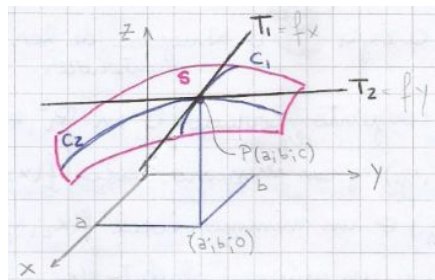


- 1)  $z=f(x;y)$  representa una superficie  $S$ ,  $P(a;b;c)$  está situado sobre  $S$ ,  $c_1$  es la intersección entre  $S$  y el plano  $y=b$ ,  $c_2$  es la intersección de  $S$  y el plano  $x=a$  /  $c_1$  y  $c_2$  se cortan en  $P$ .  $T_1$  y  $T_2$  son las respectivas rectas tangentes a  $c_1$  y  $c_2$  en  $P$ .

Entonces:

1. La pendiente de  $T_1$  es la derivada parcial de  $f$  respecto de  $x$
2. La pendiente de  $T_2$  es la razón de cambio de  $z=f(x;y)$  con respecto a  $y$



**B. 1 es V y 2 es V**

- 2) La integral de línea  $\int_{P_1}^{P_2} f(x; y; z) dS$ , donde  $P_1$  y  $P_2$  son 2 puntos no coincidentes en  $\mathbb{R}^3$ :
- A. Es independiente de la trayectoria que une  $P_1$  y  $P_2$  y del sentido en que se recorre
  - B. No es independiente de la trayectoria que une  $P_1$  y  $P_2$  pero sí del sentido en que se recorre**
  - C. No es independiente de la trayectoria que une  $P_1$  y  $P_2$  ni del sentido en que se recorre
  - D. Es independiente de la trayectoria que une  $P_1$  y  $P_2$  pero no del sentido en que se recorre
- 3) ¿Cuál/es de las siguientes condiciones son necesarias para que aparezca el fenómeno de resonancia?
1. El oscilador es armónico no amortiguado
  2. El oscilador es amortiguado sin forzamiento externo
  3. La frecuencia del forzamiento es mayor que la frecuencia natural del oscilador
  4. La frecuencia del forzamiento es igual a la frecuencia natural del oscilador

**B. 1 y 4**

- 4) Si  $f(x;y)$  es continua en un conjunto cerrado  $D$  en  $\mathbb{R}^2$ , entonces:
- A.  $f$  tiene un máximo local  $f(x_1; y_1)$  y un mínimo local  $f(x_2; y_2)$  en  $D$
  - B.  $f$  tiene un máximo local  $f(x_1; y_1)$  o un mínimo local  $f(x_2; y_2)$  en  $D$
  - C.  $f$  tiene un máximo absoluto  $f(x_1; y_1)$  y un mínimo absoluto  $f(x_2; y_2)$  en  $D$
  - D. Ninguna de las afirmaciones anteriores es verdadera**

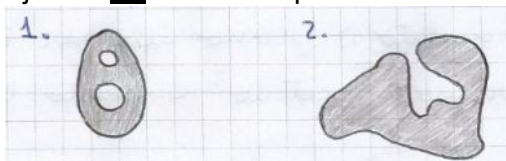
- 5) Un sistema EDO:  $\frac{dy}{dt} = ax + by$ ;  $\frac{dx}{dt} = cx + dy$  con  $a, b, c$  y  $d \in \mathbb{R}$  es autónomo:
- A. Si  $a=0$  y  $d=0$
  - B. Si  $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$  y  $d \neq 0$
  - C. Si  $a=0, b=0, c=0$  y  $d=0$
  - D. Independientemente de los valores de los coeficientes de las ecuaciones**

- 6) ¿Cuál/es de las siguientes afirmaciones sobre el método de Euler es/son verdaderas?
1. Permite encontrar una aproximación a una solución de una EDO
  2. Requiere un valor inicial  $y(y_0)=x_0$

**B. 2**

- 7) ¿Cuál de los siguientes métodos permite afirmar que un límite doble existe y calcularlo?
- A. Paso a coordenadas polares
  - B. Límites iterados**
  - C. Aplicación de la definición
  - D. Límite según un subconjunto

- 8) ¿Cuál/es de los siguientes conjuntos **no** es/son simplemente conexos?

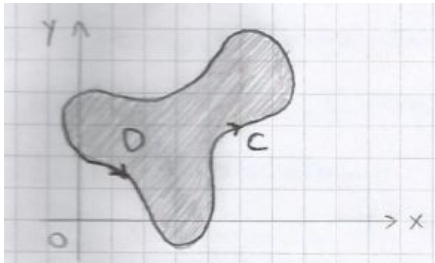


**A. 1**

(El 2 es simplemente conexo)

- 9) Dada una región plana  $D$  encerrada por una curva  $C$  y un campo vectorial  $F$ , de tal modo que se satisfacen las hipótesis del Teorema de Green, entonces utilizando dicho teorema:
- $\oint_C F \cdot dS = \iint_D \operatorname{div}(F) \cdot dA$
  - $\oint_C F \cdot n \cdot dS = \iint_D \operatorname{div}(F) \cdot dA$
  - $\oint_C F \cdot n \cdot dS = \iint_D \operatorname{rot}(F) \cdot dA$
  - Ninguna es correcta
- 10) Una superficie  $S$  definida por  $r(u; v) = x(u; v)\mathbf{i} + y(u; v)\mathbf{j} + z(u; v)\mathbf{k}$  es suave o uniforme si para todo  $(x; y)$ :
- $r_u \cdot r_v = 0$
  - $r_u \times r_v \neq 0$
  - $r_u \neq 0$  y  $r_v \neq 0$
  - Ninguna es correcta
- 11) La curvatura de una curva se puede expresar como:
- El módulo del cociente entre el vector unitario tangente y su derivada
  - El módulo del cociente entre el vector unitario tangente y la función vectorial
  - El módulo del cociente entre el vector unitario tangente y la longitud de arco
  - Ninguna de las anteriores
- 12) Si  $F$  es un campo vectorial en  $R^3$  y  $P$ ,  $Q$  y  $R$  tienen derivadas parciales continuas, entonces:
- $\operatorname{rot}(F) = \mathbf{0}$  y  $\operatorname{div}(\operatorname{rot}(F)) = 0$
  - $\operatorname{rot}(F) = \mathbf{0}$  y  $\operatorname{div}(F) = 0$
  - $\operatorname{div}(\operatorname{rot}(F)) = 0$
  - $\operatorname{rot}(F) = \mathbf{0}$
- 13) Si una función continua de dos variables tiene extremos absolutos en un conjunto  $D$ , ¿cómo debe ser  $D$ ?
- Acotado
  - Cerrado y acotado
  - Abierto
  - Abierto y acotado
- 14) Si  $f$  es una función de dos variables continua y acotada en  $R = \{(x; y)/a \ll x \ll b; c \ll y \ll d\}$ , entonces:
- $\iint_R f(x; y) \cdot dA = \int_a^b \int_c^d f(x; y) \cdot dy \cdot dx$
  - $\iint_R f(x; y) \cdot dA = \int_c^d \int_a^b f(x; y) \cdot dy \cdot dx$
- ¿Cuál de las anteriores afirmaciones es verdadera?
- C. 1 y 2
- 15) Una superficie paramétrica suave  $S$  está dada por la ecuación  $r(u; v) = x(u; v)\mathbf{i} + y(u; v)\mathbf{j} + z(u; v)\mathbf{k}$  tal que  $(u; v)$  pertenece al dominio  $D$  y  $S$  es cubierta una sola vez cuando  $(u; v)$  varía en todo el dominio  $D$ , entonces el área superficial de  $S$  es:
- $A(S) = \iint_S |r_x r_y| dA$
  - $A(S) = \iint_S |r_u r_v| dA$
  - $A(S) = \iint_D (r_u r_v) dA$
  - Ninguna de las anteriores (Correcta:  $A(S) = \iint_D |r_u r_v| dA$ )

- 16) La solución general de la ecuación diferencial  $m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$  correspondiente a un oscilador armónico simple, donde  $k$  es la constante elástica del resorte y  $m$  la masa, está dada por:
- A.  $x(t) = ke^{xt}$
  - B.  $x(t) = C_1 \cos(wx) + C_2 \sin(wx)$ ; donde  $w = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ;  $C_1$  y  $C_2$  son constantes a determinar
  - C.  $x(t) = C_1 \cos(wt) + C_2 \sin(wt)$ ; donde  $w = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ;  $C_1$  y  $C_2$  son constantes a determinar
  - D.  $x(t) = e^{-kt/m}$
- 17) Dado un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden, el retrato fase es una representación gráfica:
- A. Solo de las soluciones de equilibrio del sistema
  - B. De algunas soluciones del sistema **excluyendo** las soluciones de equilibrio
  - C. De algunas soluciones del sistema **incluyendo** las soluciones de equilibrio
  - D. Ninguna de las anteriores es correcta
- 18) Sea  $E$  una región sólida simple y  $S$  la superficie frontera de  $E$ , definida con orientación positiva. El Teorema de la Divergencia dice que:
- A. La integral de superficie de un campo vectorial  $F$  sobre  $S$  es igual a la integral triple de la divergencia de  $F$  sobre  $E$
  - B. La integral de superficie de un campo vectorial  $F$  sobre  $S$  es igual a la integral de línea sobre la curva que limita a  $S$
  - C. La integral de superficie del rotacional de un campo vectorial  $F$  sobre  $S$  es igual a la integral triple de la divergencia de  $F$  sobre  $E$
  - D. Ninguna de las anteriores afirmaciones es correcta
- 19) Sean  $y_1(t)$  y  $y_2(t)$  un par de soluciones de la ecuación homogénea  $my'' + by' + ky = 0$  (con  $m \neq 0$ ) en un intervalo  $I$ , entonces:
1.  $y_1(t)$  y  $y_2(t)$  son linealmente independientes en  $I$  si y solo si  $y_1(t) \cdot y_2'(t) - y_1'(t) \cdot y_2(t)$  nunca se anulan en  $I$
  2.  $y_1(t)$  y  $y_2(t)$  son linealmente dependientes en  $I$  si y solo si  $y_1(t) \cdot y_2'(t) - y_1'(t) \cdot y_2(t) = 0$  en  $I$
- B. 1 y 2 son F
- 20) Si las derivadas parciales de una función  $f$  ( $f_x$  y  $f_y$ ) existen en un entorno de un punto  $(a;b)$  y son continuas en  $(a;b)$ , entonces:
- A.  $\frac{df}{dx} = \frac{df}{dy}$
  - B.  $\frac{d^2f}{dx^2} = \frac{d^2f}{dy^2}$
  - C.  $f$  es diferenciable en  $(a;b)$
  - D.  $f$  es diferenciable en todo entorno de  $(a;b)$
- 21) 1. La parametrización de una curva  $r(t)$  con respecto a la longitud de arco no depende del sistema de coordenadas utilizado
2. Dada la curva  $C$  expresada vectorialmente por  $r(t)$  con  $a \ll t \ll b$ , donde  $r'(t)$  es continua y  $C$  es cruzada exactamente una vez cuando  $t$  aumenta desde  $a$  hacia  $b$ ; entonces la función longitud de arco es  $S(t) = \int_a^t |r'(t)| dt$
- ¿Cuál/es de las anteriores afirmaciones es verdadera?
- A. 1
- 22) Sea  $f(x;y;z)$  una función derivable, entonces el máximo valor de la derivada en la dirección del vector  $u$ :
1. Se presenta cuando el vector  $u$  tiene la misma dirección y sentido que el gradiente
  2. Tiene el mismo valor que el módulo del vector gradiente
- Cuál/es de las anteriores afirmaciones es verdadera?
- C. 2

- 23) En un punto de una superficie plana orientada existen:
- Una orientación dada por el vector normal unitario
  - Dos orientaciones, una para cada lado de la superficie**
  - Dos orientaciones, una hacia adentro y la otra hacia afuera
  - Infinitas orientaciones, cada una de ellas dada por el vector normal en cada punto de la superficie
- 24) Si  $f$  es una función continua en un rectángulo polar  $R$  dado por  $0 \ll g_1(\theta) \ll g_2(\theta)/\alpha \ll \theta \ll \beta$ , entonces  $\iint_R f(x; y) dA =$
- $\int_{\alpha}^{\beta} \int_{g_1(\theta)}^{g_2(\theta)} f(\cos\theta; \sin\theta) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta$
  - $\int_{\alpha}^{\beta} \int_{g_1(\theta)}^{g_2(\theta)} f(r \cdot \cos\theta; r \cdot \sin\theta) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta$**
  - $\int_{g_1(\theta)}^{g_2(\theta)} \int_{\alpha}^{\beta} f(\cos\theta; \sin\theta) \cdot d\theta \cdot r \cdot dr$
  - $\int_{g_1(\theta)}^{g_2(\theta)} \int_{\alpha}^{\beta} f(r \cdot \cos\theta; r \cdot \sin\theta) \cdot d\theta \cdot r \cdot dr$
- 25) Sea  $E$  una región sólida y  $S$  la superficie frontera de  $E$ , definida con orientación positiva. El Teorema de la Divergencia relaciona: (símil 18)
- La integral de superficie de un campo vectorial  $F$  sobre  $S$  con la integral triple de la divergencia de  $F$**
  - La integral de superficie de un campo vectorial  $F$  sobre  $S$  con la integral de línea sobre la curva que limita a  $S$
  - La integral de superficie del rotacional de un campo vectorial  $F$  sobre la integral triple de la divergencia de  $F$
  - Ninguna de las anteriores afirmaciones es correcta
- 26) Un oscilador armónico simple con masa  $m$  y constante de resorte  $k$  tiene:
- Frecuencia natural  $w = \sqrt{\frac{k}{m}}$
  - Frecuencia angular  $\frac{1}{\text{Período}} = \frac{w}{2\pi}$
- B. 1 y 2 son F**
- 27) Una solución de un oscilador armónico no forzado (con cualesquiera condiciones iniciales) se denomina:
- Solución homogénea
  - Solución permanente
  - Solución general
  - Ninguna es correcta (Correcta: Solución particular)**
- 28) ¿Cuál/es de los siguientes pares de funciones  $P(x; y)$ ,  $Q(x; y)$  no verifica/n las hipótesis del Teorema de Green en el dominio dado?
- $P(x; y) = x^2 y$ ;  $Q(x; y) = -x - y$
  - $P(x; y) = x^2 + y$ ;  $Q(x; y) = \frac{-x-y}{x^2+y^2}$
  - $P(x; y) = \frac{x^2}{y}$ ;  $Q(x; y) = -x + y$
  - $P(x; y) = x^2 \sqrt{y}$ ;  $Q(x; y) = (x + y)^2$
- B. 4**
- 
- 29) La ecuación diferencial  $x^2 y' + 2xy = \cos^2 x$  es:
- Lineal**
  - Autónoma
  - Lineal y autónoma
  - Ninguna de las anteriores

