

MODULE 1 : INTRODUCTION DEEP LEARNING PRISE EN MAIN PYTORCH

Agro-IODAA-Semestre 1



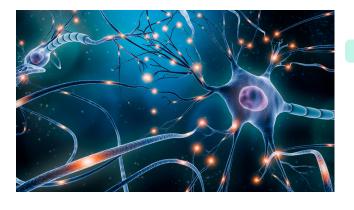
Vincent Guigue (Inspiré de N. Baskiotis & B. Piwowarski)



Introduction au Deep Learning



Inspiration biologique [plus ou moins lointaine]

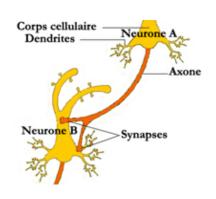


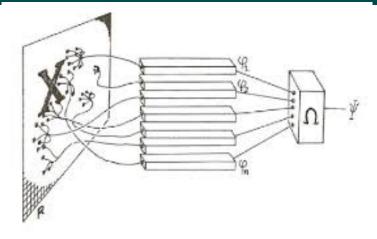
Réseau de neurones

- Opérateur complexe
- Logique d'activation et de fusion des messages
- Nom évocateur et vendeur



Inspiration biologique [plus ou moins lointaine]

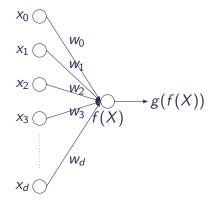




- Feature
- Fusion de message = addition
- Activation = signe (=décision)



Les origines de l'apprentissage profond : le perceptron



Le perceptron

Sur un jeu de données $(\mathbf{x}, y) \in \mathbb{R}^d \times \{-1, 1\}$

- $f_{\mathbf{w}}(\mathbf{x}) = w_0 + \sum_{i=1}^d x_i w_i = w_0 + \langle \mathbf{x}, \mathbf{w} \rangle$
- Fonction de décision : g(x) = sign(x)
- \rightarrow Sortie : $g(f(\mathbf{x})) = sign(\langle \mathbf{x}, \mathbf{w} \rangle)$
- Problème d'apprentissage : $argmax_{\mathbf{w}}\mathbb{E}_{\mathbf{x},y}[max(0,-yf_{\mathbf{w}}(\mathbf{x}))]$

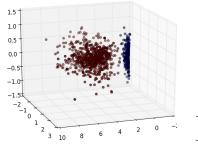
Algorithme du perceptron

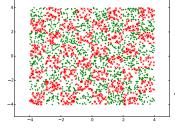
- Tant qu'il n'y a pas convergence :
 - **pour tous les exemples** (x^i, y^i) :
 - si $(y^i \times < \mathbf{w}.\mathbf{x}^i >) < 0$ alors $\mathbf{w} = \mathbf{w} + \epsilon y^i \mathbf{x}^i$
- Descente de gradient sur le coût

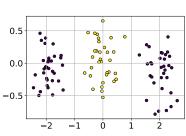


Limites du perceptron

Est-il capable de séparer ces données ?

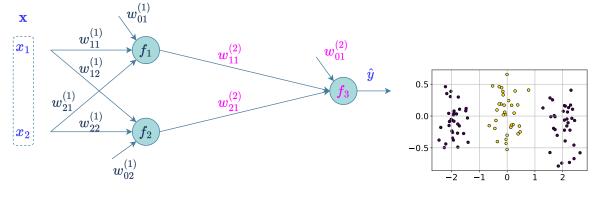








Combinons deux neurones

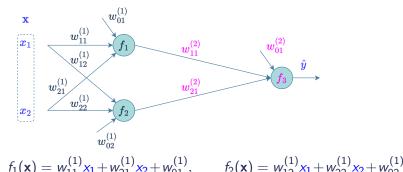


$$f_1(\mathbf{x}) = w_{11}^{(1)} x_1 + w_{21}^{(1)} x_2 + w_{01}^{(1)}, \qquad f_2(\mathbf{x}) = w_{12}^{(1)} x_1 + w_{22}^{(1)} x_2 + w_{02}^{(1)}$$
$$f_3(\mathbf{x}) = w_{11}^{(2)} f_1(\mathbf{x}) + w_{21}^{(2)} f_2(\mathbf{x}) + w_{01}^{(2)}$$

Combiner des neurones \Rightarrow suffisant ?



