

Modélisation d'un élément structurel simple et de son chargement

MX1 – SAE 1.03

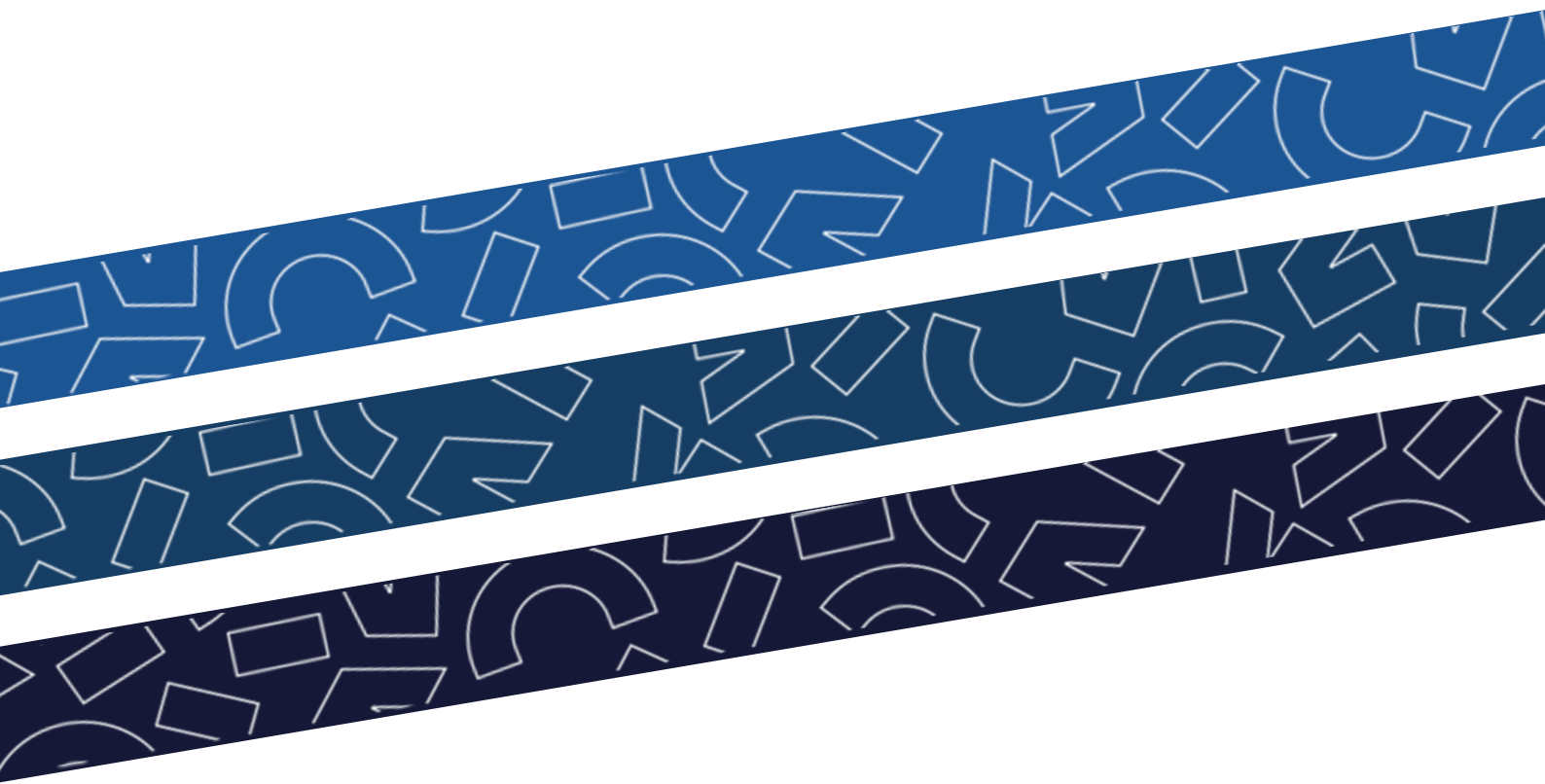


Table des matières

Présentation du sujet.....	3
Étude des charges appliquées aux solives de type 1 à 4	4
Informations sur les charges des solives	4
Type 1	5
Type 2	5
Type 3	5
Type 4	5
Étude des solives de type 1 à 4.....	6
Étude de la solive type 1	6
Étude de la solive type 2	9
Étude de la solive type 3	11
Étude de la solive type 4	14
Étude des poutres BLC	17
Étude de la poutre BLC 1	17
Étude des charges transmises	17
Étude de la poutre BLC 2	17
Étude des charges transmises	17
Étude du moment fléchissant maximal	18
Étude de la reprise de charge par le massif	20
Calcul du poids propre du poteau	20
Charges transmises au massif	20
Vérification de la pression au sol.....	20
Conclusion	20

Présentation du sujet

Dans le cadre de cette étude, nous nous intéressons à la conception et à la vérification d'un plancher haut du rez-de-chaussée d'un bâtiment à structure bois destiné à l'habitation. Cette analyse s'inscrit dans la démarche d'une modélisation complète des éléments structuraux du bâtiment, conformément aux exigences normatives.

Le projet vise à évaluer les charges appliquées sur les différents éléments porteurs (solives, poutres, poteaux), à établir leurs réactions, et à vérifier leur dimensionnement pour garantir la sécurité et la durabilité de la structure.

Les calculs réalisés couvrent :

- Le dimensionnement et la vérification des solives,
- L'analyse de la poutre principale en bois lamellé-collé,
- La reprise des charges par le poteau et la fondation.

