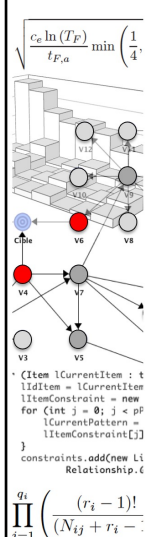


Graphes et Applications

Plan



1. Introduction
2. Généralités sur les graphes
3. **Représentation d'un graphe en machine**
4. Parcours dans les graphes
5. Plus court chemin dans un graphe
6. Arbre recouvrant
7. Coloration d'un graphe
8. Graphes planaires
9. Flots et réseaux de transports
10. Réseaux d'interactions
- ...

Stéphane BONNEVAY 35

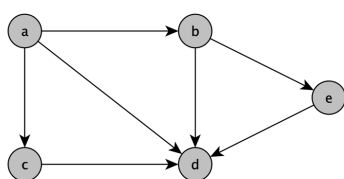
35

Graphes et Applications

Représentation d'un graphe en machine

MATRICE D'ADJACENCE

Graphe orienté



$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Matrice $M = (m_{ij})$:

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } (i, j) \in E \\ 0 & \text{si } (i, j) \notin E \end{cases}$$

Quelle serait la complexité d'un algorithme qui ferait la liste de tous les successeurs de tous les sommets ?

 $O(n^2)$

Stéphane BONNEVAY 36

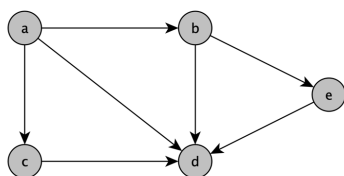
36

Graphes et Applications

Représentation d'un graphe en machine

MATRICE D'ADJACENCE

Graphe orienté



$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad M^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$M^n = (m_{ij})^n$: nombre de chemins de longueur n allant de i à j

Stéphane BONNEVAY 37

37

Graphes et Applications

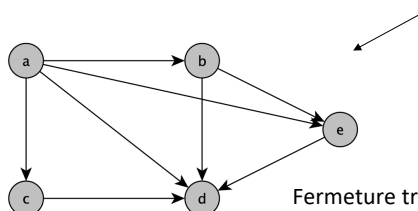
Représentation d'un graphe en machine

MATRICE D'ADJACENCE

Graphe orienté

$$M + M^2 + M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow M' = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Matrice booléenne



Fermeture transitive du graphe initial

Stéphane BONNEVAY 38

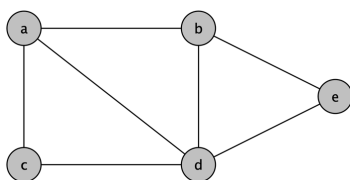
38

Graphes et Applications

Représentation d'un graphe en machine

MATRICE D'ADJACENCE

Graphe non-orienté

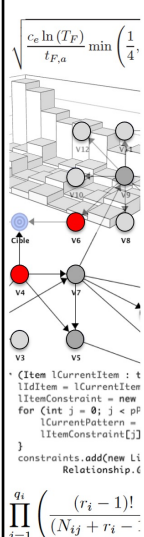


$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Matrice symétrique

Matrice $M = (m_{ij})$:

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } (i, j) \in E \\ 0 & \text{si } (i, j) \notin E \end{cases}$$

Que vaut $M^2 M^3 M^4 \dots$?

Stéphane BONNEVAY 39

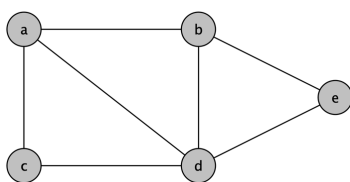
39

Graphes et Applications

Représentation d'un graphe en machine

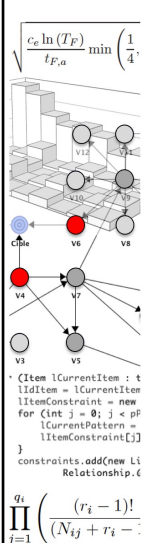
MATRICE D'ADJACENCE

Graphe non-orienté



$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad M^3 = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 5 & 7 & 3 \\ 7 & 4 & 3 & 7 & 5 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & 3 \\ 7 & 7 & 6 & 6 & 6 \\ 3 & 5 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix} \quad M^4 = \begin{pmatrix} 19 & 14 & 11 & 19 & 14 \\ 14 & 19 & 14 & 19 & 11 \\ 11 & 14 & 11 & 13 & 9 \\ 19 & 19 & 13 & 26 & 13 \\ 14 & 11 & 9 & 13 & 11 \end{pmatrix}$$



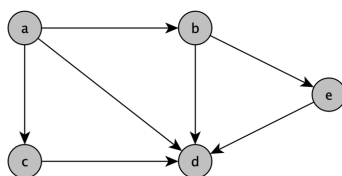
Stéphane BONNEVAY 40

40

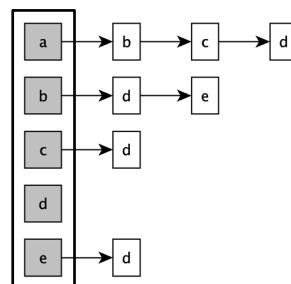
Graphes et Applications

Représentation d'un graphe en machine

LISTE D'ADJACENCE

Graphe **orienté**

Quelle serait la complexité d'un algorithme qui ferait la liste de tous les successeurs de tous les sommets ?

 $O(n+m)$


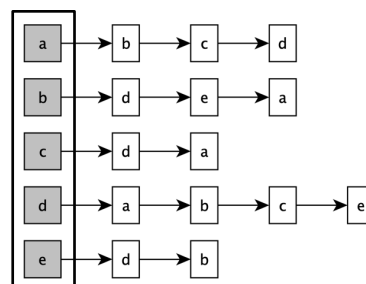
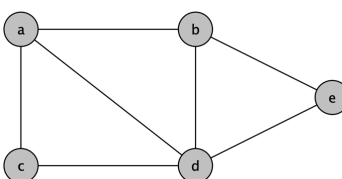
Stéphane BONNEVAY 41

41

Graphes et Applications

Représentation d'un graphe en machine

LISTE D'ADJACENCE

Graphe **non-orienté**

Stéphane BONNEVAY 42

42