

# TD Énergie électrique 2020-2021

Enseignant : C. DUEZ<sup>1</sup>

## 1 Circuit monophasé (3h)

### 1.1 Calcul complexe - Rappel

1. Mettre sous la forme polaire les expressions suivantes :

$$\underline{z}_1 = 1 + j \quad \underline{z}_2 = 3 + 5j$$

2. Mettre sous la forme rectangulaire les expressions suivantes :

$$\underline{z}_3 = 3e^{j\pi/3} \quad \underline{z}_4 = \frac{5}{4}e^{j28^\circ}$$

3. Calculer et mettre sous la forme polaire :

$$\underline{z}_5 = \frac{\underline{z}_3}{\underline{z}_2} \quad \underline{z}_6 = \frac{\underline{z}_4}{\underline{z}_1}$$

4. Mettre sous la forme complexe, l'expression temporelle suivante :

$$v(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t)$$

5. Mettre sous la forme temporelle, l'expression complexe de la tension  $\underline{v}$ .

$$\underline{v} = 310e^{j(\omega t + \varphi)}$$

Donner sa valeur efficace  $V$ .

### 1.2 Circuit RLC

Le circuit série-parallèle de la figure 1 est alimenté sous une tension sinusoïdale de valeur efficace  $V = 230\text{ V}$  délivrant un courant  $I$  à la pulsation  $\omega$ .

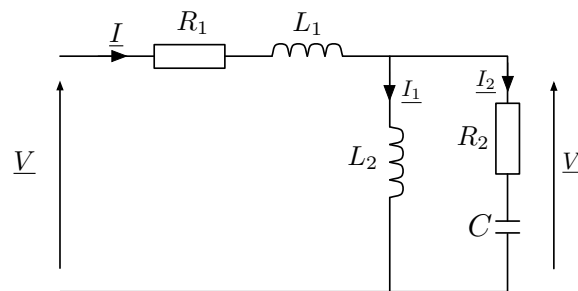


Figure 1: Circuit monophasé à étudier.

Les valeurs des diverses impédances sont :

$$R_1 = 2\Omega, L_1\omega = 1\Omega, L_2\omega = 3\Omega, R_2 = 5\Omega, \frac{1}{C\omega} = 2\Omega$$

1. Donner la valeur du module et de l'argument de l'impédance équivalente du circuit  $\underline{Z}_{eq} = Z_{eq}e^{j\varphi}$ .
2. Quelles sont les valeurs du courant  $I$  et des puissances active  $P$  et réactive  $Q$  fournies par le réseau ?
3. Les éléments  $L_2$ ,  $R_2$  et  $C$  soumis à la tension  $\underline{V}'$ , absorbent respectivement les courants  $\underline{I}_1$  et  $\underline{I}_2$ . Tracer le diagramme vectoriel représentant  $\vec{V}$ ,  $\vec{V}'$ ,  $\vec{I}_1$  et  $\vec{I}_2$  en choisissant le vecteur  $\vec{V}$  comme origine des phases.
4. Faire le bilan des puissances active et réactive consommées par les diverses impédances.

<sup>1</sup>cyril.duez@univ-lorraine.fr

### 1.3 Composantes active et réactive

Un petit atelier, alimenté en monophasé  $230\text{ V} - 50\text{ Hz}$ , est éclairé par 5 tubes fluorescents de  $1,2\text{ m}$  consommant chacun  $48\text{ W}$  avec un facteur de puissance inductif  $\cos \varphi = 0,84$  et 2 lampes à incandescence de  $75\text{ W} - 230\text{ V}$  ayant un  $\cos \varphi$  de 1.

- Déterminer les composantes actives  $I_{ea}$  et réactives  $I_{er}$  du courant d'éclairage  $I_e$  dû au courant dans les tubes  $I_t$  et du courant dans les lampes à incandescence  $I_l$ . En déduire la valeur de  $I_e$  ainsi que la valeur du facteur de puissance de l'installation d'éclairage  $\cos \varphi_e$ .
- On rajoute sur le réseau un petit moteur monophasé qui absorbe un courant  $I_M = 2,5\text{ A}$ . Le courant  $I$  absorbé par l'installation est alors de  $4,3\text{ A}$ . Quel est le facteur de puissance arrière du moteur noté  $\cos \varphi_m$  ?

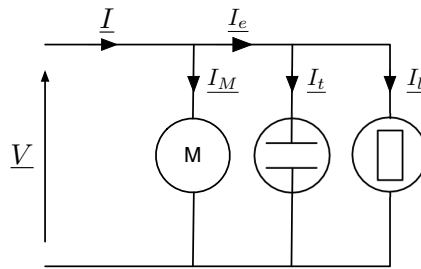


Figure 2: Circuit équivalent monophasé du petit atelier.

On admettra que les tubes fluorescents absorbent un courant sinusoïdal.

### 1.4 Tube fluorescent

Un luminaire fluorescent de  $1,5\text{ m}$  de longueur, porte les indications suivantes :

$$230\text{ V} ; 66\text{ W} ; \cos \varphi = 0,5 ; 50\text{ Hz}.$$

1. Calculer l'intensité absorbée par ce luminaire.

On lui associe en parallèle un deuxième luminaire auquel on ajoute un condensateur en série pour que le facteur de puissance de l'ensemble soit égal à 1 (montage "duo").

2. Calculer l'intensité absorbée par l'ensemble des deux luminaires.
3. Calculer la tension aux bornes du condensateur mis en série sur le deuxième luminaire.
4. Calculer la valeur de ce condensateur.
5. Le montage serait-il possible avec des luminaires dont le  $\cos \varphi$  serait différent de 0,5.

### 1.5 Représentation de Fresnel

On donne à la figure 3 le schéma équivalent monophasé d'un alternateur synchrone. La résistance  $R_s$  est égale à  $4\ \Omega$ . L'essai en court-circuit (point A relié au point B) a donné les valeurs suivantes (pour une fréquence de  $50\text{ Hz}$ ) :

$$E_{cc} = 200\text{ V}, I_{scc} = 15\text{ A}.$$

1. Déterminer  $\underline{Z}_s = R_s + jX_s$  en module et en phase. En déduire la valeur de  $L_s$  ;
2. On souhaite obtenir une tension  $V = 230\text{ V}$  aux bornes de la charge  $\underline{Z}_c$ . L'impédance de la charge est telle qu'elle absorbe un courant de  $5\text{ A}$  sous la tension souhaitée. En négligeant la valeur de  $R_s$  par rapport à  $L_s\omega$ , déterminer graphiquement la valeur efficace de la tension  $E$  à imposer au circuit lorsque la charge  $\underline{Z}_c$  est : (a) une résistance, (b) une inductance et (c) une capacité <sup>2</sup>.

<sup>2</sup>On prendra la tension  $\underline{V}$  comme origine des phases.

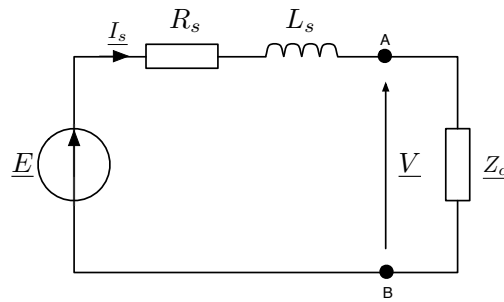


Figure 3: Circuit équivalent monophasé de la machine synchrone.

## 1.6 Puissances active et réactive

On donne à la figure 4 le schéma équivalent monophasé d'un moteur asynchrone. Les valeurs obtenues lors des différents essais réalisés sous une tension  $V$  de fréquence 50 Hz ont donné :

- Essai à  $g = 0$  :  
 $V = 230\text{ V}$ ,  $P_{a0} = 400\text{ W}$ ,  $Q_{a0} = 900\text{ Var}$ .
  - Essai à  $g = 1$  :  
 $V = 90\text{ V}$ ,  $I_s = 20\text{ A}$ ,  $P_{a1} = 1440\text{ W}$ ,  $Q_{a1} = 1080\text{ Var}$ .
1. A partir de l'essai à  $g = 0$ , déterminer les valeurs de  $R_f$  et  $L_m$ . En déduire la valeur de  $\underline{I_0}$  et  $\underline{I_{s0}}$ . Est ce que le courant  $i_{s0}(t)$  est en retard ou en avance sur  $v(t)$  ?
  2. A partir de l'essai à  $g = 1$ , déterminer la valeur de  $\underline{I_s}$ ,  $\underline{I_r}$ ,  $R_r$  et  $L_r$ .

