TD 2

Analyse spectrale de signaux audio-numériques

Objectifs

— Découvrir l'interface graphique `signalAnalyzer`

— Déterminer la fréquence d'un diapason

— Vérifier la présence d'un filtre anti-repliement sur votre smartphone

— Générer et analyser le spectre d'une gamme musicale

— Faire l'analyse spectrale d'un signal sinusoïdal sous Matlab à l'aide de la commande `FFT`

Téléchargez le fichier TD2.zip sur le site web du cours.
Vous sauvegarderez l'ensemble de vos commandes dans des programmes

```
Fichier td2_X.mlx
Votre prénom nom
Date du jour

clear
clc
close all

..., etc
```

2.1 Détermination de la fréquence fondamentale d'un diapason

Un diapason est un petit instrument en acier composé d'une tige aux branches en forme de U (voir Figure 2.1) dont on peut se servir pour accorder certains instruments de musique.
Placez-vous dans le répertoire de travail dans lequel vous avez sauvegardé les fichiers contenant le fichier TD2.zip.
Chargez le son du diapason dans MATLAB en saisissant la commande :
`load diapason;`
Dans ce fichier se trouvent le vecteur colonne `y` contenant les échantillons du son produit par le diapason et `fs` la fréquence d'échantillonnage (sampling frequency).
Ecoutez le son émis par le diapason en saisissant la commande :

Figure 2.1 – Diapason

`sound(y, fs);`
Matlab dispose à présent d'un outil graphique d'analyse de signaux `signalAnalyzer` qui permet de visualiser les caractéristiques d'un signal dans les domaines temporel et spectral.
Vous pouvez à tout moment consulter la documentation technique de cet outil graphique en tapant dans la fenêtre Command de MATLAB : >>doc signalAnalyzer

L'interface graphique est accessible en cliquant sur son icône dans le menu Apps ou via la commande ci-dessous à saisir dans la fenêtre command de Matlab :
`signalAnalyzer;`
Une fenêtre graphique s'ouvre.

Sélectionnez la variable `y` dans la fenêtre Workspace browser. Glissez-là vers la fenêtre principale de droite.
L'évolution temporelle est alors tracée en fonction des indices du tableau.
Pour avoir les bonnes échelles sur le tracé temporel (puis fréquentiel), procédez comme suit :
Sélectionnez la variable `y` puis à l'aide d'un clic droit ouvrez la fenêtre TimeValues et spécifiez la fréquence d'échantillonnage du signal (`Sample rate = fs`) via le menu Sample Rate and Start Time.
Vérifiez que le signal est bien tracé sur une durée de 5 s.

2.1.1 Détermination de la fréquence par analyse temporelle

De cette observation dans le domaine temporel, déterminez une valeur approximative de la fréquence fondamentale du signal émis par ce diapason.
Le son produit par ce diapason peut-il être considéré comme un son *pur* produit par un signal sinusoïdal ?
Comment expliquer les variations d'amplitude du signal sur les 5 s enregistrées ?

2.1.2 Détermination de la fréquence par analyse spectrale

L'objectif à présent est d'affiner l'estimation de la fréquence du diapason à l'aide d'une analyse spectrale.
Tracez le spectre d'amplitude du son émis par le diapason.
Sur quelle plage de fréquences le spectre est-il affiché ?
Rappelez le lien entre la valeur maximale de la fréquence affichée et la fréquence d'échantillonnage.
Quelle est l'échelle utilisée sur l'axe des ordonnées ?
A l'aide du menu Data cursors, déterminez d'après le spectre la fréquence fondamentale du son émis par ce diapason.

Faites valider votre analyse par l'enseignant.

2.2 Filtre anti-repliement sur votre smartphone ?

Le fichier RienNeSertDeCourir.mp3 a été enregistré avec un smartphone. Chargez la phrase dans MATLAB en saisissant la commande

```
[x,fs] = audioread('RienNeSertDeCourir.mp3');
```

Dans ce fichier, se trouvent le vecteur colonne `x` contenant les échantillons de voix et `fs` la fréquence d'échantillonnage.

Ecoutez la phrase enregistrée en saisissant la commande :

```
>>sound(x, fs)
```

Utilisez l'outil graphique d'analyse de signaux `signalAnalyzer` pour visualiser le spectre du signal enregistré. Attention à bien préciser la fréquence d'échantillonnage pour avoir un affichage de l'axe des abscisses en secondes.
La numérisation du signal a-t-elle été correctement effectuée ? En particulier, un filtre anti-repliement a-t-il été appliqué au signal analogique avant de le numériser ? Si oui, précisez la fréquence de coupure du filtre et vérifiez sa cohérence par rapport à la fréquence d'échantillonnage.