Étude des charges appliquées aux solives de type 1 à 4

Informations sur les charges des solives

Coupes de concept des solives 1 à 4 :



Les charges ont les valeurs suivantes :

- Poids propre : 7 kN/m^3
- Planché en OSB : 200 N/m^2
- Plafond en BA18 : $4,2 \text{ kN/m}^3$
- Isolant : 140 N/m^2
- Charges d'exécution : 2 kN/m^2

Les charges sont donc variantes en fonction de la configuration de la solive et de la configuration dans laquelle elle se trouve.

Type 1

Charge répartie q :

- $Poids_{propre} = 0,08 \times 0,24 \times 7 \times 10^3 = 134,4 \text{ N/ml}$
- $Poids_{Planché \text{ en OSB+Plafond en BA18}} = (200 + 4200) \times 0,41 = 1804 \text{ N/ml}$
- $Poids_{Charges \text{ d'exécution}} = 2 \times 0,41 \times 10^3 = 820 \text{ N/ml}$
- $Poids_{Isolant} = 0,33 \times 140 = 46,2 \text{ N/ml}$
- TOTAL : 2804,6 N/ml

Type 2

Charge répartie q :

- $Poids_{propre} = 0,08 \times 0,24 \times 7 \times 10^3 = 134,4 \text{ N/ml}$
- $Poids_{Planché \text{ en OSB+Plafond en BA18}} = (200 + 4200) \times 0,41 = 1804 \text{ N/ml}$
- $Poids_{Charges \text{ d'exécution}} = 2 \times 0,41 \times 10^3 = 820 \text{ N/ml}$
- $Poids_{Isolant} = 0,33 \times 140 = 46,2 \text{ N/ml}$
- TOTAL : 2804,6 N/ml

Type 3

Charge répartie q :

- $Poids_{propre} = 0,08 \times 0,24 \times 7 \times 10^3 = 134,4 \text{ N/ml}$
- $Poids_{Planché \text{ en OSB+Plafond en BA18}} = (200 + 4200) \times 0,08 = 352 \text{ N/ml}$
- $Poids_{Charges \text{ d'exécution}} = 2 \times 0,08 \times 10^3 = 160 \text{ N/ml}$
- TOTAL : 646,4 N/ml

Charge Ponctuelle F :

- 2 Charges ponctuelles aux liaisons avec les solives type 2.

Type 4

Charge répartie q₁ :

- $Poids_{propre} = 0,12 \times 0,24 \times 7 \times 10^3 = 201,6 \text{ N/ml}$
- $Poids_{Planché \text{ en OSB+Plafond en BA18}} = (200 + 4200) \times 0,41 = 1804 \text{ N/ml}$
- $Poids_{Charges \text{ d'exécution}} = 2 \times 0,41 \times 10^3 = 820 \text{ N/ml}$
- $Poids_{Isolant} = 0,29 \times 140 = 40,6 \text{ N/ml}$
- TOTAL : 2866,2 N/ml

Charge répartie q₂ :

- $Poids_{propre} = 0,12 \times 0,24 \times 7 \times 10^3 = 201,6 \text{ N/ml}$
- $Poids_{Planché \text{ en OSB+Plafond en BA18}} = (200 + 4200) \times 0,205 = 902 \text{ N/ml}$
- $Poids_{Charges \text{ d'exécution}} = 2 \times 0,205 \times 10^3 = 410 \text{ N/ml}$
- $Poids_{Isolant} = 0,145 \times 140 = 20,3 \text{ N/ml}$
- TOTAL : 1533,9 N/ml

Charge Ponctuelle F :

- Charge ponctuelle à la liaison avec la solive type 3.

Étude des solives de type 1 à 4

Chaque type de solive (1, 2, 3 et 4) a fait l'objet d'une analyse détaillée. Les étapes suivantes ont été réalisées pour chaque cas :

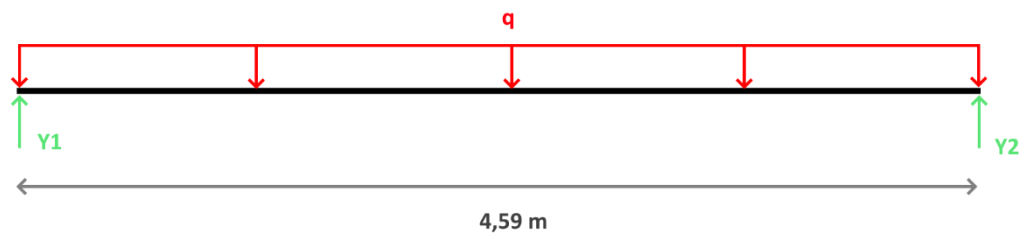
1. Calcul des charges reprises par la solive (charges permanentes et d'exploitation).
2. Modélisation sous forme de schéma mécanique.
3. Calcul des réactions d'appui.
4. Traçage des diagrammes d'effort tranchant (N), de cisaillement (V) et de moment fléchissant (M).

Les résultats obtenus montrent la distribution des efforts et valident les dimensions des solives selon les contraintes de service.

Étude de la solive type 1

$$q = 2804,6 \text{ N/ml}$$

TYPE 1

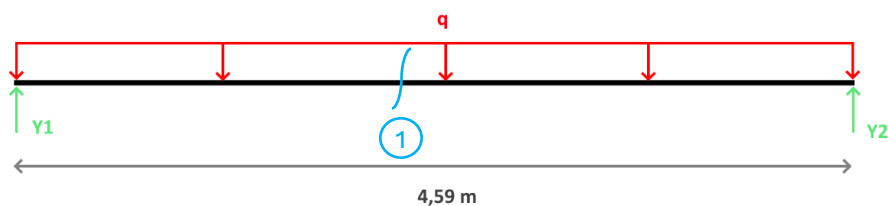


On conclut succinctement en remarquant que les charges sont réparties équitablement et donc que :

$$Y_1 = Y_2 = \frac{4,59 \times q}{2} = 6436,4 \text{ N}$$

Coupure : $0 \leq x \leq 4,59$

TYPE 1



PFS :