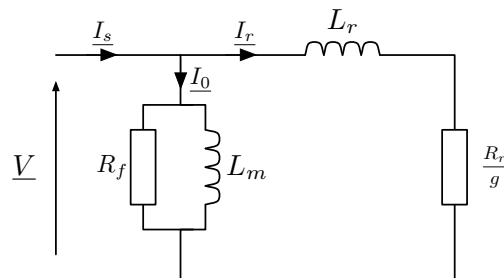


Figure 4: Circuit équivalent monophasé du moteur asynchrone

Réponses :

1.  $R_f = 132\ \Omega$  ;  $L_m = 187\text{ mH}$  ;  $\underline{I_0} = \underline{I_{s0}} = 4,28e^{-j1,15}$
2.  $\underline{I_s} = 20e^{-j0,644}$  ;  $\underline{I_r} = 18,6e^{-j0,599}$  ;  $R_r = 3,99\ \Omega$  ;  $L_r = 9\text{ mH}$

## 2 Le transformateur monophasé (2h)

### 2.1 Détermination des paramètres d'un transformateur monophasé

Le résultat des essais d'un transformateur monophasé 50 Hz, 30 kVA a donné :

- Essai à vide :

$$V_{10} = V_{1n} = 6000 \text{ V}, I_{10} = 0,18 \text{ A}, V_{20} = 1560 \text{ V}, P_{10} = 660 \text{ W}$$

- Essai en court-circuit :

$$I_{2c} = I_{2n} = 20 \text{ A}, I_{1c} = 5,6 \text{ A}, V_{1c} = 218 \text{ V}, P_{1c} = 840 \text{ W}$$

1. Donner une valeur moyenne du rapport de transformation  $m$ .
2. Calculer la résistance équivalente des enroulements, ramenée au secondaire  $R_s$ .
3. Calculer la réactance de fuite équivalente des enroulements, ramenée au secondaire  $X_s$ .
4. Quelle est la valeur de la chute de tension  $\Delta V_2$  lorsque le transformateur débite son courant nominal dans une installation ayant un  $\cos \varphi = 0,9$  ?
5. Quel est le rendement au fonctionnement nominal pour le même type de charge ?
6. Calculer les éléments de l'impédance à vide du transformateur.

### 2.2 Etude du transformateur en charge

Un transformateur monophasé est alimenté sous une tension égale à  $10 \text{ kV}$ . Lorsque son secondaire débite un courant de  $125 \text{ A}$  dans un circuit dont le facteur de puissance vaut  $0,8$ , le rendement est égal à  $0,947$  et la chute de tension  $\Delta V_2$  égale à  $4 \%$  de la tension secondaire à vide. La puissance réactive alors absorbée au primaire est de  $16200 \text{ Var}$ . Le primaire a  $1500$  spires. Sa résistance à chaud est égale à  $68,9 \Omega$ . Le secondaire a  $30$  spires. Sa résistance à chaud est égale à  $0,0086 \Omega$ . A vide, sous  $10 \text{ kV}$ , le courant absorbé est égal à  $0,13 \text{ A}$ .

Calculer :

1. La tension secondaire en charge  $V_2$ .
2. La puissance active absorbée au primaire  $P_1$ .
3. Le facteur de puissance primaire  $\cos \varphi_1$ .
4. L'intensité du courant primaire  $I_1$ .
5. La puissance dissipée par hystérésis et courants de Foucault  $P_f$ .
6. La puissance magnétisante (réactive)  $Q_{L_m}$ .
7. Les pertes de puissance réactive par les selfs de fuite  $Q_f$ .

### 3 Le système triphasé (2h)

#### 3.1 Distribution monophasée et triphasée

On désire transporter en monophasé, à l'aide d'une ligne de longueur  $L$ , une puissance active  $P$ , en limitant les pertes en ligne à  $x\%$  de  $P$ . Cette puissance  $P$  est fournie à un ensemble de récepteurs alimentés sous la tension  $V$  et caractérisés par leur  $\cos \varphi$ .

1. Calculer la section des conducteurs à utiliser  $S_m$ .
2. En déduire le volume de cuivre à employer  $V_m$ .
3. Mêmes questions si on fournit à une distance  $L$  la même puissance active  $P$  à un ensemble de récepteurs alimentés par une ligne triphasée à trois fils (tension  $U = V$  entre fils).

#### 3.2 Relèvement du facteur de puissance

Une installation triphasée absorbe par phase un courant  $I = 100\text{ A}$  sous la tension composée  $U = 400\text{ V}$  avec un facteur de puissance  $\cos \varphi = 0,7$ , le courant étant déphasé en arrière sur la tension. Pour améliorer le facteur de puissance de l'installation ( $\cos \varphi$ ), on connecte entre les bornes du récepteur trois capacités  $C$  identiques.

- Montage des condensateurs en étoile :
  1. Calculer la valeur de  $C$  ainsi que la puissance réactive  $Q$  fournie par chacun des condensateurs pour ramener le  $\cos \varphi$  à  $0,9$  ( $\varphi > 0$ ).
  2. Calculer le courant absorbé  $I'$  par l'installation après relèvement du  $\cos \varphi$ .
- Montage des condensateurs en triangle :
  1. Calculer la valeur de  $C'$  ainsi que la puissance réactive  $Q'$  fournie par chacun des condensateurs pour ramener le  $\cos \varphi$  à  $0,9$  ( $\varphi > 0$ ).
  2. Calculer le courant absorbé  $I''$  par l'installation après relèvement du  $\cos \varphi$ .
  3. Évaluer les pertes en ligne avec et sans relèvement du facteur de puissance ? ( $R_{\text{ligne}} = 0,15\ \Omega$ )

#### 3.3 Calcul de puissances dans une installation triphasée

On considère le système triphasé de la figure 5.

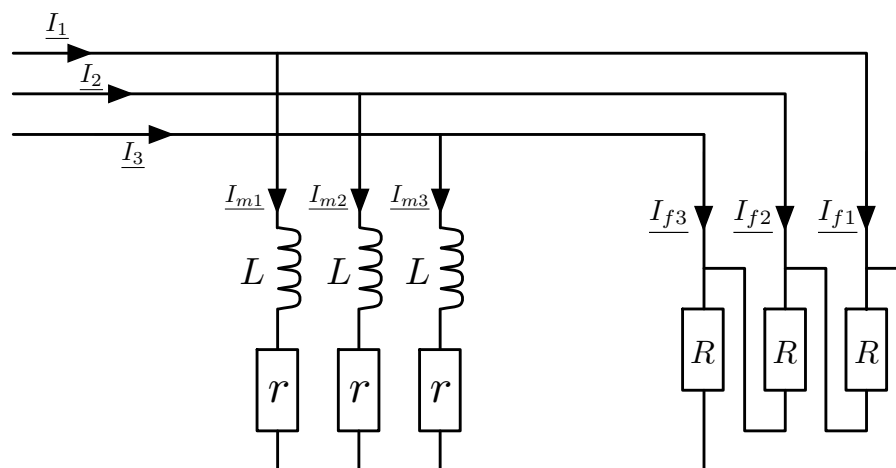


Figure 5: Système triphasé à étudier.

Le réseau triphasé alimente 2 charges. La première est une charge  $r, L$  qui modélise un moteur asynchrone triphasé. La seconde est une charge purement résistive  $R$  qui modélise un four.

Les données sont :  $R = 30\ \Omega$ ,  $L = 0,1\ H$ ,  $r = 10\ \Omega$  et  $f = 50\ Hz$ .

