Transmissions numériques pour les Télécommunications - 7WEK4NH1
4A - 2i - Polytech Nancy

Exercice 1. — *Échantillonnage*
Soit le signal $x(t) = \cos(8000\pi t)$.

1. Quelle est la fréquence du signal $x(t)$?
2. Donner l'expression de sa transformée de Fourier $X(f)$.
3. Représenter graphiquement $x(t)$ et $X(f)$
4. Le signal est échantillonnée avec une fréquence d'échantillonnage $f_e = 10$ kHz.
   (a) Représenter le signal échantillonné.
   (b) Que vaut la transformée de Fourier du signal échantillonné ?
   (c) La représenter graphiquement.
5. Le signal échantillonné est reconstruit avec un filtre interpolateur idéal de Shannon.
   (a) Donner l'expression de ce filtre.
   (b) Donner l'expression analytique du signal en sortie de l'interpolateur
   (c) La représenter graphiquement.
6. Reprendre les deux dernières questions lorsque $f_e = 5$ kHz .

Exercice 2. — *Code en ligne*
Représenter la séquence $\{0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1\}$ pour les codes lignes suivants :

1. NRZ unipolaire ;
2. NRZ polaire différentiel ;
3. NRZ unipolaire différentiel ;
4. Manchester différentiel ;
5. RZ bipolaire.

Pour chaque code, vous préciserez les opérations effectuées par le codeur numérique et le signal $g(t)$ de mise en forme du code ligne.
Les codes seront calculés comme suit

1. unipolaire : $a_k \in \{0, 1\}, b_k = a_k$
2. polaire : $a_k \in \{0, 1\}, b_k = 2a_k - 1$, $b_k \in \{-1, 1\}$
3. différentiel : $a_k \in \{0, 1\}, b_k = b_{k-1} \oplus a_k$, $b_0 = 0$
4. bipolaire : $a_k \in \{0, 1\}, c_k = c_{k-1} \oplus a_k$, $c_0 = 0$ et $b_k = c_k - c_{k-1}$

Exercice 3. — *Code HDB3*
Ce code consiste à remplacer toute suite de quatre 0 consécutifs par l'un des motifs "000V" ou "B00V".
Le choix se fait de façon à garantir que des bits de viols successifs ont des polarités différentes. Ce code est basé sur le code AMI (0-> 0v, 1 -> +V ou -V alternativement).
Si le nombre de pulses depuis la dernière substitution est impair alors on remplace par 000V sinon par B00V. B représente le bit de transition bipolaire et V le bit de violation.
Représenter le signal codant la séquence : 0100 1000 0011 0100 0000 0000 0101 10101

Parité de +/- depuis le précédent V	Motif	Impulsion précédente	Code
impaire	000V	+	000+
impaire	000V	-	000-
paire	B00V	+	-00-
paire	B00V	-	+00+

Exercice 4. — *Densité spectrale de puissance*
Soit $\{a_n\}$ une source binaire indépendante stationnaire telle que : $P("0") = p$ et $P("1") = 1 - p$.

1. Déterminer la densité spectrale de puissance du signal de communication lorsque le code en ligne utilisé est sous le format NRZ.
2. Représenter la graphiquement pour $p = 0.25$ sur la gamme fréquentielle $f \in [-3/T, 3/T]$ où T est la période de base. On rappelle que la DSP d'un signal de communication utilisant un code sans mémoire est donnée par :

$$R_{ss}(f) = \frac{\sigma^2}{T}\left|G(f)\right|^2 + \frac{\mu^2}{T^2}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\left|G\left(\frac{m}{T}\right)\right|^2 \delta\left(f - \frac{m}{T}\right)$$

   avec μ et σ^2 respectivement la moyenne et la variance de la séquence binaire fournie par le codeur numérique.

Exercice 5. — *Filtre en cosinus surélevé*
Un canal de transmission est conçu de telle sorte que son comportement global soit équivalent à un filtre en cosinus surélevé avec un coefficient de surélévation $\alpha = 0.5$. La largeur de bande du canal est de 1.2MHz.

1. Quel est le débit maximal garantissant l'absence d'IES ?
2. Un signal analogique est alors converti en un signal PCM de 64 niveaux de quantification.
   (a) Quelle est la fréquence d'échantillonnage maximale permettant la transmission en temps réel du signal PCM sur ce canal ?
   (b) En déduire la largeur de bande maximale du signale analogique.

Exercice 6. — *Codage*
Soit les signaux : $g_1(t) = \sin(2\pi f_0 t)\mathrm{rect}(\frac{t-T/2}{T})$ et $g_2(t) = \cos(2\pi f_0 t)\,\mathrm{rect}(\frac{t-T/2}{T})$.

1. Représenter graphiquement $g_1(t)$, $g_2(t)$, $g_1(t) + g_2(t)$, $g_1(t) - g_2(t)$ pour $T = \frac{f_0}{2}$.
2. Montrer en utilisant la formule d'Euler que $\sin(\alpha)\cos(\beta) = \frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta))$.
3. Calculer $< g_1(t), g_2(t) >$ produit scalaire défini par $< g_1(t), g_2(t) >= \int_{-\infty}^{+\infty} g_1(t)g_2(t)dt$.
4. Montrer que $g_1(t) \perp g_2(t)$ i.e. $< g_1(t), g_2(t) >= 0$ si et seulement si $T = \frac{kT_0}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$ et où $T = \frac{1}{f_0}$ (bizarre)
5. On désire transmettre une source quaternaire GPSK. Les fonctions de base sont $g_1(t)$ et $g_2(t)$. Le codeur numérique est définira la table de correspondance :

a_n	(b_n, c_n)
0	(+1,+1)
1	(+1,-1)
2	(-1,-1)
3	(-1,+1)

   (a) Donner la structure du codeur en ligne et la constellation du code.
   (b) Représenter temporellement le signal codant la suite quaternaire 01321320.
6. On rajoute au codeur précédent un codage différentiel pour former un code QPSK.
   (a) Donner la structure du codeur numérique correspondant.
   (b) Représenter le signal temporel codant la suite quaternaire 01321320.
   (c) Quel est l'intérêt d'ajouter un codeur différentiel ?