30) El oscilador armónico  $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 20y = 0$  es:

- A. No forzado y subamortiguado
- B. No forzado y sobreamortiguado
- C. Forzado y críticamente amortiguado
- D. Ninguna es correcta

31) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- A. Si una función  $f$  de dos variables tiene un máximo o un mínimo local en  $(a;b)$ , entonces existen las derivadas parciales de primer orden  $f_x(a;b)$  y  $f_y(a;b)$
- B. Si una función  $f$  de dos variables tiene un máximo o un mínimo local en  $(a;b)$ , y existen derivadas parciales de primer orden  $f_x(a;b)$  y  $f_y(a;b)$ , entonces  $f_x(a;b)=f_y(a;b)=0$
- C. Si una función  $f$  de dos variables es tal que  $f_x(a;b)=f_y(a;b)=0$ , siendo  $(a;b)$  un punto perteneciente al dominio de  $f$ , entonces  $f$  tiene un máximo o un mínimo local en  $(a;b)$
- D. Si una función  $f$  de dos variables no tiene derivadas parciales en un punto  $(a;b)$  perteneciente al dominio de  $f$ , entonces  $(a;b)$  no es un máximo o mínimo local de  $f$

32) La recta normal a la superficie de nivel  $S$  en  $P(x_0; y_0; z_0)$

- 1. Pasa por  $P$  y es perpendicular al plano tangente a la superficie de nivel  $S$  en ese punto
- 2. Pasa por  $P$  y es paralela al vector gradiente  $\nabla F((x_0; y_0; z_0))$
- 3. Pasa por  $P$  y es perpendicular al vector gradiente  $\nabla F((x_0; y_0; z_0))$

¿Cuál/es de las anteriores afirmaciones es verdadera?

D. 1 y 2

33) ¿Cómo se representa o cómo se calcula la longitud de arco?

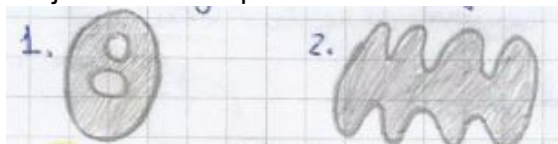
$$L = \int_a^b |\mathbf{r}'(t)| dt$$

34) Cuando un punto está representado en coordenadas cilíndricas  $(r, \theta, h)$

- 1. El  $r$  y  $\theta$  son sus proyecciones polares y  $h$  su distancia al plano
- 2. El  $r$  y  $\theta$  son sus proyecciones polares y  $h$  su distancia a cualquiera de los planos coordenados

Ninguna de las anteriores

35) ¿Cuál/es de los siguientes conjuntos son simplemente conexos?



B. 2

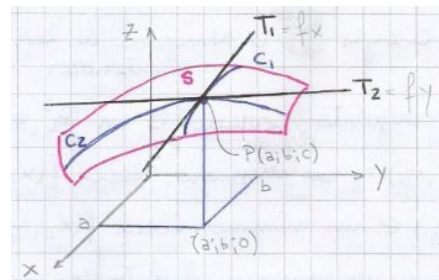
36) Si  $z=f(x;y)$  representa una superficie  $S$ ,  $P(a;b;c)$  está situado sobre  $S$ ,  $c_1$  es la intersección entre  $S$  y el plano  $y=b$ ,  $c_2$  es la intersección de  $S$  y el plano  $x=a$  /  $c_1$  y  $c_2$  se cortan en  $P$ .  $T_1$  y  $T_2$  son las respectivas rectas tangentes a  $c_1$  y  $c_2$  en  $P$ .

Entonces:

- 1. La pendiente de  $T_1$ , recta tangente a la curva  $c_1$  en  $P$ , es  $f_x(a;b)$
- 2. La pendiente de  $T_1$ , recta tangente a la curva  $c_1$  en  $P$ , es la razón de cambio de  $z$  con respecto a  $f(x;y)$

Seleccione la opción correcta:

A. 1 es V y 2 es F



37) Si  $\mathbf{F}$  es un campo vectorial, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A.  $\text{rot}(\mathbf{F})=\mathbf{0}$  y  $\text{div}(\text{rot}(\mathbf{F}))=0$
- B.  $\text{rot}(\mathbf{F})=\mathbf{0}$  y  $\text{div}(\mathbf{F})=0$
- C.  $\text{rot}(\mathbf{F})\neq\mathbf{0}$  y  $\text{div}(\text{rot}(\mathbf{F}))=0$
- D. Ninguna es correcta

38) Sea  $f(x; y) \gg 0$  y sea  $D = \{(x; y)/a \ll x \ll b; g_1(x) \ll y \ll g_2(x)\}$

1.  $\iint_D f(x; y) dA$  es el volumen del sólido sobre  $f(x; y)$  y debajo del dominio  $D$
2.  $\iint_D f(x; y) dA = \int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x; y) \cdot dy \cdot dx$

C. 1 es F y 2 es V

39) Dada la curva  $C$  cerrada y un dominio  $D$  acotado por  $C$ , entonces el Teorema de Green

establece que:  $\int_C P \cdot dx + Q \cdot dy = \iint_D \left( \frac{dQ}{dx} - \frac{dP}{dy} \right) \cdot dA$

- A. La afirmación es verdadera
- B. La afirmación es verdadera si  $P$  y  $Q$  tienen derivadas parciales de primer orden
- C. La afirmación es verdadera si  $P$  y  $Q$  tienen derivadas parciales de primer orden en una región abierta incluida en  $D$

D. La afirmación es falsa (La integral es cerrada  $\oint_C P \cdot dx + Q \cdot dy$ )

40) El Método de Euler permite obtener una aproximación a la solución para el problema de valor inicial  $y' = F(x; y)$ ,  $y(x_0) = y_0$  con tamaño de paso  $h$ , donde cada punto  $(x_0; y_0)$  se obtiene del siguiente modo:

- A.  $x_n = x_0 + n \cdot h$ ;  $y_n = y_0 + h \cdot F(x_0; y_0)$
- B.  $x_n = x_{n-1} + (n-1) \cdot h$ ;  $y_n = y_0 + h \cdot F(x_{n-1}; y_{n-1})$
- C.  $x_n = x_{n-1} + h$ ;  $y_n = y_{n-1} + h \cdot F(x_{n-1}; y_{n-1})$
- D. Ninguno es correcto

41) La línea de fase es una herramienta matemática que permite:

- A. Estimar el comportamiento de las soluciones de cualquier ecuación diferencial
- B. Estimar el comportamiento de las soluciones de cualquier ecuación diferencial ordinaria
- C. Estimar el comportamiento de las soluciones de cualquier ecuación diferencial de primer orden
- D. Estimar el comportamiento de las soluciones de cualquier ecuación diferencial de primer orden y autónoma

42) Dada una función  $f$  de dos variables. Si  $f(x; y) \rightarrow L_1$  cuando  $(x; y) \rightarrow (a; b)$  a lo largo de una trayectoria  $C_1$  y  $f(x; y) \rightarrow L_2$  cuando  $(x; y) \rightarrow (a; b)$  en la trayectoria  $C_2$ , donde  $L_1 \neq L_2$ , entonces:

1.  $f$  presenta una discontinuidad en  $(a; b)$
2. No se pueden obtener conclusiones acerca de la existencia del límite de  $f$  en  $(a; b)$
3.  $f$  no tiene límite en  $(a; b)$

¿Cuál de las anteriores afirmaciones es verdadera?

B. 1 y 3

43) Dada una curva en  $\mathbb{R}^3$  definida por la ecuación vectorial  $r(t)$ . Si se sabe que  $|r(t)|$  es constante  $\forall t$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A.  $r'(t) = 0$
- B.  $r'(t) \perp r(t)$
- C.  $r'(t) \parallel r(t)$
- D.  $r'(t) = \frac{r(t)}{|r(t)|}$

44) Para  $my'' + by' + ky = 0$  si:

- $b = \frac{\sqrt{4mk - b^2}}{2m}$  es sobreamortiguado
- $b > \frac{\sqrt{4mk - b^2}}{2m}$  es subamortiguado

Ninguna de las anteriores

- 45) El retrato fase para un sistema de ecuaciones de primer orden es:
1. Un bosquejo del comportamiento de las soluciones para dos valores dependientes
  2. Un bosquejo del comportamiento de las soluciones para dos valores independientes
- Ninguna de las anteriores
- 46) Sean las derivadas parciales de una función  $f$  ( $f_x$  y  $f_y$ ) existen en un entorno de un punto  $(a;b)$  y son continuas en  $(a;b)$ :
- A.  $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial y}$
  - B.  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$
  - C.  $f$  es diferenciable en  $(a;b)$
  - D.  $f$  es diferenciable en todo entorno  $(a;b)$
- 47) Enuncian el Teorema de Gauss y se debe elegir entre igualdades:
- $$\int_C F(t).dt = \iiint_E \text{div}(F).dt$$
- 48) La longitud de una curva plana  $C$  definida por la función  $r(t)$  con  $a \ll t \ll b$  se define como:
- A.  $\oint_C r'(t).dt$
  - B.  $\oint_C |r'(t)|.dt$
  - C.  $\oint_a^b r'(t).dt$
  - D.  $\oint_a^b |r'(t)|.dt$
- 49) Sea  $f$  una función definida en un disco  $D$ , entonces para todo  $(x;y)$  perteneciente a  $D$  se cumple que:
- A.  $f_x=f_y$
  - B.  $f_{xx}=f_{yy}$
  - C.  $f_{xy}=f_{yx}$
  - D. Ninguna es correcta
- 50) En el sistema de coordenadas cilíndricas, un punto  $P$  en el espacio tridimensional está dado por la terna  $(r,\theta,z)$  donde:
- A.  $r$  y  $\theta$  son las coordenadas polares de la proyección de  $P$  sobre el plano  $xy$  y  $z$  es la distancia desde el origen hasta  $P$
  - B.  $r$  y  $\theta$  son las coordenadas polares de la proyección de  $P$  sobre alguno de los planos coordenados y  $z$  es la distancia desde el plano hasta  $P$
  - C.  $r$  y  $\theta$  son las coordenadas polares de la proyección de  $P$  sobre alguno de los planos coordenados y  $z$  es la distancia desde el origen hasta  $P$
  - D. Ninguna es correcta
- 51) Si  $F$  es un campo vectorial conservativo, entonces:
1.  $\text{rot}(F)=0$
  2.  $\text{rot}(F)=0$  y  $\text{div}(F)=0$
  3.  $\text{div}(\text{rot}(F))=0$
- ¿Cuál/es de las anteriores afirmaciones es correcta?
- C. 1
- 52) Sea  $S$  una superficie orientada con ecuación  $z=g(x;y)$ , entonces el vector unitario normal es:
- A.  $n = \frac{\langle g_x; g_y; -1 \rangle}{\sqrt{1+(g_x)^2+(g_y)^2}}$
  - B.  $n = \frac{\langle -g_x; -g_y; 1 \rangle}{\sqrt{1+(g_x)^2+(g_y)^2}}$
  - C.  $n = \frac{\langle -g_x; -g_y; -g_z \rangle}{\sqrt{(g_x)^2+(g_y)^2+(g_z)^2}}$
  - D.  $n = \frac{\langle g_x; g_y; g_z \rangle}{\sqrt{(g_x)^2+(g_y)^2+(g_z)^2}}$



53) Sea  $S$  una superficie orientada, el Teorema de Stokes dice que:

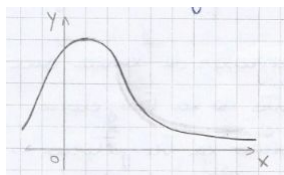
- A. La integral de línea a lo largo de la curva frontera de  $S$  es igual a la integral de superficie de la componente normal del rotacional de  $F$
- B. La integral de línea a lo largo de la curva frontera de  $S$  es igual a la integral de superficie de la componente tangencial del rotacional de  $F$
- C. La integral de línea a lo largo de la curva frontera de  $S$  es igual a la integral doble de la componente normal del rotacional de  $F$
- D. La integral de línea a lo largo de la curva frontera de  $S$  es igual a la integral doble de la componente tangencial del rotacional de  $F$

54) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A. La ecuación que modela las oscilaciones no forzadas, no amortiguadas es  $my'' + by' + ky = 0$ , la frecuencia angular  $w = \sqrt{\frac{k}{m}}$  (radianes/segundos) y período  $T = \frac{2\pi}{w}$  (segundos)
- B. La ecuación que modela las oscilaciones no forzadas, no amortiguadas es  $my'' + by' + ky = 0$ , la frecuencia angular  $w = \sqrt{\frac{b}{m}}$  (radianes/segundos) y período  $T = \frac{2\pi}{w}$  (segundos)
- C. La ecuación que modela las oscilaciones no forzadas, no amortiguadas es  $my'' + ky = 0$ , la frecuencia angular  $w = \sqrt{\frac{k}{m}}$  (radianes/segundos) y período  $T = \frac{2\pi}{w}$  (segundos)
- D. La ecuación que modela las oscilaciones no forzadas, no amortiguadas es  $my'' + ky = 0$ , la frecuencia angular  $w = \sqrt{\frac{k}{m}}$  (radianes/segundos) y período  $T = 2\pi$  (segundos)

55) La función de la gráfica es una de las siguientes ecuaciones diferenciales. Identifique cuál es:

- A.  $y' = 1 + xy$
- B.  $y' = -2xy$
- C.  $y' = 1 - 2xy$
- D.  $y' = x + y$



56) El oscilador armónico  $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 20y = 0$  es: (símil 30)

- A. Subamortiguado
- B. Sobreamortiguado
- C. Críticamente amortiguado
- D. No amortiguado

57) ¿Cuál es el diferencial de volumen en coordenadas esféricas?