Combinons deux neurones



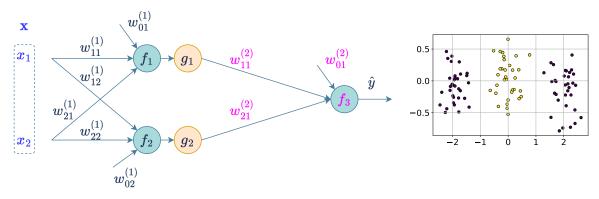
$$f_3(\mathbf{x}) = w_{11}^{(2)} f_1(\mathbf{x}) + w_{21}^{(2)} f_2(\mathbf{x}) + w_{21}^{(2)}$$

$$f_3(\mathbf{x}) = w_{11}^{(2)}(w_{11}^{(1)}x_1 + w_{21}^{(1)}x_2 + w_{01}^{(1)}) + w_{21}^{(2)}(w_{12}^{(1)}x_1 + w_{22}^{(1)}x_2 + w_{02}^{(1)}) + w_{01}^{(2)}$$

$$\Leftrightarrow f_3(\mathbf{x}) = x_1(w_{11}^{(2)}w_{11}^{(1)} + w_{21}^{(2)}w_{12}^{(1)}) + x_2(w_{11}^{(2)}w_{21}^{(1)} + w_{21}^{(2)}w_{22}^{(1)}) + w_{01}^{(2)} + w_{11}^{(2)}w_{01}^{(1)} + w_{21}^{(2)}w_{02}^{(1)}$$

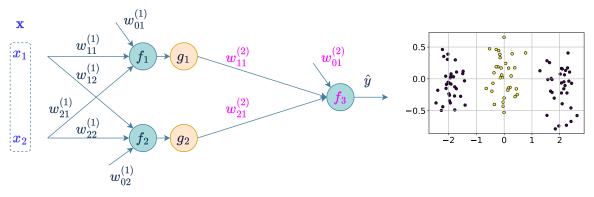
Non! il faut introduire de la non linéarité, sinon équivalent à un perceptron . . .





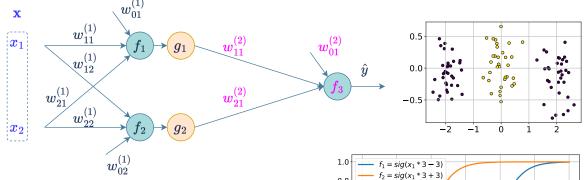
■ Quelle non-linéarité ?

- Fonction *signe* ?
- ⇒ dérivée problématique . . .
 - Fonctions tanh, sigmoïde, . . . + biais



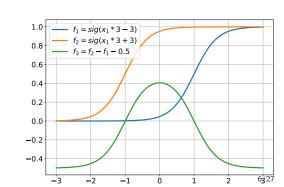
- Quelle non-linéarité ?
 - Fonction *signe* ?
 - \Rightarrow dérivée problématique . . .
 - Fonctions tanh, sigmoide, ... + biais

Introduction 0000 • 000000



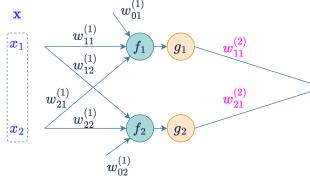
- Quelle non-linéarité ?
 - Fonction *signe* ?
 - ⇒ dérivée problématique . . .
 - Fonctions tanh, sigmoïde, ... + biais

$$g(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x)}$$



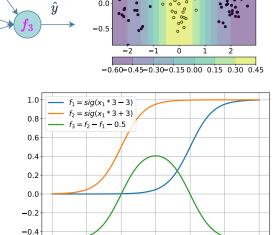


Introduction 0000 • 000000



- Quelle non-linéarité ?
 - Fonction *signe* ?
 - ⇒ dérivée problématique . . .
 - Fonctions tanh. sigmoide. . . . + biais

$$g(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x)}$$



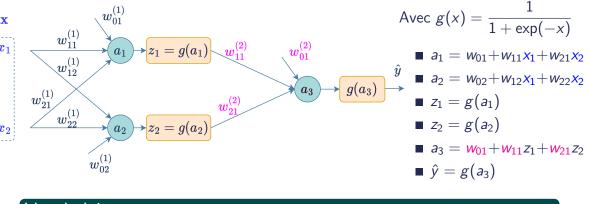
-1

Ó



Vocabulaire de l'inférence

Introduction 0000000000

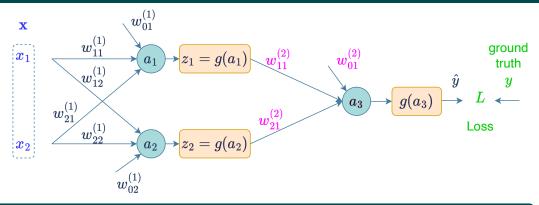


Vocabulaire

- Inférence : passe forward
- g fonction d'activation (non linéarité du réseau)
- a_i activation du neurone i
- \blacksquare z_i sortie du neurone i (transformé non linéaire de l'activation).