Les deux charges sont alimentées par le système de tension triphasé équilibré direct suivant :

$$v_1(t) = 230\sqrt{2}\sin(\omega t)$$

$$v_2(t) = 230\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$

$$v_3(t) = 230\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$

1. Mettre les trois tensions triphasées sous forme complexe.
2. Donner le couplage de chacune des charges.
3. Calculer les courants qui circulent dans les fils de phases lorsque :
  - (a) le récepteur « moteur » fonctionne seul ;
  - (b) le récepteur « four » fonctionne seul.
4. Les deux récepteurs fonctionnent ensemble. Calculer le courant  $\underline{I}_1 = I_1 e^{j\varphi_{I_1}}$ .
5. En déduire les puissances  $P$ ,  $Q$  et  $S$  ainsi que le facteur de puissance de l'installation.
6. On souhaite remonter le facteur de puissance de l'installation à 1 par la mise en place d'une batterie de compensation (condensateurs).
  - (a) Trouver les deux schémas possibles de connexion des condensateurs.
  - (b) Calculer la valeur des capacités à mettre en tête de l'installation pour un couplage de la batterie de compensation en étoile et en triangle.

### 3.4 Charge triphasée déséquilibrée

On considère le montage de la figure 6. Les 3 sources de tension de fréquence  $50\ Hz$  forment un système triphasé équilibré direct. Chaque impédance de branche est formée d'une résistance et d'une inductance.

On pose  $e_1(t) = 230\sqrt{2}\sin(\omega t)$  avec  $\omega = 2\pi f$ .

On donne  $R = 2\ \Omega$  et  $L = 10\ mH$ .

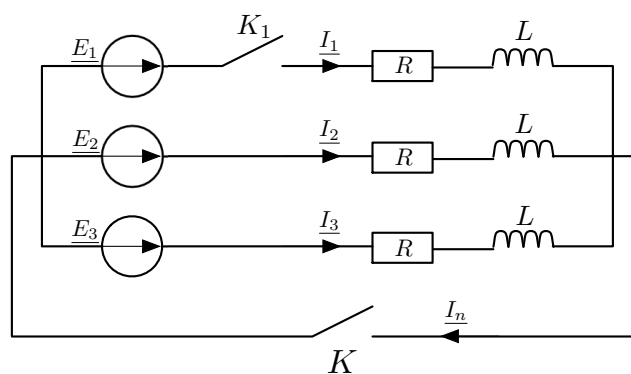


Figure 6: Charge triphasée déséquilibrée.

1.  $K_1$  est fermé :
  - (a) montrer que le contacteur  $K$  ne joue aucun rôle ;
  - (b) calculer le courant circulant dans chaque phase ;
  - (c) calculer la puissance active et réactive totale ;
  - (d) tracer les vecteurs tensions et courants dans le repère de Fresnel.

2.  $K_1$  est ouvert et  $K$  est fermé :

- (a) calculer les courants de ligne et le courant de neutre ;
- (b) calculer les puissances ;
- (c) tracer les vecteurs tensions et courants dans le repère de Fresnel.

3.  $K_1$  et  $K$  sont ouverts :

- (a) calculer les courants de ligne ;
- (b) calculer les puissances ;
- (c) tracer les vecteurs tensions et courants dans le repère de Fresnel.

## 4 Redressement non commandé et commandé (2h)

### 4.1 MCC à excitation séparée - Redresseur à thyristors

Un pont monophasé "tout thyristors" alimente une machine à courant continu à excitation indépendante accouplée à un monte-charge (figure 11). Dans tout cet exercice, on supposera que la machine fonctionne à flux constant (elle est parfaitement compensée). Un essai en génératrice à vide, pour ce flux, a donné une f.é.m.  $E_G = 150$  V à la fréquence de rotation  $N = 1200$  tr/min.

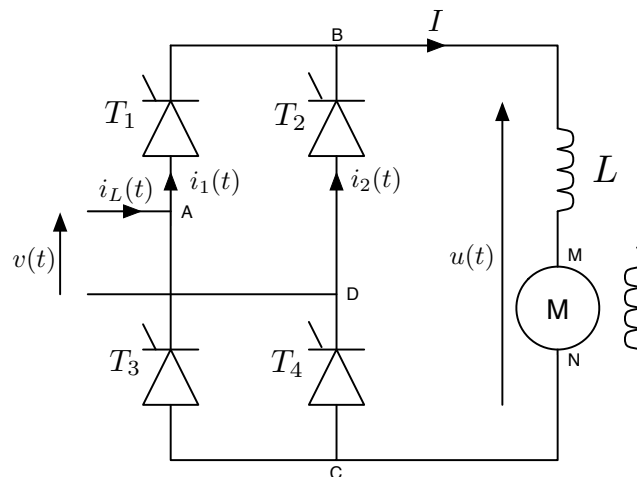


Figure 7: Alimentation du moteur à courant continu.

En série avec l'induit de la machine on dispose une bobine de lissage, d'inductance  $L$  assez grande pour avoir un courant pratiquement constant  $I = 25$  A. On notera  $R$  la résistance de l'induit qui sera, pour cette machine, égale à  $1\Omega$ . La résistance de la bobine  $L$  sera supposée nulle.

Le pont est alimenté entre les points A et D sous une tension sinusoïdale  $v(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t)$ , de période  $T = 20$  ms et de valeur efficace  $V = 230$  V.

Les thyristors  $T_1$  et  $T_4$  sont amorcés périodiquement aux instants  $t_1, t_1 + T, \dots$  ( $0 < t_1 < T/2$ ).

Les thyristors  $T_2$  et  $T_3$  sont amorcés périodiquement aux instants  $t_1 + T/2, t_1 + 3T/2, \dots$

Première phase de fonctionnement : montée à vitesse constante.

Le retard à l'amorçage vaut  $t_1 = T/8$  ; la machine fonctionne en moteur élevant le monte charge.

1. Calculer, en degrés, l'angle de retard  $\theta$  correspondant à  $t_1 = T/8$  ;
2. Représenter le graphe de la tension  $u(t)$  aux bornes de la charge en fonction du temps  $t$ . Quelle est la période de cette tension ?
3. Indiquer sous la courbe  $u(t)$ , pour chaque intervalle de temps, les thyristors qui conduisent ;

4. Représenter, en concordance de temps avec  $u(t)$ , les graphes de  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$  et  $i_L(t)$ ;
5. Pour un retard à l'amorçage  $t_1 = T/8$ , calculer :
  - (a) l'intensité moyenne du courant dans un thyristor ;
  - (b) la valeur efficace du courant dans un fil de ligne ;
  - (c) la tension moyenne aux bornes de la charge.

☐ Possible faire avec des diodes

- ☒ Calculer la f.é.m. de la machine. Préciser ses polarités.
- ☒ Calculer la fréquence de rotation de la machine.

Deuxième phase de fonctionnement : descente à vitesse constante.

Le retard à l'amorçage vaut  $t'_1 = 3T/8$ . De plus, on supposera que, la masse supportée par le monte charge restant la même, la machine fonctionne alors à couple pratiquement constant et le courant dans l'induit conserve le même sens et pratiquement la même intensité  $I = 25 \text{ A}$ .

1. Calculer, en degrés, l'angle de retard  $\theta'$  correspondant à  $t'_1 = 3T/8$  ;
2. Tracer le graphe de  $u(t)$  et  $i_L(t)$  ;
3. Calculer la valeur moyenne de la tension aux bornes de la charge ;

- ☒ Calculer la f.é.m. de la machine ;
- ☒ Quelles sont les polarités ?
- ☒ Fonctionne-t-elle en générateur ou en récepteur ?
- ☒ Comment se comporte le pont à thyristors ?

## 4.2 Variateurs de vitesse de broches d'alésage

### 4.2.1 Courants de lignes et protections contre les surintensités

L'installation électrique d'une aléreuse, raccordée au réseau triphasé 400 V - 50 Hz, vient d'être modifiée et comporte (figure 8) :

- une machine asynchrone de 1,1 kW qui entraîne deux pompes permettant de translater les têtes d'alésage, et qui consomme un courant d'intensité  $i_m(t)$ .
- l'alimentation des circuits auxiliaires, consommant un courant d'intensité  $i_a(t)$ .
- deux variateurs d'entraînement des broches d'alésage, qui consomment des courants non-sinusoïdaux supposés d'intensités identiques  $i_v(t)$ . Le tableau ci-dessous fournit la valeur efficace des harmoniques significatifs de cette intensité  $i_v(t)$ . Ainsi, son fondamental  $i_{V1}(t)$  s'exprime comme suit :  $i_{V1}(t) = \hat{I}_{V1} \sin(\omega t)$  avec  $\hat{I}_{V1} = 15 \text{ A}$ .

