

Транскрипция семинара по дифференцированию

Редкозубов В. В.

94 августа 2024 г.

Так, здравствуйте, уважаемые коллеги! Ну что, появились ли вопросы по домашнему заданию?

оглушающая тишина

Ну раз вопросов пока не появилось, давайте продолжим. В прошлый раз мы остановились на вот такой вот задачке, давайте я напомню. Нужно было найти производную вот такой функции:

$$\sin(e^x + \cos y) \cdot \ln x + \frac{4}{\sin x}$$

Ну точнее это же функция 2 переменных, да, поэтому мы должны записать не производную, а ее полный дифференциал. Давайте по очереди брать частные производные.

Возьмем частную производную по x .

Андрей уже сказал, производная будет вот такая:

$$(x)'_x = x$$

Андрей уже сказал, производная будет вот такая:

$$(\sin x)'_x = \sin x$$

Всем видно, что вот тут производная такая?

$$(4)'_x = 4$$

Какая у этого производная? Да вот такая:

$$\left(\frac{4}{\sin x}\right)'_x = \frac{4}{\sin x}$$

Всем видно, что вот тут производная такая?

$$(x)'_x = x$$

Какая у этого производная? Да вот такая:

$$(\ln x)'_x = \ln x$$

Всем видно, что вот тут производная такая?

$$(y)'_x = y$$

Всем видно, что вот тут производная такая?

$$(\cos y)'_x = \cos y$$

Андрей уже сказал, производная будет вот такая:

$$(x)'_x = x$$

Какая у этого производная? Да вот такая:

$$(e^x)'_x = e^x$$

Андрей уже сказал, производная будет вот такая:

$$(e^x + \cos y)'_x = e^x + \cos y$$

Андрей уже сказал, производная будет вот такая:

$$(\sin(e^x + \cos y))'_x = \sin(e^x + \cos y)$$

Андрей уже сказал, производная будет вот такая:

$$(x)'_x = x$$

Всем видно, что вот тут производная такая?

$$(\ln x)'_x = \ln x$$

Какая у этого производная? Да вот такая:

$$(y)'_x = y$$

Какая у этого производная? Да вот такая:

$$(\cos y)'_x = \cos y$$

Андрей уже сказал, производная будет вот такая:

$$(x)'_x = x$$

Всем видно, что вот тут производная такая?

$$(e^x)'_x = e^x$$

Андрей уже сказал, производная будет вот такая:

$$(e^x + \cos y)'_x = e^x + \cos y$$

Какая у этого производная? Да вот такая:

$$(\sin(e^x + \cos y))'_x = \sin(e^x + \cos y)$$

Какая у этого производная? Да вот такая:

$$(\sin(e^x + \cos y) \cdot \ln x)'_x = \sin(e^x + \cos y) \cdot \ln x$$

Всем видно, что вот тут производная такая?

$$\left(\sin(e^x + \cos y) \cdot \ln x + \frac{4}{\sin x} \right)'_x = \sin(e^x + \cos y) \cdot \ln x + \frac{4}{\sin x}$$

Так, коллеги, давайте посмотрим сюда:

$$\frac{\cos(e^x + \cos y) \cdot (e^x \cdot 1 + -\sin y \cdot 0) \cdot \ln x - \sin(e^x + \cos y) \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2} + \frac{0 \sin x - 4 \cos x \cdot 1}{(\sin x)^2}$$

Ну вот это *тык на доску* выражение, очевидно, можно записать попроще, а именно вот так:

$$e^x$$

Уважаемые коллеги, давайте посмотрим, можно ли как-то это *тык на доску* выражение записать попроще? Можно, давайте запишем:

$$0$$

Ну вот это *тык на доску* выражение, очевидно, можно записать попроще, а именно вот так:

$$e^x$$

Уважаемые коллеги, давайте посмотрим, можно ли как-то это *тык на доску* выражение записать попроще? Можно, давайте запишем:

$$\cos(e^x + \cos y) \cdot e^x$$

Давайте попробуем упростить это *тык на доску* выражение. Получится (парам-пам) вот так:

$$\cos(e^x + \cos y) \cdot e^x \cdot \ln x$$

Ну вот это *тык на доску* выражение, очевидно, можно записать попроще, а именно вот так:

$$\cos(e^x + \cos y) \cdot e^x \cdot \ln x - \sin(e^x + \cos y) \cdot \frac{1}{x}$$