Apprentissage



Objectif : apprendre les poids

- Choix d'un coût : moindres carrés $L(\hat{y}, y) = (\hat{y} y)^2$
- [pourquoi est ce un bon choix ?]
- Mais comment répartir l'erreur entre les poids ?
- ⇒ Rétro-propagation de l'erreur



Descente de gradient

Objectif: calculer les gradients partiels par rapport aux paramètres

$$\forall i, j, \qquad \frac{\partial L(\hat{y}, y)}{\partial w_{ij}}$$

Forward: calcul de \hat{y}

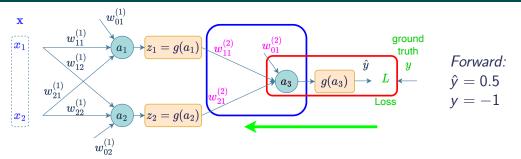
[entre autres]

Backward: calcul des gradients

Optimisation: descente de gradient

$$w_{ij} \leftarrow w_{ij} - \underbrace{\varepsilon}_{\text{Learning rate}} \frac{\partial L(\hat{y}, y)}{\partial w_{ij}}$$

Calcul du gradient: chain rule



Backward, poids de la dernière couche : $\nabla_{w_{\cdot}^{(2)}}L(\hat{y},y)$

$$L(\hat{y},y) = (g(a_3) - y)^2 = \left(g\left(w_{01}^{(2)} + w_{11}^{(2)}z_1 + w_{21}^{(2)}z_2\right) - y\right)^2$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_{i1}^{(2)}} = \frac{\partial L}{\partial a_3} \frac{\partial a_3}{\partial w_{i1}^{(2)}} \quad \text{avec} \begin{vmatrix} \frac{\partial L}{\partial a_3} & = \frac{\partial L}{\partial g(a_3)} \frac{\partial g(a_3)}{\partial a_3} = \frac{\partial (g(a_3) - y)^2}{\partial a_3} & = 2g'(a_3)(g(a_3) - y) \\ \frac{\partial a_3}{\partial w_{i1}^{(2)}} & = \frac{\partial (w_{01}^{(2)} + w_{11}^{(2)} z_1 + w_{12}^{(2)} z_2)}{\partial w_{i1}^{(2)}} & = z_i \end{vmatrix}$$

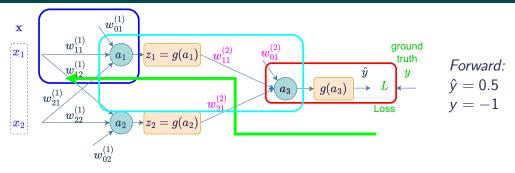
Soit: $\frac{\partial L}{\partial w_{i_1}^{(2)}} = 2g'(a_3)(\hat{y} - y)z_i \implies \text{Mise à jour possible}$

correction de wi1

Réseau de neurones

Calcul du gradient: chain rule





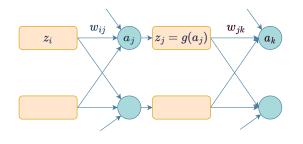
Backward, poids de la première couche: $w_{i1}^{(1)}$ (par exemple)

$$\frac{\partial L}{\partial w_{i1}} = \frac{\partial L}{\partial a_{1}} \frac{\partial a_{1}}{\partial w_{i1}} \quad \text{avec} \begin{vmatrix} \frac{\partial L}{\partial a_{1}} & = \frac{\partial L}{\partial a_{3}} \frac{\partial a_{3}}{\partial a_{1}} & = \frac{\partial L}{\partial a_{3}} g'(a_{1}) w_{11}^{(2)} \\ \frac{\partial a_{1}}{\partial w_{i1}} & = \frac{\partial W_{01}^{(1)} + w_{11}^{(1)} x_{1} + w_{21}^{(1)} x_{2}}{\partial w_{i1}^{(1)}} & = x_{i} \end{vmatrix}$$
Soit:
$$\frac{\partial L}{\partial w_{i1}} = \frac{\partial L}{\partial a_{1}} x_{i} = \frac{\partial L}{\partial a_{3}} x_{i} = \frac{g'(a_{1}) w_{13}}{\partial a_{3}} x_{i}$$
poids de la connexion

