UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

FACULTAD DE INGENIERÍA

UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Juan Felipe Rodríguez Galindo 20181020158
Mateo Nariño Rodriguez 20171020017
Jose David Sanabria Aponte 20171020044

Método de las dos fases

Proyecto de curso
Investigación de Operaciones 1
Profesor: Alberto Acosta
Mayo 2020
Bogotá D. C.

ÍNDICE GENERAL

RESUMEN **4**

INTRODUCCIÓN **5**

OBJETIVOS **6**

- Objetivo general 6
- Objetivos específicos 6

INVESTIGACIÓN TEÓRICA **7**

- Historia 7
- Desarrollo 7
- Software 7

DESARROLLO PRÁCTICO **8**

- Problemas clásicos resueltos 8
- Problemas aplicados resueltos 8
- Problemas propuestos 8

CONCLUSIONES Y DISCUSIONES **9**

- Conclusiones 9
- Discusiones 9

BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS **10**

- Bibliografía 10
- Referencias 10

ANEXOS **11**

RESUMEN

La presente investigación se corresponde con una de tipo documental informativa; aborda la revisión de información divulgada por la comunidad científica internacional entre otras fuentes, en temas relacionados con la programación lineal, programación lineal entera y la utilización de diferentes métodos heurísticos como el de las dos fases, y más específicamente este último en las diferentes aplicaciones asociadas a esta temática dentro del ámbito académico y profesional.

INTRODUCCIÓN

El objetivo del proyecto el reconocimiento de conocimientos específicos de el método heurístico como el método de las dos fases, para desarrollar los problemas de Investigación de Operaciones de modo que sepa a qué recurrir en cada caso, para un adecuado estudio y solución del mismo.

Como su nombre lo indica, la Investigación de Operaciones (IO), o Investigación Operativa, son todos aquellos procedimientos matemáticos a realizar para el logro óptimo de los objetivos de un sistema o la mejora del mismo. Esta disciplina brinda y utiliza la metodologías científicas en su mayoría basadas en el álgebra y programación lineal para la búsqueda de soluciones óptimas, como apoyo en los procesos de decisión, en cuanto a lo que se refiere a la mejora de un proceso específico, en empresas, centrales de distribución y diversos sistemas que se originan en la vida real.

Los modelos de Investigación de Operaciones son frecuentemente usados para abordar una gran variedad de problemas de naturaleza real en ingeniería, ciencias sociales ,entre otras ciencias, y se le atribuye que ha permitido a empresas y organizaciones importantes generar una gran gama de beneficios y ahorros asociados a su utilización.

OBJETIVOS

Objetivo general

Reconocer y aplicar el método de las dos fases para dar solución a problemas de programación lineal.

Objetivos específicos

Realizar un recuento de la bibliografía pertinente a el método de las dos fases para adquirir un marco teórico

Implementar un método de solución aplicado a el método de las dos fases utilizando varias metodología de investigación, identificando sus componentes y vías de solución.

Desarrollar ejemplos de aplicación de este método y desarrollar el software con herramientas libres, para demostrar el uso de este método en la vida real.

Generar conclusiones del uso del método y sus aplicaciones.

INVESTIGACIÓN TEÓRICA

Historia

La programación lineal nace aproximadamente en 1826 con la idea de darle solución a ecuaciones lineales, Joseph Fourier anticipo en este método a Gauss Jordan siendo uno de los pioneros en tratar de darle solución a sistemas de inecuaciones, con la creación del método Fourier-Motzkin adquirió una mayor relevancia en el mundo de las finanzas y matemático.

La programación lineal se plantea como un modelo matemático desarrollado durante la Segunda Guerra Mundial para planificar los gastos y los ingresos, con el fin primordial de reducir los costos al ejército y aumentar las pérdidas del enemigo. Este método se mantuvo restringido a la comunidad hasta 1947. Ya terminada la guerra y su liberación, muchas industrias lo usaron en su planificación diaria.

Los fundadores de la técnica son George Dantzig, quien publicó el algoritmo simplex, en 1947, John von Neumann, que desarrolló la teoría de la dualidad en el mismo año, y Leonid Kantoróvich, un matemático de origen ruso, que utiliza técnicas similares en la economía antes de Dantzig y ganó el premio Nobel en economía en 1975.

El método de las dos fases nace como una variante del método simplex, se plantea como solución a posibles errores de cómputo del método de la gran M dividiéndolo en dos fases, el método simplex tiene orígen en el año 1947 gracias al matemático George Dantzing, Este método permite mejorar la solución de una función por cada iteración que se haga. El método de dos fases se aplica cuando después de llevar un modelo de programación lineal a su forma estándar no se dispone una solución inicial factible.