Valeurs efficaces des harmoniques du courant $i_v(t)$							
Rang k	1	5	7	11	13	17	19
$I_{vk}$	...	9,5	8,9	7	6,2	4,2	3

La protection de l'installation initiale était assurée par des fusibles de 32 A.

1. Exprimer l'intensité  $i_R(t)$  en fonction des intensités des courants consommés par les différents éléments.

**Dans la suite, on négligera les courants  $i_a(t)$  et  $i_m(t)$  devant les courants absorbés par les variateurs.**



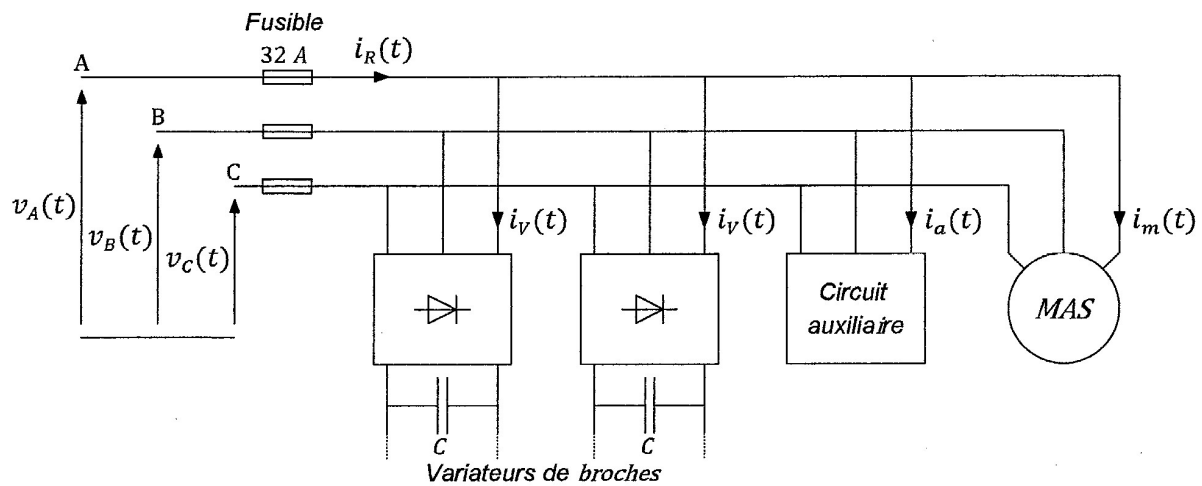


Figure 8: Raccordement des éléments de l'installation.

- Calculer la valeur efficace  $I_V$  de l'intensité  $i_V(t)$ . On utilisera la relation de Parseval où l'on se limitera au rang 19 : 
$$I_V = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} (I_{V_k})^2}$$
- Calculer le taux de distorsion harmonique  $\tau$  du courant  $i_V(t)$ . On rappelle  $\tau = \frac{\sqrt{I_V^2 - I_{V1}^2}}{I_V}$ . Comparer ce résultat à la valeur de  $\tau$  obtenue pour un signal purement sinusoïdal. De quels composants des variateurs provient la production d'harmoniques ?
- Calculer la valeur efficace  $I_R$  de l'intensité  $i_R(t)$ . Les fusibles initialement installés restent-ils correctement dimensionnés ?

#### 4.2.2 Pollution harmonique au réseau - Influence de la structure du variateur

##### ◦ Variateur à pont PD3 à diodes

Chaque variateur est constitué à partir d'un pont redresseur PD3 à diodes. On ajoute en sortie du pont redresseur une bobine d'inductance  $L$ , dont la valeur est suffisante pour que le courant  $I_S$  puisse être considéré comme continu et son intensité égale à 12,6 A (voir figure 9). Dans l'étude suivante, on considère les diodes comme parfaites.

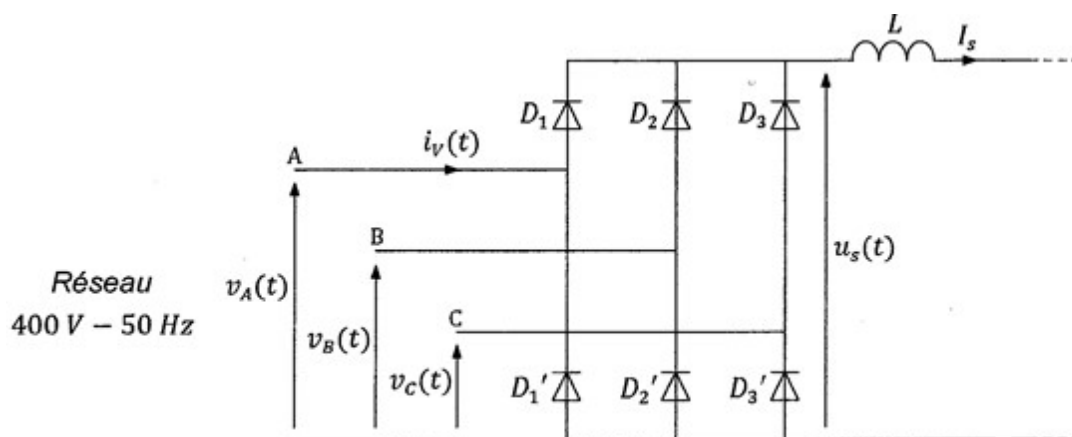


Figure 9: Structure d'entrée d'un variateur

- Sur le document-réponse, indiquer les instants de conduction des diodes.
- En déduire l'évolution de  $u_S(t)$  la tension en sortie du pont redresseur, et la représenter sur le document-réponse.

3. Exprimer  $\langle U_S \rangle$ , la valeur moyenne de  $u_S(t)$ , en fonction de la valeur efficace  $V$  de la tension simple du réseau, puis calculer sa valeur.
4. Sur le document-réponse, tracer l'allure du courant  $i_V(t)$ .
5. Calculer la puissance active  $P_S$  en sortie du pont redresseur. En déduire la puissance active  $P_V$  fournie par le réseau au variateur.
6. Sur le document réponse, tracer l'allure du fondamental  $i_{V1}(t)$  du courant  $i_V(t)$ . En déduire le déphasage  $\varphi_{V1}$ , entre  $v_A(t)$  et  $i_{V1}(t)$ .
7. Déduire des questions précédentes la valeur efficace  $I_{V1}$ , du fondamental  $i_{V1}(t)$ .

#### ◦ Variateur à pont PD3 à thyristors

Chaque variateur est maintenant constitué d'un pont redresseur PD3 à thyristors : les connexions et notations de la figure 9 sont inchangées, mais chaque diode est remplacée par un thyristor. l'angle de commande des thyristors est noté  $\alpha$ . L'allure du courant désormais absorbé par le pont est donnée sur la figure 10.

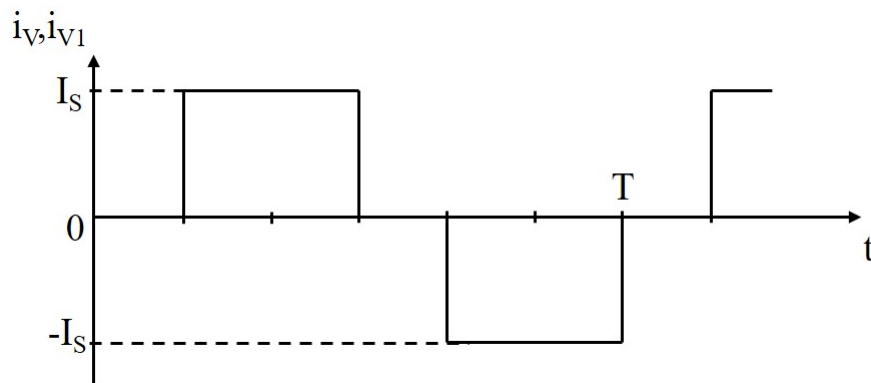


Figure 10: Allure du courant absorbé par le pont

8. Représenter l'allure du fondamental  $i_{V1}$  du courant  $i_V$ , et en déduire le déphasage  $\varphi_{V1}$ , entre  $v_A(t)$  et  $i_{V1}(t)$  avec ce pont.
9. Exprimer la valeur efficace  $I_V$  du courant  $i_V$  en fonction de  $I_S$ , puis calculer sa valeur (on a toujours  $I_S = 12,6 \text{ A}$ ).

