

魔法三角形城堡：对称探险之旅

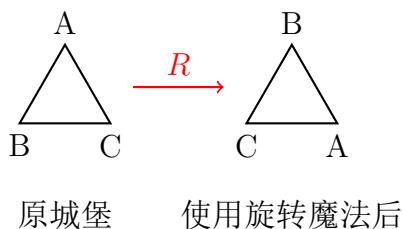
小小数学家训练营

欢迎来到魔法三角形城堡！

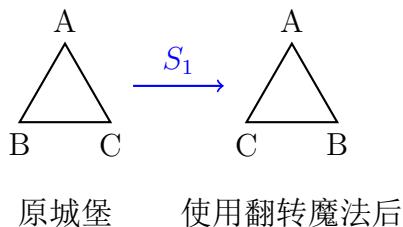
在这个城堡里，一切都是由神奇的等边三角形组成的。你将成为城堡的守护者，学习使用两种魔法来移动和保护城堡！

1 两种守护者魔法

- 旋转魔法 (R)：让城堡顺时针旋转 120° （就像时钟走动一样）。

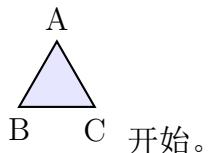


- What is R^{-1} ? Answer: _____
- What is R^2 ? Answer: _____
- What is R^3 ? Answer: _____
- 翻转魔法 (S_1)：像照镜子一样，让城堡沿着过 A 的对称轴翻过来。（找到这个对称轴！）



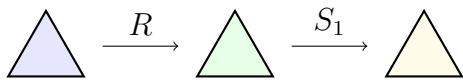
- What is S_1^{-1} ? Answer: _____
- What is S_2 ? Draw it!
- What is S_3 ? Draw it!

2 魔法组合挑战



现在，让我们来试试连续使用两种魔法会发生什么！我们默认从 B 开始。

2.1 挑战一：先旋转，再翻转

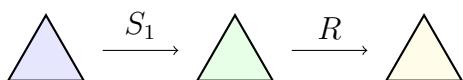


1. 原城堡 2. 旋转后 3. 再翻转后

问：最终结果和直接使用哪一种单一魔法效果相同？

答案：_____

2.2 挑战二：先翻转，再旋转



1. 原城堡 2. 翻转后 3. 再旋转后

问：最终结果和直接使用哪一种单一魔法效果相同？

答案：_____

守护者发现

通过上面的挑战，你发现了吗？无论你以什么顺序组合这些魔法，最终城堡都只会变成 6 种不同的样子，不会多也不会少。你还可以进一步列出它们的乘法表哦！

这就是魔法三角形城堡的终极秘密！你已经用自己的智慧发现了它！

对称群元素说明

- **1:** 恒等变换（什么都不做）
- **R:** 绕中心顺时针旋转 120°
- **R^2 :** 绕中心顺时针旋转 240° （或逆时针旋转 120° ）
- **S_1 :** 关于通过位置 1 的对称轴反射
- **S_2 :** 关于通过位置 2 的对称轴反射
- **S_3 :** 关于通过位置 3 的对称轴反射

对称群乘法表

\circ	1	R	R^2	S_1	S_2	S_3
1	1	R	R^2	S_1	S_2	S_3
R	R	R^2	1	S_3	S_1	S_2
R^2	R^2	1	R	S_2	S_3	S_1
S_1	S_1	S_2	S_3	1	R	R^2
S_2	S_2	S_3	S_1	R^2	1	R
S_3	S_3	S_1	S_2	R	R^2	1