UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Física 1

Taller 2

Presentado por: Juan Felipe Rodríguez Galindo - 20181020158
Santiago Herrera Rocha - 20182020045
Nicolás Pérez Sierra - 20202015095

Facultad de ingeniería

Bogotá D.C., Agosto de 2021

Taller 2

Resolver el planteamiento a continuación.

PLANTEAMIENTO A DESARROLLAR

Dado los vectores:

$$\vec{A} = (\ 10.00U)\ \hat{i} + (\ 5.80U)\ (\ -\hat{j})\ + (\ 9.60U)\ \hat{k}$$
$$\vec{B} = (\ 7.00U)\ (\ -\hat{i})\ + (\ 8.30U)\ \hat{j} + (\ 5.10U)\ \hat{k}$$
$$\vec{C} = (\ 3.80U)\ \hat{i} + (\ 3.20U)\ \hat{j} + (\ 8.70U)\ \hat{k}$$

Hallar:

a) $\vec{A} + (\vec{B} - \vec{C})$ Hallar también la magnitud del vector resultante, el ángulo que hace

con +x y con el plano xy.

b) $\vec{A} - (\vec{B} + \vec{C})$ Hallar también la magnitud del vector resultante, el ángulo que hace con

+x y con el plano xy.

c) $\vec{A} - (\vec{B} - \vec{C})$ Hallar también la magnitud del vector resultante, el ángulo que hace

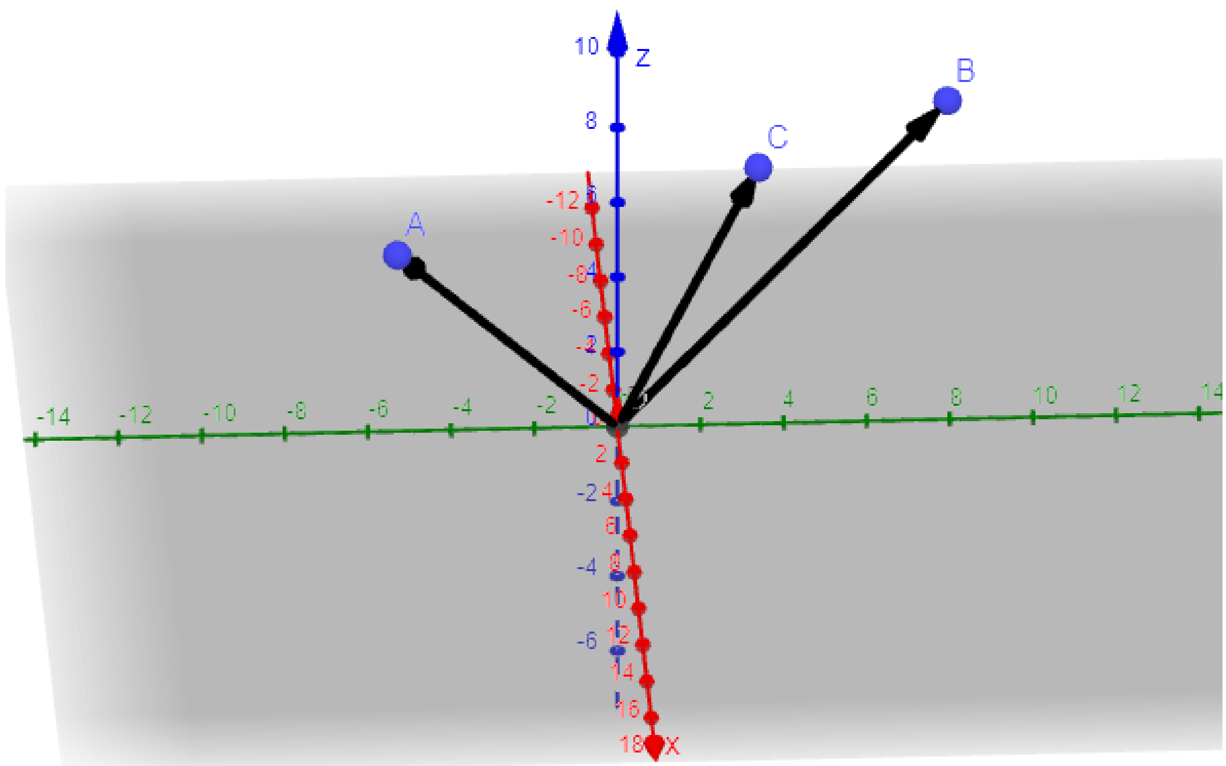
con +x y con el plano xy.

d) Calcular el ángulo entre los dos vectores resultantes $\vec{A} + (\vec{B} - \vec{C})$ y $\vec{A} - (\vec{B} + \vec{C})$

e) Calcular el ángulo entre los dos vectores resultantes $\vec{A} - (\vec{B} + \vec{C})$ y $\vec{A} - (\vec{B} - \vec{C})$

Solución.