- $\sum_i Fi_{/x} = 0 \Leftrightarrow N(x) = 0$
- $\sum_i Fi_{/y} = 0 \Leftrightarrow V(x) = q \cdot x - Y_1$
 $\Leftrightarrow V(x) = 2804,6 \times x - 6436,4$
- $\sum_i M_{Fi;g} = 0 \Leftrightarrow M(x) = Y_1 \times x - q \cdot \frac{x^2}{2}$
 $\Leftrightarrow M(x) = 6436,4 \times x - 2804,6 \times \frac{x^2}{2}$

Valeurs remarquables :

$$V(0) = -6436 \text{ N}$$

$$V(4,59) = 6436 \text{ N}$$

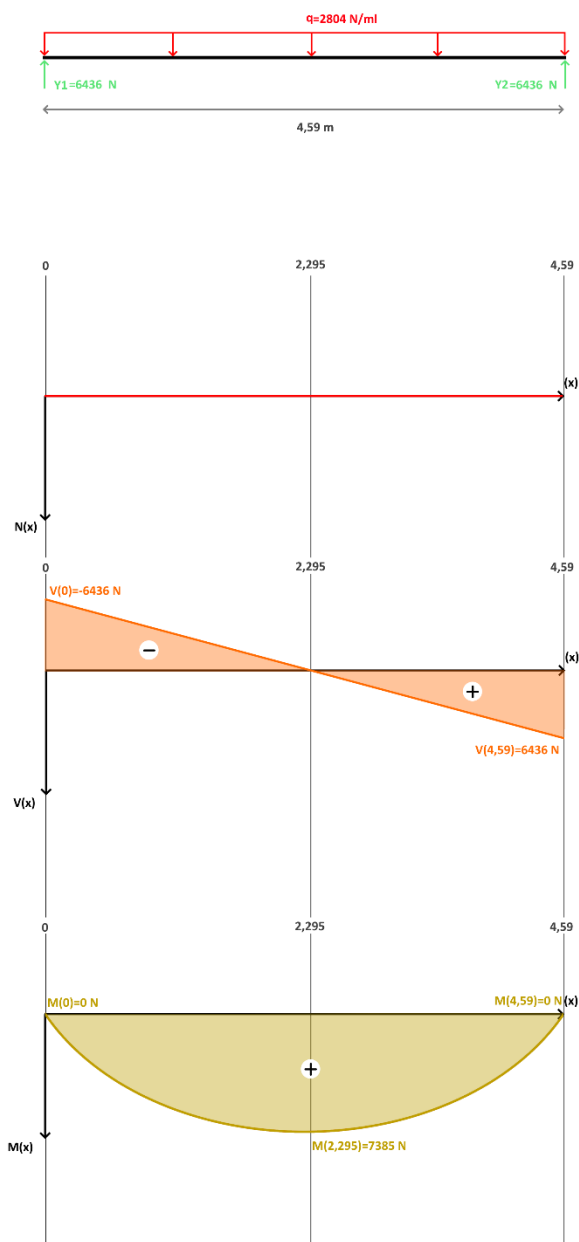
$$M(0) = 0 \text{ N}$$

$$M(2,295) = 7385 \text{ N}$$

$$M(4,59) = 0 \text{ N}$$

D'où les diagrammes N, V, M :

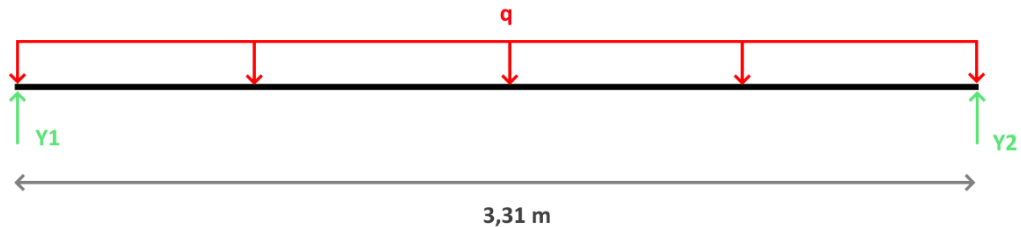
TYPE 1



Étude de la solive type 2

$$q = 2804,6 \text{ N/ml}$$

TYPE 2

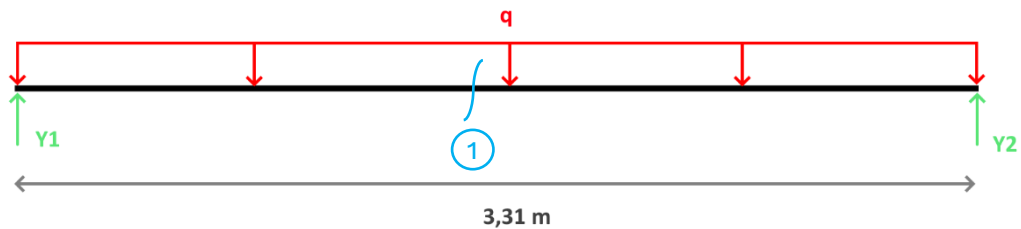


On conclut succinctement en remarquant que les charges sont réparties équitablement et donc que :

$$Y_1 = Y_2 = \frac{3,31 \times q}{2} = 6436,4 \text{ N}$$

Coupure : $0 \leq x \leq 3,31$

TYPE 2



PFS :

- $\sum_i Fi_{/x} = 0 \Leftrightarrow N(x) = 0$
- $\sum_i Fi_{/y} = 0 \Leftrightarrow V(x) = q \cdot x - Y_1$
 $\Leftrightarrow V(x) = 2804,6 \times x - 6436,4$
- $\sum_i M_{Fi;g} = 0 \Leftrightarrow M(x) = Y_1 \times x - q \cdot \frac{x^2}{2}$
 $\Leftrightarrow M(x) = 6436,4 \times x - 2804,6 \times \frac{x^2}{2}$

