

S2 TD5 : Diagonalisation

Exercice 1) Trouver les valeurs propres des matrices suivantes :

- $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

Exercice 2) Trouver les vecteurs propres des matrices suivantes :

- $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ dont les valeurs propres sont 1 et 3.
- $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ dont les valeurs propres sont 1, -1 et 2.
- $\begin{pmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ dont les valeurs propres sont 6, 4 et 4 (4 est valeur propre double).

Exercice 3) Diagonaliser les matrices suivantes :

- $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ sachant que $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur propre associé à 1 et $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ associé à 3.
- $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ sachant que $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ est un vecteur propre associé à 1, $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ associé à -1 et $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ associé à 2.
- $\begin{pmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ sachant que $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ est un vecteur propre associé à 6 et $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ sont associés à 4.

Exo Bonus) (Essayer de) Diagonaliser les matrices suivantes :

- $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

- $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -\frac{3}{4} & -2 \end{pmatrix}$

- $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$