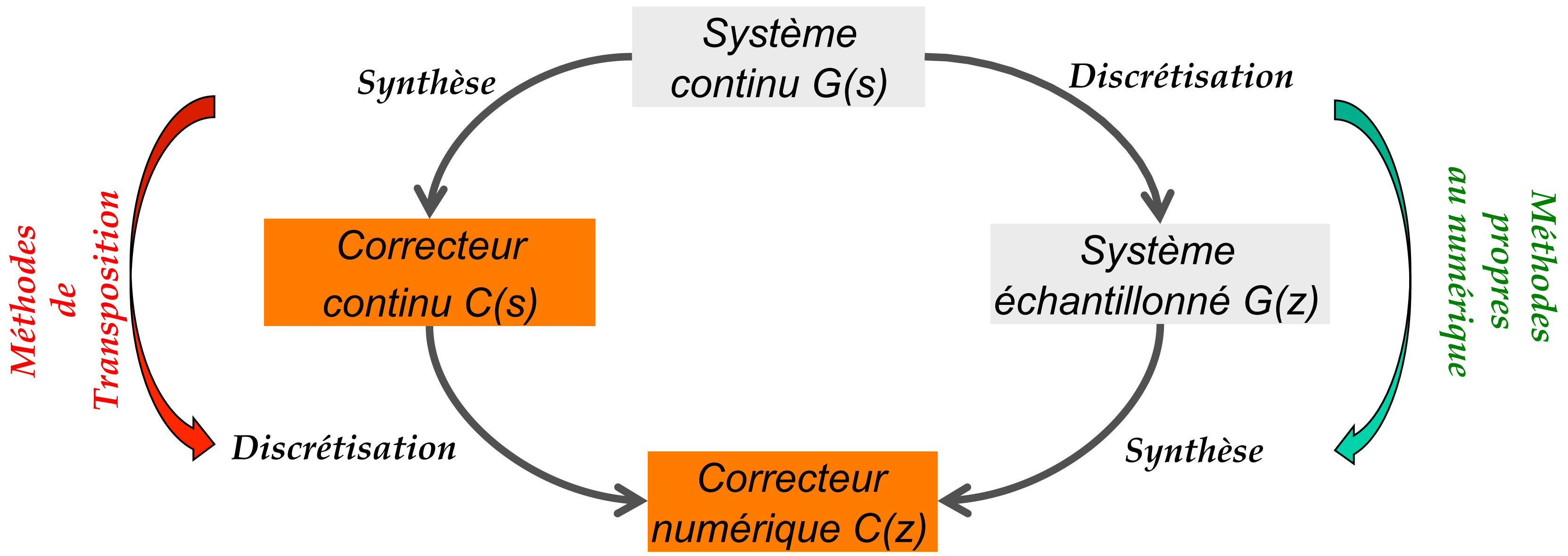
Synthèse de correcteurs numériques

Hugues GARNIER

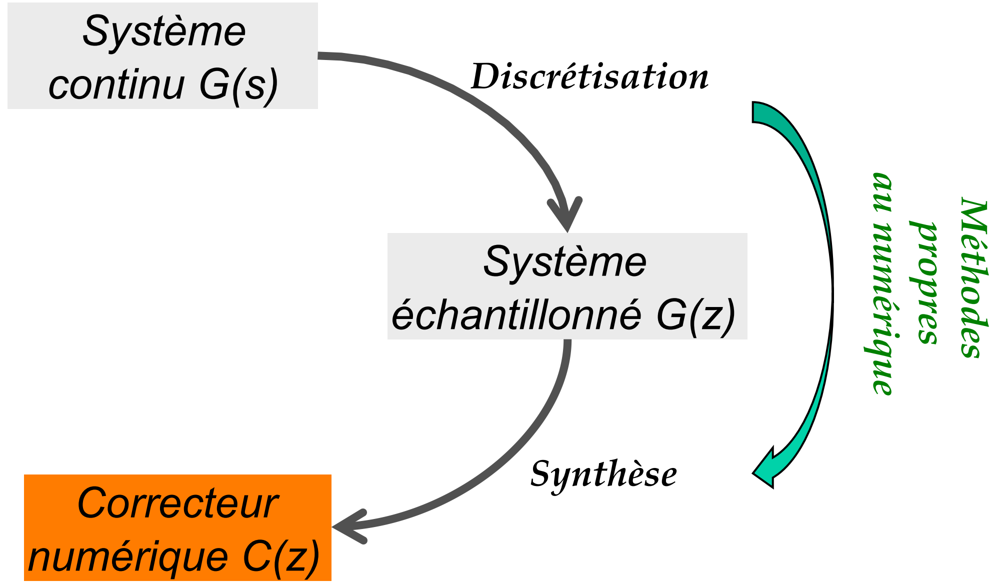
hugues.garnier@univ-lorraine.fr

Approches de synthèse de correcteurs numériques



- Deux types d'approches
  - Méthodes propres au numérique
