3. TESTS STATISTIQUES (UNE POPULATION)

Tests paramétriques

EXERCICE 3.1

Dans le passé, l'écart type des poids de colis remplis par une machine donnée était de 0,25 kg. Un échantillon aléatoire de 20 colis a présenté un écart type de 0,32 kg.

Est-ce que cette augmentation apparente de dispersion est significative au niveau de 0,05 et de 0,01 ? Faut-il réviser la machine ?

EXERCICE 3.2

Un test de charge de rupture de 6 câbles a montré une charge de rupture moyenne de 7750 kg avec un écart type de 145 kg, alors que le fabricant affirme une charge de rupture de 8000 kg.

Peut-on soutenir son affirmation à un niveau de signification de 0,05 et de 0,01 ?

EXERCICE 3.3

Dans le passé, une machine a produit des pièces d'une épaisseur moyenne de 0,050 cm. Pour déterminer si cette machine fonctionne toujours aussi correctement, on prélève un échantillon de 10 pièces dont l'épaisseur moyenne est de 0,053 cm, avec un écart type de 0,003 cm.

Tester l'hypothèse de bon fonctionnement à un niveau de signification de 0,05 et de 0,01.

EXERCICE 3.4

La durée de vie moyenne d'un échantillon de 100 tubes fluorescents a été établie à 1570 heures avec un écart type de 120 heures.

Si μ est la moyenne de la population, vérifier l'hypothèse $\mu = 1600$ heures relativement à l'hypothèse $\mu \neq 1600$ heures, avec un niveau de signification de 0,05 et de 0,01.

EXERCICE 3.5

Le fabricant d'un médicament annonce qu'un de ses produits est efficace à 90 %, en supprimant une allergie dans un délai de 8 heures. Dans un échantillon de 200 personnes, le résultat a été effectif pour 160 d'entre elles. Déterminer si l'affirmation du fabricant est légitime.

EXERCICE 3.6

Sur 4000 naissances, une enquête relève 2065 garçons.

Tester l'hypothèse selon laquelle la probabilité d'avoir un garçon à la naissance est 1/2 avec un seuil de 0,05 et avec un seuil de 0,01. Quel est le seuil descriptif du test ?

Test d'ajustement

EXERCICE 3.7 *(Fichier Excel disponible sur Arche)*

On fait une enquête auprès de 832 clients d'un grand magasin au sujet de quatre marques de lessive A, B, C et D. Les préférences exprimées par ces clients sont données par le tableau suivant :

A	B	C	D
151	244	234	203

Les différences constatées sont-elles toutes significatives ?

EXERCICE 3.8 *(Fichier Excel disponible sur Arche)*

1. Dans une chaîne de fabrication, on a mesuré le nombre de pièces défectueuses par lot de 20 pièces prélevées et on a obtenu les résultats suivants portant sur 50 lots de 20 pièces :

Nombre de pièces défectueuses : x_i	0	1	2	3	4	5	6
Effectifs : n_i	19	19	8	2	1	1	0

   Étudier le raccordement de cette distribution à la loi binomiale.

2. On considère maintenant les résultats de 500 observations du nombre de pièces défectueuses par lot de 20 pièces mentionnés ci-dessous :

Nombre de pièces défectueuses : x_i	0	1	2	3	4	5	6
Effectifs : n_i	190	190	80	20	10	10	0

   Étudier le raccordement de cette distribution à la loi binomiale.

EXERCICE 3.9 *(Fichier Excel disponible sur Arche)*

Pour organiser son service médical, une entreprise fait une statistique pendant 200 jours sur le nombre quotidien d'accidents du travail. La distribution obtenue est la suivante :

Nombre d'accidents par jour	0	1	2	3	4	5	6 et plus	Total
Effectif (en jours)	50	74	50	21	4	1	-	200

L'ajustement à une loi de Poisson vous semble-t-il justifié ?

EXERCICE 3.10 *(Fichier Excel disponible sur Arche)*

Le tableau qui suit présente le nombre de garçons dans 200 familles de quatre enfants.

Nombre de garçons par famille	0	1	2	3	4	Total
Nombre de familles	8	42	67	70	13	200

Peut-on rejeter le test d'équiprobabilité des naissances selon le sexe ? Quel est le seuil descriptif du test ?

EXERCICE 3.11 *(Fichier Excel disponible sur Arche)*

Une fromagerie produit des camemberts. On s'intéresse à la masse de ces fromages. En effet, pour des raisons commerciales évidentes, le fromager ne peut mettre en vente des produits dont la masse est inférieure à une certaine limite P_0. On a donc pesé un échantillon de 100 fromages et on a obtenu, après classification des mesures, le tableau suivant :

x_i (g) centres de classes	n_i
145	1
150	1
155	1
160	6
165	12
170	17
175	26
180	17
185	6
190	8
195	4
200	1

1. On a obtenu (EXERCICE 1.3) une moyenne estimée de 175 g et un écart type estimé de 10 g. Étudier le raccordement de cette distribution à la loi normale de paramètres $\hat{\mu} = \bar{x} = 175$ g et $\hat{\sigma}^2 = s^{*2} = 100$.
2. On suppose que la valeur de la moyenne peut être déterminée par le fromager (quantité de lait). L'écart type est, lui, indépendant de la moyenne. Il dépend du mode de fabrication.
   a) Avec P_0 = 160 g, $\hat{\mu} = 175$ g et $\hat{\sigma}^2 = 100$, calculer la proportion de fromages invendables.
   b) Quelle devrait être la moyenne pour qu'il n'y ait pas plus de 2 % de déchets ?
   c) Un fromage vendable, quelle que soit sa masse, est vendu au même prix. L'usine fabrique 500 kg de fromage par jour. Quel est le nombre de fromages vendables correspondant à chacune des éventualités ci-dessus ?
   Trouver la valeur de la moyenne pour laquelle le nombre de fromages vendables est maximum.