- A.  $dV = \rho \cdot \text{Sen}\theta \cdot d\rho \cdot d\theta \cdot d\phi$
- B.  $dV = \rho \cdot \text{Sen}\phi \cdot d\rho \cdot d\theta \cdot d\phi$
- C.  $dV = \rho^2 \cdot \text{Sen}\theta \cdot d\rho \cdot d\theta \cdot d\phi$
- D.  $dV = \rho^2 \cdot \text{Sen}\phi \cdot d\rho \cdot d\theta \cdot d\phi$

58) Una curva plana tiene:

1. Curvatura constante
2. Torsión igual a cero  $\zeta = 0$

A. 1 es F y 2 es V

59) Sistema de EDO parcialmente acoplado:

- |  |   |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>A. <math>\frac{dx}{dt} = f(y)</math><br/><math>\frac{dy}{dt} = g(x; z)</math></li> <li>B. <math>\frac{dx}{dt} = f(x)</math><br/><math>\frac{dy}{dt} = g(x; y)</math></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>C. <math>\frac{dx}{dt} = f(x; t)</math><br/><math>\frac{dy}{dt} = g(y; t)</math></li> <li>D. <math>\frac{dx}{dt} = f(x; t)</math><br/><math>\frac{dy}{dt} = g(x; y; t)</math></li> </ul> |
|--|---|



60) Sean  $T(t)$  y  $N(t)$  los vectores unitarios, entonces:

1.  $T(t) \times T'(t) = 0$
2.  $N(t) \cdot |T'(t)| = T'(t)$

A. 1 es F y 2 es V

61) El Teorema Fundamental de las Integrales de Línea dice que:

1. La integral de línea es independiente de la trayectoria
2. La integral de línea vale cero cuando la trayectoria es cerrada

C. 1 y 2 son V

62) La formula del trabajo es la integral de línea de  $F$  a lo largo de  $C$ , entonces:

- A.  $\int_a^b F(r(t)) \cdot r'(t) \cdot dt$
- B.  $\int_a^b F(r(t)) \cdot |r'(t)| \cdot dt$

63) Si  $f(x,y)$  es continua en un conjunto **acotado**  $D$  en  $R^2$ , entonces: (símil 4)

- A.  $f$  tiene un máximo local  $f(x_1; y_1)$  y un mínimo local  $f(x_2; y_2)$  en  $D$
- B.  $f$  tiene un máximo local  $f(x_1; y_1)$  o un mínimo local  $f(x_2; y_2)$  en  $D$
- C.  $f$  tiene un máximo absoluto  $f(x_1; y_1)$  y un mínimo absoluto  $f(x_2; y_2)$  en  $D$
- D. Ninguna de las afirmaciones anteriores es verdadera

64) La integral de línea  $\int_{P_1}^{P_2} f(x; y; z) \cdot dS$ , donde  $P_1$  y  $P_2$  son dos puntos no coincidentes, es:

- A. Independiente de la trayectoria que une  $P_1$  y  $P_2$
- B. Independiente del sentido en que se recorre una determinada trayectoria  $C$  entre  $P_1$  y  $P_2$
- C. Dependiente del sentido en que se recorre una determinada trayectoria  $C$  entre  $P_1$  y  $P_2$
- D. Igual a cero

65)

- $L_1 = L_2 = \lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x,y)$  de la función  $f(x,y)$
  - $L_1 \neq L_2$
1. Existe el límite en 1
  2. Como  $L_1 \neq L_2$  no se pueden sacar conclusiones acerca del límite en 2

B. 1 y 2 F

66) Existen derivadas parciales de segundo orden en un entorno  $(a,b)$ , entonces:

- A.  $f_{xx} = f_{yy}$
- B.  $f_{xx} = f_{yy}$
- C.  $f_{xy} = f_{yx}$
- D. Ninguna de las anteriores

67) Si existen un máximo o mínimo local y sus derivadas parciales son continuas, entonces

$$f_x(a; b) = f_y(a; b) = 0$$

Verdadero

68) 1. Campo conservativo, entonces  $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$

2.  $F = \nabla(\text{función escalar})$

1 y 2 son V

69) 1. La amplitud de un oscilador armónico amortiguado es  $\sqrt{\frac{k}{m}}$

2. El período es  $\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}}$

1 y 2 son F

70) En un oscilador no amortiguado:

1. La respuesta natural tiende a cero
2. La respuesta permanente tiende a infinito

1 es V y 2 es F

71) Para un oscilador armónico amortiguado:

1.  $y_1 \cdot y_2' - y_2 \cdot y_1' = 0$  es LD
2.  $y_1 \cdot y_2' - y_2 \cdot y_1' \neq 0$  es LI

1 y 2 son V

72) Sea  $\frac{dx}{dy} = f(x; y)$ :

1.  $f(x; y)$  es constante para todo  $x$
2.  $f(x; y)$  es constante para todo  $y$

1 y 2 son F

73) Una curva  $C$  definida por la función  $\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$  con  $z(t) = \text{cte}$

- A. Tiene curvatura y torsión constante
- B. Tiene curvatura nula
- C. Tiene torsión nula
- D. Ninguna es correcta

74) Las derivadas parciales ( $f_x$  y  $f_y$ ) de una función  $f$  definida en un dominio  $D$  cerrado existen y son continuas para todo  $(x; y) \in D$

- A. La afirmación es V si  $f$  es una función continua en  $\mathbb{R}^2$
- B. La afirmación es V si  $f$  es una función continua en  $\mathbb{R}^2$  y  $D$  es conexo
- C. La afirmación es V si  $f$  es una función continua en  $\mathbb{R}^2$  y  $D$  es simplemente conexo
- D. La afirmación es F

75) Dada la ecuación diferencial  $dy/dt = f(y)$ :

1. El campo de pendientes presenta pendientes paralelas para cada valor de la variable independiente
2. La variación de pendientes depende exclusivamente de la variable dependiente

A. 1 es V y 2 es V

76) Dada una EDO, el Principio de Linealidad o Superposición establece que:

- A. La ecuación tiene siempre al menos una solución
- B. La combinación lineal de 2 o más soluciones también es solución
- C. Si la ecuación es homogénea, existe una única solución
- D. Ninguna es correcta

77) El Teorema de Stokes se cumple cuando:

- A.  $S$  es una superficie uniforme (suave) por partes, acotada por una curva  $C$  tal que  $C$  es simple, cerrada, suave por partes.  $\mathbf{F}$  es un campo vectorial cuyas componentes tienen derivadas parciales continuas sobre una región abierta de  $\mathbb{R}^3$  que contiene a  $S$
- B.  $S$  es una superficie uniforme (suave) por partes, acotada por una curva  $C$  tal que  $C$  es simple, cerrada, suave por partes y orientada positivamente.  $\mathbf{F}$  es un campo vectorial cuyas componentes tienen derivadas parciales continuas sobre una región de  $\mathbb{R}^3$  que contiene a  $S$
- C.  $S$  es una superficie uniforme (suave) por partes, acotada por una curva  $C$  tal que  $C$  es simple, cerrada, suave por partes.  $\mathbf{F}$  es un campo vectorial cuyas componentes tienen derivadas parciales continuas sobre una región de  $\mathbb{R}^3$  que contiene a  $S$
- D. Ninguna es correcta

78) Sea  $C$  una curva simple, continua, cerrada y recorrida en sentido positivo, definida por  $\mathbf{r}(t) = \langle x(t); y(t) \rangle$ , tal que  $C$  encierra un dominio  $D$ , entonces:

1.  $\int_C y \cdot dx = \iint_D dA$
2.  $\int_C x \cdot dy = \iint_D dA$

E. 1 es F y 2 es V

79) Sea  $C$  una curva en el plano, simple y cerrada, suave a tramos y orientada positivamente; sea  $D$  el dominio acotado por  $C$ ; sea  $\mathbf{F} = M\mathbf{i} + N\mathbf{j}$  tal que  $M$  y  $N$  tienen derivadas parciales continuas de primer orden sobre una región abierta que contiene a  $D$ , entonces:

1.  $\int_C M \cdot dx + N \cdot dy = \iint_D \text{rot}(\mathbf{F}) \cdot dA$
2.  $\int_C M \cdot dx + N \cdot dy = \iint_D \frac{\partial N}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} \cdot dA$

C. 1 es F y 2 es F

80) Sea  $f$  un campo escalar y  $\mathbf{F} = \langle P, Q, R \rangle$  un campo vectorial cuyas componentes tienen derivadas parciales continuas de segundo orden, entonces:

1.  $\text{div}(\nabla f) = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 R}{\partial z^2}$
2.  $\text{rot}(\nabla f) \cdot \mathbf{F} = 0$

D. 1 es F y 2 es V

81) Sea  $\mathbf{F}$  un campo vectorial y  $C$  una curva simple y suave:

1. Si  $C$  es cerrada recorrida en sentido positivo, entonces  $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 0$
2. Si  $C$  está definida por  $\mathbf{r}(t)/a \ll t \ll b, (a \neq b)$  entonces el trabajo realizado por una partícula desde  $t=a$  hasta  $t=b$  coincide con el trabajo realizado desde  $t=b$  hasta  $t=a$

C. 1 es F y 2 es F

82) 1. El Teorema de Stokes se verifica cuando  $S$  es una superficie uniforme (suave) por partes, encerrada por una curva  $C$  tal que  $C$  es simple, cerrada, suave por partes y orientada positivamente, y  $\mathbf{F}$  es un campo vectorial cuyas componentes tienen derivadas parciales continuas sobre una región en  $\mathbb{R}^3$  que contiene a  $S$   
 2. El Teorema de la Divergencia se verifica cuando  $E$  es una región sólida simple,  $S$  es la superficie frontera de  $E$  uniforme (suave) por partes, con orientación positiva;  $\mathbf{F}$  es un campo vectorial cuyas componentes tienen derivadas parciales continuas sobre una región en  $\mathbb{R}^3$  que contiene a  $E$

D. 1 es F y 2 es F

83) Sea  $f$  un campo escalar y  $\mathbf{F} = P\mathbf{i} + Q\mathbf{j} + R\mathbf{k}$  un campo vectorial cuyas componentes tienen derivadas parciales continuas de segundo orden, entonces:

1.  $\text{Div}(\text{rot}(\mathbf{F})) = 0$
2. Si  $\mathbf{F} = (\nabla f)$  entonces  $\text{rot}(\mathbf{F}) = 0$  y  $\text{div}(\mathbf{F}) = 0$

A. 1 es V y 2 es F

84) Sea la curva  $C$  definida por  $\mathbf{r}(t) = \langle t; at + b \rangle$ , entonces:

1.  $\mathbf{k}(t) = 0, \forall t$
2.  $C$  es suave,  $\forall t$

B. 1 es V y 2 es V

85) Sea  $z=f(x;y)$  y  $(x_0;y_0) \in \text{Dom}(f)$  y  $\mathbf{u}$  vector unitario /  $D_{\mathbf{u}} f(x_0; y_0) = |\nabla f(x_0; y_0)|$ . Entonces:

1.  $\mathbf{u} \perp \nabla f(x_0; y_0)$
2.  $|\nabla f(x_0; y_0)|$  es la derivada direccional máxima  $\forall (x; y) \in \text{Dom}(f)$

1 es F y 2 es V

86) Sea  $f(x;y)$  continua definida en  $D = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / a < x^2 + y^2 < b\}$ , entonces:

1.  $\iint_D f(x; y) \cdot dA = \int_0^{2\pi} d\theta \int_a^b f(r \cos \theta; r \sin \theta) \cdot r \cdot dr$
2. El área de D es  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_a^b r \cdot dr$

C. 1 es F y 2 es V

87) Sea  $z=f(x;y)$  una superficie S uniforme/regular definida en un dominio D y parametrizada por  $\mathbf{r}(x;y)$ . Si f tiene derivadas parciales de primer orden entonces:

1. Área  $S = \iint_D \sqrt{f_x^2 + f_y^2 + 1} dA$
2.  $\mathbf{r}_x \neq \mathbf{r}_y \neq 0 \forall (x; y) \in \text{Dom}(f)$

C. 1 es V y 2 es F

88) 1. El Teorema de Stokes se verifica cuando S es una superficie uniforme (suave) por partes, acotada por una curva C tal que C es simple, cerrada, suave por partes y orientada positivamente y  $\mathbf{F}$  es un campo vectorial cuyas componentes tienen derivadas parciales continuas sobre una región abierta en  $\mathbb{R}^3$  que contiene a S  
2. El Teorema de la Divergencia se verifica cuando E es una región sólida simple, S es la superficie frontera de E uniforme (suave) por partes, con orientación positiva;  $\mathbf{F}$  es un campo vectorial cuyas componentes tienen derivadas parciales continuas sobre una región abierta en  $\mathbb{R}^3$  que contiene a E

A. 1 es V y 2 es V

89) Sea  $\mathbf{F}$  un campo conservativo y C una curva simple:

1. Si C es cerrada recorrida en sentido negativo, entonces  $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} \neq 0$
2. Si C está definida por  $\mathbf{r}(t)/a < t < b, (a \neq b)$  entonces el trabajo realizado por una partícula desde  $t=a$  hasta  $t=b$  coincide con el trabajo realizado desde  $t=b$  hasta  $t=a$

D. 1 es F y 2 es F

90)

FINAL N°1:

1) Una curva C definida por la función  $r(t) = x(t)i + y(t)j + z(t)k$  con  $z(t) = cte$

A) tiene curvatura y torsión cte.