erreur à propager



Cas général dans les couches intermédiaires



$$\frac{\partial L}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial a_j}{\partial w_{ij}} \frac{\partial L}{\partial a_j} = z_i \frac{\partial L}{\partial a_j}$$

$$\frac{\partial L}{\partial a_j} = \sum_k \frac{\partial a_k}{\partial a_j} \frac{\partial L}{\partial a_k}$$

$$\frac{\partial L}{\partial a_j} = \sum_k (g'(a_k)w_{jk}) \qquad \frac{\partial L}{\partial a_k}$$

On note:
$$\delta_j = \frac{\partial L}{\partial a_i}$$

erreur sur i

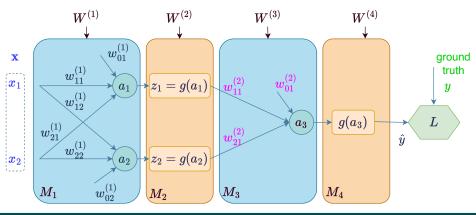
- Lorsque l'erreur *arrive* de plusieurs sources ⇒ somme
- **E**xpression de l'erreur de la couche j par rapport à l'erreur de la couche k

erreur à propager

ARCHITECTURE MODULAIRE

Introduction Architecture modulaire • 0 0 0 0 Réseau de neurones <u>Autres modules</u> <u>Conclusion</u>

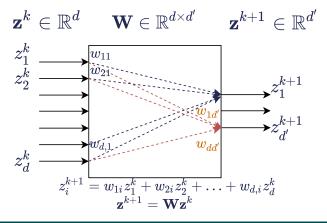
Réseau : assemblage de modules



Un module M^k

- \blacksquare a des entrées : le résultat de la couche précédente z^{k-1}
- lacktriangle a possiblement des paramètres $W^{(k)}$ [vu également comme des entrées]
- \blacksquare produit une sortie z^k



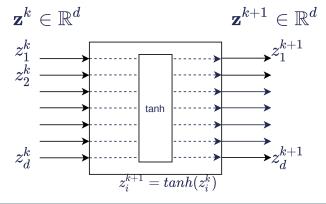


Couche linéaire

[Linear]

Transformation paramétrée de \mathbb{R}^d vers $\mathbb{R}^{d'}$ $z^k = M^k(z^{k-1}, W^k) = W^{kt}z^{k-1}$ avec $W^k \in \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^{d'}$





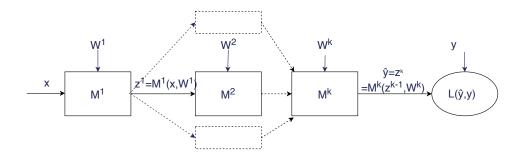
Module d'activation

une fonction d'activation de \mathbb{R}^d vers \mathbb{R}^d

$$\Rightarrow$$
 tanh : $M^k(z^{k-1},\emptyset)=tanh(z^{k-1})=(tanh(z^{k-1}_1),tanh(z^{k-1}_2),\ldots,tanh(z^{k-1}_d))$



Type usuel de modules



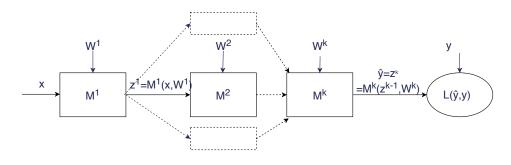
Un coût

Bloc final : deux entrées, la supervision et la sortie du réseau.

et d'autres composantes plus ésotériques



Apprentissage du réseau

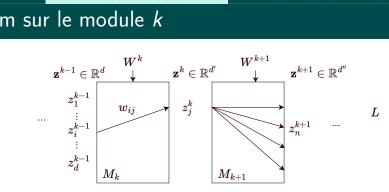


Pour apprendre le réseau :

- Pour chaque module : $\nabla_{W^k} L(\hat{y}, y)$
- Cas simple : paramètres constants (module d'activation), le gradient est nul (il n'y a rien à apprendre pour ce module)
- Rétro-propagation pour les autres.