  - Méthodes de transposition d'un correcteur continu (y compris PID)

Approches de synthèse de correcteurs numériques



TDS

- Ces méthodes propres au numérique sont privilégiées lorsque
  - ***Un échantillonnage rapide n'est pas possible***
  - Un modèle échantillonné *G(z)* a été identifié à partir de données d'entrée/sortie
  - La commande envisagée s'appuie sur un modèle à temps discret
    - Exemples : commande RST, commande par modèle interne, commande prédictive

Synthèse de correcteur par méthode propre au numérique

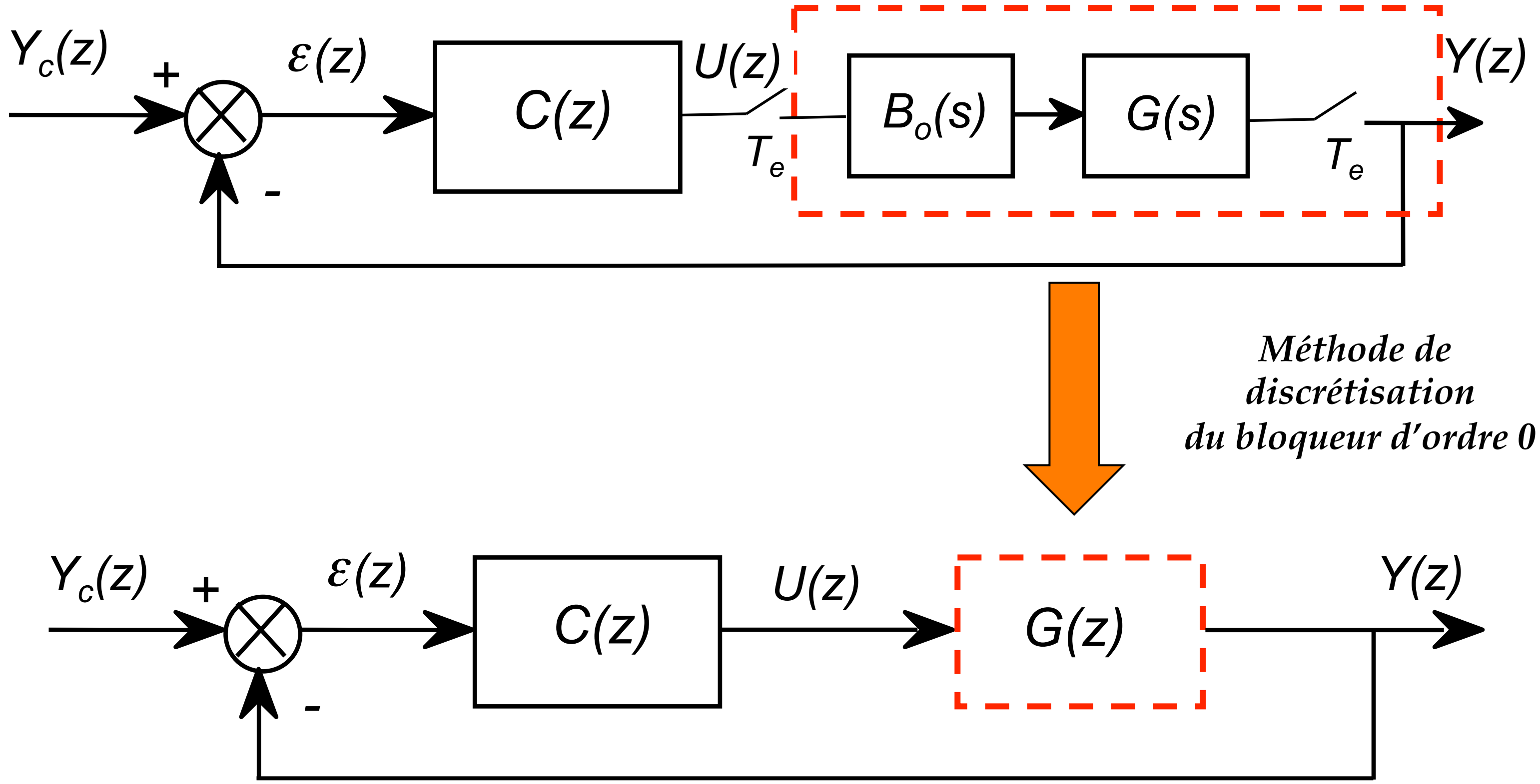
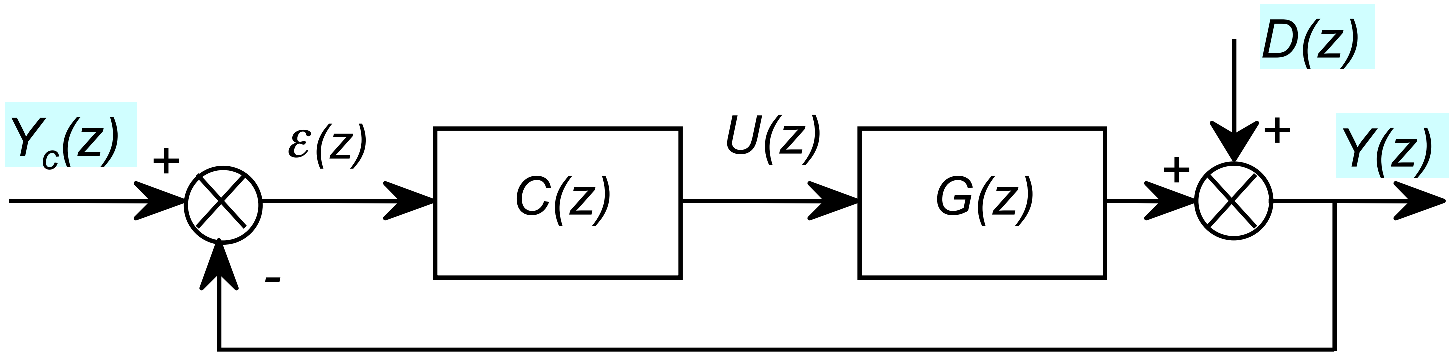