A. Se tienen los vectores $\vec{A}, \vec{B}\ y\ \vec{C}$



Para calcular $\vec{A} + (\vec{B} - \vec{C})$ se empieza a operar por partes, así:

$\vec{B} = (7.00U)(-\hat{i}) + (8.30U)\hat{j} + (5.10U)\hat{k}$
$\vec{C} = (3.80U)\hat{i} + (3.20U)\hat{j} + (8.70U)\hat{k}$
$(\vec{B} - \vec{C}) = (10.8U)(-\hat{i}) + (5.10U)\hat{j} + (3.60U)(-\hat{k})$

luego se adiciona el vector faltante:

$\vec{A} = (10.00U)\hat{i} + (5.80U)(-\hat{j}) + (9.60U)\hat{k}$
$(\vec{B} - \vec{C}) = (10.80U)(-\hat{i}) + (5.10U)\hat{j} + (3.60U)(-\hat{k})$
$\vec{A} + (\vec{B} - \vec{C}) = (0.80U)(-\vec{i}) + (0.70U)(-\hat{j}) + (6.00U)(\hat{k})$

Para efectos prácticos se nombrará $\vec{E}$ al vector resultante de la operación. Así:

$\vec{E} = \vec{A} + (\vec{B} - \vec{C}) = (0.80U)(-\vec{i}) + (0.70U)(-\hat{j}) + (6.00U)(\hat{k})$

y por tanto la magnitud de $\vec{E}$, $|\vec{E}|$ es

$|\vec{E}| = \sqrt{((0.80U)(-\hat{i}))^2 + ((0.70U)(-\hat{j}))^2 + ((6.00U)(\hat{k}))^2}$
$|\vec{E}| = \sqrt{37.13} \cong 6.0934U$

Ahora se hallará el ángulo que hace $\vec{E}$ con el eje $+\ x$. Para esto se partirá de que:

$\cos(\theta) = \frac{E_x}{|E|}$ para luego despejar θ de allí.

Entonces, reemplazando:

$$\cos(\theta) = \frac{(0.80(-\hat{i}))}{\sqrt{(0.80(-\hat{i}))^2 + (0.70(-\hat{j}))^2 + (6.00(\hat{k}))^2}}$$

$$\cos(\theta) = \frac{-0.80}{\sqrt{37.13}} = \cos(\theta) = \frac{-0.80}{6.0934}$$

$$\cos^{-1}\left(\frac{-0.80}{6.0934}\right) \cong 97.54°$$

Finalmente, para hallar el ángulo que hace con el plano xy se usará:

$$\cos(\theta) = \frac{(\vec{E} \cdot \vec{W})}{|\vec{E}|}$$

$con\ \vec{W}\ siendo\ el\ vector\ unitario\ \hat{k}(\vec{W} \perp plano\ xy)$

Luego al reemplazar los valores:

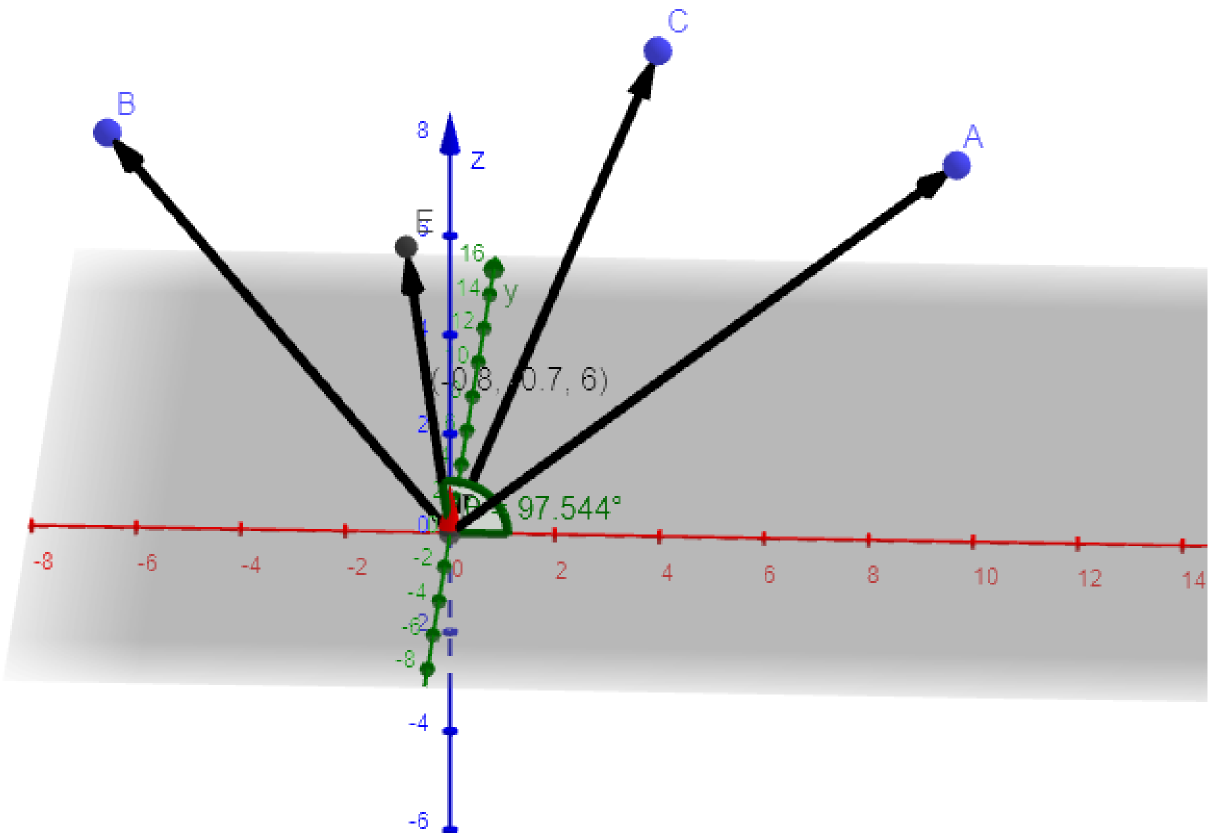
$$\cos(\theta) = \frac{(0.80(-\hat{i}) + 0.70(-\hat{j}) + 6.00\hat{k}) \cdot (0\hat{i} + 0\hat{j} + 1.00\hat{k})}{6.0934}$$

$$\cos(\theta) = \frac{6}{6.0934}$$

Y para obtener θ se calcula el cos^{-1}:

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{6}{6.0934}\right) \cong 10.04°$$

En el gráfico a continuación se observa la situación presentada en el desarrollo analítico del ejercicio.



B. Se empieza por analizar los vectores b y c luego adicionamos el vector A,hallamos la tangente del ángulo mediante la operación indicada Ay/Ax y luego tan del angulo Az/A2 x+A2y

Punto 6.

$\vec{A} - (\vec{B} + \vec{C})$

$\vec{B} + \vec{C} = [(-7,00 + 3,80)]\,U\,\hat{i} + [(8,30 + 3,20)]\,U\,\hat{j} + [(6,10 + 8,70)]\,U\,\hat{k}$

$\vec{B} + \vec{C} = (-3,20\ U)\,\hat{i} + (11,50\ U)\,\hat{j}\ (13,80\ U)\,\hat{k}$

$\vec{A} - (\vec{B} + \vec{C}) = [(10,00 - (-3,20))]\,U\,\hat{i} + [(-5,80 - 11,50)]\,U\,\hat{j} + [(9,60 - 13,80)]\,U\,\hat{k}$

$\vec{A} - (\vec{B} + \vec{C}) = (13,20\ U)\,\hat{i} + (-17,30\ U)\,\hat{j} + (-4,20\ U)\,\hat{k}$

$|\vec{A} - (\vec{B} + \vec{C})| = \sqrt{(13,20\ U)^2 + (-17,30\ U)^2 + (-4,20\ U)^2}$

$|\vec{A} - (\vec{B} + \vec{C})| = 22,16\ U$

$\tan \phi = \frac{A_y}{A_x} = \frac{-17,30\ U}{13,20\ U} = \frac{-17,30}{13,20} = -1,3$

$\phi = -52,65^\circ$

$\tan \theta = \frac{A_z}{A^2x + A^2y} = \frac{(-4,20\ U)}{\sqrt{(13,20\ U)^2 + (-17,30\ U)^2}}$