Zoom sur le module k

Architecture modulaire

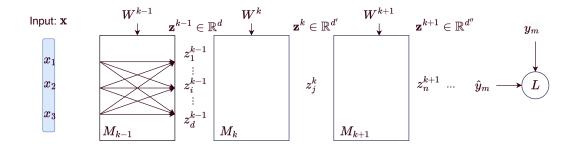


Rétro-propagation pour M^k , $z^k = M(z^{k-1}, W^k)$

- $\blacksquare \frac{\partial L}{\partial w_{ii}^{k}} = \sum_{j} \frac{\partial L}{\partial z_{i}^{k}} \frac{\partial z_{j}^{k}}{\partial w_{ii}^{k}} = \frac{\partial L}{\partial z_{i}^{k}} \frac{\partial z_{j}^{k}}{\partial w_{ii}^{k}} = \frac{\partial L}{\partial z_{i}^{k}} \frac{\partial M^{k}(\mathbf{z}^{k-1}, W^{k})}{\partial w_{ii}^{k}} \qquad [w_{ij}^{k} \text{ n'impacte que } z_{j}^{k}]$
- $\blacksquare \frac{\partial L}{\partial z_i^k} = \sum_n \frac{\partial L}{\partial z_n^{k+1}} \frac{\partial z_n^{k+1}}{\partial z_i^k} = \sum_n \frac{\partial L}{\partial z_n^{k+1}} \frac{M^{k+1}(z^k, W^{k+1})}{\partial z_i^k} \qquad [w_{ij}^k \text{ impacte tous les } z_n^{k+1}]$
- On introduit $\delta_j^k = \frac{\partial L}{\partial z_i^k} = \sum_n \frac{\delta_n^{k+1}}{\partial n^{k+1}} \frac{\partial M^{k+1}(z^k, W^{k+1})}{\partial z_i^k} : \frac{\partial L}{\partial w_i^k} = \delta_j^k \frac{\partial M^k(z^{k-1}, W^k)}{\partial w_i^k}$
- Dernière couche, $\delta_j^{end} = \frac{\partial L(\mathbf{z}^{end}, \mathbf{y})}{\partial \mathbf{z}_i^{end}}$, le gradient du coût wrt prédiction.

Réseau de neurones

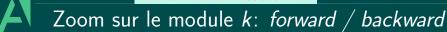
Zoom sur le module k: forward / backward

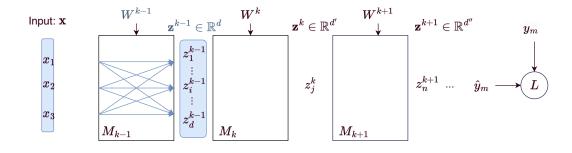


$$z^1 = M_1(x, W^1)$$

$$\mathbf{z}^k = M_k(\mathbf{z}_{k-1}, W^k)$$

- + Stockage des z^k
- Jusqu'à ŷ

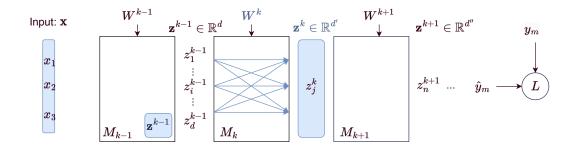




$$z^1 = M_1(x, W^1)$$

$$\mathbf{z}^k = M_k(\mathbf{z}_{k-1}, W^k)$$

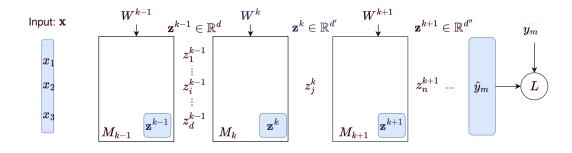
- + Stockage des z^k
- Jusqu'à ŷ



$$z^1 = M_1(x, W^1)$$

$$\mathbf{z}^k = M_k(\mathbf{z}_{k-1}, W^k)$$

- + Stockage des z^k
- Jusqu'à ŷ

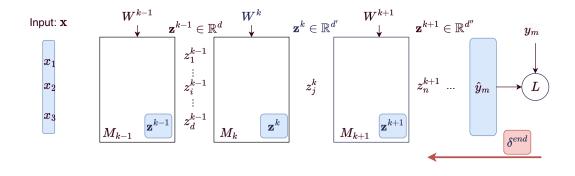


$$z^1 = M_1(x, W^1)$$

$$\mathbf{z}^k = M_k(\mathbf{z}_{k-1}, W^k)$$

- + Stockage des z^k
- Jusqu'à ŷ

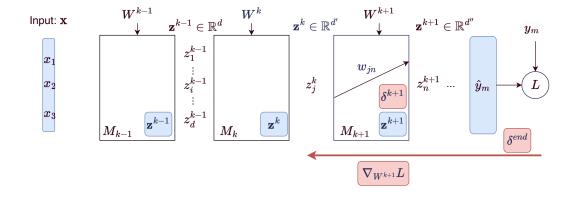




$$\hat{\mathbf{y}}_m \equiv \mathbf{z}^{end}, \qquad \delta_j^{end} = \frac{\partial L(\mathbf{z}^{end}, y)}{\partial z_n^{end}} = \frac{2}{N} (z_n^{end} - y_n)$$