Valeurs remarquables :

$$V(0) = -6436 \text{ N}$$

$$V(3,31) = 2847 \text{ N}$$

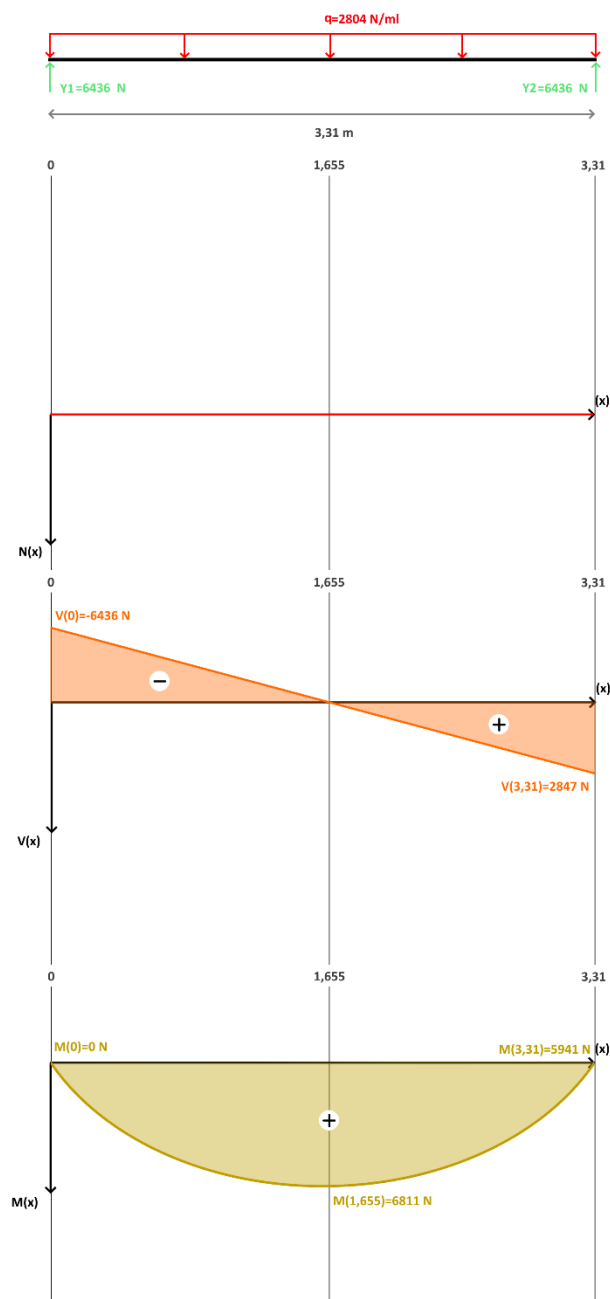
$$M(0) = 0 \text{ N}$$

$$M(1,655) = 6811 \text{ N}$$

$$M(3,31) = 5941 \text{ N}$$

D'où les diagrammes N, V, M :

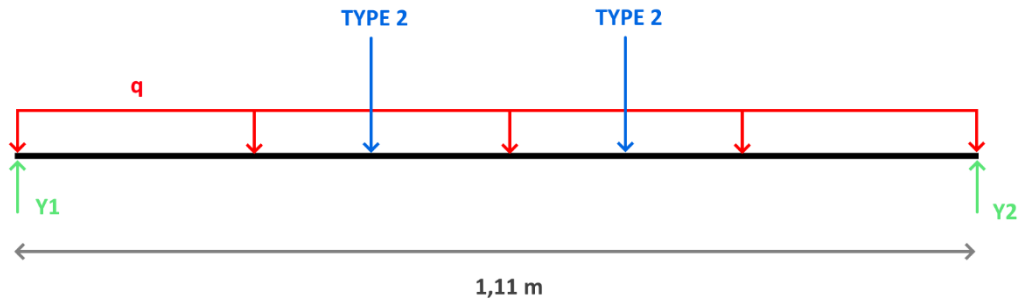
TYPE 2



Étude de la solive type 3

$$q = 646,4 \text{ N/ml} \quad \text{et} \quad F_{T2} = \frac{2804,6 \times 3,31}{2} = 4641,6 \text{ N}$$

TYPE 3

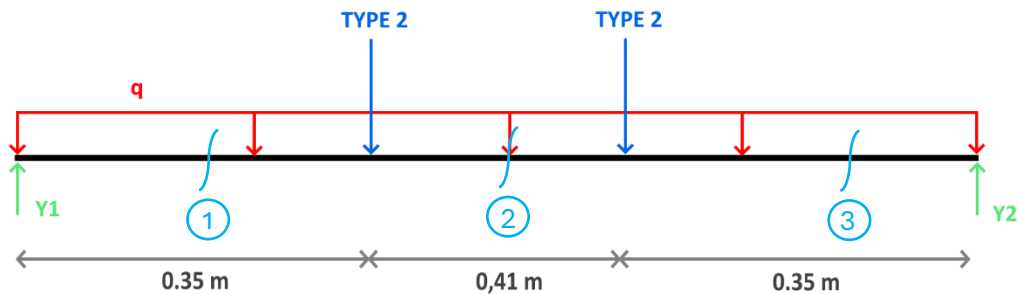


On conclut succinctement en remarquant que les charges sont réparties équitablement et donc que :

$$Y_1 = Y_2 = \frac{4641,6 \times 2}{2} + \frac{646,4 \times 1,11}{2} = 5000,4 \text{ N}$$

Coupures :

TYPE 3



1: $0 \leq x \leq 0,35$

PFS :