$\tan \theta = \frac{-4,20\ U}{21,76\ U} \quad \theta = -10,92^\circ$

C. Se conocen los vectores $\vec{A}, \vec{B}\ y\ \vec{C}$

Para calcular $\vec{A} - (\vec{B} - \vec{C})$ se procede como anteriormente, a operar por partes, así:

$$\vec{B} = (7.00U)(-\hat{i}) + (8.30U)\hat{j} + (5.10U)\hat{k}$$
$$\vec{C} = (3.80U)\hat{i} + (3.20U)\hat{j} + (8.70U)\hat{k}$$
$$(\vec{B} - \vec{C}) = (10.8U)(-\hat{i}) + (5.10U)\hat{j} + (3.60U)(-\hat{k})$$

Y se resta a $\vec{B} - \vec{C}$ con el vector $\vec{A}$ por ley de orden de operaciones:

$$\vec{A} = (10.00U)\hat{i} + (5.80U)(-\hat{j}) + (9.60U)\hat{k}$$
$$(\vec{B} - \vec{C}) = (10.80U)(-\hat{i}) + (5.10U)\hat{j} + (3.60U)(-\hat{k})$$
$$\vec{A} - (\vec{B} - \vec{C}) = (20.80U)\vec{i} + (10.90U)(-\hat{j}) + (13.20U)(\hat{k})$$

Para efectos prácticos se nombrará $\vec{F}$ al vector resultante de la operación anterior. Ahora, la magnitud de $\vec{F}$, $|\vec{F}|$ es

$$|\vec{F}| = \sqrt{((20.80U)\hat{i})^2 + ((10.90U)(-\hat{j}))^2 + ((13.20U)\hat{k})^2}$$
$$|\vec{F}| = \sqrt{725.69} \cong 26.939U$$

ahora se hallará el ángulo que hace F con el eje $+x$ para esto se partirá de

$$\cos(\theta) = \frac{F_x}{|F|}$$

ya luego despejaremos θde la ecuación previa.

Entonces realizamos el reemplazo de valores quedando de la forma:

$$\cos(\theta) = \frac{(20.8)}{\sqrt{(20.8)^2 + (-10.9)^2 + (13.2)^2}}$$

$$\cos(\theta) = \frac{20.8}{26{,}93863}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{20.8}{26{,}93863}\right) = 39.45°$$

Finalmente para hallar el ángulo que hace con el plano *xy* se usará:

$$\cos(\theta) = \frac{(\vec{F} \cdot \vec{w})}{|\vec{F}|}$$

Con $\vec{w}$ siendo el vector unitario $\hat{k}$ ($\vec{w} \perp$ plano xy)

Luego al reemplazar los valores:

$$\cos(\theta) = \frac{((20.8) + (-10.9) + (13.2)) \cdot (0 + 0 + 1)}{26{,}939}$$

$$\cos(\theta) = \frac{23{,}1}{26{,}939}$$

Para obtener el ángulo calculamos el arcoseno de la parte derecha de la ecuación:

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{23{,}1}{26{,}939}\right) = 30{,}96^{\circ}$$

D. Para realizar el cálculo del ángulo entre los vectores mencionados primero tenemos que realizar las correspondientes operaciones mencionadas teniendo en cuenta que el resultado final de estos nos permitirán conocer el ángulo generado por nuestros dos vectores.

Procediendo entonces a realizar la primera sección del ejercicio resolvemos los cálculos de los vectores empezando por el primer grupo *A+(B-C)* :

$$
\begin{array}{rrrrl}
 & -7.0\hat{\imath} & 8.3\hat{\jmath} & 5.1\hat{k} & \vec{B} \\
+ & -3.8\hat{\imath} & -3.2\hat{\jmath} & -8.7\hat{k} & \vec{C} \\
\hline
 & -10.8\hat{\imath} & 5.1\hat{\jmath} & -3.6\hat{k} &
\end{array}
\qquad \text{Resultado del vector } \vec{B}-\vec{C}
$$

$$
\begin{array}{rrrr}
 & 10.0\hat{\imath} & -5.8\hat{\jmath} & 9.6\hat{k} \\
+ & -10.8\hat{\imath} & 5.1\hat{\jmath} & -3.6\hat{k} \\
\hline
R// & -0.8\hat{\imath} & -0.7\hat{\jmath} & .6\ \hat{k}
\end{array}
\qquad \text{Resultado del vector } \vec{A}+(\vec{B}-\vec{C})
$$

