Cuarto Examen Parcial de Álgebra Superior I

12 de Mayo de 2015

Problema 1 (2 puntos). Sea A un conjunto con m elementos y B un conjunto n elementos de forma que $A \cap B = \emptyset$. ¿Cuántas funciones de A en $A \cup B$ existen? Explica tu respuesta.

Problema 2 (2 puntos). Un disolvente orgánico se hace mezclando seis compuestos líquidos diferentes. Después de que un primer compuesto se vierte en un recipiente, los demás compuestos se agregan en un orden predeterminado. Se prueban todos los órdenes posibles para determinar el mejor resultado. ¿Cuántas pruebas son necesarias? Explica tu respuesta.

Problema 3 (2 puntos). Demuestra que para todo número natural n, con n > 0, se tiene

$$C_{2n}^n + C_{2n}^{n-1} = \frac{1}{2}C_{2n+2}^{n+1}$$

Problema 4 (2 puntos). Demuestra que, para cualesquiera números naturales n, m y k, con $n, k \ge m$, se tiene

$$C_n^k \cdot C_k^m = C_n^m \cdot C_{n-m}^{k-m}$$

Problema 5 (2 puntos). Demuestra que para cualesquiera números naturales m y n, se tiene

$$\sum_{k=0}^{n} C_{m+k}^{k} = C_{m+n+1}^{n}.$$