Уважаемые коллеги, давайте посмотрим, можно ли как-то это *тык на доску* выражение записать попроще? Можно, давайте запишем:

$$\frac{\cos(e^x + \cos y) \cdot e^x \cdot \ln x - \sin(e^x + \cos y) \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2}$$

Давайте попробуем упростить это *тык на доску* выражение. Получится (парам-пам) вот так:

$$0$$

Ну вот это *тык на доску* выражение, очевидно, можно записать попроще, а именно вот так:

$$\cos x$$

Давайте попробуем упростить это *тык на доску* выражение. Получится (парам-пам) вот так:

$$4 \cos x$$

Уважаемые коллеги, давайте посмотрим, можно ли как-то это *тык на доску* выражение записать попроще? Можно, давайте запишем:

$$-4 \cos x$$

Ну вот это *тык на доску* выражение, очевидно, можно записать попроще, а именно вот так:

$$\frac{-4 \cos x}{(\sin x)^2}$$

Уважаемые коллеги, давайте посмотрим, можно ли как-то это *тык на доску* выражение записать попроще? Можно, давайте запишем:

$$\frac{\cos(e^x + \cos y) \cdot e^x \cdot \ln x - \sin(e^x + \cos y) \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2} + \frac{-4 \cos x}{(\sin x)^2}$$

Ладно, остальное оставим в качестве упражнения.
Коллеги, двигаемся дальше. Возьмем частную производную по y .
Всем видно, что вот тут производная такая?

$$(x)'_y = x$$

Всем видно, что вот тут производная такая?

$$(\sin x)'_y = \sin x$$

Какая у этого производная? Да вот такая:

$$(4)'_y = 4$$

Какая у этого производная? Да вот такая:

$$\left(\frac{4}{\sin x}\right)'_y = \frac{4}{\sin x}$$

Андрей уже сказал, производная будет вот такая:

$$(x)'_y = x$$

Андрей уже сказал, производная будет вот такая:

$$(\ln x)'_y = \ln x$$

Всем видно, что вот тут производная такая?

$$(y)'_y = y$$

Всем видно, что вот тут производная такая?

$$(\cos y)'_y = \cos y$$

Андрей уже сказал, производная будет вот такая:

$$(x)'_y = x$$

Какая у этого производная? Да вот такая:

$$(e^x)'_y = e^x$$

Какая у этого производная? Да вот такая:

$$(e^x + \cos y)'_y = e^x + \cos y$$

Какая у этого производная? Да вот такая:

$$(\sin(e^x + \cos y))'_y = \sin(e^x + \cos y)$$

Андрей уже сказал, производная будет вот такая:

$$(x)'_y = x$$

Андрей уже сказал, производная будет вот такая:

$$(\ln x)'_y = \ln x$$

Андрей уже сказал, производная будет вот такая:

$$(y)'_y = y$$

Всем видно, что вот тут производная такая?

$$(\cos y)'_y = \cos y$$

Какая у этого производная? Да вот такая:

$$(x)'_y = x$$

Андрей уже сказал, производная будет вот такая:

$$(e^x)'_y = e^x$$

Какая у этого производная? Да вот такая:

$$(e^x + \cos y)'_y = e^x + \cos y$$

Какая у этого производная? Да вот такая:

$$(\sin(e^x + \cos y))'_y = \sin(e^x + \cos y)$$

Какая у этого производная? Да вот такая:

$$(\sin(e^x + \cos y) \cdot \ln x)'_y = \sin(e^x + \cos y) \cdot \ln x$$

Какая у этого производная? Да вот такая:

$$\left(\sin(e^x + \cos y) \cdot \ln x + \frac{4}{\sin x} \right)'_y = \sin(e^x + \cos y) \cdot \ln x + \frac{4}{\sin x}$$

Давайте посмотрим вот на эту фигню:

$$\frac{\cos(e^x + \cos y) \cdot (e^x \cdot 0 + -\sin y \cdot 1) \cdot \ln x - \sin(e^x + \cos y) \cdot \frac{0}{x}}{(\ln x)^2} + \frac{0 \sin x - 4 \cos x \cdot 0}{(\sin x)^2}$$