Schéma de régulation numérique

- La recherche d'une loi de commande (et donc de *C(z)*) par une approche totalement numérique s'appuie sur :
  - un modèle *G(z)* de l'ensemble bloqueur d'ordre 0 + actionneur + système + capteur + échantillonneur
  - le type de signaux d'entrée : la consigne $Y_c(z)$, la perturbation *D(z)*



$$Y(z) = \frac{C(z)G(z)}{1+C(z)G(z)} Y_c(z) + \frac{1}{1+C(z)G(z)} D(z)$$

Synthèse de correcteur numérique par la méthode de modèle de référence

- Principe : imposer que la fonction de transfert en boucle fermée tende vers une fonction de transfert de référence (ou désirée) $F_{ref}(z)$
- Méthodologie
  1. Déterminer un modèle $G(z)$ par identification ou modélisation
  2. Déterminer la fonction de transfert du système en boucle fermée

$$F_{BF}(z) = \frac{C(z)G(z)}{1 + C(z)G(z)} = F_{ref}(z)$$

  3. Déterminer les paramètres du correcteur pour que

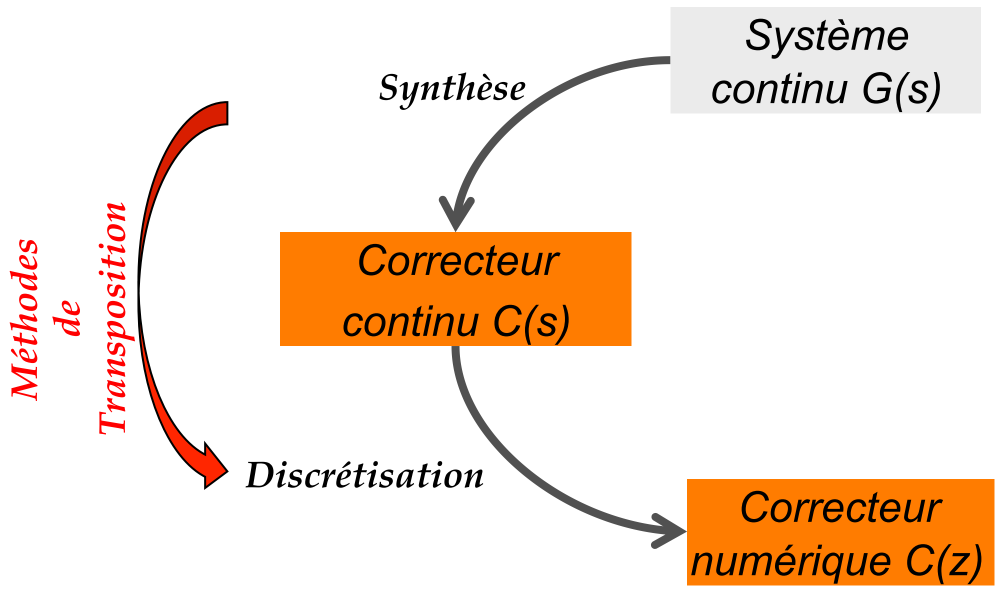
$$C(z) = \frac{F_{ref}(z)}{G(z)\left(1 - F_{ref}(z)\right)}$$

Remarques

- Choix trop contraignant de $F_{ref}(z)$ peut conduire à un correcteur non réalisable : non causal ou instable
- Dynamique désirée trop rapide de $F_{ref}(z)$ peut entraîner des valeurs commande de trop grandes amplitudes, dommageables pour le matériel