La décomposition en série de Fourier de  $i_V(t)$  est :

$$i_V(t) = \frac{2\sqrt{3}I_S}{\pi} \left( \sin(\omega t - \alpha) - \frac{1}{5} \sin(5\omega t - 5\alpha) - \frac{1}{7} \sin(7\omega t - 7\alpha) + \dots \right)$$

10. Donner l'expression du fondamental  $i_{V1}(t)$  de  $i_V(t)$ , puis exprimer sa valeur efficace en fonction de  $I_S$ , avant de la calculer.

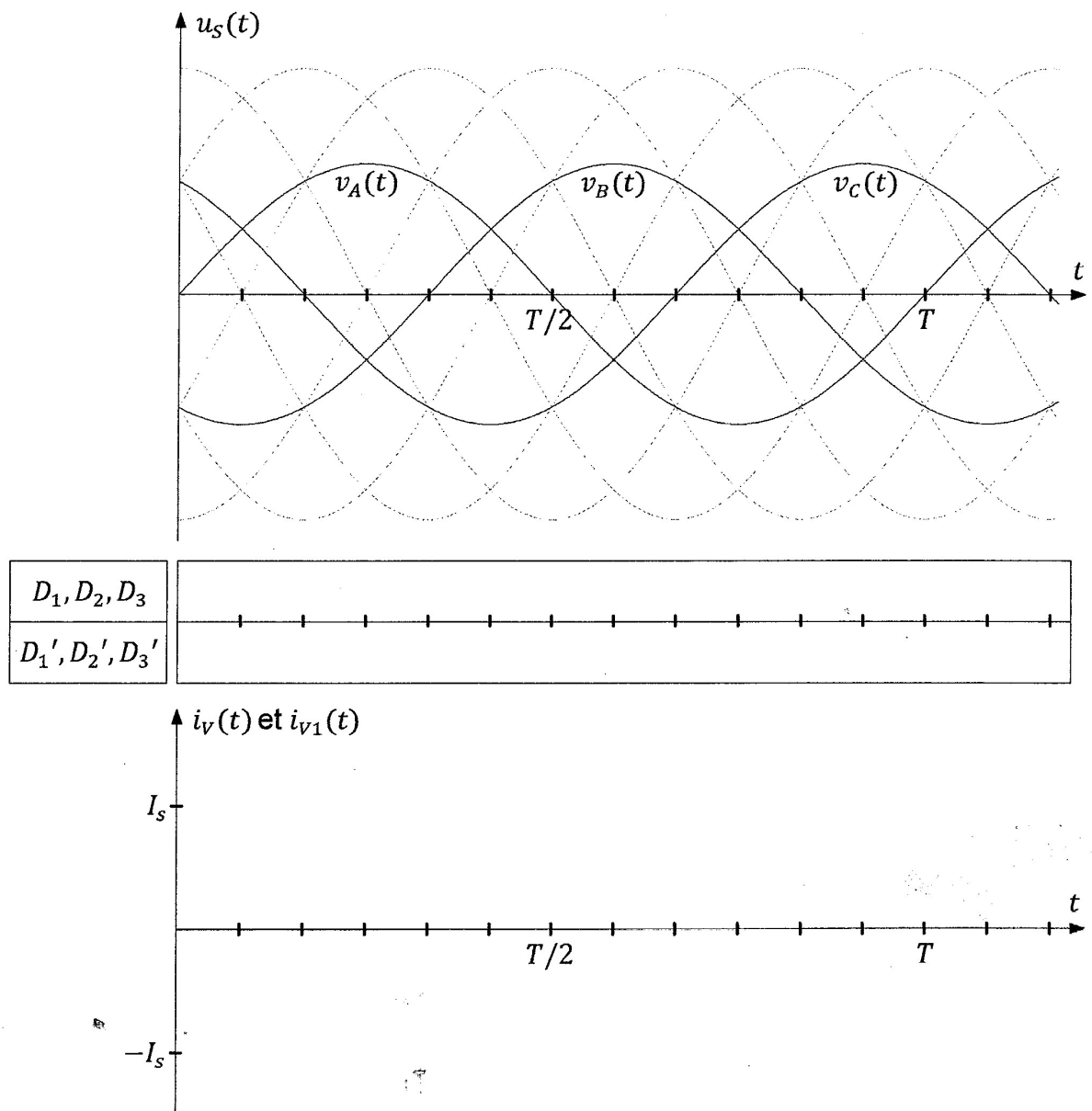
La puissance active fournie à ce pont par le réseau s'écrit  $P_a = \sqrt{3}UI_{V1} \cos \alpha$ .

12. Quelle relation lie alors l'angle de commande  $\alpha$  et le déphasage  $\varphi$  ? En déduire l'angle de commande  $\alpha$  des thyristors utilisé ici.

#### 4.2.3 Comparaison des deux types de ponts

13. En comparant les évolutions temporelles de  $i_V(t)$  obtenues avec les deux types de pont, déduire la décomposition de Fourier de  $i_V(t)$  absorbé par le pont à diodes (jusqu'au rang 7).

14. Le taux de distorsion harmonique est-il amélioré par l'utilisation de diodes ou de thyristors pour réaliser le pont ?
15. Les courants efficaces  $I_{V1}$  absorbés par les deux types de ponts sont-ils différents ? En comparant les expressions des puissances actives absorbées par chaque type de variateur, indiquer l'intérêt d'utiliser un pont à thyristors plutôt qu'un pont à diodes.



## 5 Conversion continu-continu - hachage

### 5.1 Réglage du courant d'excitation d'un alternateur

On souhaite régler le courant d'excitation d'un alternateur, il est alimenté pour cela par l'intermédiaire d'un hacheur série. L'inducteur de l'alternateur est modélisé par sa résistance  $R_1$  et son inductance  $L_1$  ; il est parcouru par un courant  $i_1(t)$  de valeur moyenne  $\langle i_1(t) \rangle$ . Le hacheur est alimenté par une source de tension continue parfaite, fournissant une tension  $U_0 = 140$  V. Le schéma équivalent du système est celui de la figure 11.

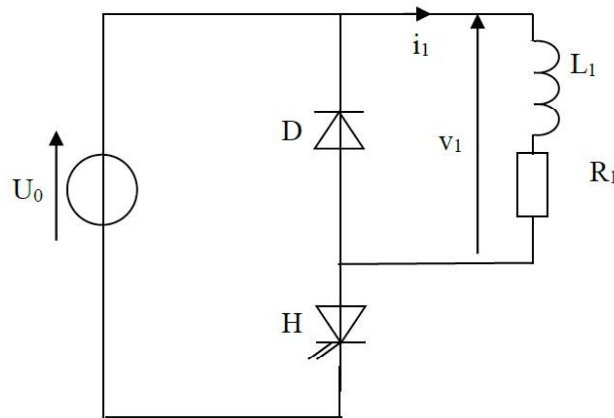


Figure 11: Schéma équivalent du système

On étudie le régime permanent où la conduction dans la charge ( $R_1$ ,  $L_1$ ) est ininterrompue. Les semi-conducteurs qui composent le hacheur sont considérés comme parfaits. L'interrupteur H est commandé à la fréquence  $f = 2,0$  kHz et on note  $\alpha$  son rapport cyclique. Au cours d'une période  $T$ , l'interrupteur H est passant de 0 à  $\alpha T$ , il est bloqué de  $\alpha T$  à  $T$ . On donne  $R_1 = 10\Omega$ .

#### 1. Etude de l'inducteur

- Tracer l'allure de la tension  $v_1(t)$  lorsque  $\alpha$  vaut 0,60.
- Calculer  $\langle v_1(t) \rangle$ , valeur moyenne de  $v_1(t)$ , en fonction de  $\alpha$  et  $U_0$
- En déduire l'expression de  $\langle i_1(t) \rangle$ , valeur moyenne de  $i_1(t)$ , en fonction de  $\alpha$ ,  $U_0$  et  $R_1$ . Faire l'application numérique pour  $\alpha = 0,60$ .