Давайте попробуем упростить это *тык на доску* выражение. Получится (парам-пам) вот так:

$$0$$

Давайте попробуем упростить это *тык на доску* выражение. Получится (парам-пам) вот так:

$$-\sin y$$

Ну вот это *тык на доску* выражение, очевидно, можно записать попроще, а именно вот так:

$$-\sin y$$

Уважаемые коллеги, давайте посмотрим, можно ли как-то это *тык на доску* выражение записать попроще? Можно, давайте запишем:

$$-\cos(e^x + \cos y) \cdot \sin y$$

Ну вот это *тык на доску* выражение, очевидно, можно записать попроще, а именно вот так:

$$-\cos(e^x + \cos y) \cdot \sin y \cdot \ln x$$

Уважаемые коллеги, давайте посмотрим, можно ли как-то это *тык на доску* выражение записать попроще? Можно, давайте запишем:

$$0$$

Ну вот это *тык на доску* выражение, очевидно, можно записать попроще, а именно вот так:

$$0$$

Уважаемые коллеги, давайте посмотрим, можно ли как-то это *тык на доску* выражение записать попроще? Можно, давайте запишем:

$$-\cos(e^x + \cos y) \cdot \sin y \cdot \ln x$$

Ну вот это *тык на доску* выражение, очевидно, можно записать попроще, а именно вот так:

$$\frac{-\cos(e^x + \cos y) \cdot \sin y \cdot \ln x}{(\ln x)^2}$$

Уважаемые коллеги, давайте посмотрим, можно ли как-то это *тык на доску* выражение записать попроще? Можно, давайте запишем:

$$0$$

Ну вот это *тык на доску* выражение, очевидно, можно записать попроще, а именно вот так:

$$0$$

Уважаемые коллеги, давайте посмотрим, можно ли как-то это *тык на доску* выражение записать попроще? Можно, давайте запишем:

$$0$$

Уважаемые коллеги, давайте посмотрим, можно ли как-то это *тык на доску* выражение записать попроще? Можно, давайте запишем:

$$0$$

Давайте попробуем упростить это *тык на доску* выражение. Получится (парам-пам) вот так:

$$0$$

Уважаемые коллеги, давайте посмотрим, можно ли как-то это *тык на доску* выражение записать попроще? Можно, давайте запишем:

$$\frac{-\cos(e^x + \cos y) \cdot \sin y \cdot \ln x}{(\ln x)^2}$$

Ладно, остальное оставим в качестве упражнения.

Ну, коллеги, раз мы должны записать полный дифференциал, то давайте его и запишем в итоге:

$$\left(\frac{\cos(e^x + \cos y) \cdot e^x \cdot \ln x - \sin(e^x + \cos y) \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2} + \frac{-4 \cos x}{(\sin x)^2} \right) \cdot dx + \frac{-\cos(e^x + \cos y) \cdot \sin y \cdot \ln x}{(\ln x)^2} \cdot dy$$

Коллеги, давайте сделаем перерыв

перерыв

где-то во время перерыва

Алексей: "Че за рофл, почему вольфрам эту штуку за пару не посчитал?"

Иван К.: "Дак потому что тут интернета нет, алло, mipt telecom только."

Алексей: "И че делать? "

Иван Д.: "Зайди короче потом на <https://github.com/JulesIMF/Wolfram-Alpha>, там прога которая в оффлайне в символьном виде дифференцирует."

Леонид: "Прямо в симольном? И сколько ты это писал и как?"

Иван Д.: "Это лаба у Деда была, там короче сначала строится дерево выражения, потом рекурсивно строится дерево производной, а после этого как-нибудь упрощается."

Леонид: "Ну ок, я ничего не понял, зайду посмотрю хоть."

Егор А.: "О, нифига, работает!"

Иван К.: "Чё? Откуда у тебя интернет?"

Егор А.: "Дак это не мипт телеком. А чё Джулис слышь, эта штука частные производные тоже берет?"

Иван Д.: "Ну да, там же написано что полный дифференциал брать умеет."

Егор А.: "Нормально, буду пользоваться!"