C) tiene torsión nula

B) tiene curvatura nula

D) ninguna es correcta

2) Las derivadas parciales ( $F_x$  y  $F_y$ ) de una función definida en un dominio D cerrado existen y son continuas, para todo  $(x,y)$  perteneciente D.

A) La afirmación es V si F es una función continua en  $R^2$

B) La afirmación es V si F es una función continua en  $R^2$  y D es conexo

C) La afirmación es V si F es una función continua en  $R^2$  y D es simplemente conexo

D) La afirmación es F

3) En el sistema de coordenadas cilíndricas, un punto P en espacio tridimensional esta representado por la terna  $(r, \theta, h)$  donde:

A)  $r$  y  $\theta$  son las coordenadas polares de la proyección de P sobre el plano XY y h es la distancia desde el origen hasta P

B)  $r$  y  $\theta$  son las coordenadas polares de la proyección de P sobre alguno de los planos coordenados y h es la distancia desde dicho plano hasta P

C)  $r$  y  $\theta$  son las coordenadas polares de la proyección de P sobre alguno de los planos coordenados y h es la distancia desde el origen hasta P

D) Ninguna es correcta

4) Si F es un campo vectorial no conservativo, cuyas componentes tienen derivadas parciales continuas sobre una región abierta de  $R^3$ , entonces:

1.  $\text{rot}(F) \neq 0$

2.  $\text{rot}(F) = 0$  y  $\text{div}(F) \neq 0$

3.  $\text{Div}(\text{rot}(F)) = 0$

¿Cuál/es de las anteriores afirmaciones son verdaderas?

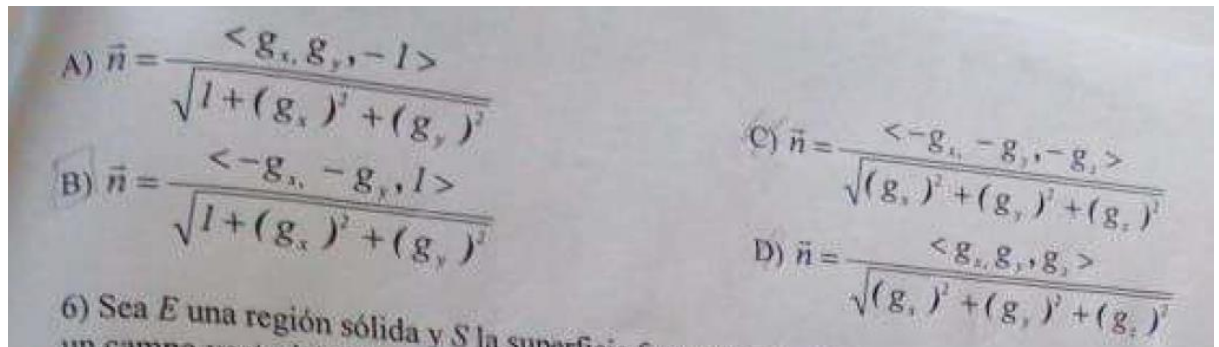
A) A y C

B) A

C) B y C

D) Todas son falsas

- 5) Sea  $S$  una superficie orientada con ecuación  $z = g(x, y)$ , entonces el vector unitario normal es:



**B)**

- 6) Sea  $E$  una región sólida y  $S$  la superficie frontera de  $E$ , definida con orientación positiva. Sea  $F$  un campo vectorial cuyas componentes tienen derivadas parciales continuas sobre una región abierta que contiene a  $E$ . Teorema de la divergencia (Gauss) dice:

**A) La integral de superficie de un campo vectorial  $F$  sobre  $S$ , es igual a la integral triple de la divergencia de  $F$  sobre  $E$ .**

- B) La integral de superficie de un campo vectorial  $F$  sobre  $S$ , es igual a la integral de línea sobre la curva que limita a  $S$ .
- C) La integral de superficie del rotacional de un campo vectorial  $F$  sobre  $S$ , es igual a la integral triple de la divergencia de  $F$  sobre  $E$ .
- D) Ninguna de las anteriores afirmaciones es verdadera
- 7) Dada la ecuación diferencial  $dy/dt = f(y)$
- 1- El campo de pendientes presenta pendientes paralelas para cada valor de la variable independiente.
  - 2- La variación de pendientes depende exclusivamente de la variable dependiente

**A) 1 es V y 2 es V**

- B) 1 es F y 2 es V
- C) 1 es V y 2 es F
- D) Ambas son F
- 8) Dada una EDO, el principio de linealidad o superposición establece que:
- A) La ecuación tiene siempre al menos una solución
- B) La combinación lineal de 2 o más soluciones también es solución
- C) Si la ecuación es homogénea, existe una única solución

D) Ninguna es correcta

9) El teorema de Stokes se cumple cuando:

- A) S es una superficie uniforme (suave) por partes, acotada por una curva C tal que C es simple, cerrada, suave por partes. F es un campo vectorial cuyas componentes tienen derivadas parciales continuas sobre una región abierta de  $R^3$  que contiene a S
- B) S es una superficie uniforme (suave) por partes, acotada por una curva C tal que C es simple, cerrada, suave por partes y orientada positivamente. F es un campo vectorial cuyas componentes tienen derivadas parciales continuas sobre una región abierta de  $R^3$  que contiene a S
- C) S es una superficie uniforme (suave) por partes, acotada por una curva C tal que C es simple, cerrada, suave por partes. F es un campo vectorial cuyas componentes tienen derivadas parciales continuas sobre una región abierta de  $R^3$  que contiene a S

D) Ninguna es correcta

10) La integral de línea  $\int_{P1}^{P2} f(x, y, z) * dS$ , donde P1 y P2 son dos puntos no coincidentes en  $R^3$ , es:

- 1) Independiente de la trayectoria que una a P1 y P2
- 2) Independiente del sentido en que se recorre la trayectoria entre P1 y P2

A) 1 es V y 2 es V

B) 1 es V y 2 es F

C) 1 es F y 2 es V

D) 1 es F y 2 es F



FINAL N°2:

- 1) La longitud de una curva plana simple en  $R^2$ , con ecuación vectorial  $r(t) = \langle f(t), g(t) \rangle$  con  $a \leq t \leq b$ , donde  $f'(t)$  y  $g'(t)$  continuas para todo  $t$ , se define como:

$$1. \int_a^b (f'(t)^2 + g'(t)^2) dt \qquad 2. \int_a^b |r'(t)| dt$$

Las anteriores afirmaciones son:

- A) 1 es V y 2 es F  
B) 1 es V y 2 es V  
C) 1 es F y 2 es F  
D) 1 es F y 2 es V

- 2) Dada una función  $f$  de dos variables:

Si  $f(x, y) \rightarrow L1$  cuando  $(x, y) \rightarrow (a, b)$  a lo largo de una trayectoria  $C1$  y  $f(x, y) \rightarrow L2$  cuando  $(x, y) \rightarrow (a, b)$  en la trayectoria  $C2$ , donde  $L1 \neq L2$ , entonces

1.  $f$  no presenta discontinuidad en  $(a, b)$
2. no se puede obtener conclusiones acerca de la existencia de límite de  $f$  en  $(a, b)$
3.  $f$  no tiene límite en  $(a, b)$

cual de la/as siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) 1 y 2  
B) 1 y 3  
C) 2  
D) 3

- 3) El modelo poblacional logístico:  $\frac{dp}{dt} = k \left(1 - \frac{p}{N}\right) p$

1. Se aproxima a la solución de equilibrio cuando  $p$  tiende a  $N$
2. Se aleja de la solución de equilibrio cuando  $p$  tiende a 0

Las anteriores afirmaciones son:

- A) 1 es V y 2 es F  
B) 1 es V y 2 es V  
C) 1 es F y 2 es F  
D) 1 es F y 2 es V

- 4) Dada una curva en  $R^3$  definida por  $r(t)$ . Si  $|r(t)|$  es constante para todo  $t$ , entonces:
1.  $r'(t) \perp r(t)$
  2.  $r'(t) \parallel r''(t)$

Las anteriores afirmaciones son:

- A) 1 es V y 2 es F  
 B) 1 es V y 2 es V  
 C) 1 es F y 2 es F  
 D) 1 es F y 2 es V
- 5) Si  $f$  es una función de dos variables continua en una región general  $D = \{(x, y) | a \leq x \leq b, g_1(x) \leq y \leq g_2(x)\}$ , entonces:

$$1. \iint_D f(x, y) dA = \int_a^b \left( \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y) dy \right) dx$$

$$2. \iint_D f(x, y) dA = \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} \left( \int_a^b f(x, y) dx \right) dy$$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) 1 y 2  
 B) 1  
 C) 2  
 D) Ninguna es verdadera

- 6) Dada una curva  $C$  cerrada y un dominio  $D$  acotado por  $C$ , entonces el teorema de Green establece que:

$$\int_C P * dx + Q * dy = \iint_D \left( \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dA$$

- A) La afirmación es V  
 B) La afirmación es V si  $P$  y  $Q$  tienen derivadas parciales de primer orden  
 C) La afirmación es V si  $P$  y  $Q$  tienen derivadas parciales de primer orden en una región cerrada incluida en  $D$   
 D) La afirmación es F

7) Sean  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  un par de soluciones particulares de la ecuación homogénea  $my'' + by' + ky = 0$  (con  $m \neq 0$ ) en un intervalo  $I$ , entonces:

1.  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  son linealmente independientes en  $I$  si y solo si  $y_1(t)y_2(t) - y_1'(t)y_2'(t)$  nunca se anula en  $I$
  2.  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  son linealmente dependientes en  $I$  si y solo si  $y_1(t)y_2(t) - y_1'(t)y_2'(t) = 0$  en  $I$
- A) 1 y 2 son V  
**B) 1 y 2 son F**  
 C) 1 es V y 2 es F  
 D) 1 es F y 2 es V

8) Sea  $z=f(u,v)$  una función derivable de  $u$  y  $v/u = g(x,y)$  y  $v=h(x,y)$  son funciones derivables de  $x$  e  $y$ , entonces:

$$1. \frac{\partial z}{\partial u} = \frac{\partial z}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y} \qquad 2. \frac{\partial z}{\partial v} = \frac{\partial z}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial y}$$

- A) 1 es V y 2 es F  
 B) 1 es V y 2 es V  
**C) 1 es F y 2 es F**  
 D) 1 es F y 2 es V

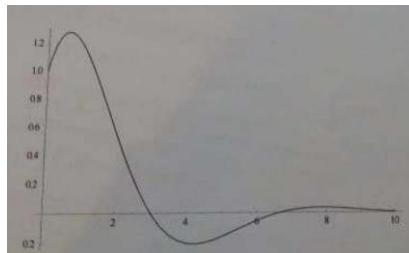
9) Sea  $f=f(x,y)$  una función de dos variables / las segundas derivadas parciales de  $f$  son continuas en un disco con centro en  $(a,b)$ , siendo  $(a,b)$  es un punto crítico de  $f$ .