Répétez l'opération avec le signal que vous avez enregistré avec votre smartphone lors de la première séance de TD.

Ce dernier possède-t-il bien un filtre anti-repliement pour éviter le recouvrement spectral ? Si oui, précisez la fréquence de coupure du filtre et vérifiez sa cohérence par rapport à la fréquence d'échantillonnage.

Répétez l'opération avec l'enregistrement du signal émis par le diapason. Ce dernier possède-t-il bien un filtre pour éviter le repliement spectral ? Si oui, précisez la fréquence de coupure du filtre et vérifiez sa cohérence par rapport à la fréquence d'échantillonnage.

Faites valider vos résultats par l'enseignant.

2.3 Synthèse et analyse spectrale d'une gamme de musique

2.3.1 Synthèse d'une gamme de musique

Les notes de musique produites par un piano peuvent être synthétisées approximativement numériquement. En effet, chaque note peut être considérée comme étant un son *pur* produit par un signal sinusoïdal. La fréquence de la note *La* est par exemple de 440 Hz.
Créez un programme `td2_1`.mlx qui permet de jouer une gamme de musique. La fréquence de chaque note est précisée dans le tableau ci-dessous.

Do1	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do2
262 Hz	294 Hz	330 Hz	349 Hz	392 Hz	440 Hz	494 Hz	523 Hz

Chaque note aura une durée de 1s. La durée de la gamme sera donc de 8s.
La fréquence d'échantillonnage fe sera fixée à 8192 Hz.
La période d'échantillonnage pour la définition du temps sera donc égal à $Te = 1/fe$.
Rappel : la mise bout à bout de vecteurs en ligne X, Y, Z s'effectue à l'aide de la commande : [X Y Z] ;

Sauvegardez la gamme synthétisée dans une variable G.
Ecoutez la gamme générée via la commande :
`sound(G,fe)`

2.3.2 Spectre de la gamme de musique

Utilisez l'outil graphique d'analyse de signaux `signalAnalyzer` pour visualiser le spectre de votre gamme. Observez les 8 fréquences contenues dans la gamme et vérifiez leur valeur numérique à l'aide des curseurs.

Tracez le spectrogramme qui permet de visualiser le contenu fréquentiel du signal au cours du temps (comme le fait une partition de musique) mais la précision sur l'axe des fréquences n'est pas suffisante pour relever précisément les 8 fréquences.

2.4 Approximation du spectre d'un signal sinusoïdal à temps continu par FFT

Le spectre d'un signal à temps continu peut être approché par transformée de Fourier discrète (TFD) ou sa version rapide (Fast Fourier Transform (FFT) - voir annexe A en fin d'énoncé).
Matlab possède la fonction `fft` qui calcule la transformée de Fourier rapide d'un signal à temps discret.
Créez un fichier `td2_1`.mlx et saisissez les commandes ci-dessous qui permettent d'afficher le spectre d'amplitude approché entre [0 ; fe/2] d'un signal sinusoïdal à temps discret de fréquence 1 Hz observé sur une durée de 0.9s et échantillonné à la période T_e=0.1s :

```
A=1;
f0=1;
T_e=0.1;
duree=0.9;
t=0 :T_e :duree;
y=A*sin(2*pi*f0*t);
fe=1/T_e;
N=length(y);
Yfft=fft(y);
m=(0:(N-1)/2);
f=(m)/N*fe;
```

```
% tracé du spectre d'amplitude entre [0;fe/2]
figure
subplot(2,1,1)
if mod(N,2) == 0  \% test si N est pair pour le tracé du spectre
   stem(f,abs(Yfft(1:N/2))/N)
else
   stem(f,abs(Yfft(1:(N+1)/2))/N)
end
% la normalisation par N permet d'avoir les bonnes amplitudes au niveau
% du spectre
ylabel('Abs(S(f))')
% Le tracé du spectre peut s'effectuer de manière continu
% à l'aide de la fonction plot au lieu de stem.
title('Spectre d''amplitude')
```

Visualisez le spectre d'amplitude de ce signal sinusoïdal lorsque celui-ci est défini sur 1 période (cas ci-dessus avec `duree=0.9`), puis sur un nombre entier de périodes du signal (`duree=1.9, 9.9, 99.9`) et enfin sur un nombre non-entier de périodes (`duree=1.7, 9.7, 99.7`). Conclusions.