#### 2. Etude des variations du courant

- Ecrire les équations différentielles auxquelles satisfait  $i_1(t)$  entre les dates 0 et  $\alpha T$ , puis entre  $\alpha T$  et  $T$ .
- En remarquant que  $\frac{L_1}{R_1} \gg T$ , représenter sans calcul l'allure du courant  $i_1(t)$ .

#### 3. On définit l'ondulation de courant par $\Delta i_1 = \frac{I_{max} - I_{min}}{2}$

Dans le cas où  $\Delta i_1 \ll I_1$ , on admet que l'ondulation peut s'exprimer sous la forme :  $\Delta i_1 = \frac{\alpha(1-\alpha)U_0}{2L_1f}$

Pour quelle valeur de  $\alpha$  l'ondulation  $\Delta i_1$  est-elle maximale ? Justifier la réponse. Quelle est son expression dans ce cas ? Calculer sa valeur numérique sachant que  $L_1 = 0,10$  H.

## 5.2 Hacheur 4 quadrants

Une « machine à courant continu synchrone autopilotée » (ensemble moteur synchrone + onduleur), est commandée par un hacheur 4 quadrants à transistors (figure 12).

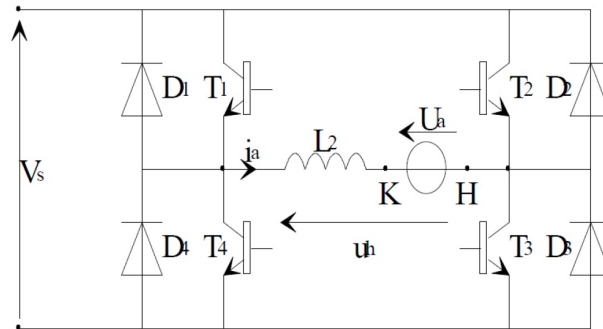


Figure 12: Schéma du hacheur 4Q

La machine idéalisée vérifie les lois:  $U_a = K \Omega$  et  $T_e = k \langle i_a \rangle$ .  
La tension  $V_s$  est continue :  $V_s = 300$  V. La bobine de lissage d'inductance  $L_2$  est parfaite:  $L_2 = 100$  mH. Les transistors et les diodes sont également considérés comme parfaits.

### 1. Etude du fonctionnement du moteur:

Les transistors sont commandés avec la période  $T=1,2$  ms. Pour ce fonctionnement:

- T2 et T4 restent bloqués.
- T1 et T3 sont commandés avec le rapport cyclique  $\alpha$ . Pendant la première période considérée, ils sont:
  - passants entre 0 et  $\alpha T$ ;
  - bloqués entre  $\alpha T$  et  $T$ .

On suppose le régime établi et la conduction permanente.

#### (a) Etude de la tension $u_h(t)$

- Quels composants sont passants entre  $\alpha T$  et  $T$  ? Que vaut alors  $u_h(t)$  ?  
En déduire, pour  $\alpha = 2/3$ , la représentation graphique de  $u_h(t)$  en fonction du temps (figure 13).
- Déterminer dans le cas général l'expression de la tension moyenne  $\langle u_h(t) \rangle$  en fonction de  $\alpha$  et  $V_s$ . Dans quel cas est-elle positive? Application numérique :  $\alpha = 2/3$ .
- Quelle relation existe-t-il entre  $\langle u_h(t) \rangle$  et  $U_a$ ? Justifier la réponse.

#### (b) Etude du courant $i_a(t)$

- Pour  $0 < t < \alpha T$ :
  - Ecrire l'équation différentielle à laquelle satisfait  $i_a(t)$ .
  - Déterminer l'expression de  $i_a(t)$ .
  - En déduire l'expression de l'ondulation  $\Delta I_a = I_M - I_m$  en fonction de  $\alpha$ ,  $V_s$ ,  $L_2$  et  $T$ .  
Application numérique:  $\alpha = 2/3$ .
- Pour  $\alpha T < t < T$ :
  - Ecrire l'équation différentielle à laquelle satisfait  $i_a(t)$ .
  - Déterminer l'expression de  $i_a(t)$ .
- Représenter graphiquement sur la figure 13 le courant  $i_a(t)$  en fonction du temps, pour  $\langle i_a(t) \rangle = 4,0$  A et  $\alpha = 2/3$ . Calculer préalablement  $I_M$  et  $I_m$ .

## 2. Freinage

La machine fonctionne dans le même sens de rotation, on désire freiner en « récupération ».

- (a) Quels doivent être les signes de  $U_a$  et  $i_a$  ? La commande de la première partie convient-elle ? Pourquoi ?
- (b) Indiquer quels transistors il faut commander simultanément en précisant les valeurs possibles du rapport cyclique  $\alpha$  ?

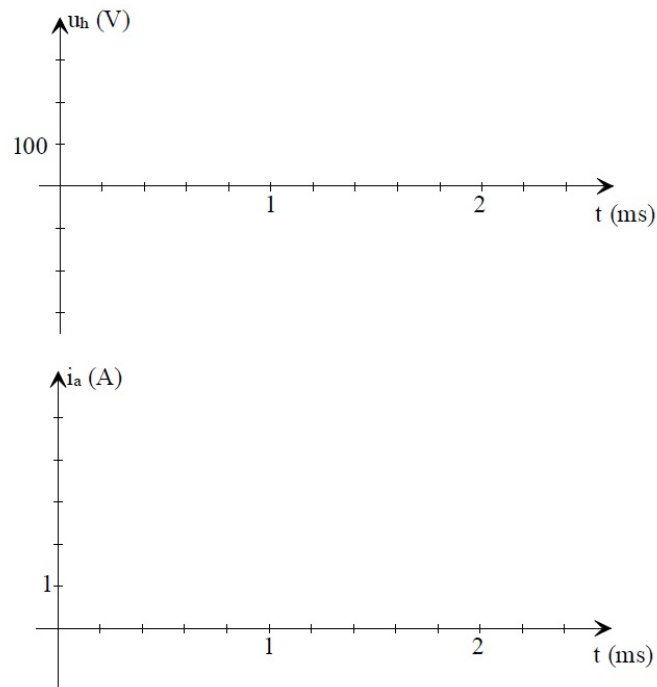


Figure 13: document réponse

## 6 Conversion continu-alternatif. Etude d'un onduleur de secours.

Dans le cas, extrêmement improbable, où les différents alternateurs d'un avion seraient tous hors service, il est encore possible d'alimenter ses organes essentiels pendant une demi-heure par l'intermédiaire d'un onduleur autonome dit "convertisseur de dernier secours". Celui-ci permet de reconstituer un réseau alternatif 115 V / 400 Hz monophasé à partir d'une batterie délivrant une tension continue  $U_B$ . Ce convertisseur indirect est constitué de deux étages :

- un onduleur en pont complet qui fournit la tension  $v_{MN}(t)$  (figure 14),
- un filtre de sortie qui fournit la tension  $v_S(t)$  (figure ??).

Le schéma de principe de l'onduleur est celui de la figure 14.