1. Si el hessiano es menor que 0 entonces  $f(a,b)$  es un punto de inflexión
2. Si el hessiano es igual a 0 entonces  $f(a,b)$  es un extremo local

- A) 1 es V y 2 es F  
 B) 1 es V y 2 es V  
**C) 1 es F y 2 es F**  
 D) 1 es F y 2 es V

10) La grafica representa una solución particular de un oscilador armónico. A partir de la grafica se puede afirmar que el oscilador:

1. Es amortiguado y no forzado
2. Es forzado y no amortiguado
3. El oscilador tiene condiciones iniciales nulas



- A) 1 es V, 2 es F, 3 es F  
 B) 1 es V, 2 es F, 3 es V  
 C) 1 es F, 2 es V, 3 es V  
 D) 1 es F, 2 es V, 3 es F

**FINAL N°3:**

1) La longitud de una curva C, definida por la función  $r(t) = x(t)i + y(t)j + z(t)k$  Con  $a \leq t \leq h$ , se define como:

- A)  $\oint_C (x(t)i + y(t)j + z(t)k)dt$   
 B)  $\oint_C \sqrt{[x(t)]^2 + [y(t)]^2 + [z(t)]^2}dt$   
 C)  $\int_a^b \sqrt{x(t) + y(t) + z(t)}dt$

D) **ninguna es correcta**

2) Si las derivadas parciales de una función  $f(x,y)$  existen en un entorno de un punto  $(a, b)$  y son continuas en  $(a, b)$ , entonces:

- A)  $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial y}$   
 B)  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

C) **f es diferenciable en (a, b)**

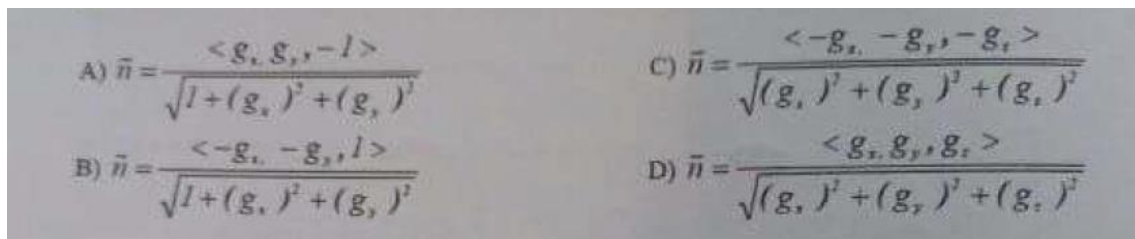
D) f es diferenciable en todo entorno de (a, b)

- 3) En el sistema de coordenadas cilíndricas, un punto P en espacio tridimensional esta representado por la terna  $(r, \theta, h)$  donde:
- A)  $r$  y  $\theta$  son las coordenadas polares de la proyección de P sobre el plano XY y  $h$  es la distancia desde el origen hasta P
  - B)  $r$  y  $\theta$  son las coordenadas polares de la proyección de P sobre alguno de los planos coordenados y  $h$  es la distancia desde dicho plano hasta P
  - C)  $r$  y  $\theta$  son las coordenadas polares de la proyección de P sobre alguno de los planos coordenados y  $h$  es la distancia desde el origen hasta P
  - D) Ninguna es correcta
- 4) Si F es un campo vectorial conservativo entonces:
1.  $\text{rot}(F) = 0$
  2.  $\text{rot}(F) = 0$  y  $\text{div}(F) = 0$
  3.  $\text{div}(\text{rot}(F)) = 0$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) 1 y 3
- B) 1 y 2
- C) 2 y 3
- D) Todas son correctas

- 5) Sea S una superficie orientada con ecuación  $z=g(x,y)$ , entonces el vector unitario normal es:



A)  $\vec{n} = \frac{\langle g_x, g_y, -1 \rangle}{\sqrt{1 + (g_x)^2 + (g_y)^2}}$

B)  $\vec{n} = \frac{\langle -g_x, -g_y, 1 \rangle}{\sqrt{1 + (g_x)^2 + (g_y)^2}}$

C)  $\vec{n} = \frac{\langle -g_x, -g_y, -g_z \rangle}{\sqrt{(g_x)^2 + (g_y)^2 + (g_z)^2}}$

D)  $\vec{n} = \frac{\langle g_x, g_y, g_z \rangle}{\sqrt{(g_x)^2 + (g_y)^2 + (g_z)^2}}$

B)

- 6) Sea E una región sólida y S la superficie frontera de E, definida con orientación positiva. Teorema de la divergencia (gauss) dice que:

- A) La integral de superficie de un campo vectorial F sobre S, es igual a la integral triple de la divergencia de F sobre E.
- B) La integral de superficie de un campo vectorial F sobre S, es igual a la integral de línea sobre la curva que limita a S.
- C) La integral de superficie del rotacional de un campo vectorial F sobre S, es igual a la integral triple de la divergencia de F sobre E
- D) Ninguna de las anteriores afirmaciones es verdadera

- 7) Dada una EDO, el principio de linealidad o superposición establece que:
- E) La ecuación tiene siempre al menos una solución
  - F) La combinación lineal de 2 o más soluciones también es solución
  - G) Si la ecuación es homogénea, existe una única solución
  - H) Ninguna es correcta
- 8) En una curva plana:
- 1. La curvatura es constante
  - 2. La torsión vale 0
- A) 1 y 2 son V
  - B) 1 y 2 son F
  - C) 1 es F y 2 es V
  - D) 1 es V y 2 es F
- 9) En un oscilador con amortiguamiento escaso:
- A) las raíces del polinomio característico son reales y distintas
  - B) las raíces del polinomio característico son reales e iguales
  - C) las raíces del polinomio característico son complejas
  - D) ninguna de las anteriores es correcta
- 10) en un sistema EDO de primer orden, el plano fase es:
- A) Un plano donde se representan algunas soluciones del sistema en función de las dos variables independientes
  - B) Un plano donde se representan algunas soluciones del sistema en función de las dos variables dependientes
  - C) Un plano donde se representan todas las soluciones del sistema en función del tiempo
  - D) Ninguna de las anteriores es correcta

#### Final N°4

- 1) Sea  $f$  una función de 3 variables que derivadas parciales continuas de segundo orden, entonces:
- 1.  $\text{rot}(\nabla f) = 0$  (vector nulo)
  - 2.  $\text{div}(\text{rot}(\nabla f)) = 0$  (vector nulo)
- A) 1 y 2 son V
  - B) 1 y 2 son F

C) 1 es V y 2 es F

D) 1 es F y 2 es V

- 2) C es una curva suave, cerrada, simple y orientada positivamente en el plano y D la región acotada por C.  $F = P_i + Q_j$  es tal que sus componentes tienen derivadas parciales continuas de primer orden en una región que contiene a D, entonces:

$$1. \int_C F dr = \iint_D \text{rot}(F) dA$$

$$2. \iint_D \text{div}(F) dA = \int_C F n dS$$

A) 1 y 2 son V

B) 1 y 2 son F

C) 1 es V y 2 es F

D) 1 es F y 2 es V

- 3) Si f es una función derivable de tres variables y  $\mathbf{u}$  un vector unitario, un valor extremo de la derivada direccional  $D_{\mathbf{u}} f(x, y, z)$  se presenta cuando:

1.  $\mathbf{u}$  es ortogonal a  $\nabla f$

2.  $\mathbf{u}$  es paralelo a  $\nabla f$

3.  $\mathbf{u}$  interseca a  $\nabla f$

A) 1 y 3 son V

B) 2 es V

C) 3 es V

D) 1 es V

- 4) Sea la función  $\mathbf{r}(t) = f(t)\mathbf{i} + g(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$

1.  $\mathbf{r}(t_0)$  representa el vector posición en el punto  $(f(t_0), g(t_0), z(t_0))$
2.  $\mathbf{r}(t_0)$  representa el vector tangente a la curva representada por  $\mathbf{r}(t)$  en el punto  $(f(t_0), g(t_0), z(t_0))$
3. el vector posición y el vector tangente son ortogonales para  $t=t_0$

A) 1 y 3 son V

B) 2 y 3 son V

C) 2 es V

D) 1 es V

- 5) Sea s(t) la función longitud de arco definida entre  $\mathbf{r}(a)$  y  $\mathbf{r}(t)$ , entonces:

$$1. \frac{ds}{dt} = |\mathbf{r}(t)|$$

$$2. s(t) = \int_a^t |\mathbf{r}(u)| du$$



- A) 1 y 2 son V
- B) 1 y 2 son F**
- C) 1 es V y 2 es F
- D) 1 es F y 2 es V

- 6) Sea  $S$  una superficie de nivel  $F(x, y, z) = k$ , entonces:
1. El plano tangente a  $S$  en un punto  $(x_0, y_0, z_0)$  tiene un vector normal  $\nabla F(x_0, y_0, z_0)$
  2. Si  $(x_0, y_0, z_0)$  corresponde a un punto  $t_0$ , entonces  $r'(t_0)$  es paralelo a  $\nabla F(x_0, y_0, z_0)$

- A) 1 y 2 son V
- B) 1 y 2 son F
- C) 1 es V y 2 es F**
- D) 1 es F y 2 es V

- 7) Dada la ecuación diferencial  $\frac{dy}{dt} = f(y)$

1. El campo de pendientes presenta pendientes paralelas a lo largo de líneas horizontales
2. La variación de pendientes depende exclusivamente de los valores de  $y$

- A) 1 es V y 2 es V**
- B) 1 es F y 2 es V
- C) 1 es V y 2 es F
- D) Ambas son F

- 8) La divergencia de un campo vectorial gradiente  $(\nabla f)$ :

1. Es igual a  $\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla$
2. Se denomina operador de Laplace o Laplaciano

- A) 1 y 2 son V
- B) 1 y 2 son F
- C) 1 es V y 2 es F
- D) 1 es F y 2 es V**

- 9) Si  $F$  es un campo vectorial continuo definido sobre una superficie orientada  $S$ , descrita vectorialmente por  $r(u, v)$ , con vector unitario normal  $\mathbf{n}$ , entonces la integral de flujo de  $F$  sobre  $S$  es:

1.  $\iint_D F(r(u, v)) dA$
2.  $\iint_D F \cdot \mathbf{n} dA$

- A) 1 y 2 son V
- B) 1 y 2 son F**
- C) 1 es V y 2 es F
- D) 1 es F y 2 es V

- 10) Dada una EDO, el principio de linealidad o superposición establece que:
- A) La ecuación tiene siempre al menos una solución
  - B) La combinación lineal de 2 o más soluciones también es solución
  - C) Si la ecuación es homogénea, existe una única solución
  - D) Ninguna es correcta

FINAL N°5:

- 1) La curvatura de una curva en un punto se puede expresar como:
- A) El modulo del cociente entre el vector unitario tangente y su derivada, en ese punto
  - B) El modulo del cociente entre el vector unitario tangente y la función vectorial, en ese punto
  - C) El modulo del cociente entre el vector unitario tangente y la longitud de arco, en ese punto
  - D) Ninguna de las anteriores
- 2) Si  $F$  es un campo vectorial en  $R^3$  / sus componentes tienen derivadas parciales continuas, entonces:
- A)  $\text{rot}(F) = 0$  y  $\text{div}(\text{rot}(F)) = 0$
  - B)  $\text{rot}(F) = 0$  y  $\text{div}(F) = 0$
  - C)  $\text{div}(\text{rot}(F)) = 0$
  - D) Ninguna es correcta
- 3) Sea  $f(x,y,z)$  una función derivable y  $\mathbf{u}$  un vector unitario, en  $R^3$ , entonces el máximo valor de la derivada en la dirección del  $\mathbf{u}$ :
1. Se presenta cuando  $\frac{\partial u}{\partial x}i + \frac{\partial u}{\partial y}j + \frac{\partial u}{\partial z}k$  tiene la misma dirección y sentido que el vector gradiente
  2. Tiene el mismo valor que el módulo del vector gradiente
- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
- A) 1
  - B) 2
  - C) 1 y 2
  - D) Ninguna es correcta

- 4) Si  $f$  es una función de dos variables continua y acotada en

$R = \left\{ \frac{(x,y) \in \mathbb{R}^2}{a} \leq y \leq b, c \leq x \leq d \right\}$ , entonces:

1.  $\iint_R f(x,y) dA = \int_a^b \int_c^d f(x,y) dy dx$

2.  $\iint_R f(x,y) dA = \int_c^d \int_a^b f(x,y) dx dy$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) 1

B) 2

C) 1 y 2

D) Ninguna es correcta

- 5) Una superficie paramétrica suave  $S$  está dada por la ecuación  $r(u, v) = x(u, v)i + y(u, v)j + z(u, v)k$ , tal que  $(u, v)$  pertenece al dominio  $D$  y  $S$  es cubierta una sola vez cuando  $(u, v)$  varía en todo el dominio  $D$ , entonces el área superficial de  $S$  es:

A)  $A(S) = \iint_C |ru \times rv| dS$

B)  $A(S) = \iint_D |ru \times rv| dA$

C)  $A(S) = \iint_S |rv \times ru| dS$

D)  $A(S) = \iint_D |ru \times rv| dA$

- 6) La solución general de la ecuación diferencial  $m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$  correspondiente a un oscilador armónico simple, donde  $k$  es la constante elástica del resorte y  $m$  la masa, esta dada por:

A)  $x(t) = C_1 * e^{x_1 t} + C_2 * e^{x_2 t}$

B)  $x(t) = C_1 * \cos \omega t + C_2 * \sin \omega t$ , donde  $\omega =$

$\sqrt{k/m}$ ;  $C_1$  y  $C_2$  son constantes a determinar

C)  $x(t) = C_1 * \cos \omega t + C_2 * \sin \omega t$ , donde  $\omega =$

$\sqrt{k/m}$ ;  $C_1$  y  $C_2$  son constantes a determinar

D) Ninguna es correcta

- 7) Dado un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden, el retrato fase es una representación gráfica:

A) De algunas soluciones del sistema, excluyendo las soluciones de equilibrio

B) De algunas soluciones del sistema, incluyendo las soluciones de equilibrio

C) Solo de las soluciones de equilibrio del sistema

D) Ninguna de las anteriores es correcta

8) Sea  $f$  es una función derivable tal que sus derivadas primeras son continuas en  $\mathbb{R}$  y  $C$  una curva suave definida por  $r(t)$  en  $[a, b]$  entonces:

- A)  $\int_C \left( \frac{\partial f}{\partial x} i + \frac{\partial f}{\partial y} j + \frac{\partial f}{\partial z} k \right) dr = f(b) - f(a)$
- B)  $\int_C \left( \frac{\partial f}{\partial x} i + \frac{\partial f}{\partial y} j + \frac{\partial f}{\partial z} k \right) dr = 0$
- C)  $\int_C \left( \frac{\partial f}{\partial x} i + \frac{\partial f}{\partial y} j + \frac{\partial f}{\partial z} k \right) dr = r(b) - r(a)$
- D) Ninguna es correcta

9) Dada las siguientes afirmaciones:

- 1. El campo de pendientes/direcciones de una EDO de primer orden autónoma presenta pendientes idénticas a lo largo de rectas horizontales
- 2. En el campo de pendientes/direcciones de una EDO de primer orden, las soluciones de equilibrio presentan pendientes nulas a lo largo de rectas horizontales

- A) 1 es V y 2 es V
- B) 1 es V y 2 es F
- C) 1 es F y 2 es V
- D) Ambas son F

10) Sea  $\iint_S V \, dS$  la integral de superficie, donde  $V$  es el campo de velocidades de un fluido, entonces la  $\iint_S V \, dS$  es:

- A) La velocidad neta del fluido que atraviesa la superficie  $S$  por unidad de tiempo
- B) La densidad del fluido que atraviesa la superficie  $S$  por unidad de tiempo
- C) La cantidad neta del fluido que atraviesa la superficie  $S$  por unidad de tiempo
- D) Ninguna es correcta

#### FINAL N°6:

1) Sea una función  $f/ f(x, y) \rightarrow L1$  cuando  $(x, y) \rightarrow (a, b)$  a lo largo de una trayectoria  $C1$  y  $f(x, y) \rightarrow L1$  cuando  $(x, y) \rightarrow (a, b)$  a lo largo de una trayectoria  $C2$ , entonces:

- 1.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x, y) = L1$
- 2.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x, y) = L1$  si  $C1 \neq C2$

- A) 1 y 2 son V
- B) 1 y 2 son F
- C) 1 es V y 2 es F

D) 1 es F y 2 es V

- 2) Sea  $F = Pi + Qj + Rk$  un campo vectorial conservativo tal que sus componentes tienen derivadas parciales continuas, entonces:

1.  $\text{Div}(F) = \frac{\partial P}{\partial x}i + \frac{\partial Q}{\partial y}j + \frac{\partial R}{\partial z}k$

2.  $\text{Div}(F) \neq 0$

A) 1 es V y 2 es V

B) 1 es V y 2 es F

C) 1 es F y 2 es V

D) 1 es F y 2 es F

- 3) Si  $f$  tiene un máximo o un mínimo local en  $(a, b)$  y las derivadas parciales de primer orden de  $f$  existen en el punto, entonces:

A)  $f_{xx}(a, b) = f_{yy}(a, b) = 0$

B)  $f_x(a, b) = f_y(a, b) = 0$

C)  $f_{xy}(a, b) = f_{yx}(a, b) = 0$

D) ninguna es correcta

- 4) Si  $F = Pi + Qj$  es un campo vectorial conservativo, donde  $P$  y  $Q$  tienen derivadas parciales continuas de primer orden en un dominio  $D$ , entonces en todo  $D$ :

1.  $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$

2.  $F$  es el gradiente de una función escalar

A) 1 y 2 son V

B) 1 y 2 son F

C) 1 es V y 2 es F

D) 1 es F y 2 es V

- 5) En una curva plana:

1. La curvatura es constante

2. La torsión vale 0

A) 1 y 2 son V

B) 1 y 2 son F

C) 1 es F y 2 es V

D) 1 es V y 2 es F

- 6) Sea E una región sólida simple y S la superficie frontera de E, definida con orientación positiva. Si F es un campo vectorial cuyas funciones componentes tienen derivadas parciales continuas sobre una región abierta que contiene E, entonces el teorema de la divergencia (Gauss) dice que:

A) La integral de superficie de F sobre S es igual a la integral triple sobre E de la divergencia de F.

B) La integral doble de F sobre S es igual a la integral triple sobre E de la divergencia de F.

C) La integral de superficie del rotacional de F sobre S, es igual a la integral triple sobre E de la divergencia de F.

D) Ninguna de las anteriores afirmaciones es correcta

- 7) Las gráficas de las soluciones correspondientes a un oscilador armónico amortiguado no forzado, con masa m y coeficiente del resorte k

1. tienen amplitud  $w = \sqrt{\frac{k}{m}} \left( \frac{\text{radianes}}{\text{segundo}} \right)$

2. tienen periodo  $T = 2\pi / \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ (segundos)}$

A) 1 y 2 son V

B) 1 y 2 son F

C) 1 es V y 2 es F

D) 1 es F y 2 es V

- 8) Dado un oscilador armónico amortiguado forzado,  $m y'' + by' + ky = g(t)$ , cuando t tiende a infinito:

1. La respuesta natural del sistema, correspondiente al oscilador no forzado, tiende a cero

2. La respuesta forzada del sistema tiende a infinito

A) 1 y 2 son V

B) 1 y 2 son F

C) 1 es V y 2 es F

D) 1 es F y 2 es V

- 9) El modelo poblacional logístico:  $\frac{dp}{dt} = k \left( 1 - \frac{p}{N} \right) (p - 1)$  donde p representa la población y N su capacidad de soporta:

1. Se aproxima a una solución de equilibrio cuando p tiende a N

2. Se aproxima a una solución de equilibrio cuando p tiende a 0

A) 1 y 2 son V

B) 1 y 2 son F

C) 1 es V y 2 es F

D) 1 es F y 2 es V

- 10) Dada una curva  $C$  cerrada, un dominio  $D$  acotado por  $C$  y un campo vectorial  $F = Pi + Qj$ , entonces el teorema de Green establece que:

$$\int_C P dx + Q dy = \iint_D \left( \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dA$$

- A) La afirmación es V
- B) La afirmación es V si  $P$  y  $Q$  tienen derivadas parciales de primer orden continuas en  $D$
- C) La afirmación es V si  $P$  y  $Q$  tienen derivadas parciales de primer orden continuas en una región cerrada incluida en  $D$
- D) La afirmación es F

**FINAL N°7:**

- 1) Si  $F$  es un campo vectorial conservativo:

- 1.  $rot(F) = 0$
- 2.  $div(F) = 0$
- 3.  $Div(rot(F)) = 0$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) 1 y 2
- B) 1 y 3
- C) 2 y 3
- D) 3

- 2) Si  $Z=f(x, y)$  entonces  $f$  es derivable en  $(a, b)$  si  $\Delta z$  se puede expresar como:

- A)  $\Delta z = f_x(a, b)\Delta x + f_y(a, b)\Delta y$  donde  $f_x(a, b), f_y(a, b) \rightarrow 0$  cuando  $\Delta x, \Delta y \rightarrow 0$
- B)  $\Delta z = f_x(a, b)\Delta x + f_y(a, b)\Delta y + \varepsilon_1\Delta x + \varepsilon_2\Delta y$  donde  $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \rightarrow 0$  cuando  $\Delta x, \Delta y \rightarrow 0$
- C)  $\Delta z = f_x(a, b)\Delta x + f_y(a, b)\Delta y + \varepsilon_1\Delta x + \varepsilon_2\Delta y$  donde  $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \rightarrow 0$  cuando  $\Delta x, \Delta y \rightarrow 0$
- D) Ninguna de las anteriores opciones es correcta



3) Dada la ecuación diferencial homogénea de segundo orden

$$a \frac{d^2 y}{dx^2} + b \frac{dy}{dx} + cy = 0$$

1. Si  $y_1(x)$  e  $y_2(x)$  son soluciones, entonces cualquier combinación lineal de ambas es también solución
2. Si  $y_1(x)$  e  $y_2(x)$  son soluciones, entonces existen constantes únicas  $C_1$  y  $C_2$  tal que  $C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x)$  es también solución

A) 1 y 2 son F

B) 1 y 2 son V

C) 1 es V y 2 es F

D) 1 es F y 2 es V

4) Sea  $S$  una superficie definida por  $z=f(x, y)$  en un dominio  $D$  /  $f$  tiene derivadas parciales continuas. Si  $x$  e  $y$  son parámetros entonces el área superficial es:

A)  $\iint_S \sqrt{1 + Zx^2 + Zy^2} dS$

B)  $\iint_S \sqrt{1 + Zx^2 + Zy^2} dA$

C)  $\iint_S \sqrt{1 - Zx^2 - Zy^2} dA$

D) Ninguna de las anteriores opciones es correcta

5) Sea  $f(x, y, z)$  una función derivable y  $\mathbf{u}$  un vector unitario, en  $R^3$ , entonces el máximo valor de la derivada en la dirección del vector  $\mathbf{u}$ :

1. Se presenta cuando  $\frac{\partial u}{\partial x} i + \frac{\partial u}{\partial y} j + \frac{\partial u}{\partial z} k$  tiene la misma dirección y sentido que el vector gradiente
2. Tiene el mismo valor que el módulo del vector gradiente  $\nabla f(x, y, z)$

A) 1

B) 2

C) 1 y 2

D) Ninguna es correcta

6) La solución general de la ecuación diferencial  $m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0$  correspondiente a un oscilador armónico simple, donde  $k$  es la constante elástica del resorte y  $m$  la masa, está dada por:

A)  $x(t) = C_1 * e^{xt} + C_2 * e^{xt}$

B)  $x(t) = C_1 * \cos \omega x + C_2 * \sin \omega x$ , donde  $\omega = \sqrt{m/k}$ ;  $C_1$  y  $C_2$  son constantes a determinar

C)  $x(t) = C_1 * \cos \omega t + C_2 * \sin \omega t$ , donde  $\omega = \sqrt{m/k}$ ;  $C_1$  y  $C_2$  son constantes a determinar

D) Ninguna es correcta

7) Dadas las siguientes afirmaciones:

1. El campo de pendientes/direcciones de una EDO de primer orden autónoma presenta pendientes idénticas a lo largo de rectas horizontales
2. En el campo de pendientes/direcciones de una EDO de primer orden, las soluciones de equilibrio presentan pendientes nulas a lo largo de rectas horizontales

A) Ambas son V

B) 1 es V y 2 es F

C) 1 es F y 2 es V

D) Ambas son F

8) Sea  $f$  definida en un dominio  $D$  /  $(a, b) \in D$ . Si  $f_{xy}$  y  $f_{yx}$  están definidas en  $D$  entonces:

A)  $f_{xy}(a, b) + f_{yx}(a, b) = 0$

B)  $f_{xy}(a, b) = f_{yx}(a, b)$

C)  $f_{xy}^2(a, b) + f_{yx}^2(a, b) = 0$

D) Ninguna de las afirmaciones es correcta

9)  $C$  es una curva suave, cerrada, simple y orientada positivamente en el plano y  $D$  la región acotada por  $C$ .  $F = Pi + Qj$  es tal que sus componentes tienen derivadas parciales continuas de primer orden en una región que contiene a  $D$ . entonces:

1.  $\int_C F dr = \iint_D \text{rot} F dA$

2.  $\iint_D \text{div} F dA = \int_C F n dS$

A) 1 y 2 son V

B) 1 y 2 son F

C) 1 es V y 2 es F

D) 1 es F y 2 es V

10) Sea  $f$  es una función derivable tal que sus derivadas primeras son continuas en  $R$  y  $C$  una curva suave y simple por  $r(t)$  en  $[a, b]$  entonces:

A)  $\int_C \left( \frac{\partial f}{\partial x} i + \frac{\partial f}{\partial y} j + \frac{\partial f}{\partial z} k \right) dr = f(b) - f(a)$

B)  $\int_C \left( \frac{\partial f}{\partial x} i + \frac{\partial f}{\partial y} j + \frac{\partial f}{\partial z} k \right) dr = 0$

C)  $\int_C \left( \frac{\partial f}{\partial x} i + \frac{\partial f}{\partial y} j + \frac{\partial f}{\partial z} k \right) dr = r(b) - r(a)$

D) Ninguna es correcta

**FINAL N° 8:**

- 1) La longitud de una curva C definida por la función  $r(t) = x(t)i + y(t)j + z(t)k$  con  $a \leq t \leq b$  se define como:

- A)  $\oint_C (x(t)i + y(t)j + z(t)k)dt$   
B)  $\oint_C \sqrt{[x(t)]^2 + [y(t)]^2 + [z(t)]^2}dt$   
C)  $\int_a^b \sqrt{x(t) + y(t) + z(t)} dt$

**D) ninguna es correcta**

- 2) Si las derivadas parciales de una función f ( $f_x$  y  $f_y$ ) existen en un entorno de un punto  $(a, b)$  y son continuas en  $(a, b)$  entonces:

- A)  $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial y}$   
B)  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

**C) f es diferenciable en  $(a, b)$**

D) f es diferenciable en todo entorno de  $(a, b)$

- 3) En el sistema de coordenadas cilíndricas, un punto P en espacio tridimensional está representado por la terna  $(r, \theta, h)$  donde:

A) r y  $\theta$  son las coordenadas polares de la proyección de P sobre el plano XY y h es la distancia desde el origen hasta P

B) r y  $\theta$  son las coordenadas polares de la proyección de P sobre alguno de los planos coordenados y h es la distancia desde el plano xy hasta P

C) r y  $\theta$  son las coordenadas polares de la proyección de P sobre alguno de los planos coordenados y h es la distancia desde el origen hasta P

**D) Ninguna es correcta**

- 4) Si F es un campo vectorial conservativo entonces:

1.  $\text{rot}(F) = 0$   
2.  $\text{rot}(F) = 0$  y  $\text{div}(F) = 0$   
3.  $\text{div}(\text{rot}(F)) = 0$

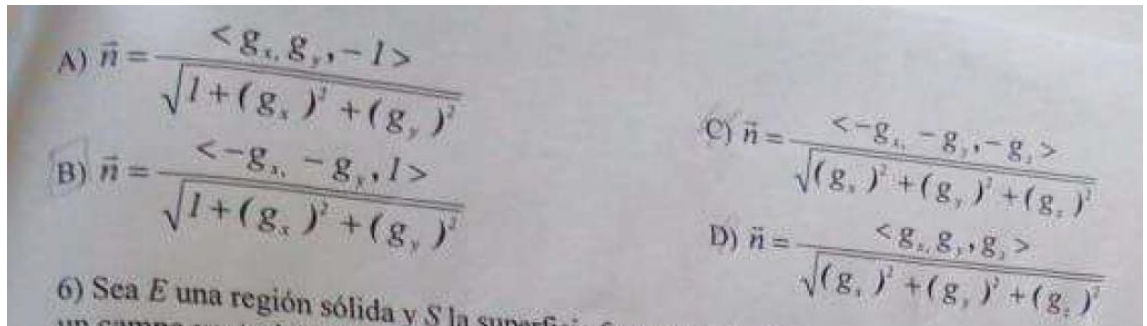
**A) 1 y 3**

B) 1 y 2

C) 2 y 3

D) Todas son correctas

- 5) Sea  $S$  una superficie orientada con ecuación  $z = g(x, y)$ , entonces el vector unitario normal es:



**B)**

- 6) Sea  $E$  una región sólida y  $S$  la superficie frontera de  $E$ , definida con orientación positiva. Teorema de la divergencia (Gauss) dice que:
- A) La integral de superficie de un campo vectorial  $F$  sobre  $S$ , es igual a la integral triple de la divergencia de  $F$  sobre  $E$ .
  - B) La integral de superficie de un campo vectorial  $F$  sobre  $S$ , es igual a la integral de línea sobre la curva que limita a  $S$
  - C) La integral de superficie del rotacional de un campo vectorial  $F$  sobre  $S$ , es igual a la integral triple de la divergencia de  $F$  sobre  $E$ .
  - D) Ninguna de las anteriores es correcta.
- 7) Dada una EDO, el principio de linealidad o superposición establece que:
- A) La ecuación tiene siempre al menos una solución
  - B) La combinación lineal de 2 o más soluciones también es solución
  - C) Si la ecuación es homogénea, existe una única solución
  - D) Ninguna de las anteriores es correcta
- 8) En una curva plana:
1. La curvatura es constante
  2. La torsión vale 0
- A) 1 y 2 son V
  - B) 1 y 2 son F
  - C) 1 es F y 2 es V
  - D) 1 es V y 2 es F
- 9) En un oscilador con amortiguamiento escaso:
- A) Las raíces del polinomio característico son reales y distintas
  - B) Las raíces del polinomio característico son reales e iguales
  - C) Las raíces del polinomio característico son complejas
  - D) Ninguna de las anteriores es correcta

10) En un sistema de EDO de primer orden, el plano fase es:

- A) Un plano donde se representan algunas soluciones del sistema en función de las dos variables independientes
- B) Un plano donde se representan algunas soluciones del sistema en función de las dos variables dependientes
- C) Un plano donde se representan todas las soluciones del sistema en función del tiempo
- D) Ninguna de las anteriores es correcta

FINAL N°9:

- 1) La longitud de una curva plana simple en  $R^2$ , con ecuación vectorial  $r(t) = \langle f(t), g(t) \rangle$  con  $x=f(t)$ ,  $y=g(t)$  con  $a \leq t \leq b$ , donde  $f'(t)$  y  $g'(t)$  continuas para todo  $t$ , se define como:

$$1. \int_a^b (f'(t)^2 + g'(t)^2) dt \qquad 2. \int_a^b |r'(t)| dt$$

- A) 1 es V y 2 es F
  - B) 1 es V y 2 es V
  - C) 1 es F y 2 es F
  - D) 1 es F y 2 es V
- 2) Dada una función  $f$  de dos variables:  
Si  $f(x, y) \rightarrow L1$  cuando  $(x, y) \rightarrow (a, b)$  a lo largo de una trayectoria  $C1$  y  $f(x, y) \rightarrow L2$  cuando  $(x, y) \rightarrow (a, b)$  en la trayectoria  $C2$ , donde  $L1 \neq L2$ , entonces
- 1.  $f$  presenta discontinuidad en  $(a, b)$
  - 2. no se puede obtener conclusiones acerca de la existencia de límite de  $f$  en  $(a, b)$
  - 3.  $f$  no tiene límite en  $(a, b)$

cual de la/s siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) 1 y 2
  - B) 1 y 3
  - C) 2
  - D) Ninguna es V
- 3) Dada una curva en  $R^3$  definida por  $r(t)$ . Si  $|r(t)|$  es constante para todo  $t$ , entonces:
- 1.  $r'(t) \perp r''(t)$
  - 2.  $r'(t) \parallel r(t)$

Las anteriores afirmaciones son:

- A) 1 es V y 2 es F
- B) 1 es V y 2 es V
- C) 1 es F y 2 es F
- D) 1 es F y 2 es V

- 4) Dada una curva C cerrada, entonces el teorema de Green establece que:

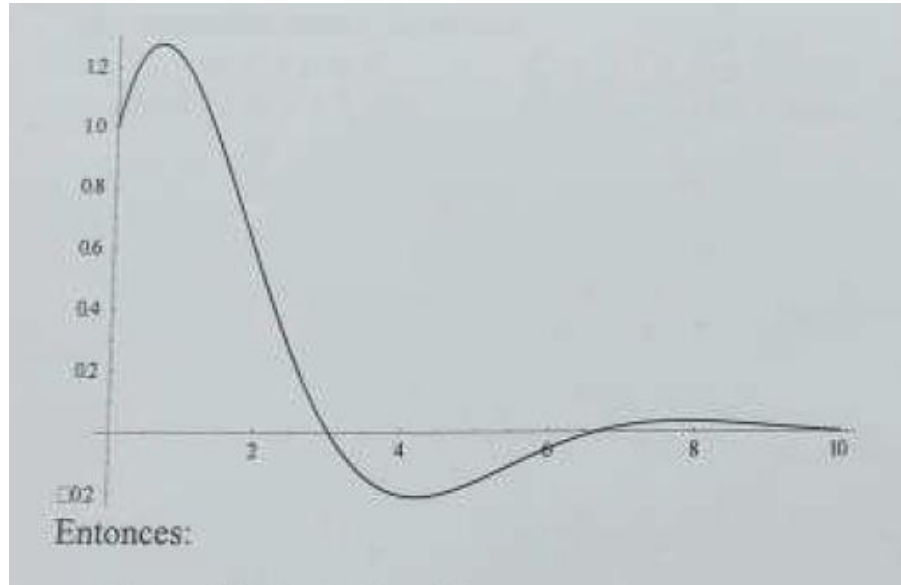
$$\int_C P * dx + Q * dy = \iint_D \left( \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dA$$

- A) La afirmación es V si C es suave por tramos y positivamente orientada  
 B) La afirmación es V si P y Q tienen derivadas parciales de primer orden continuas y C es suave por tramos  
 C) La afirmación es V si P y Q tienen derivadas parciales de primer orden continuas y C es recorrida en sentido positivo  
 D) La afirmación es F
- 5) Sea  $z=f(x, y)$  una función derivable de x e y/x=  $g(s, t)$  y  $y=h(s, t)$  son funciones derivables de s y t, entonces:

$$1. \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x} \qquad 2. \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial y}$$

- A) 1 es V y 2 es F  
 B) 1 es V y 2 es V  
 C) 1 es F y 2 es F  
 D) 1 es F y 2 es V
- 6) Sea  $f=f(x, y)$  una función de dos variables / las segundas derivadas parciales de f son continuas en un entorno abierto de (a, b), siendo (a, b) es punto crítico de f.
1. Si el hessiano es menor que 0 entonces f(a, b) es un punto de inflexión
  2. Si el hessiano es mayor que 0 entonces f(a, b) es un extremo local
- A) 1 es V y 2 es F  
 B) 1 es V y 2 es V  
 C) 1 es F y 2 es F  
 D) 1 es F y 2 es V

- 7) La grafica representa una solución particular de un oscilador armónico. A partir de la grafica se puede afirmar que el oscilador:
1. Es amortiguado y no forzado
  2. Es forzado y no amortiguado
  3. El oscilador tiene condiciones iniciales nulas



- A) 1 es V, 2 es F, 3 es F  
 B) 1 es V, 2 es F, 3 es V  
 C) 1 es F, 2 es V, 3 es V  
 D) 1 es F, 2 es V, 3 es F

- 8) Sea  $S$  una superficie orientada, uniforme o suave por partes, acotada por una curva  $C$  frontera, y sea  $F$  un campo vectorial cuyas componentes son derivables sobre  $C$ , entonces  $\int_C F dr = \iint_S \text{rot}(F) dS$

- A) La afirmación es V  
 B) La afirmación es V si la curva  $C$  es simple y cerrada  
 C) La afirmación es V si la curva  $C$  es simple y cerrada recorrida en sentido positivo  
 D) La afirmación es F

- 9) Sea la ecuación diferencial  $\frac{d^2y}{dt^2} + p \frac{dy}{dt} + qy = g(t)$  con  $p \neq 0$  y  $g(t) \neq 0$ . Si  $y_p(t)$  es una solución particular de la ecuación no homogénea y  $y_h(t)$  es una solución de la ecuación homogénea, entonces:

1.  $y_h(t) + y_p(t)$  es solución general de la ecuación homogénea
2.  $y_h(t) + y_p(t)$  es solución general de la ecuación no forzada

- A) 1 es V y 2 es F  
 B) 1 es V y 2 es V  
 C) 1 es F y 2 es F  
 D) 1 es F y 2 es V



10) Sea la ecuación diferencial  $\frac{d^2y}{dt^2} + qy = \cos(wt)$

1. Si la frecuencia natural  $\sqrt{\frac{q}{2\pi}}$  del oscilador es igual a la frecuencia  $\frac{w}{2\pi}$  del forzamiento, entonces toda solución oscila con amplitud ilimitada
2. Si la frecuencia natural  $\sqrt{\frac{q}{2\pi}}$  del oscilador es igual a la frecuencia  $\frac{w}{2\pi}$  del forzamiento, entonces toda solución es igual a  $k_1 \sin(wt) + k_2 \cos(wt)$ ,  $k_1$  y  $k_2$  siendo constantes

A) 1 es V y 2 es F

B) 1 es F y 2 es V

C) 1 es F y 2 es F

D) No se pueden obtener conclusiones sobre ambas afirmaciones

FINAL N°10:

1)

1. La reparametrización de una curva  $r(t)$  con respecto a la longitud de arco no depende del sistema de coordenadas utilizado

2. dada la curva  $C$  expresada vectorialmente por  $r(t)$  con  $a \leq t \leq b$ , donde  $r'(t)$  es continua y  $C$  es simple; entonces la función longitud de arco  $s(t) = \int_a^t |r'(t)| dt$

A) 1

B) 1 y 2

C) 2

D) ninguna es verdadera

2) Si  $f(x, y)$  es continua en un conjunto acotado  $D$  en  $R^2$  entonces:

A)  $f$  tiene un máximo local  $f(x_1, y_1)$  y un mínimo local  $f(x_2, y_2)$  en  $D$

B)  $f$  tiene un máximo local  $f(x_1, y_1)$  o un mínimo local  $f(x_2, y_2)$  en  $D$

C)  $f$  tiene un máximo absoluto  $f(x_1, y_1)$  y un mínimo absoluto  $f(x_2, y_2)$  en  $D$

D) ninguna de las anteriores afirmaciones es verdadera

- 3) En la conversión de una integral triple desde coordenadas rectangulares  $(x, y, z)$  a coordenadas esféricas  $((p, \theta, \varphi)$ :
- A)  $dv = p \operatorname{sen}(\theta) dp d\theta d\varphi$
  - B)  $dv = p \operatorname{sen}(\varphi) dp d\theta d\varphi$
  - C)  $dv = p^2 \operatorname{sen}(\theta) dp d\theta d\varphi$
  - D)  $dv = p^2 \operatorname{sen}(\varphi) dp d\theta d\varphi$
- 4) Un sistema de primer orden autónomo parcialmente desacoplado con variable independiente "t" y variables dependientes "x" e "y", tiene la forma:
- A)  $\frac{dx}{dt} = f(y); \frac{dy}{dt} = g(x, y)$
  - B)  $\frac{dx}{dt} = f(x); \frac{dy}{dt} = g(x, y)$
  - C)  $\frac{dx}{dt} = f(x, t); \frac{dy}{dt} = g(y, t)$
  - D)  $\frac{dx}{dt} = f(x, t); \frac{dy}{dt} = g(x, y, t)$
- 5) A partir del teorema fundamental de las integrales de línea, se obtienen las propiedades 1 y 2:
1. Las integrales de línea son independientes de la trayectoria
  2. Las integrales de línea sobre curvas simples cerradas valen 0
- A) 1 y 2 son V
  - B) 1 y 2 son F
  - C) 1 es V y 2 es F
  - D) 1 es F y 2 es V
- 6) Sean  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  un par de soluciones de la ecuación homogénea  $m y'' + b y' + ky = 0$  (con  $m \neq 0$ )..... un intervalo I, entonces:
1.  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  son linealmente independientes en I si y solo si  $y_1(t) y_2(t) - y_1'(t) y_2'(t)$  nunca se anula en I
  2.  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  son linealmente dependientes en I si y solo si  $y_1(t) y_2(t) - y_1'(t) y_2'(t) = 0$  en I
- A) 1 y 2 son V
  - B) 1 y 2 son F
  - C) 1 es V y 2 es F
  - D) 1 es F y 2 es V
- 7) Sea E una región sólida y S la superficie frontera de E, definida con orientación positiva, el teorema de la divergencia (gauss) dice que:
- A) La integral de superficie de un campo vectorial F sobre S, es igual ala integral doble de la divergencia de F
  - B) La integral de superficie de un campo vectorial F sobre S, es igual a la integral de línea sobre .... Que limita a S, recorrida en sentido positivo.
  - C) La integral de superficie del rotacional de un campo vectorial F sobre S, es igual a la integral de la divergencia de F
  - D) Ninguna de las anteriores afirmaciones es correcta