Dans le cas de la MSE



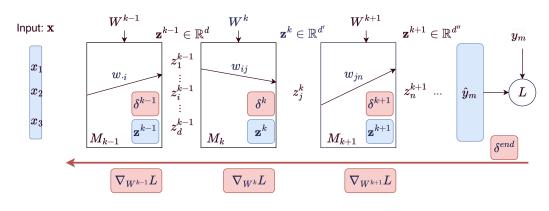


Supposons que
$$\mathbf{z}^{k+1} = \hat{\mathbf{y}}_m = \mathbf{z}^{end} \Rightarrow \delta_n^{k+1} = \delta_n^{end} = \frac{2}{N}(\mathbf{z}_n^{end} - \mathbf{y}_n)$$

Gradient:
$$\frac{\partial L}{\partial w_{in}^{k+1}} = \delta_n^{end} \frac{\partial z_n^{end}}{\partial w_{in}^{k+1}} = \delta_n^{end} \frac{\partial M^{k+1}(z^k, W^{k+1})}{\partial w_{in}^{k+1}} = \delta_n^{end} z_j^k$$

Dans le cas d'un module linéaire





$$\delta_j^k = \tfrac{\partial L}{\partial z_i^k} = \sum_n \tfrac{\partial L}{\partial z_n^{k+1}} \tfrac{\partial z_n^{k+1}}{\partial z_i^k} = \sum_n \delta_n^{end} \tfrac{M^{k+1}(\mathbf{z}^k, W^{k+1})}{\partial z_i^k} = \sum_n \delta_n^{end} w_{jn}^{k+1}$$

Dans le cas d'un module linéaire

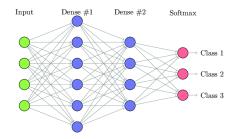
NEURONES

Premier réseau de

Introduction Architecture modulaire Réseau de neurones • • • • • Autres modules Conclusion



Un réseau fully-connected est une succession de couches linéaires et de fonctions d'activation



Propriétés

- Idéal pour les simples tâches de classification (multi-classes également)
- Architecture que l'on retrouve quasiment dans toutes les autres architectures
- Mais non adapté sur des entrées complexes (texte, image)
- Très sujet au sur-apprentissage avec l'augmentation du nombre de couches

Architecture logicielle

Récupération de modules existants pour une construction rapide

```
Création: M = torch.nn.Linear(args) Inférence: z = M(x)
```

Réseau à une couche linéaire: (=décision linéaire simple):

```
Xdim = housing_x.size(1)
       ## Creation d'une couche lineaire de dimension Xdim->1
       net = torch.nn.Linear(Xdim, 1) # recuperation d'un module
       ## Fonction de cout
 5
       mseloss = torch.nn.MSELoss()
6
       ## Optimiseur (& recuperation des parametres)
       optim = torch.optim.SGD(params=net.parameters(), Ir=EPS)
8
       yhat = net(housing_x) # inference des modules = appel direct
        loss = mseloss (net (housing_x). view (-1,1), housing_y. view (-1,1))
10
11
        loss.backward()
       optim.step()
12
```



Un réseau de neurones est un module

Module

- définition des couches
 - + inférence (=forward, définition des entrées/sorties)
- ... Et c'est tout (backward automatique !)