- $\sum_i F_{i/x} = 0 \Leftrightarrow N(x) = 0$
- $\sum_i F_{i/y} = 0 \Leftrightarrow V(x) = q \cdot x - Y_1$
 $\Leftrightarrow V(x) = 646,4 \times x - 5000,4$
- $\sum_i M_{F_{i,1}} = 0 \Leftrightarrow M(x) = Y_1 \times x - q \cdot \frac{x^2}{2}$
 $\Leftrightarrow M(x) = 5000,4 \times x - 646,4 \times \frac{x^2}{2}$

Valeurs remarquables :

$$V(0) = -5000 \text{ N}$$

$$V(0,35) = -4774 \text{ N}$$

$$M(0) = 0 \text{ N}$$

$$M(0,35) = 1710 \text{ N}$$

2: $0,35 \leq x \leq 0,76$

PFS :

- $\sum_i Fi_{/x} = 0 \Leftrightarrow N(x) = 0$
- $\sum_i Fi_{/y} = 0 \Leftrightarrow V(x) = q \cdot x + F_{T2} - Y_1$
 $\Leftrightarrow V(x) = 646,4 \times x + 4641,6 - 5000,4$
- $\sum_i M_{Fi,1} = 0 \Leftrightarrow M(x) = Y_1 \times x - F_{T2} \times (x - 0,35) - q \cdot \frac{x^2}{2}$
 $\Leftrightarrow M(x) = 5000,4 \times x - 4641,6 \times (x - 0,35) - 646,4 \times \frac{x^2}{2}$

Valeurs remarquables :

$$V(0,35) = -132 \text{ N}$$

$$V(0,76) = 132 \text{ N}$$

$$M(0,35) = 1710 \text{ N}$$

$$M(0,555) = 1724 \text{ N}$$

$$M(0,76) = 1710 \text{ N}$$

3: $0,76 \leq x \leq 1,11$

PFS :

- $\sum_i Fi_{/x} = 0 \Leftrightarrow N(x) = 0$
- $\sum_i Fi_{/y} = 0 \Leftrightarrow V(x) = q \cdot x + 2 \times F_{T2} - Y_1$
 $\Leftrightarrow V(x) = 646,4 \times x + 4641,6 \times 2 - 5000,4$
- $\sum_i M_{Fi,1} = 0 \Leftrightarrow M(x) = Y_1 \times x - F_{T2} \times ((x - 0,35) + (x - 0,35 - 0,41)) - q \cdot \frac{x^2}{2}$
- $\Leftrightarrow M(x) = 5000,4 \times x - 4641,6 \times ((x - 0,35) + (x - 0,35 - 0,41)) - 646,4 \times \frac{x^2}{2}$

Valeurs remarquables :

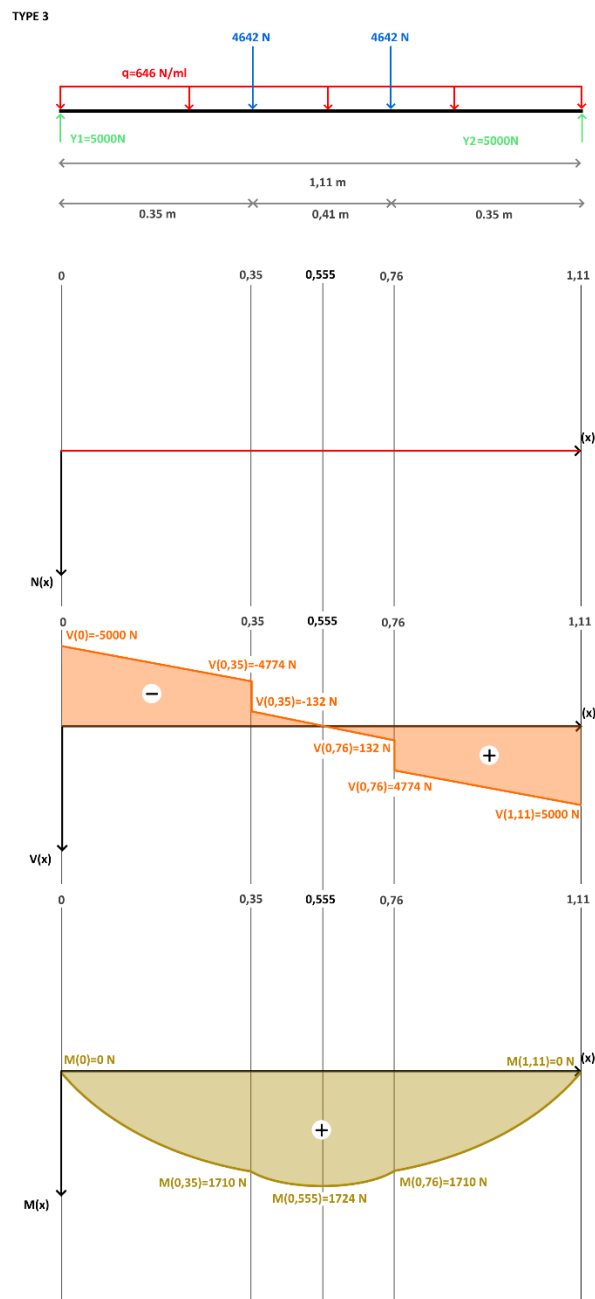
$$V(0,76) = 4774 \text{ N}$$

$$V(1,11) = 5000 \text{ N}$$

$$M(0,76) = 1710 \text{ N}$$

$$M(1,11) = 0 \text{ N}$$

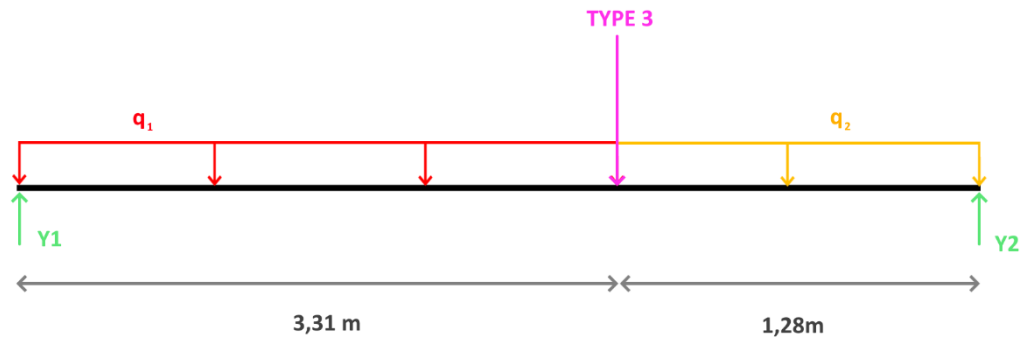
D'où les diagrammes N, V, M :