- 8) Una superficie paramétrica suave  $S$  esta dada por la ecuación  $r(u, v) = x(u, v)i + y(u, v)j + z(u, v)k$  y  $(u, v)$  pertenece al dominio  $D$  y  $S$  es cubierta una sola vez cuando  $(u, v)$  varia en todo el dominio, entonces el área superficial de  $S$  es:

A)  $A(S) = \iint_D |ru \times rv| dA$

B)  $A(S) = \iint_S |ru \times rv| dA$

C)  $A(S) = \iint_S (R_x \times r_y) dA$

D) Ninguna de las anteriores afirmaciones es correcta

- 9) Dada una curva suave  $r(t)$  en  $R^3$  y su vector tangente unitario  $T(t)$  en un punto cualquiera de la curva, entonces se verifica que:

1.  $T(t) \times T'(t) = 0$

2.  $N(t) \cdot |T'(t)| = T'(t)$

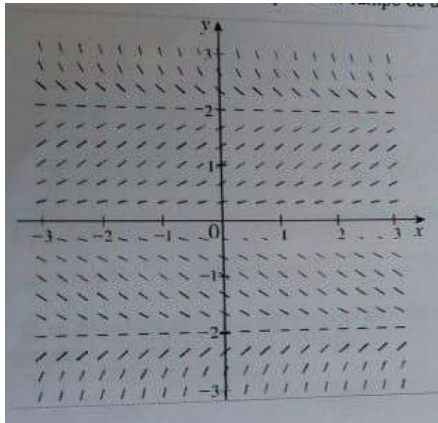
A) 1 y 2 son V

B) 1 y 2 son F

C) 1 es V y 2 es F

D) 1 es F y 2 es V

- 10) El siguiente grafico corresponde al campo de direcciones de la ecuación diferencial:



A)  $y' = y(y - 2)^2$

B)  $y' = y(y^2 + 4)$

C)  $y' = y(y^2 - 4)$

D) Ninguna de las anteriores es correcta

FINAL N°11:

1) La curva definida paramétricamente por  $r(t) = \langle \cos(t), \sin(t), t \rangle$  tiene:

1. Curvatura nula
2. Curvatura constante no nula
3. Torsión nula

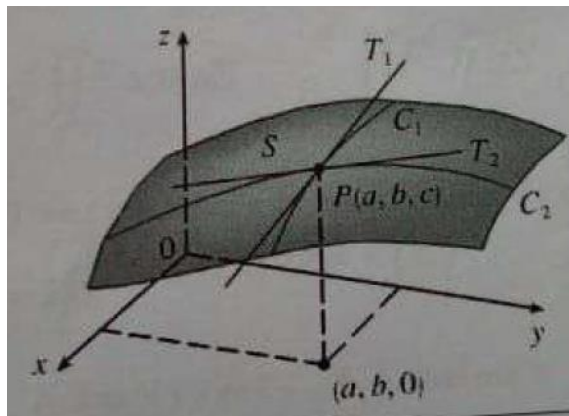
A) 1 es V y 3 es F

B) 1 y 3 son V

C) 2 es V y 3 es F

D) 1 es F y 3 es V

2)  $Z=f(x, y)$  representa una superficie  $S$ ,  $P(a, b, c)$  esta situado sobre  $S$ ,  $C_1$  es la intersección entre  $S$  y el plano  $y=b$ ,  $C_2$  es la intersección de  $S$  y el plano  $X=a$ /  
 $C_1$  y  $C_2$  se cortan en  $P$



Entonces:

1. La pendiente de  $T_1$ , recta tangente a la curva  $C_1$  en  $P$ , es  $\frac{\partial z}{\partial y}$
2. La pendiente de  $T_2$ , recta tangente a la curva  $C_2$  en  $P$ , es  $\frac{\partial z}{\partial x}$

A) 1 es V y 2 es F

B) Ambas son V

C) 1 es F y 2 es V

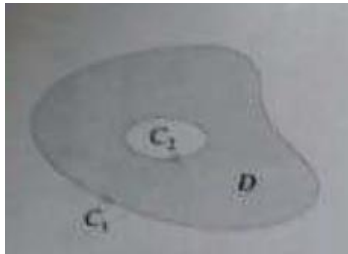
D) Ambas son F

3) Sea  $f$  una función de tres variables. La integral de línea  $\int_C f(x, y, z) dx$  a lo largo de una curva  $C$  suave, definida por  $r(t)$ , con  $a \leq t \leq b$ , es:

1.  $\int_a^b f(x(t), y(t), z(t)) * \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} dt$
2.  $\int_a^b f(r(t)) * |r'(t)| dt$

- A) 1 es V y 2 es F  
**B) Ambas son V**  
 C) 1 es F y 2 es V  
 D) Ambas son F

4) Dado el dominio  $D$  y las curvas  $C_1$  y  $C_2$  recorridas tal como se indica en la figura, entonces:



1. El teorema de Green es aplicable a  $D$
  2. El teorema de Green es aplicable a  $D$  si y solo si se lo transforma en un dominio simplemente conexo
- A) 1 es V y 2 es F  
**B) Ambas son V**  
 C) 1 es F y 2 es V  
 D) Ambas son F

5) Si  $F$  es un campo vectorial conservativo. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A)  **$\text{rot}(F) = 0$  Y  $\text{div}(\text{rot}(F)) = 0$**   
 B)  $\text{rot}(F) = 0$  Y  $\text{div}(F) = 0$   
 C)  $\text{rot}(F) \neq 0$  Y  $\text{div}(\text{rot}(F)) = 0$   
 D) Ninguna es correcta

6) Sea  $F$  un campo vectorial continuo definido sobre una superficie orientada  $S$  con vector unitario normal  $\mathbf{n}$ , entonces la integral de flujo de  $F$  por  $S$  es:

A)  $\iint_S F \times \mathbf{n} \, dS$

B)  $\iint_S F \cdot \mathbf{n} \, dS$

C)  $\iint_S F \times \mathbf{n} \, dS$

D) Ninguna es correcta

7) Sea  $f$  una función de tres variables y  $f(x, y, z)=1$  para todo  $(x, y, z)$  sobre un dominio  $E$ , entonces:

1.  $\iiint_E f(x, y, z) dV = V(E)$

2.  $\iint_E F(x, y, z) dA = A(E)$

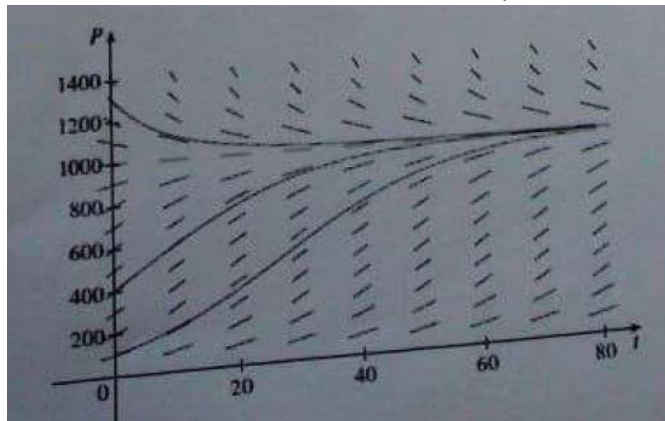
A) 1 es V y 2 es F

B) Ambas son V

C) 1 es F y 2 es V

D) Ambas son F

8) El siguiente grafico representa el campo de pendientes de las soluciones de una ecuación diferencial correspondiente a un modelo poblacional logístico



1. la ecuación es autónoma

2.  $P=0$  es solución de equilibrio

3.  $P=1000$  es una fuente

A) 1 es V y 3 es F

B) 1 y 2 son F

C) 2 y 3 son V

D) 1 y 3 son F

9) Un sistema de primer orden autónomo desacoplado con variable independiente "t" y variables dependientes "x" e "y", tiene la forma:

A)  $\frac{dx}{dt} = f(x); \frac{dy}{dt} = g(x)$

B)  $\frac{dx}{dt} = f(y, t); \frac{dy}{dt} = g(x, t)$

C)  $\frac{dx}{dt} = f(x, t); \frac{dy}{dt} = g(y, t)$

D) ninguna de las opciones es correcta

10) Dado el sistema masa-resorte  $m y'' + b y' + ky = 0$

1. Si  $4mk > b^2$  entonces el sistema no tiene oscilaciones
2. Si  $4mk = b^2$  entonces el sistema tiene oscilaciones perpetuas

A) 1 y 2 son V

B) 1 y 2 son F

C) 1 es V y 2 es F

D) 1 es F y 2 es V

11) Dada una ecuación diferencial lineal, con coeficientes constantes, de segundo orden y homogénea, el principio de linealidad o superposición establece que:

- a) La combinación lineal de 2 o mas soluciones también es solución
- b) La ecuación tiene siempre al menos una solución
- c) Si  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  son soluciones de la ecuación, entonces  $y_1(t)=y_2(t)$
- d) Ninguna de las otras respuestas es correcta

12) Dada una ecuación diferencial lineal, con coeficientes constantes, de segundo orden no homogénea, el principio de linealidad ampliado establece que:

- a) La solución general es la combinación lineal de 2 soluciones linealmente independientes
- b) La solución general es la suma de la solución general de la ecuación homogénea más una solución particular para la ecuación forzada
- c) La ecuación forzada tiene siempre una solución particular.

13) Si f es una función derivable de tres variables y u un vector cualquiera, entonces un valor extremo de la derivada direccional  $D_U = f(x, y, z)$  se presenta cuando:

- a) Ninguna de las otras respuestas es correcta
- b) u es proporcional al grad f
- c) u es ortogonal al grad f
- d) u esta en el mismo plano que grad f

- 14) la ecuación diferencial de segundo orden  $m \frac{d^2 y}{dt^2} + ky = 0$  puede representarse por el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden:

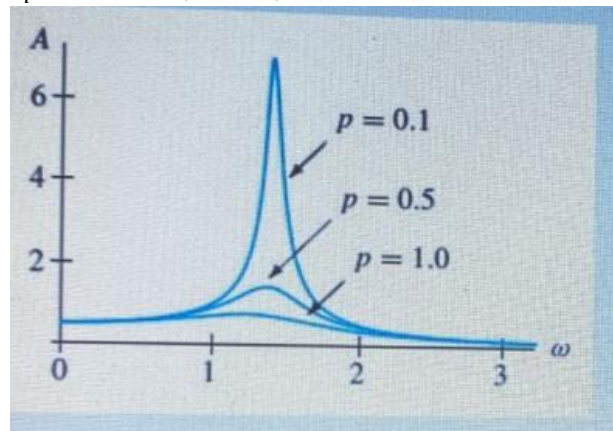
a)  $\frac{dy}{dt} = v \quad \frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m} y$

b)  $\frac{dv}{dt} = y \quad \frac{dy}{dt} = \frac{k}{m} v$

c)  $\frac{dy}{dt} = v \quad \frac{dv}{dt} = \frac{k}{m} y$

d)  $\frac{dv}{dt} = y \quad -\frac{dy}{dt} = \frac{k}{m} v$

- 15) La ecuación  $\frac{d^2 y}{dt^2} + p \frac{dy}{dt} + 2y = \cos wt$  tiene por solución particular a  $y_p(t) = A \cos(wt + \phi)$



En la figura de arriba se representan tres curvas  $A(w)$  para distintos valores de  $p$ . Los máximos de estas curvas se producen cuando, expresado con tres cifras significativas.

- a)  $W=1,46$   
b)  $W=1,41$   
c)  $W=1,31$   
d)  $W=1,36$



16) Una ecuación diferencial es separable si se puede escribir de la forma:

a)  $\frac{dx}{dt} = f(x) + g(t)$

b)  $\frac{dx}{dt} = \frac{f(x)}{g(t)}$

c)  $\frac{dx}{dt} = f(x)g(t)$

d)  $\frac{dx}{dt} = f(x) - g(t)$

17)  $F(x,y)=(M(x,y),N(x,y))$  es un campo vectorial conservativo donde M y N tienen derivadas parciales continuas de primer orden en un dominio D, entonces en todo D se cumple que:

a)  $\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0$

b)  $\frac{\partial M}{\partial y} + \frac{\partial N}{\partial x} = 0$

c)  $\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} = 0$

d)  $\frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial N}{\partial y} = 0$

18) ¿Cuál de las siguientes integrales permite calcular el área de la superficie de la gráfica de una función?

a)  $\iint_D f(x,y,g(x,y)) \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 + 1} dA$

b)  $\int_a^b \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)^2} dA$

c)  $\iint_D \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 + 1} dA$