Les spectres obtenus sont-ils en accord avec la théorie vue en cours et dont les principaux résultats sont rappelés en annexe A ?
Expliquez dans votre programme les résultats observés.

On peut également afficher la densité spectrale de puissance avec une échelle en dB :

$$S(dB) = 20 \times \log_{10} \mid S(f)) \mid$$

Pour plus d'infos sur le lien entre une échelle normale et celle en dB, voir l'aide de la fonction `db` (`help db`).
Voir également le fichier de démo :
`DecibelsFromVoltageAndPowerExample.mlx`

```
 subplot(2,1,2)
if mod(N,2) == 0 % test si N est pair pour le tracé du spectre
plot(f,20*log10(abs(Yfft(1:N/2))/N))
else
plot(f,20*log10(abs(Yfft(1:(N+1)/2))/N))
end
ylabel('Densité spectrale de puissance (en dB)')
xlabel('fréquence (Hz)')
```

Faire valider par l'enseignant.

Annexe A

Rappels : Approximation du spectre d'un signal à temps continu par Transformée de Fourier Discrète (TFD)

On rappelle ici comment approcher le spectre d'un signal à temps continu en utilisant la transformée de Fourier discrète (TFD). La TFD est normalement la transformée à utiliser pour déterminer la représentation spectrale d'un signal à temps discret périodique. Le caractère fini du calcul nécessaire à l'évaluation de la TFD fait que cet outil se trouve particulièrement bien adapté à l'implantation sur un calculateur numérique. C'est la raison pour laquelle la TFD est très souvent utilisée afin de déterminer une version approchée du spectre d'un signal à temps continu quelconque (ce dernier étant théoriquement obtenu à l'aide de la transformée de Fourier à temps continu). Cependant, le calcul du spectre d'un signal à temps continu par TFD engendre quelques approximations qu'il est important de connaître.
Soit $s(t)$ un signal à temps continu et $s(kT_e)$ le signal à temps discret provenant de l'échantillonnage de $s(t)$ avec un pas T_e. Les différentes étapes nécessaires pour pouvoir déterminer une version approchée du spectre de $s(t)$ à partir de $s(kT_e)$ par TFD sont les suivantes :

1. Il faut limiter la durée d'observation du signal à temps continu à un intervalle $T_N = NT_e$ où T_e représente la période d'échantillonnage et N le nombre d'échantillons du signal qui vont servir à calculer les N composantes fréquentielles du spectre du signal à temps continu. Le choix de la durée d'observation du signal est lié à un premier choix à effectuer qui porte sur le nombre d'échantillons N du signal temporel.
2. Il faut ensuite échantillonner le signal à temps continu résultant afin d'obtenir un signal à temps discret. Ceci implique de faire un deuxième choix délicat de la valeur de la période d'échantillonnage T_e qui doit vérifier le théorème de Shannon.
3. Les N composantes fréquentielles du spectre peuvent ensuite être calculées à l'aide de la transformée de Fourier discrète :

$$S(m) = S(m\Delta f) = \sum_{0}^{N-1} s(k)e^{-j2\pi\frac{km}{N}}$$

   avec :

   — k : indice temporel, $k = 0, 1, ..., N-1$

   — m : indice fréquentiel, $m = 0, 1, ..., N-1$

   — N : nombre d'échantillons sur l'intervalle d'observation du signal et de composantes d'une période du spectre

   — $s(k) = s(kT_e)$: k-ième échantillon temporel du signal

   — $S(m)$: m-ième composante spectrale du signal

   — T_e : période d'échantillonnage temporelle (intervalle entre 2 échantillons de $s(kT_e)$)

   — f_e : fréquence d'échantillonnage $f_e = \frac{1}{T_e}$)

   — $\Delta f = \frac{f_e}{N}$: pas fréquentiel aussi appelé précision fréquentielle (intervalle entre 2 raies du spectre).

   Le calcul du spectre d'un signal à temps continu par TFD va donc permettre de déterminer N composantes de $S(f)$ régulièrement espacées de Δf dans l'intervalle $[0; fe[$.

