Ejercicios para Matemáticas Discretas

Matemáticas Aplicadas y Computación 2016-I

1. Preliminares

1.1. Teoría de conjuntos

Ejercicio 1.1.1. Sean $A = \{1\}$ y $B = \{1, 2\}$ conjuntos. Discute la validez de las siguiente afirmaciones.

- $A \subset B$
- $1 \in A$
- $1 \subset A$
- $A \neq B$
- $A \in B$
- $1 \subset B$

Ejercicio 1.1.2. Demuestra o refuta las siguiente afirmaciones:

- $\varnothing \in \varnothing$
- $\varnothing \subset \varnothing$
- $\{\varnothing\} \in \{\varnothing, \{\varnothing\}\}$
- $\varnothing \in \{\varnothing\}$
- $\{\varnothing\} \subset \{\varnothing, \{\varnothing\}\}$
- $\varnothing \neq \{\varnothing\}$

Ejercicio 1.1.3. Describe en su totalidad el conjunto potencia del conjunto $A = 1, 2, 3$

Ejercicio 1.1.4. Demuestre que, si $X \subset \varnothing$, entonces $X = \varnothing$

Ejercicio 1.1.5. Sean $A = \{1, 2\}$, $B = \{\{1\}, \{2\}\}$, $C = \{\{1\}, \{1, 2\}\}$ y $D = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ conjuntos. Discute la validez las siguiente afirmaciones.

- $A = B$
- $A \subset C$
- $B \subset D$
- $A \subset B$
- $A \subset D$
- $B \in D$
- $A \in C$
- $B \subset C$
- $A \in D$

Ejercicio 1.1.6. Demuestra los siguientes resultados de la igualdad de conjuntos.

- $\{a, a\} = \{a\}$
- $\{a, b\} = \{b, a\}$
- $\{a\} = \{b, c\}$ si y sólo si $a = b = c$

Ejercicio 1.1.7. Sea A un conjunto y sea $\mathcal{F}$ una familia de conjuntos. Demuestra que, si $A \in \mathcal{F}$ entonces $A \subset \bigcup \mathcal{F}$.

Ejercicio 1.1.8 (Leyes conmutativas). Para conjuntos A y B, demuestra que

- $A \cap B = B \cap A$
- $A \cup B = B \cup A$

Ejercicio 1.1.9 (Leyes asociativas). Para conjuntos A, B y C, demuestra que

- $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
- $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

Ejercicio 1.1.10 (Leyes distributivas). Para conjuntos A, B y C, demuestra que

- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Ejercicio 1.1.11. Demuestra que para cualquier conjunto A,

$$A \in \mathcal{P}(A) \qquad \text{y} \qquad \varnothing \in \mathcal{P}(A)$$

Ejercicio 1.1.12. Sea A un conjunto cualquiera. Demuestra que

$$A = \bigcup \mathcal{P}(A).$$

Referencias

[BM70] Birkohff, Garrett y Mac Lane, Saunders: *Álgebra Moderna*. Vicens-vives, 4ª edición, 1970.

[DP02] Davey, B.A. y Priestley H.A.: *Introduction to lattices and order*. Cambridge University Press, 2002.

[Fra87] Fraleigh, John: *Álgebra abstracta: primer curso*. Addison Wesley, 1987.

[Gó07] Gómez, C.: *Introducción a la teoría intuitiva de conjuntos*. Las Prensas de Ciencias, 2007.

[Jon99] Jonhsonbaugh, Richard: *Matemáticas discretas*. Prentice Hall, 1999.