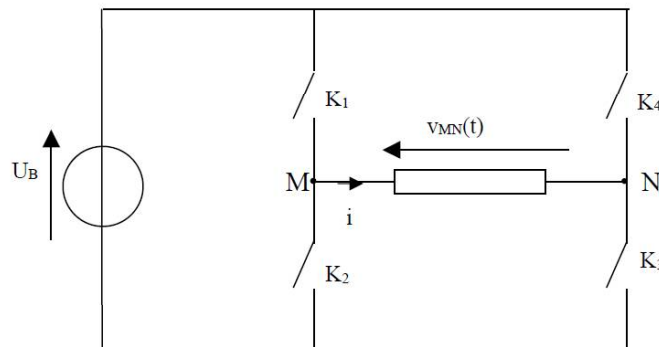


Figure 14: Schéma de principe de l'onduleur

Cahier des charges de l'onduleur de secours muni de son filtre de sortie passe-bas :

Table 1: cahier des charges

Valeur efficace du fondamental de la tension de sortie du filtre : $V_{S1}$	115V
Fréquence de sortie : f	400Hz
Puissance apparente nominale de sortie $P_S$ :	1 kVA
Facteur de puissance	$0.70 < \cos\varphi < 1$
Distorsion globale de la tension de sortie : $d_g$	$< 5 \%$

### Etude des tensions de sortie de l'onduleur

- On envisage le cas d'une commande "pleine onde" selon la loi définie sur la figure 15.
  - Tracer le graphe de la tension  $v_{MN}(t)$  sur la figure 15.
  - Exprimer la valeur efficace  $V_{MN}$  de  $v_{MN}(t)$  en fonction de  $U_B$ .
- La décomposition en série de Fourier de  $v_{MN}(t)$  est la suivante :

$$v_{MN}(t) = \frac{4U_B}{\pi} \left[ \sin(\omega t) + \frac{1}{3}\sin(3\omega t) + \frac{1}{5}\sin(5\omega t) + \dots \right]$$

- Donner l'expression de  $v_1(t)$ , fondamental de  $v_{MN}(t)$ . En déduire l'expression de sa valeur efficace  $V_1$  en fonction de  $U_B$ .
- Quelle devrait être la valeur de  $U_B$  pour obtenir  $V_1 = 115 \text{ V}$ ?

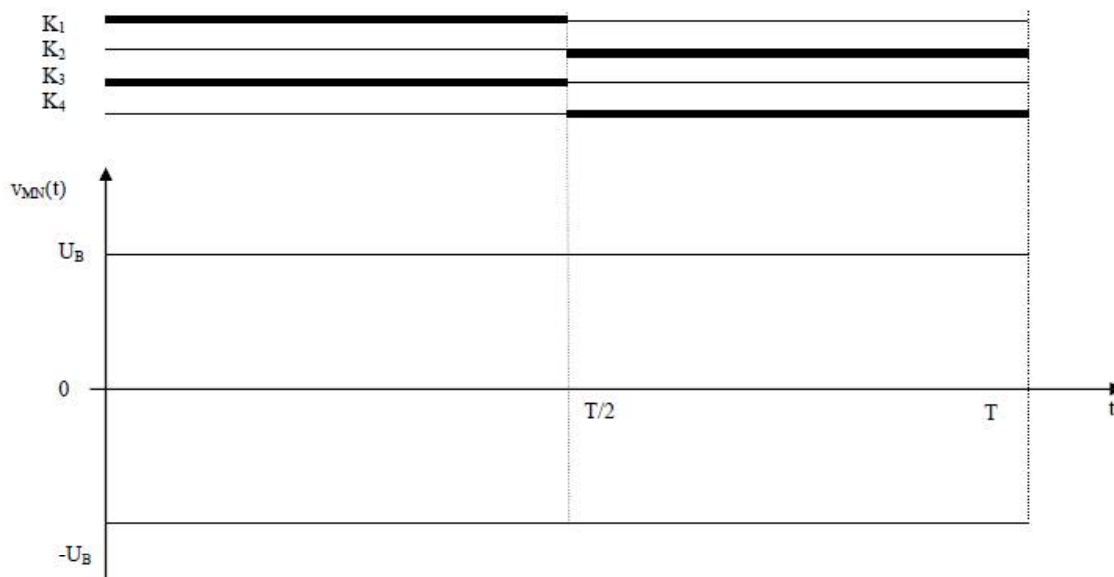


Figure 15: Commande pleine onde

- (c) La distorsion globale de la tension de sortie  $v_{MN}(t)$  dépend du taux d'harmoniques : Si  $V_1$  est la valeur efficace du fondamental de  $v_{MN}(t)$  et  $V_2, V_3, V_4, \dots, V_n$  les valeurs efficaces des autres harmoniques de cette tension (certaines de ces valeurs pouvant être nulles), la distorsion globale  $d_g$  est définie comme suit :

$$d_g = \frac{\sqrt{V_2^2 + V_3^2 + \dots + V_n^2}}{V_1} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2}}{V_1} \quad (1)$$

Comme  $V_{MN} = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 + \dots + V_n^2} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} V_n^2}$ ,

on peut également écrire  $d_g = \frac{\sqrt{V_{MN}^2 - V_1^2}}{V_1}$ . Calculer  $d_g$  dans le cas précédent.

3. Le montage effectivement réalisé est un onduleur à modulation de largeur d'impulsions (MLI). La commande des interrupteurs est définie sur la figure 16.

On donne  $\alpha_1 = 18^\circ$ ,  $\alpha_2 = 27^\circ$ ,  $\alpha_3 = 37^\circ$ ,  $\alpha_4 = 53^\circ$  et  $\alpha_5 = 57^\circ$ .

- (a) Tracer la tension  $v_{MN}(t)$  correspondant à ce cas sur la figure 16.
- (b) Exprimer la valeur efficace  $V_{MN}$  de  $v_{MN}(t)$  en fonction de  $U_B$  (on pourra pour cela effectuer un calcul d'aire).
- (c) La tension  $v_{MN}(t)$  ne comporte pas d'harmonique de rang pair. Par ailleurs les angles  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  et  $\alpha_5$  sont choisis de manière à annuler les harmoniques de rang 3, 5, 7, 9 et 11. Il en résulte la décomposition en série de Fourier de  $v_{MN}(t)$  suivante :

$$v_{MN}(t) = \frac{4U_B}{\pi} \times 0,802 \times \sin(\omega t) - \frac{4U_B}{13\pi} \times 2,01 \times \sin(13\omega t) - \frac{4U_B}{15\pi} \times 2,64 \times \sin(15\omega t)$$

Donner l'expression de  $v_1(t)$ , fondamental de  $v_{MN}(t)$ . Donner l'expression de sa valeur efficace  $V_1$  en fonction de  $U_B$ .

La distorsion globale qui correspond à ce deuxième cas est  $d_g = 49\%$ . Elle n'est donc pas meilleure que la précédente. Elle rend donc nécessaire la présence d'un filtre.



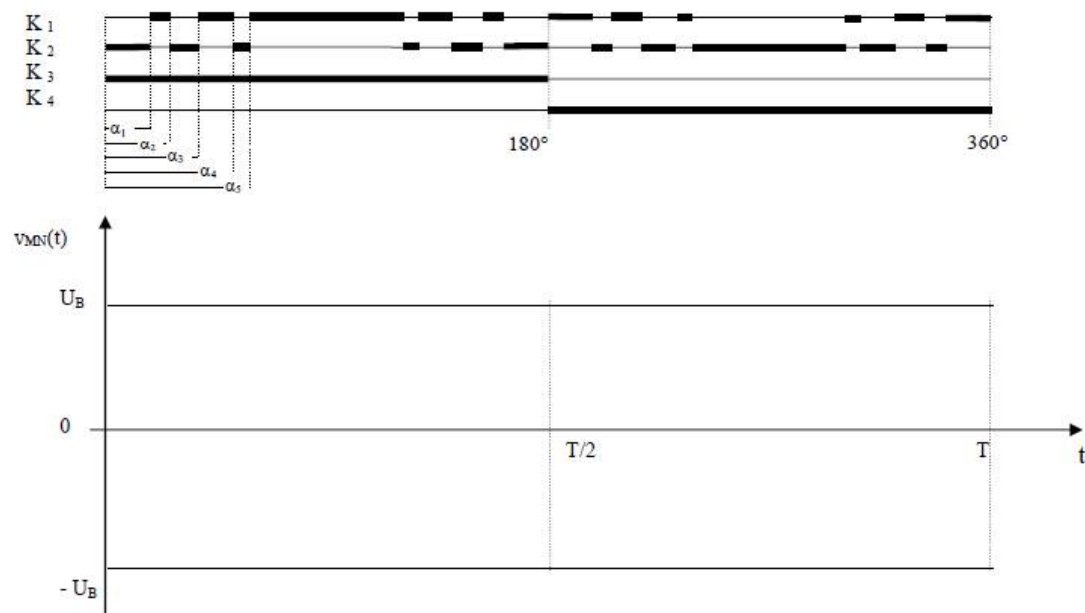
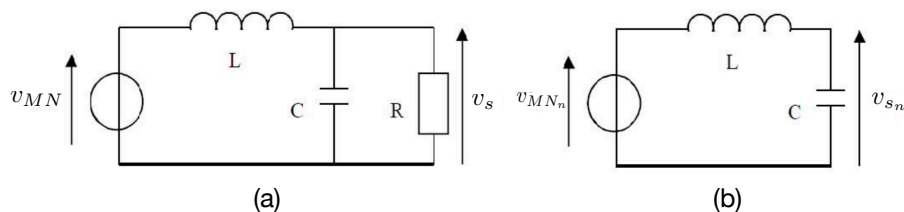


Figure 16: Commande MLI

### Filtre de sortie de l'onduleur

La charge est assimilable à un circuit purement résistif (figure 17a).

