Mathématiques 3A, Probabilités
TD 1, corrigé

2020/2021

Exercice 1 :
1) Sans cumul possible, un bureau de 4 élèves correspond à une 4-liste sans répétition d'élèves choisis parmi 800. On a donc $N_1 = A_{800}^4 = 800 \times 799 \times 798 \times 797$ bureaux possibles.
2) Avec cumul(s) possible(s), un bureau de 4 élèves correspond à une 4-liste avec répétition(s) possible(s) d'élèves choisis parmi 800. On a donc $N_2 = 800^4$ bureaux possibles.
3) On a $N_3 = N_2 - N_1$ bureaux avec au moins un cumul.
4) Sans cumul possible, le nombre de bureaux possibles composés uniquement de filles est $N_4 = A_{300}^4$ et le nombre de bureaux possibles composés uniquement de garçons est $N_5 = A_{500}^4$. Donc, le nombre de bureaux mixtes est $N_6 = N_1 - N_4 - N_5$.

Exercice 2 :
1) Il s'agit de tous les nombres entiers de 1000 à 9999. On en a donc 9999-999=9000.
2) Il s'agit de tous les nombres entiers de 0 à 9999. On en a donc 10000.
3) Considérons l'écriture de ces nombres sous la forme $A10^3 + B10^2 + C10 + D$. On a 9 possibilités pour A, 9 possibilités pour B, 8 possibilités pour C et 7 possibilités pour D. On a donc $9 \times 9 \times 8 \times 7 = 4536$ nombres possibles.

Exercice 3 :
Avec les lettres du mots NANCY : on peut former $\dfrac{5!}{2} = 60$ mots différents.
Avec les lettres du mots TOULOUSE : on peut former $\dfrac{8!}{4} = 10080$ mots différents.
Avec les lettres du mots NARBONNE : on peut former $\dfrac{8!}{3!} = 6720$ mots différents.

Exercice 4 :
On a 54 possibilités pour le batteur, C_{88}^2 pour les deux guitaristes, 55 pour le bassiste et C_{57}^3 pour les trois chanteurs. Donc on a $54 \times C_{88}^2 \times 55 \times C_{57}^3$ groupes possibles.

Exercice 5 :
1) Une corde correspond à un ensemble de deux points (et réciproquement). Ainsi, on a C_n^2 cordes déterminées par les n points du cercle.
2) Un point d'intersection correspond à un ensemble de quatre points (et réciproquement). Ainsi, on a C_n^4 points d'intersection dans le cercle.

Exercice 6 :
1) On a $N_k = C_n^k C_n^{n-k} = (C_n^k)^2$ échantillons contenant exactement k boules rouges et $n-k$ boules blanches (C_n^k places pour les boules rouges et C_n^{n-k} places pour les boules blanches).
2) D'après la question précédente, $N = \sum_{k=0}^n (C_n^k)^2 = \sum_{k=0}^n N_k$ est le nombre d'échantillons contenant exactement n boules que l'on peut choisir parmi les $2n$ boules disponibles. Donc, $N = \sum_{k=0}^n (C_n^k)^2 = C_{2n}^n$.