Étude de la solive type 4

$$q_1 = 2866,2 \text{ N/ml} \quad q_2 = 1533,9 \text{ N/ml} \quad \text{et} \quad F_{T3} = 4641,6 + \frac{646,4 \times 1,11}{2} = 5000,4 \text{ N}$$

TYPE 4



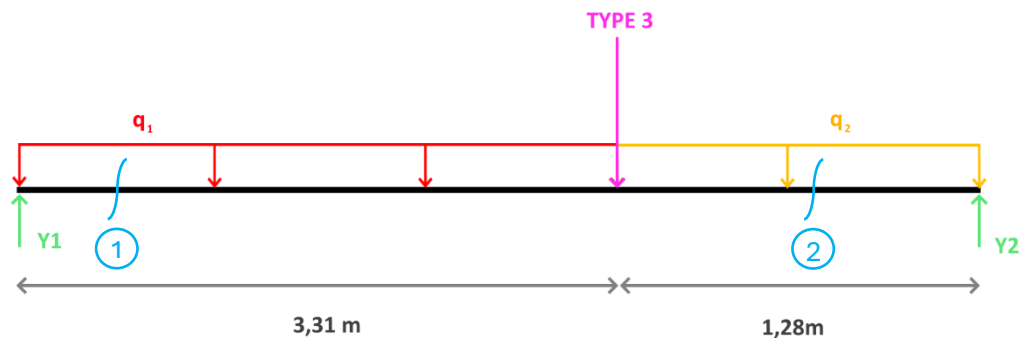
PFS :

- $\sum_i F_{i/x} = 0$
- $\sum_i F_{i/y} = 0 \Leftrightarrow q_1 \times 3,31 + q_2 \times 1,28 + F_{T3} = Y_1 + Y_2$
 $\Leftrightarrow q_1 \times 3,31 + q_2 \times 1,28 + F_{T3} - Y_2 = Y_1$
 $\Leftrightarrow 16450,9 - Y_2 = Y_1$
- $\sum_i M_{F_{i,1}} = 0 \Leftrightarrow Y_2 \times (3,31 + 1,28) = \frac{q_1 \times 3,31^2}{2} + (q_2 \times 1,28) \times \left(\frac{1,28}{2} + 3,31\right) + F_{T3} \times 3,31$
 $\Leftrightarrow Y_2 = \frac{\frac{q_1 \times 3,31^2}{2} + (q_2 \times 1,28) \times \left(\frac{1,28}{2} + 3,31\right) + F_{T3} \times 3,31}{(3,31 + 1,28)}$
 $\Leftrightarrow Y_2 = \frac{\frac{2866,2 \times 3,31^2}{2} + (1533,9 \times 1,28) \times \left(\frac{1,28}{2} + 3,31\right) + 5000,4 \times 3,31}{(3,31 + 1,28)} = 8716,3 \text{ N}$

Donc : $Y_1 = 16450,9 - 8716,3 = 7734,6 \text{ N}$

Coupures :

TYPE 4



1: $0 \leq x \leq 3,31$

PFS :

- $\sum_i Fi_{/x} = 0 \Leftrightarrow N(x) = 0$
- $\sum_i Fi_{/y} = 0 \Leftrightarrow V(x) = q_1 \times x - Y_1$
 $\Leftrightarrow V(x) = 2866,2 \times x - 7734,6$
- $\sum_i M_{Fi,1} = 0 \Leftrightarrow M(x) = Y_1 \times x - q_1 \times \frac{x^2}{2}$
 $\Leftrightarrow M(x) = 7734,6 \times x - 2866,2 \times \frac{x^2}{2}$

Valeurs remarquables :

$$V(0) = -7734 \text{ N}$$

$$V(3,31) = 1752 \text{ N}$$

$$M(0) = 0 \text{ N}$$

$$M(2,70) = 10\,436 \text{ N}$$

$$M(3,31) = 9900 \text{ N}$$

2: $3,31 \leq x \leq 4,59$

PFS :

- $\sum_i Fi_{/x} = 0 \Leftrightarrow N(x) = 0$
- $\sum_i Fi_{/y} = 0 \Leftrightarrow V(x) = q_1 \times 3,31 - Y_1 + F_{T3} + q_2 \times (x - 3,31)$
 $\Leftrightarrow V(x) = 2866,2 \times x - 7734,6 + 5000,4 + 1533,9 \times (x - 3,31)$
- $\sum_i M_{Fi,1} = 0 \Leftrightarrow M(x) = Y_1 \times x - F_{T3} \times (x - 3,31) - (q_1 \times 3,31) \left(x - \frac{3,31}{2}\right) - q_2 \times \frac{(x-3,31)^2}{2}$
 $\Leftrightarrow M(x) = 7734,6 \times x - 5000,4 \times (x - 3,31) - (2866,2 \times 3,31) \left(x - \frac{3,31}{2}\right)$
 $\quad - 1533,9 \times \frac{(x - 3,31)^2}{2}$