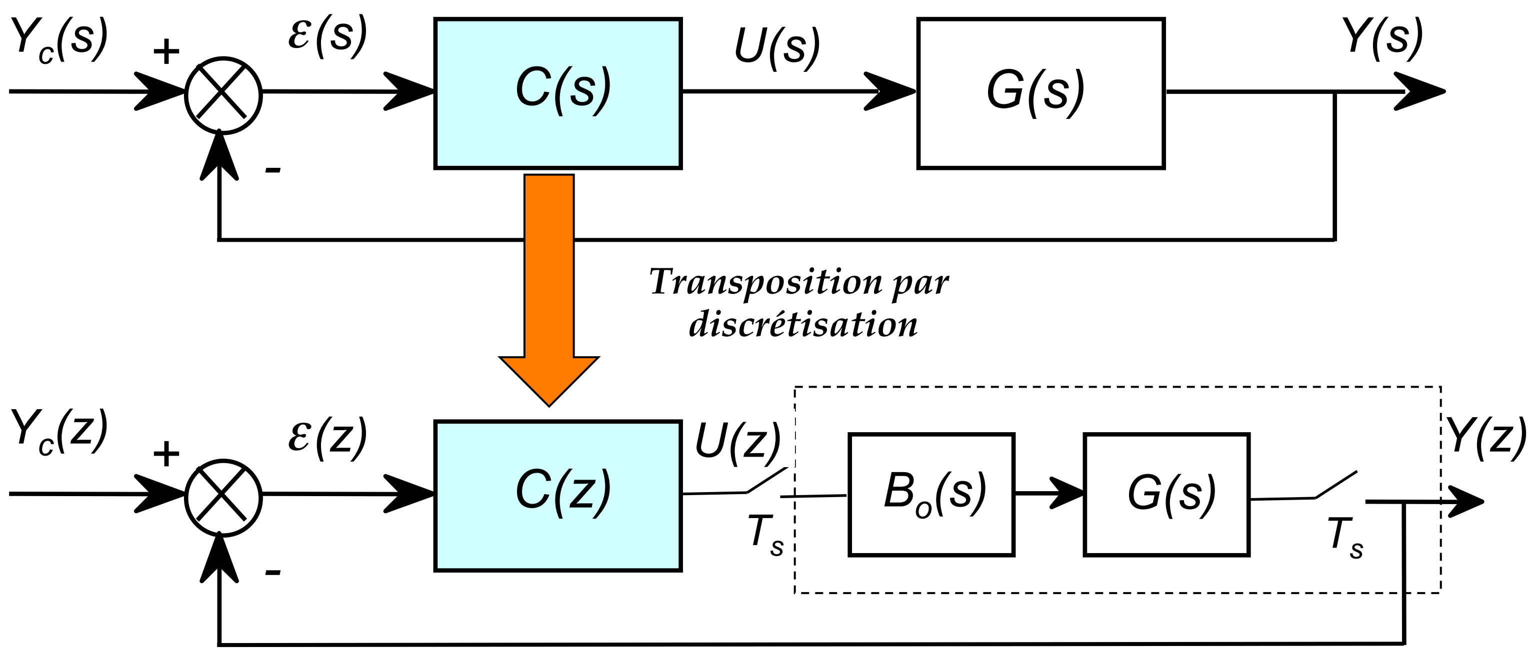
H. Garnier

Méthodes de transposition



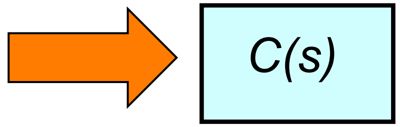
- La synthèse de correcteurs numériques par transposition de correcteurs continus est privilégiée lorsque :
  - ***Un échantillonnage rapide est possible***
- Les méthodes de synthèse de régulation continue sont généralement bien maîtrisées dans le domaine industriel : correcteur PID par exemple
  - Les spécifications sont plus facilement interprétables avec des modèles continus qu'avec des modèles échantillonnés

Synthèse de correcteur numérique par transposition du correcteur analogique

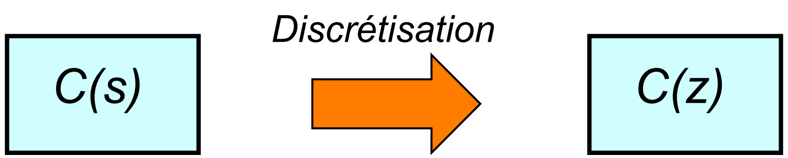


Synthèse de correcteur numérique par transposition du correcteur analogique

- Méthodologie
  1. Synthèse d'un correcteur continu *C(s)* par une des méthodes de synthèse traditionnelles (correcteur PID ou autres) déterminé à partir du modèle du système *G(s)* à contrôler permettant de respecter le cahier des charges



  2. Transposition de la fonction de transfert continu *C(s)* en un correcteur numérique *C(z)* pour avoir un algorithme de régulation numérique qui s'approche le plus possible de comportement de la régulation continue



Méthodes de discrétisation du correcteur analogique

Il en existe de nombreuses dont :

- la méthode de l'invariance impulsionnelle
- la méthode de l'invariance indicielle *(= méthode du bloqueur d'ordre 0)*
- la méthode des pôles et des zéros
- ***la méthode de l'approximation avancée***
- ***la méthode de l'approximation retardée***
- ***la méthode de l'approximation de Tustin (ou bilinéaire)***

- ***Visualisez la vidéo de Brian Douglas***
  - *Discrete control #2: Discretize! Going from continuous to discrete domain*

- ***<u>Remarque</u>***
  - *La méthode de discrétisation du bloqueur d'ordre zéro* (zoh) *pour trouver C(z) à partir de C(s) peut être utilisée mais elle n'est pas la plus adaptée ici car il n'y a pas de bloqueur avant le correcteur !*

UNIVERSITÉ DE LORRAINE

POLYTECH NANCY

Approximations avancée et retardée

On connaît $C(s)$ Comment en déduire $C(z)$???

$C(s)$

$C(z)$

On connaît la relation liant z à s :

$$z = e^{sT_e}$$

$$s = \frac{1}{T_e} \ln(z)$$

Relation non linéaire !

$$z = e^{sT_e} \approx 1 + T_e s + \dots \Rightarrow s = \frac{z-1}{T_e} = \frac{1-z^{-1}}{T_e z^{-1}}$$

