Tercer Examen Parcial de Álgebra Superior I (parte 2)

21 de Abril de 2015

Problema 1 (1.5 puntos)**.** Sean n y m números naturales tales que $n \leq m$ y sea a un número natural cualquiera. Demuestra que $n \cdot a \leq m \cdot a$.

Problema 2 (1.5 puntos)**.** Demuestra por inducción que para cada $n \geq 1$,

$$1 + 3 + \cdots + (2 \cdot n - 1) = n^2.$$

Problema 3 (1.5 puntos)**.** El factorial de un número natural n se define como $n! = n(n-1)\ldots 1$. Demuestra por inducción que para cada número natural $n \geq 1$,

$$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \cdots + n \cdot n! = (n+1)! - 1.$$

Problema 4 (1.5 puntos)**.** Sea h un número natural cualquiera. Demuestra por inducción que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$(1 + h)^n \geq 1 + n \cdot h$$