TD MATLAB 1 : INTERPOLATION ET APPROXIMATION

Toutes les commandes nécessaires sont données dans la partie I, exemples introductifs. Les commandes Matlab à saisir dans cette partie I sont mises en évidence dans des box, elles sont à entrer soit directement dans la fenêtre de commande, soit dans un script Matlab.

Partie I : Exemples introductifs

Exemple 1

Nous allons tout d'abord considérer le tableau suivant de mesures de la densité de l'eau en fonction de la température.

Temp (˚C)	Densité (t/m^3)	Temp (˚C)	Densité (t/m^3)
0	0,99987	20	0,99805
2	0,99997	22	0,99751
4	1,00000	24	0,99705
6	0,99997	26	0,99650
8	0,99988	28	0,99580
10	0,99973	30	0,99533
12	0,99953	32	0,99472
14	0,99927	34	0,99409
16	0,99897	36	0,99333
18	0,99846	38	0,99250

1. Entrez les données dans un fichier texte que vous nommerez "tempdens" (fichier à disposition sur Teams).
2. Chargez le tableau de données. Séparez les données correspondant à la température et à la densité de l'eau. Tracez le graphe de la densité de l'eau en fonction de la température.

```
tempdens=importdata('tempdens');
x=tempdens( :,1);
y = tempdens ( :,2);
plot(x,y)
plot(x,y,'*') % pour avoir uniquement les points de données
title ('Points de données') % Pour mettre un titre à la figure
xlabel ('Température (˚C)') % Pour mettre un nom à l'axe x
ylabel ('Densité (t/m3)') % Pour mettre un nom à l'axe y
```

3. Pour approcher ces données, on choisit un polynôme de degré 2, puis un polynôme de degré 3.

```
C2=polyfit(x,y,2)
format long; % pour afficher les coefficients avec suffisamment de chiffres significatifs
C2
y2=polyval(C2,x);% pour avoir les valeurs du polynôme d'approximation de degré 2
aux points de données
C3=polyfit(x,y,3)
y3=polyval(C3,x);
plot(x,y,'*',x,y2,x,y3); % pour comparer les 2 approximations
```

4. Evaluation de la qualité des 2 approximations : calcul de la somme des erreurs au carré

```
resid2=y-y2;
resid3=y-y3;
SSE2=sum(resid2.^2)
SSE3=sum(resid3.^2)
```

5. Interpolation des mêmes données par splines cubiques.

```
ys=spline(x,y); % spline cubique interpolant y en fonction de x
xi=0:0.1:38; % pour tracer la spline avec suffisamment de points
ysplot=ppval(ys,xi);
plot(x,y,'*',xi,ysplot,x,y3); % Comparaison des résultats obtenus par interpolation
splines et approximation de degré 3
```

Exemple 2

Nous nous intéressons maintenant à la production d'une culture de sériole à ceinture (poissons), les données sont fournies dans le tableau suivant.

Année	Tonnes	Année	Tonnes
1961	1 900	1976	101 600
1964	9 500	1979	154 900
1967	21 200	1982	146 300
1970	43 300	1984	154 500
1973	80 300		

1. Entrez les données, créez un vecteur "annees" et un vecteur "poisson" avec ces données (on utilisera un nombre d'années relatif : annees = ... -1960).
2. Tracez les données brutes puis en échelle logarithmique.

```
loglog(annees,poisson,'*')% pour le tracé en échelle log
```

3. Il semble clair qu'une régression de puissance est plus adaptée pour approximer ces données. Déterminez cette régression puissance.

```
u=log(annees);% changement de variables
v=log(poisson);
c=polyfit(u,v,1)
a=exp(c(2)) % changement de variables inverse
b=c(1)
anneeplot=[1:0.1:24]; % pour tracer l'approximation trouvée avec suffisamment de
points
poissonplot=a*anneeplot.^b;
figure % pour tracer les points et l'approximation sur la même figure
plot(anneeplot, poissonplot); % pour tracer l'approximation
hold on % pour rester sur la même figure
plot(annees,poisson,'*');
```

On peut noter que la démarche pour déterminer une approximation par un modèle non linéaire de type exponentielle sera analogue à celle qui vient d'être développée pour une loi puissance.

Partie II : Exercices

Exercice 1

On utilise six valeurs standards pour étalonner un instrument. Le tableau suivant présente les valeurs affichées par l'instrument en fonction des valeurs exactes.

Mesurée	Réelle
0.5030	0.0000
0.7229	1.0000
0.7802	2.0000
1.2106	5.0000
1.7607	10.000
2.4649	15.000

Comparez les différentes méthodes d'interpolation (Lagrange, Newton et splines cubiques) et d'approximations (modèles linéaire, polynomiales) sur cet exemple. Quelle méthode privilégieriez-vous pour proposer une fonction approchant ces données ? L'argumentation développée sera le critère prépondérant dans l'évaluation.

Exercice 2

Le tableau suivant contient des valeurs de pression d'une atmosphère stable pour des altitudes de 0 à 1000m au dessus du niveau de la mer.

Altitude (m)	Pression moyenne (mbar)
0	1013
100	1001
200	989
300	977
400	965
500	959
600	942
700	932
800	921
900	902
1000	894

1. Réalisez une approximation de type exponentielle :

   $$p = ae^{-kh}$$

   et donnez les valeurs de a et k, en utilisant le même procédé que dans l'exemple 2 de la première partie.
2. Toujours avec cette fonction, comparez les pressions extrapolées en 1500m, 2000m et 2500m aux valeurs respectives 843, 795, 747 mbar. Analysez et commentez ces résultats. Ce procédé est-il toujours utilisable ?