S2 TD3 : Matrices et applications linéaires

Échauffement) Effectuer les calculs matriciels suivants :

- $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

Exercice) : Donner la matrice de l'application dans les bases demandées

- La transformation $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2x - 3y + z \\ x + y + z \\ 2x \end{pmatrix}$ dans la base canonique au départ et à l'arrivée.
- La transformation $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2x - 3y + z \\ x + y + z \\ 2x \end{pmatrix}$ dans la base $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$ au départ et la base canonique à l'arrivée.
- La transformation $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2x - 3y + z \\ x + y + z \\ 2x \end{pmatrix}$ dans la base $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$ au départ et à l'arrivée.

Exos Bonus)

- **En 2D :** donner la matrice de rotation d'un angle θ.
- **En 3D:** Donner la matrice de la rotation d'un angle θ autour de l'axe $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, d'abord dans une base adaptée, puis dans la base canonique. (Pour la base canonique, vous n'êtes pas obligés de mener le calcul jusqu'au bout, juste écrire le calcul matriciel correspondant).

- Quelle est la transformation représentée par cette matrice (dans la base canonique) ?
$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- Quelle est la transformation représentée par cette matrice (dans la base canonique) ?
$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- Quelle est la transformation représentée par cette matrice (dans la base canonique) ?
$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- Un petit lien rigolo : `https://www.geogebra.org/m/tn9jqqdt`

1 Réponses

Échauffement) Effectuer les calculs matriciels suivants :

- $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 8 & 16 \\ -3 & 3 & -2 \\ 4 & -5 & 4 \end{pmatrix}$

Exercice) : Donner la matrice de l'application dans les bases demandées

- La transformation $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2x-3y+z \\ x+y+z \\ 2x \end{pmatrix}$ dans la base canonique au départ et à l'arrivée.
$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
- La transformation $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2x-3y+z \\ x+y+z \\ 2x \end{pmatrix}$ dans la base ($\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$) au départ et la base canonique à l'arrivée.
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

- La transformation $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2x - 3y + z \\ x + y + z \\ 2x \end{pmatrix}$ dans la base ($\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$) au départ et à l'arrivée.

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$