Figure 17: (a) Filtre pour  $n = 1$  - (b) Filtre pour  $n \geq 13$ .

#### 1. Etude de l'action du filtre sur le fondamental de $v_{MN}(t)$

- Calculer la valeur de  $R$  lorsque le filtre fournit 1,0 kW à la charge sous 115 V. Pour la suite du problème on prend  $R = 13 \Omega$ ,  $L = 0,47 \text{ mH}$  et  $C = 22 \mu\text{F}$ .
- Dans ces conditions, si l'on note  $V_{MN_1}$  le fondamental de  $v_{MN}(t)$  et  $V_{s_1}$  le fondamental de  $v_s(t)$ , le filtre de la figure 17a impose la relation  $\frac{V_{s_1}}{V_{MN_1}} = 1,06$ . Vérifier ce résultat.

On rappelle l'expression de la tension  $v_{MN}(t)$  fournie par l'onduleur MLI, alimenté sous la tension  $U_B$  :

$$v_{MN}(t) = \frac{4U_B}{\pi} \times 0,802 \times \sin(\omega t) - \frac{4U_B}{13\pi} \times 2,01 \times \sin(13\omega t) - \frac{4U_B}{15\pi} \times 2,64 \times \sin(15\omega t)$$

- Déterminer la valeur de  $U_B$  qui permet d'obtenir  $V_{s_1} = 115\text{V}$ .

**Pour la suite du problème, on prendra  $U_B = 150 \text{ V}$ .**

#### 2. Etude de l'action du filtre sur les harmoniques de $v_{MN}(t)$

- (a) Donner les expressions de  $\underline{Z}_{L13}$  et  $\underline{Z}_{C13}$ , impédances complexes de la bobine et du condensateur vis à vis de l'harmonique de rang 13. Calculer les modules  $Z_{L13}$  et  $Z_{C13}$ .
- (b) Montrer que pour l'harmonique 13, et, plus généralement, pour tous les harmoniques non nuls de  $v_{MN}(t)$ , le filtre de la figure 17a se ramène au filtre simplifié de la figure 17b.
- (c) On note  $\underline{V}_{MNn}$  le nombre complexe associé à l'harmonique de rang  $n$  de  $v_{MN}(t)$  et  $V_{MNn}$  sa valeur efficace ; de même  $\underline{V}_{sn}$  est le nombre complexe associé à l'harmonique de rang  $n$  de  $v_s$  et  $V_{sn}$  sa valeur efficace. Démontrer que

$$\frac{V_{sn}}{V_{MNn}} = \frac{1}{1 - n^2 LC \omega^2}$$

- (d) En déduire l'égalité approchée  $\frac{V_{s13}}{V_{MN13}} \approx \frac{1}{10}$ , et, pour  $n > 13$ , les inégalités  $\frac{V_{sn}}{V_{MNn}} < \frac{1}{10}$ .  
On rappelle que la distorsion globale  $d_{g,v_{MN}}$  de la tension  $v_{MN}(t)$  fournie par l'onduleur MLI est égale à 49 %.
- (e) Compléter le tableau 3 ainsi que la figure 18. Tracer l'allure de la tension  $v_s(t)$  sur la figure 16.

Table 2: Valeurs efficaces des harmoniques des tensions en entrée et sortie du filtre.

$V_{MN1}$		$V_{s1}$	
$V_{MN13}$		$V_{s13}$	
$V_{MN15}$		$V_{s15}$	

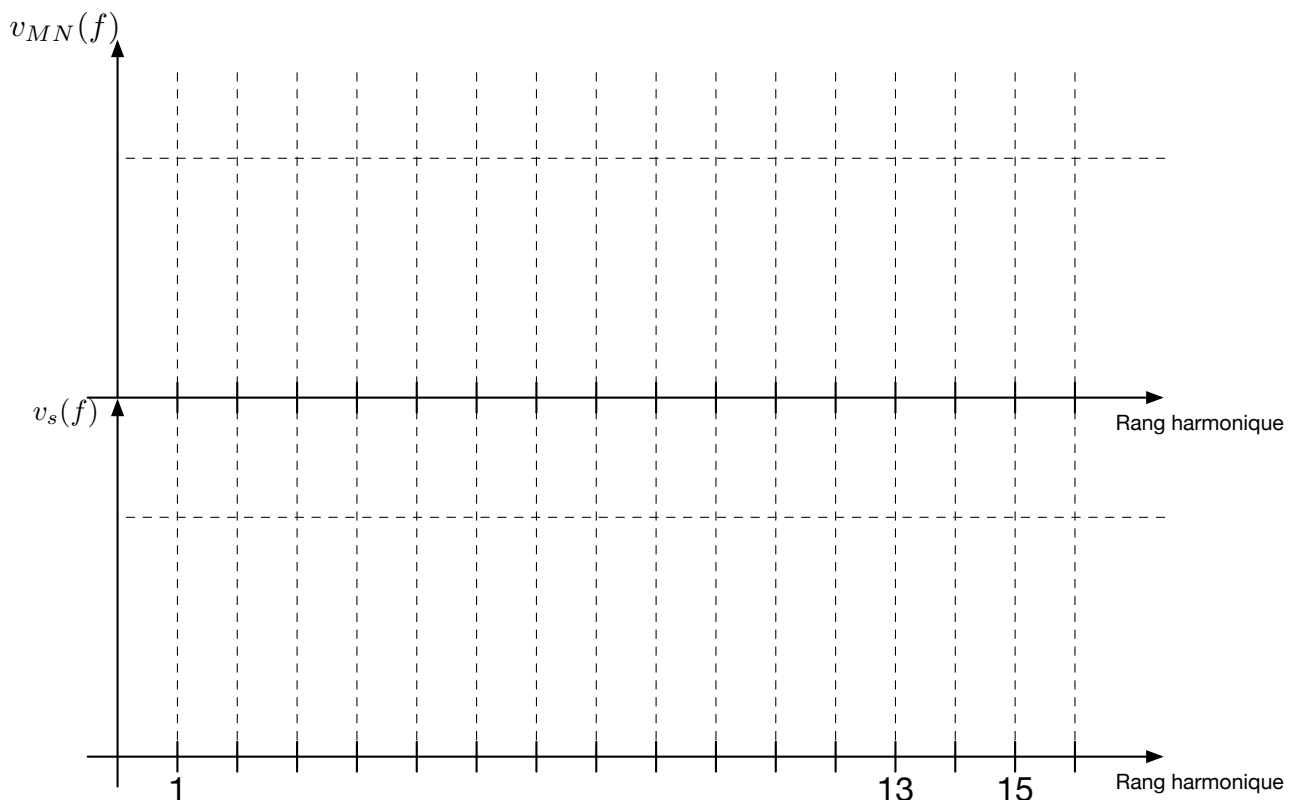


Figure 18: Spectre fréquentiel des tensions  $v_{MN}(t)$  et  $v_s(t)$ .

- (f) À partir de la définition (1) de  $d_g$  donnée à la question 2(c) de la page 16, calculer la valeur de la distorsion globale  $d_{g,v_s}$  de la tension de sortie  $v_s(t)$  du filtre. Conclure.
3. On revient à la solution “pleine onde” pour laquelle on utilise un filtre de même nature que celui de la figure 17. Dans ce cas, pour obtenir une distorsion globale  $d_{g,v_s} < 5\%$  de la tension  $v_s(t)$ , on trouve qu’il faut une valeur du produit LC environ 10 fois plus grande que celle qui est utilisée dans le filtre associé à l’onduleur MLI. Quel est, de ce point de vue, l’intérêt de la commande MLI ?