Valeurs remarquables :

$$V(3,31) = 6752 \text{ N}$$

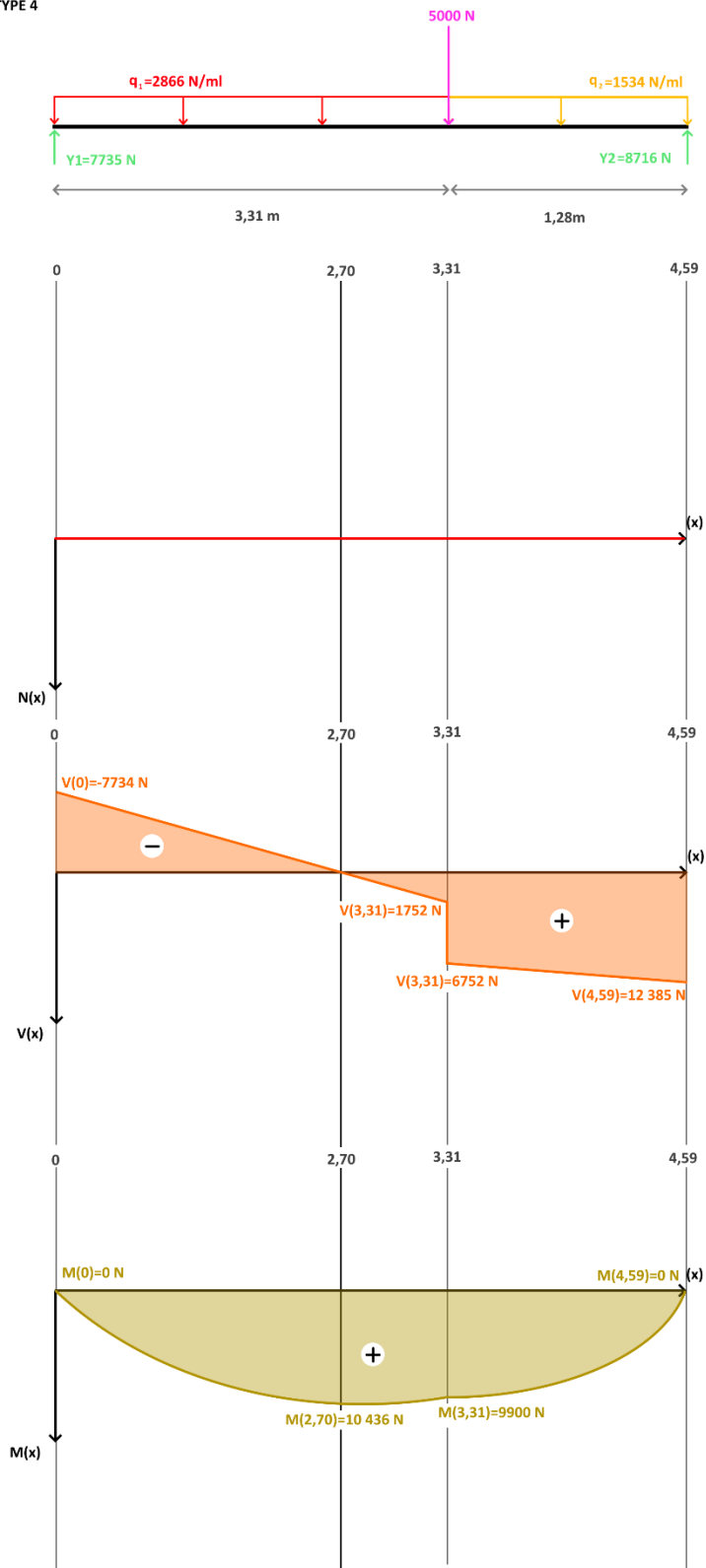
$$V(4,59) = 12\,385 \text{ N}$$

$$M(3,31) = 9900 \text{ N}$$

$$M(4,59) = 0 \text{ N}$$

D'où les diagrammes N, V, M :

TYPE 4



Étude des poutres BLC

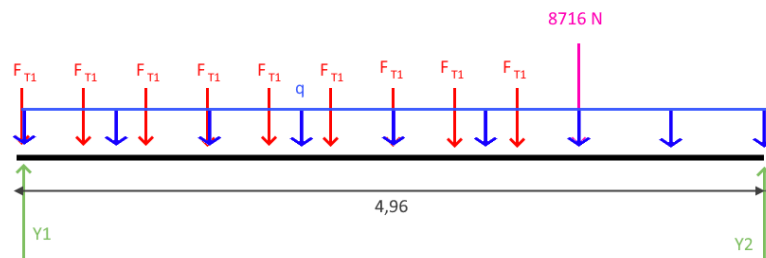
L'analyse des poutres BLC se concentre sur :

- Le calcul des charges reprises, tenant compte de la répartition du poids des solives.
- La détermination du moment fléchissant maximal.

Poids propre des poutres : $7,3 \text{ kg/m}^3 \rightarrow q = 0,097 \times 0,240 \times 10 \times 1000 \times 7,3 = 1699 \text{ N/ml}$

Étude de la poutre BLC 1

Étude des charges transmises



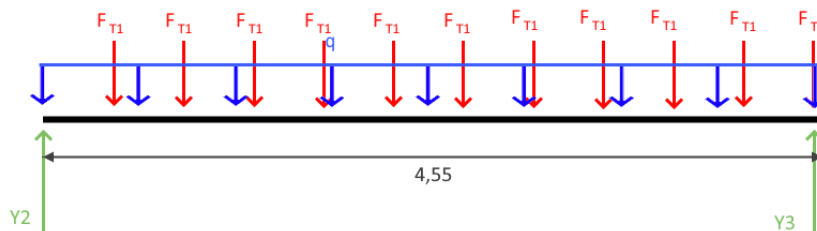
PFS :