Exemple de développement:

```
class DeuxCouches(torch.nn.Module): # extension/heritage
     def __init__(self):
                                            attributs
         super(DeuxCouches, self). __init__()
         self.un = torch.nn.Linear(Xdim,5)
         self.act = torch.nn.Tanh()
         self.deux = torch.nn.Linear(5,1)
     def forward(self,x):
                                          # inference
8
         return self.deux(self.act(self.un(x)))
10
     netDeuxCouches = DeuxCouches()
                                     # instanciation
     netDeuxCouches(housing_x)
11
                                          # usage en inference
```

Conclusion



Convergence vers une architecture d'apprentissage standard

La standardisation des modules (& architecture logicielle)

⇒ Standardisation du processus d'apprentissage

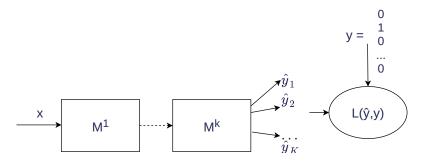
```
# donnees:
  housing_x, housing_y = ...
  # definition de:
   net = ... # reseau de neurones
  loss = ... \# cout
   optim = ... # optimiseur
8
   for i in range(EPOCHS): # boucle d'apprentissage
       loss = mseloss (net (housing_x). view (-1,1), housing_y. view (-1,1))
       print(f"iteration : {i}, loss : {loss}")
10
       optim.zero_grad() # Mise a zero des gradients
11
       loss.backward() # Calcul des gradients
12
       optim.step()
                          # MAJ des parametres
13
```

AUTRES MODULES

IMPORTANTS

Autres modules

Supervision Multi-Classes



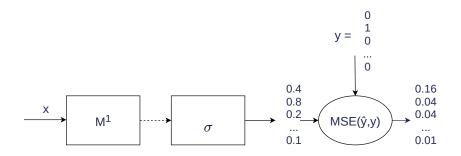
Quand il faut prédire K classes

- K sorties
- Utilisation de vecteurs 1-hot pour la supervision:

$$\mathbf{y} = (0, 0, \dots, 1, \dots, 0)$$

avec $y_i = 0$ pour i différent de la bonne classe, $y_k = 1$ pour k l'indice de la bonne classe.

Utilisation de la MSE



Fonction de coût problématique

- Sortie du réseau entre 0 et $1 \Rightarrow$ utilisation d'une sigmoïde
- Mais:
 - Similarité au vecteur de sortie ⇒ pas critique ⇒ argmax ++ important
 - ++ maximisation de la sortie de la bonne classe | − minimisation des autres sorties

(=MV multinomiale)

$SoftMax : Sorties \Rightarrow distribution + renforcement du max$

$$\mathsf{SoftMax}(\pmb{z})_i = e^{\pmb{z}_i} / \left(\sum_{i=1}^K e^{\pmb{z}_j}\right), \qquad \sum_{i=1}^K \mathsf{SoftMax}(\pmb{z})_i = 1$$

Coût Cross-entropique

- \blacksquare $CE(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{y}}) = -\sum_{i=1}^{K} y_i \log(\hat{y}_i)$
- Dans le cas où **y** est un vecteur one-hot de la classe k : $CE(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{y}}) = -\log(\hat{y}_k)$
- Combinaison SoftMax et Cross-entropie :

$$CE(\mathbf{y}, SoftMax(\mathbf{z})) = -z_k + \log \left(\sum_{j=1}^{K} e^{z_j} \right)$$
$$\frac{\partial CE(\mathbf{y}, SoftMax(\mathbf{z}))_i}{\partial z_i} = Softmax(\mathbf{z})_i - 1_{i=k}$$

Coût Cross-entropique

(=MV multinomiale)

$SoftMax : Sorties \Rightarrow distribution + renforcement du max$

$$\mathsf{SoftMax}(\pmb{z})_i = e^{\pmb{z}_i} / \left(\sum_{j=1}^K e^{\pmb{z}_j}\right), \qquad \sum_{i=1}^K \mathsf{SoftMax}(\pmb{z})_i = 1$$

Cross-entropie binaire

Pour le **multi-label** en particulier, cross-entropie sur chaque sortie (considérée comme des Bernoulli indépendantes):

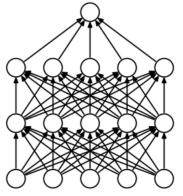
$$BCE(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{y}}) = -\sum_{i=1}^{K} y_i log(\hat{y}_i) + (1 - y_i) log(1 - \hat{y}_i)$$



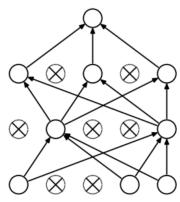
Différentes techniques qui visent toutes à régulariser le réseau

- Régularisation des couches (I1, I2) : ajout d'un terme de pénalisation en $\|W\|^p$ sur les poids des couches
- **Dropout** : retirer pendant une itération quelques neurones au hasard dans le réseau; permet d'augmenter la robustesse du réseau
- Augmented Data : perturbation des données d'entrées pour améliorer la généralisation
- **Gradient Clipping** : la norme du gradient rétro-propagé est bornée maximalement pour éviter une trop grosse instabilité

Drop out:



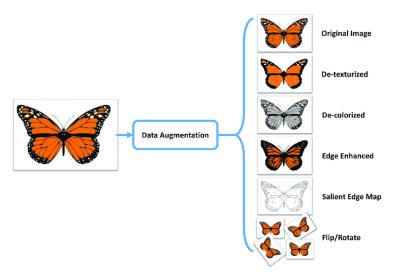
(a) Standard Neural Net



(b) After applying dropout.



