

Probabilités 3A

TD 1

Exercice 1 : Le cercle des élèves d'une école d'ingénieurs organise l'élection de son nouveau bureau. Le bureau comporte un président, un vice-président, un secrétaire et un trésorier, et on suppose tout élève peut se présenter, quelle que soit sa promo. Il y a 800 étudiants inscrits à l'école. Nous supposons que si deux bureaux comportent les mêmes personnes mais sur des postes différents, alors ils seront considérés comme deux bureaux différents. Il est demandé de donner les résultats aux questions suivantes sans chercher à les simplifier.

1. En supposant qu'il est interdit de cumuler des postes, combien de bureaux est-il possible de former ?
2. Avec la possibilité de cumuler les postes, combien de bureaux est-il possible de former ?
3. Combien de bureaux comportant au moins un cumul est-il possible de former ?
4. L'école comporte aujourd'hui 300 filles et 500 garçons parmi ces élèves. En l'absence de possibilité de cumuler des postes, combien de bureaux mixtes (comportant fille(s) **et** garçon(s)) est-il possible de former ?

Exercice 2 : Combien existe-t-il de nombres entiers positifs dont l'écriture minimale comporte :

1. exactement 4 chiffres ?
2. au plus 4 chiffres ?
3. exactement 4 chiffres tous distincts ?

Exercice 3 : Combien de mots peut-on former en mélangeant les lettres du mot NANCY ? Il n'est pas obligatoire que les mots formés soient dans un dictionnaire. Même question avec TOULOUSE et NARBONNE.

Exercice 4 : On veut former un groupe de musique comportant un batteur, deux guitaristes, un bassiste et trois chanteurs. On veut faire cela à partir d'étudiants d'une école d'ingénieur. Il y a dans cette école 54 batteurs, 88 guitaristes, 55 bassistes et 57 chanteurs. On suppose que chaque musicien ne sait jouer que de son instrument et ne sait pas chanter, et que le chanteur ne sait que chanter. Combien de groupes peut-on former ?

Exercice 5 : Considérons n points sur un cercle.

1. Combien de cordes peut-on définir à partir de ces points ?
2. Quel est le nombre de points d'intersection de ces cordes si on suppose que chacun de ces points est intersection de deux cordes exactement ?

Exercice 6 : Une boîte contient n boules rouges et n boules blanches. Soit $k \in \{0, 1, \dots, n\}$.

1. Combien d'ensemble(s) de k boule(s) blanche(s) et $n - k$ boule(s) rouge(s) exactement peut-on extraire de cette boîte ?
2. En déduire $\sum_{k=0}^n (C_n^k)^2$.