- $\sum_i F_{i/x} = 0$
- $\sum_i F_{i/y} = 0 \Leftrightarrow Y_1 = F_{T1} \times 9 + F_{T4} - Y_2 = 6436 \times 9 + 8716 + 4,96 \times 1699 - Y_2$
- $\sum_i M_{F_i;1} = 0 \Leftrightarrow Y_2 = \frac{F_{T1} \times \sum_{k=1}^8 (0,41 \times k) + 9 \times 0,41 \times F_{T4} + 4,96 \times 1699}{4,96}$
 $= \frac{6436 \times \sum_{k=1}^8 (0,41 \times k) + 9 \times 0,41 \times 8716 + 4,96 \times 1699}{4,96} = 27335 \text{ N}$

$$Y_1 = 47\,732 \text{ N}$$

Étude de la poutre BLC 2

Étude des charges transmises



PFS :

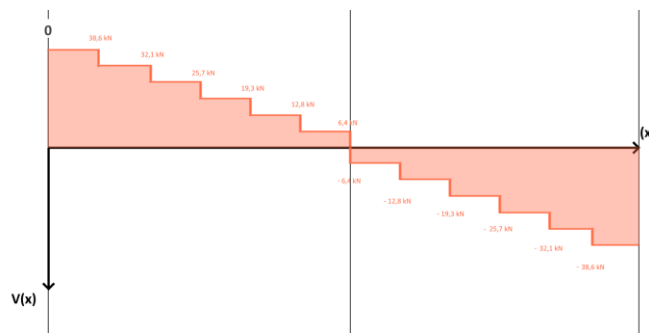
- $\sum_i F_{i/x} = 0$
- $\sum_i F_{i/y} = 0 \Leftrightarrow Y_2 = F_{T1} \times 11 - Y_3 = 6436 \times 11 + 4,96 \times 1699 - Y_3$
- $\sum_i M_{F_i; 2} = 0 \Leftrightarrow Y_3 = \frac{F_{T1} \times \sum_{k=1}^{10} (0,41 \times k) + 4,96 \times 1699}{4,55} = \frac{6436 \times \sum_{k=1}^{10} (0,41 \times k) + 4,96 \times 1699}{4,55} = 33\,577\,N$

$$Y_2 = 45\,646\,N$$

Étude du moment fléchissant maximal

Méthode par intégrale :

On trace le diagramme V de la poutre puis on calcule l'aire sous la courbe jusqu'au centre de la poutre afin d'obtenir le moment fléchissant maximale. On négligera le poids propre de la poutre pour cette étude.



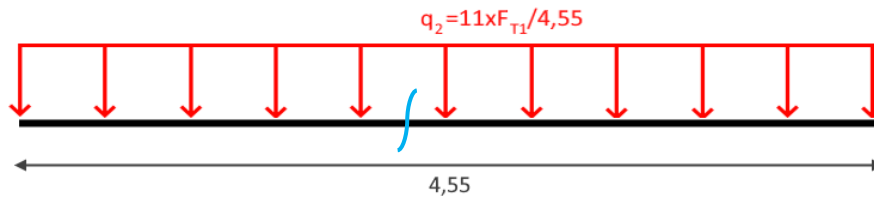
On obtient donc le calcul d'aire suivant : $A = \sum_{k=0}^5 0,41 \times k \times 6,4 = 39,36\,kN.m$

Le moment fléchissant maximale est donc de 39,36 kN. m.

Méthode par coupure d'une charge répartie :

On appelle q la charge répartie qui modélise les charges ponctuelles des solives de type 1 et qui vaut $q = \frac{6,436 \times 11}{4,55} = 15,6 \text{ kN/m}$.

Coupure :



PFS :

- $\sum_i F_{i/y} = 0 \Leftrightarrow V(x) = q \cdot x$
 $\Leftrightarrow V(x) = 15,6 \times x$
- $\sum_i M_{F_i;g} = 0 \Leftrightarrow M(x) = Y_1 \times x - q \cdot \frac{x^2}{2}$
 $\Leftrightarrow M(x) = 15,6 \times \frac{x^2}{2}$

On calcule donc : $M\left(\frac{4,55}{2}\right) = 40,3 \text{ kN.m}$.

Conclusion et comparaison des deux méthodes

En comparant les deux méthodes on peut conclure en constatant que la méthode par modélisation en charge répartie, bien que plus rapide, est moins précise que la méthode par intégrale. Cependant comme elle approche la valeur au supérieur cela ne cause pas de problème de dimensionnement de structure puisqu'on aborde le problème de manière pessimiste.

Étude de la reprise de charge par le massif

Dans cette section, nous analysons la capacité du massif à reprendre les charges transmises par le poteau P1.

Calcul du poids propre du poteau

Le poteau, en bois massif (C24), présente un poids propre calculé comme suit :

$$P_{\text{poteau}} = (0,097 \times 0,240 \times 3,25) \times 4200 = 318 \text{ N}$$

Charges transmises au massif

Les charges appliquées au massif incluent les efforts transmis par :

- La force Y_2 de la poutre BLC 1,
- La force Y_2 de la poutre BLC 2,
- La force Y_2 de la solive 4,
- Le poids propre du poteau.

La somme totale des charges s'élève à :

$$F_{\text{transmis}} = 45\,646 + 27\,335 + 8\,716 + 318 = 82\,015 \text{ N}$$

Vérification de la pression au sol

La base du massif a une surface de $600 \times 600 \text{ mm}^2$ soit : $S = 0,36 \text{ m}^2$

La pression exercée par le massif sur le sol est donnée par :

$$MPaP = \frac{F}{S} = \frac{82\,015}{0,36} = 227\,819 \text{ Pa} = 0,227 \text{ MPa}$$

Conclusion

La pression exercée par la charge transmise est de 0,227 MPa dans le cas le plus pessimiste, ce qui est inférieur à la résistance du sol de 0,3 MPa. Par conséquent, la structure ne subira pas d'enfoncement au niveau du massif.