Remarques

- Si le signal échantillonné considéré est à valeurs réelles, le spectre d'amplitude est pair et le spectre de phase est impair. On se contentera de représenter $S(m\Delta f)$ sur l'intervalle de fréquence $[0; f_e/2[$, qui est appelé partie ou zone utile du spectre. Cette zone utile est par exemple celle qui est systématiquement affichée sur l'écran d'un oscilloscope numérique présentant un module FFT permettant de déterminer une version approchée du spectre d'un signal à temps continu.
- La précision en fréquence concerne le problème de la mesure de la fréquence d'une seule sinusoïde. Le problème provient du calcul approché par TFD du spectre d'un signal. A partir d'un ensemble de valeurs obtenues par TFD, on ne peut avoir qu'une mesure approchée de la fréquence et son exactitude (sa précision) dépend du nombre de points choisis par effectuer le calcul de TFD. Si N désigne le nombre de points de calcul de la TFD, la précision en fréquence est égale à $1/N$. Pour des signaux échantillonnés à la fréquence f_e (Hz), cela donne une précision de f_e/N.
- La résolution fréquentielle est la capacité à distinguer des fréquences distinctes contenues dans un même signal. Elle est souvent définie comme l'écart minimum en fréquence qu'il faut mettre entre deux sinusoïdes d'amplitude différente pour observer sur le spectre de leur somme un creux de plus de 3 dB entre les deux maxima. La résolution exprimée en Hz est de l'ordre de grandeur de f_e/N qui est l'inverse de la durée d'observation du signal à savoir NT_e.

Choix de T_e et Δf

Le choix de T_e est généralement fixé par la condition d'échantillonnage (Shannon) pour éviter le recouvrement spectral, l'obtention d'un bon pas fréquentiel Δf se fera au prix de l'allongement de la durée NT_e.

Choix de N - fenêtrage

Nous avons vu que l'utilisation de la TFD pour déterminer une version approchée du spectre d'un signal à temps continu implique, lors de la première étape, la limitation de la durée d'observation du signal à temps continu à un intervalle $T_N = NT_e$ où N représente le nombre d'échantillons du signal. Cela revient, d'un point de vue mathématique, à effectuer un fenêtrage sur une durée $T_N = NT_e$ du signal à temps continu et donc à multiplier le signal à temps continu par une fenêtre rectangulaire de largeur NT_e. Ce produit simple dans le domaine temporel entraîne un produit de convolution dans le domaine fréquentiel, autrement dit cela revient à convoluer le spectre du signal à temps continu par le spectre de la fenêtre rectangulaire de largeur NT_e.
Cette opération de convolution a pour effet d'introduire des ondulations dans le spectre obtenu par TFD que l'on appelle fuites spectrales. A ce niveau il est légitime de se demander comment se traduisent ces fuites spectrales dans le domaine temporel ?
Or nous avons vu qu'à un spectre de raies périodique correspond un signal à temps discret et périodique. On en déduit donc que le signal réellement analysé (à partir des N échantillons temporels) est constitué de la juxtaposition de morceaux de signal de durée NT_e. Ainsi on a enregistré exactement une période du signal, la mise bout à bout reconstitue le signal de $-\infty$ à $+\infty$. Cette reconstitution peut engendrer des discontinuités

à chaque raccordement. Ce sont ces discontinuités en début et en fin d'enregistrement qui sont sources de fuites spectrales. Pour éviter cela, il faut diminuer l'influence des extrémités de l'enregistrement. C'est le rôle des fenêtres.
Les différentes étapes nécessaires pour calculer le spectre d'un signal à temps continu par TFD sont résumées sur la figure 2.2 qui considère le cas classique de l'approximation du spectre d'un signal sinusoïdal à temps continu par TFD. On constate que le spectre final obtenu par TFD diffère du résultat attendu qui devrait être une seule raie à la fréquence du signal. Des raies parasites dues au fenêtrage apparaissent.
On vérifie ici le résultat bien connu concernant le calcul du spectre d'un signal à l'aide de la fenêtre naturelle rectangulaire qui est égal au spectre (échantillonné) de la fenêtre considérée centrée autour de la fréquence du signal.
La solution idéale afin de ne pas avoir de fuites spectrales serait d'avoir une fenêtre dont le spectre serait égal à une impulsion de Dirac, qui représente l'élément neutre du produit de convolution continu mais qui est malheureusement impossible à obtenir en pratique.
Plusieurs types de fenêtres d'aire unité et de profil varié dont le module de leur spectre s'approche de l'impulsion ont été proposés afin de réduire l'effet des fuites spectrales.
Parmi les différentes fenêtres, on peut citer les plus courantes : rectangulaire, triangulaire, Hamming, Hanning, Blackman, etc.
Dans tous les cas, l'utilisation d'une fenêtre va améliorer la lisibilité du spectre obtenu par TFD. C'est la raison pour laquelle cette possibilité est offerte à présent sur tous les appareils de mesure tels que les oscilloscopes numériques présentant un module de calcul de TFD via l'implantation de la version rapide (FFT) de l'algorithme.

