores

$$u = 13.2\hat{i} - 17.3\hat{j} - 4.2\hat{k} \quad v = 20.80\hat{i} - 10.90\hat{j} + 13.20\hat{k}$$

Utilizamos la fórmula  $\cos \theta = \frac{u \cdot v}{|u| \cdot |v|}$

$$u \cdot v = ((13.2)(20.80) + (-17.3)(-10.90)) + (-4.2)(13.20)$$

$$u \cdot v = 274.56 + 188.57 + (-55.4) = 407.69$$

$$|u| = \sqrt{(13.2)^2 + (-17.3)^2 + (-4.2)^2}$$

$$|u| = \sqrt{174.24 + 299.29 + 17.64}$$

$$|u| = \sqrt{491.17}$$

$$|v| = \sqrt{(20.8)^2 + (-10.90)^2 + (13.2)^2}$$

$$|v| = \sqrt{432.64 + 118.24 + 174.24}$$

$$|v| = \sqrt{725.69}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{407.69}{\sqrt{491.17} \cdot \sqrt{725.69}} \right) = 0.81^\circ$$

Dádonos como resultado  $0.81^\circ$