Desarrollo

Método de Las 2 fases

Es un método que puede considerarse como una variable del método simplex. Para entenderlo primero hay que entender dicho método. La idea de usar el método de las dos fases es cuando al llevar un modelo de programación lineal a su forma estándar no se dispone de una solución básica inicial factible. El Método Simplex es un método iterativo que permite ir mejorando la solución en cada paso. La razón matemática de esta mejora radica en que el método consiste en caminar del vértice de un poliedro a un vértice vecino de manera que aumente o disminuya, dado que el número de vértices que presenta un poliedro solución es finito siempre se hallará solución.

En el método de las 2 fases primero hay que minimizar (sea o no un problema de minimización), en la siguiente fase se procederá con el planteamiento del ejercicio.
En la fase 1 se debe encontrar una solución básica inicial factible. por lo que se debe minimizar la suma de variables artificiales, después resolver el problema de la fase 1 con las variables artificiales para finalmente formular un nuevo problema reemplazando la función objetivo por la suma de las variables artificiales que se minimizará sujeta a las restricciones del problema inicial. Esta primer fase terminará cuando no hay variables artificiales en la base y se encuentra la solución básica inicial factible (si el valor mínimo de la función objetivo óptima es mayor que cero el problema no tiene solución).
En la segunda fase del método se utiliza la solución óptima de la fase 1 como solución de inicio para el problema original, la función original objetivo se expresa en términos de las variables no básicas utilizando Gauss-Jordan.

Ejemplo

Procedimiento	Procedimiento
1. Minimizar la función objetivo	$$minimizar\ z = 4x_1 + x_2$$ $$s.a.\ 3x_1 + x_2 = 3$$ $$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$ $$x_1 + 2x_2 \leq 4$$ $$x_1 + x_2 \geq 0$$ se transforma para eliminar las desigualdades como en el método simplex tradicional: $$minimizar\ z = 4x_1 + x_2$$ $$s.a.\ 3x_1 + x_2 + A_1 = 3$$ $$4x_1 + 3x_2 - E_1 + A_2 \geq 6$$ $$x_1 + 2x_2 + H_1 \leq 4$$ $$x_1 + x_2 \geq 0$$ $$donde:\ A = variables\ Artificiales$$ $$E = variable\ de\ exceso$$ $$H = variable\ de\ holgura$$

I Fase:

1.Se transforma el objetivo para minimizar la suma de las variables artificiales.

Se coloca la función objetivo en términos de las variables artificiales no negativas.

$$minimizar\ z = A_1 + A_2$$

$$S.A.\ 3x_1 + x_2 + A_1 = 3$$
$$4x_1 + 3x_2 + A_1 = 6$$
$$x_1 + 2x_2 + A_1 = 4$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Igualamos la función objetivo a 0:

$$minimizar\ z\ - 0x_1 - 0x_2 - 0H_1 - 0E_1 - A_1 - A_2 = 0$$

$$S.A.\ 3x_1 + x_2 + A_1 = 3$$
$$4x_1 + 3x_2 - E_1 + A_2 = 6$$
$$x_1 + 2x_2 + H_1 = 4$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Iteración 0:

ITERACION	ECUACION	VARIABLES BASICAS	VARIABLES ORIGINALES		VARIABLES AGREGADAS				LADO DERECHO
			X_1	X_2	H_1	E_1	A_1	A_2	
0	0	Z	0	0	0	0	-1	-1	0
	1	A_1	3	1	0	0	1	0	3
	2	A_2	4	3	0	-1	0	1	6
	3	H_1	1	2	1	0	0	0	4

Interacción Final: (Solución Básica Factible actual)

3	0	Z	0	0	0	0	-1	-1	0
	1	X_1	1	0	0	1/5	3/5	-1/5	3/5
	2	X_2	0	1	0	-3/5	-4/5	3/5	6/5
	3	H_1	0	0	1	1	1	-1	1

Solución básica factible actual:

$$z = 0,\ x_1 = \tfrac{3}{5},\ x_2 = \tfrac{6}{5},\ H = 1$$

Fase II

Se utiliza la solución óptima de la fase I como solución de inicio para el problema original.

se expresa en términos de variables no básicas utilizando las eliminaciones usuales de Gauss-Jordan

$$minimizar\ z\ = 4x_1 + x_2 + 0H_1 + 0E_1$$
$$minimizar\ z\ - 4x_1 - x_2 - 0H_1 - 0E_1 = 0$$

Iteración primera:

ITERACION	ECUACION	VARIABLES BASICAS	VARIABLES ORIGINALES		VARIABLES AGREGADAS		LADO DERECHO
			X_1	X_2	H_1	E_1	
0	0	Z	-4	-1	0	0	0
	1	X_1	1	0	0	1/5	3/5
	2	X_2	0	1	0	-3/5	6/5
	3	H_1	0	0	1	1	1