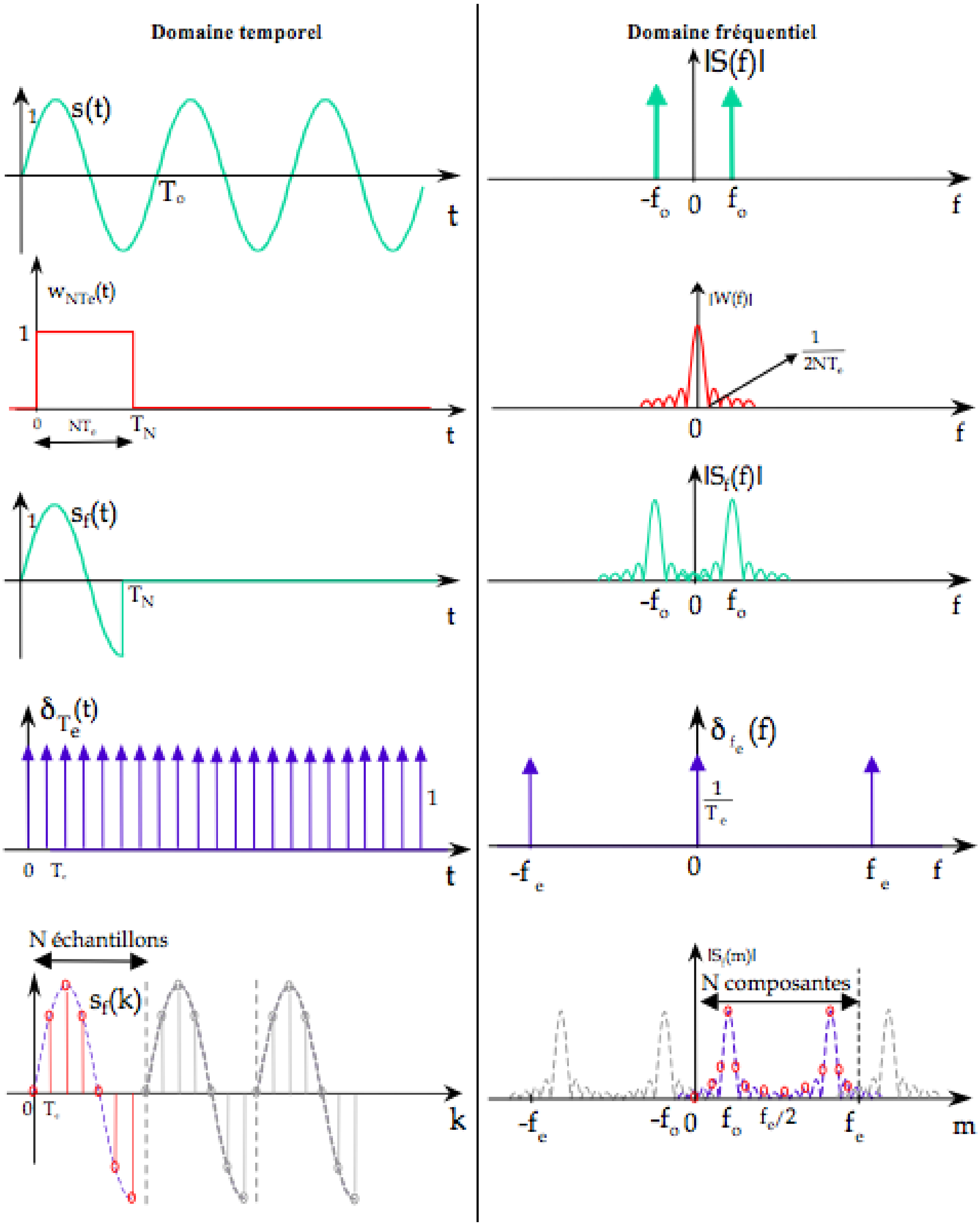

Figure 2.2 – Illustration graphique dans les domaines temporel et fréquentiel des différentes étapes pour pouvoir calculer par TFD une version approchée du spectre d'un signal à temps continu