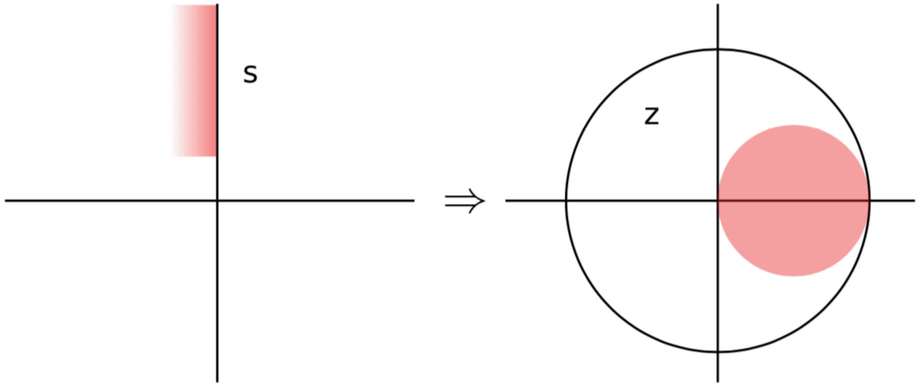
Approximation avancée

$$z = \frac{1}{e^{-sT_e}} = \frac{1}{1 - T_e s + \dots} \Rightarrow s = \frac{z-1}{T_e z} = \frac{1-z^{-1}}{T_e}$$

Approximation retardée

Stabilité et distorsion de l'approximation retardée

Conserve la stabilité : image de $\{s \in \mathbb{C} \;/\; Re(s) < 0\}$



Réponse fréquentielle : $z = e^{j\omega T_e}$

$$\frac{1 - e^{-j\omega T_e}}{T_e} = j\omega e^{-j\omega T_e/2} \frac{\sin(\omega T_e/2)}{\omega T_e/2}$$

Retard + distorsion

H. Garnier

Approximation de Tustin ou bilinéaire

On connaît $C(s)$ Comment en déduire $C(z)$???

On connaît la relation liant z à s :

$$z = e^{sT_e}$$

$$s = \frac{1}{T_e} ln(z)$$

Relation non linéaire !

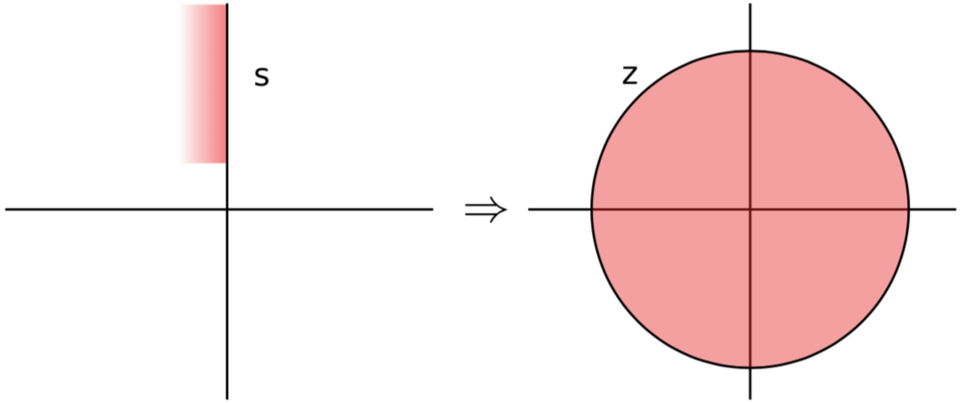
$$z = \frac{e^{\frac{sT_e}{2}}}{e^{\frac{-sT_e}{2}}} \approx \frac{1 + \frac{T_e}{2}s + \ldots}{1 - \frac{T_e}{2}s + \ldots}$$

$$s = \frac{2}{T_e}\frac{z-1}{z+1} = \frac{2}{T_e}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$$

Approximation de Tustin ou bilinéaire

Stabilité et distorsion de l'approximation de Tustin

Conserve la stabilité : image de $\{s \in \mathbb{C} \;/\; Re(s) < 0\}$



Réponse fréquentielle : $z = e^{j\omega T_e}$

$$\frac{2}{T_e}\frac{1 - e^{-j\omega T_e/2}}{1 + e^{j\omega T_e/2}} = j\omega\frac{\tan(\omega T_e/2)}{\omega T_e/2}$$

Pas de retard mais distorsion

Synthèse d'un correcteur numérique par transposition d'un correcteur continu – Exemple

Soit le correcteur continu : $C(s)=\dfrac{1+0,53s}{1+0,21s}$ et T_e=0,3s

Approximation avancée $$C(z)=\frac{0,53z-0,23}{0,21z+0,09}$$

Approximation retardée $$C(z)=\frac{0,83z-0,53}{0,51z+0,21}$$

Approximation de Tustin $$C(z)=\frac{1,89z-1,06}{z+0,17}$$

Sous Matlab : Cd=c2d(C,Te,'tustin')