Ahora realizamos la segunda sección *A-(B+C):*

$$
\begin{array}{rrrr}
 & -7.0\hat{\imath} & 8.3\hat{\jmath} & 5.1\hat{k} \\
+ & 3.8\hat{\imath} & 3.2\hat{\jmath} & 8.7\hat{k} \\
\hline
 & -3.2\hat{\imath} & 11.5\hat{\jmath} & 13.8\hat{k}
\end{array}
\qquad \text{Resutodo del vector } \vec{B}+\vec{C}
$$

$$
\begin{array}{rrrr}
 & 10.0\hat{\imath} & -5.8\hat{\jmath} & 9.6\hat{k} \\
+ & 3.2\hat{\imath} & -11.5\hat{\jmath} & -13.8\hat{k} \\
\hline
R// & 13.2 & -17.3 & -4.2\hat{k}
\end{array}
\qquad \text{Resultado del vector } \vec{A}-(\vec{B}+\vec{C})
$$

Ahora hallamos el ángulo entre los vectores encontrados:

Hallamos el ángulo entre los vectores:

$u = (-0.8\hat{i}, -0.7\hat{j}, 6\hat{k})$ $v = (13.2\hat{i}, -17.3\hat{j}, -4.2\hat{k})$

utilizamos la formula:

$$\cos\theta = \frac{u \cdot v}{|u| \cdot |v|}$$

$$u \cdot v = (13.2(-0.8)) + (-17.3(-0.7)) + (6\ (-4.2))$$

$$u \cdot v = (-10.56) + 12.11 + (-25.2)$$

$$u \cdot v = -23.65$$

$$|u| = \sqrt{(-0.8)^2 + (-0.7)^2 + (6)^2}$$

$$|u| = 6{,}09344$$

$$|v| = \sqrt{(13.2)^2 + (-17.3)^2 + (-4.2)^2}$$

$$|v| = 22{,}16236$$

$$\cos\theta = \frac{-23.65}{6{,}09344 \cdot 22{,}236}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{-23.65}{6{,}09344 \cdot 22{,}236}\right)$$

$$\theta \approx 1{,}74624 \text{ radianes}$$

$$\theta \approx 100{,}05^{\circ}$$

Dando como resultado que el ángulo es: 100.05°

E. Para realizar el cálculo del ángulo entre los vectores mencionados primero tenemos que realizar las correspondientes operaciones mencionadas teniendo en cuenta que el resultado final de estos nos permitirán conocer el ángulo generado por nuestros dos vectores.

Procediendo entonces a realizar la primera sección del ejercicio resolvemos los cálculos de los vectores empezando por el primer grupo *A-(B+C)* :

	$-7.0\hat{i}$	$8.3\hat{j}$	$5.1\hat{k}$
+	$3.8\hat{i}$	$3.2\hat{j}$	$8.7\hat{k}$
	$-3.2\hat{i}$	$11.5\hat{j}$	$13.8\hat{k}$

Resutado del vector $\vec{B}+\vec{C}$

	$10.0\hat{i}$	$-5.8\hat{j}$	$9.6\hat{k}$
+	$3.2\hat{i}$	$-11.5\hat{j}$	$-13.8\hat{k}$
R//	13.2	-17.3	$-4.2\hat{k}$

Resultado del vector $\vec{A}-(\vec{B}+\vec{C})$

Ahora realizamos la segunda sección *A-(B-C):*

-7.00	8.30	5.10
-3.80	-3.20	-8.70
-10.80	5.10	-3.60

Resultado de $\vec{B}-\vec{C}$

$10.00\hat{i}$	$-5.80\hat{j}$	$9.60\hat{k}$
$10.80\hat{i}$	$-5.10\hat{j}$	$3.60\hat{k}$
$20.80\hat{i}$	$-10.90\hat{j}$	$13.20\hat{k}$

Resultado de $\vec{A}-(\vec{B}-\vec{C})$

Ahora hallamos el ángulo entre los vectores encontrados:

Hallamos el ángulo entre los vectores

$u = 13.2\hat{i} \quad -17.3\hat{j} \quad -4.2\hat{k}$ $\qquad V = 20.80\hat{i} \quad -10.90\hat{j} \quad 13.20\hat{k}$

Utilizamos la formula $\cos\theta = \dfrac{u \cdot v}{|u| \cdot |v|}$

$$u \cdot v = ((13.2)\ 20.80) + (-17.3\ (-10.90)) + (-4.2\ (13.20))$$
$$u \cdot v = 274.56 + 188{,}57 + (-55.4) = 407{,}69$$

$$|u| = \sqrt{(13.2)^2 + (-17.3)^2 + (-4.2)^2} \qquad |v| = \sqrt{(20.8)^2 + (-10.90)^2 + (13.2)^2}$$
$$|u| = 22{,}1623 \qquad |v| = 26{,}93863$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{407.69}{22{,}1623 \cdot 26{,}93863}\right) = 46.93^\circ$$

Dándonos como resultado 46.93°