Iteración Final (SBF óptima)

2	0	Z	0	0	-1/5	0	17/5
	1	X_1	1	0	-1/5	0	2/5
	2	X_2	0	1	3/5	0	9/5
	3	E_1	0	0	1	1	1

Solución básica factible óptima:

$z = \frac{17}{5},\ x_1 = \frac{2}{5},\ x_2 = \frac{9}{5}$

Software

En cuanto al desarrollo del programa se definió el uso del lenguaje de programación Python el cual nos da la facilidad en el uso de arreglos y graficación que podemos utilizar para la generación del programa. En cuanto a los requisitos definimos que:

- Lograr en primera instancia dar u obtener la solución a un problema de minimización que introduzca el usuario.
- Debe aceptar cualquier problema de optimización orientado a la minimización de la función objetivo.
- Mostrar la gráfica resultante para poder compararlo con el resultado del método gráfico.
- Verificar los demás métodos del algoritmo de solución simplex.

El algoritmo que vamos a desarrollar lo basaremos en la eliminación y solución por el método de Gauss, aunque también se revisarán los otros algoritmos de simplex.

En cuanto a la representación de resultados se realizará según el flujo de trabajo que se siga, ya que este puede redefinir el alcance del proyecto.

Manual de usuario

Como ejemplo de cómo utilizar el script vamos a tener en cuenta el siguiente problema de optimización.

Función objetivo: *minimizar* $z(x) = 12x_1 + 21x_2$

Sujeto a:

$$2x_1 + x_2 \geq 3$$

$$4x_1 + 6x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 8x_2 \leq 9$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Paso 1. Abra el script de Python **Simplex_all.py**[1] con Anaconda Spyder u otro entorno de desarrollo integrado multiplataforma (IDE) que maneje el lenguaje Python. Haga clic en Ejecutar archivo o presione F5 para ejecutar el script de Python.

Paso 2. Después de ejecutar el script de Python, se muestra una declaración "Asegúrese de que es un problema de minimización =>" en la consola de Python. Presione Enter.

Paso 3. "Coeficientes objetivos =>" se muestra en la consola de Python. Ingrese los coeficientes objetivos, solo se deben usar espacios individuales. p.ej. "12", "espacio", "21".

Paso 4. "Restricciones =>" se muestra en la consola de Python. Ingrese las restricciones, p. "-3", "espacio", "-6", "espacio", "9".

Paso 5. "Signos (solo‘ <’o‘ = ’) =>" se muestran en la consola de Python. Ingrese los signos de restricciones, p. "<", "Espacio", "<", "espacio", "<".

Paso 6. "Coeficientes de restricción =>" se muestra en la consola de Python. Ingrese los coeficientes de restricción, p. "-2", "espacio", "-1", "espacio", "-4", "espacio", "-6", "espacio", "1", "espacio", "8".

Paso 7. El resultado final de la optimización se muestra en la consola de Python, p. “Iteración 1”, “Solución Óptima: x = [1.5 0. 0. 0. 7.5] , z = 18.0”. El resultado del ejemplo muestra que después de una iteración, el problema de programación lineal objetivo alcanza una solución óptima, con $x1 = 1.5$, $x2 = 7.5$, *min* $z(x) = 18.0$.

[1] El desarrollo del software se encuentra en el enlace Proyecto final.

DESARROLLO PRÁCTICO

Problemas clásicos resueltos

En este espacio se buscarán y darán solución a problemas clásicos.

Problemas aplicados resueltos

En este espacio se buscarán y darán solución a problemas aplicados.

Problemas propuestos

En este espacio se buscarán y darán solución a problemas que nosotros propongamos.

CONCLUSIONES Y DISCUSIONES

Conclusiones

En este espacio darán las conclusiones después de terminado el proyecto.

Discusiones

En este espacio darán las discusiones después de terminado el proyecto.

BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

Bibliografía

- Investigación de operaciones, Hamdy A. Taha, novena edición, PEARSON EDUCATION, México, 2012.

- Introducción a la investigación de operaciones, Frederick S. Hillier y Gerald J. Lieberman, 2010,The McGraw-Hill Companies, Inc.

- Khachiyan, L. (1979). *A polynomial algorithm in linear programming* **20**. Soviet Math. Doklady. pp. 191-194.

Referencias

- En este espacio estarán las referencias.

ANEXOS

1. Presentación del tema, se anexará en formato pdf para su portabilidad.
2. https://www.gnu.org/licenses/fdl-1.3.html, Licencia de documentación Libre.