Data augmentation: une idée simple pour régulariser par la masse et les variations





Data augmentation: comment automatiser le processus?

⇒ outils paramétrables et disponibles dans torchvision

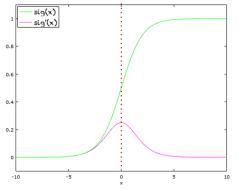
_	Original	Sub-policy 1	Sub-policy 2	Sub-policy 3	Sub-policy 4	Sub-policy 5
Batch 1	15	15	15	15	15	15
Batch 2	15	1	15	15	15	15
Batch 3	15	1	15	15	15	15
		ShearX, 0.9, 7 Invert, 0.2, 3	ShearY, 0.7, 6 Solarize, 0.4, 8	ShearX, 0.9, 4 AutoContrast, 0.8, 3	Invert, 0.9, 3 Equalize, 0.6, 3	ShearY, 0.8, 5 AutoContrast, 0.7, 3

Amélioration du gradient

Gradient vanishing

Le gradient tend à disparaitre:

- Dans les couches éloignées de la supervision
- Dans les sigmoides saturées



Plot of $\sigma(x)$ and its derivate $\sigma'(x)$

Domain:
$$(-\infty, +\infty)$$

Range: $(0, +1)$
 $\sigma(0) = 0.5$

Other properties

$$\sigma(x) = 1 - \sigma(-x)$$

$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} = \frac{e^x}{e^x + 1}$$

$$\sigma'(x) = \sigma(x)(1 - \sigma(x))$$

Introduction Architecture modulaire Réseau de neurones Autres modules ○○○○● Conclusion,

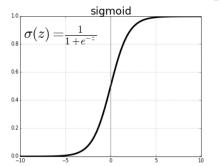
Amélioration du gradient

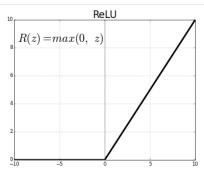
Gradient vanishing

Le gradient tend à disparaitre:

- Dans les couches éloignées de la supervision
- Dans les sigmoides saturées

Fonction d'activation spécifique ReLU(x) = max(0, x): permet de garder un gradient fort lorsque le neurone est activé



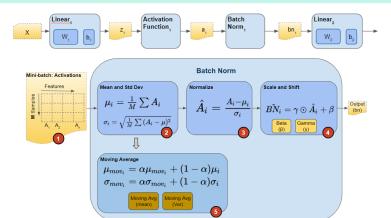


Introduction Architecture modulaire Réseau de neurones Autres modules ○○○○ Conclusion

Amélioration du gradient

Topologie de l'espace de recherche & gradient

- BatchNorm : pour une couche, centrée/normée chaque sortie (estimation sur chaque mini-batch)
- LayerNorm : à la sortie d'une couche, normalisation de chaque exemple séparément de ses dimensions



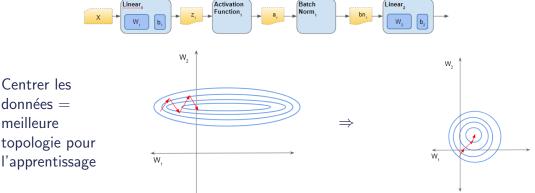
Introduction Architecture modulaire Réseau de neurones Autres modules ○○○○● Conclusion



Amélioration du gradient

Topologie de l'espace de recherche & gradient

- BatchNorm : pour une couche, centrée/normée chaque sortie (estimation sur chaque mini-batch)
- LayerNorm : à la sortie d'une couche, normalisation de chaque exemple séparément de ses dimensions



CONCLUSION

Multiplication des modules et des hyper-paramètres

- Architecture = beaucoup d'hyperparamètres
- Besoin de normalisation pour:
 - Mieux comparer les architectures
 - Avoir des a priori sur les bons paramètres
- Lexique des modules:
 - comprendre les enjeux, savoir lire les articles

Outils supplémentaires:

- DataLoader
- Check-pointing
- TensorBoard