МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота № 3

з дисципліни

«Дискретна математика»

Виконала:

студентка групи КН-114

Кемська Юлія

Викладач:

Мельникова Н.І.

Львів – 2019

Тема: Побудова матриці бінарного відношення

Мета роботи: набуття практичних вмінь та навичок при побудові матриць бінарних відношень тавизначені їх типів.

Теоретичні відомості: Декартів добуток множин A і B (позначається $A \times B$) – це множина всіх упорядкованих пар елементів (a,b), де $a \in A$, $b \in B$. При цьому вважається, що (a1,b1) = (a 2, b 2) тоді і тільки тоді, коли a1 = a 2 , b 1 = b 2.

Бінарним відношенням R називається підмножина декартового добутку $A \times B$ (тобто $R \subset A \times B$). Якщо пара (a,b) належить відношенню R , то пишуть $(a, b) \in R$, або aRb.

Нехай задано бінарне відношення R на множині .

1. Бінарне відношення R на множині A називається рефлексивним, якщо для будь якого $a \in A$ виконується aRa , тобто $(a,a) \in R$. Головна діагональ матриці рефлексивного відношення складається з одиниць. Граф рефлексивного відношення обов'язково має петлі у кожній вершині.

2. Бінарне відношення R на множині A називається антирефлексивним, якщо для будь якого $a \in A$ не виконується aRa , тобто $(a,a) \notin R$. Головна діагональ матриці антирефлексивного відношення складається з нулів. Граф антирефлексивного відношення не має петель.

3. Бінарне відношення R на множині A називається симетричним, якщо для будь яких $a,b \in A$ з aRb слідує bRa , тобто якщо $(a,b) \in R$ то і $(b,a) \in R$. Матриця симетричного відношення симетрична відносно головної діагоналі. Граф симетричного відношення не є орієнтованим.
4. Бінарне відношення R на множині A називається антисиметричним, якщо для будь яких $a,b \in A$ з aRb та bRa слідує

що a = b . Тобто якщо $(a,b) \in R$ і $(b,a) \in R$, то a = b . Матриця антисиметричного відношення не має жодної пари одиниць, які знаходяться на симетричних місцях по відношенню до головної діагоналі. У графа антисиметричного відношення вершини з'єднуються тільки однією напрямною дугою.

5. Бінарне відношення R на множині A називається транзитивним, якщо для будь яких a, b, $c \in A$ з aRb та bRc слідує, що aRc . Тобто якщо $(a,b) \in R$ і $(b,c) \in R$, то $(a,c) \in R$. Матриця транзитивного відношення характеризується тим, що якщо елемент матриці $\sigma_{ij} = 1$ та $\sigma_{jm} = 1$, то обов'язково $\sigma_{im} = 1$. Граф транзитивного відношення такий, що якщо з'єднані дугами, наприклад, перша-друга та друга- третя вершини, то обов'язково є дуга з першої в третю вершину.

6. Бінарне відношення R на множині A називається антитранзитивним, якщо для будь яких a,b, $c \in A$ з aRb та bRc слідує що не виконується aRc . Тобто якщо $(a, b) \in R$ і $(b, c) \in R$, то $(a, c) \notin R$. Матриця антитранзитивного відношення характеризується тим, що якщо елемент матриці $\sigma_{ij} = 1$ та $\sigma_{jm} = 1$, то обов'язково $\sigma_{im} = 0$

Завдання

Варіант № 9

1. Чи є вірною рівність $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$?

2. Знайти матрицю відношення $R \subset M \times 2^M$:
$R = \{(x, y) | x \in M \,\&\, y \subset M \,\&\, |y| - 1 = x\}$, де $M = \{x | x \in Z \,\&\, |x-1| < 2\}$, Z - множина цілих чисел.

3. Зобразити відношення графічно:
$\alpha = \{(x, y) | (x, y) \in R^2 \,\&\, x - y^2 > 0\}$, де R - множина дійсних чисел.

4. Навести приклад бінарного відношення $R \subset A \times A$, де $A = \{a, b, c, d, e\}$, яке є рефлексивне, антисиметричне, нетранзитивне,
та побудувати його матрицю.

5. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є: а) функціональним; б) бієктивним:
$\alpha = \{(x, y) | (x, y) \in R^2 \,\&\, y = \sqrt{1 - x^2}\}$

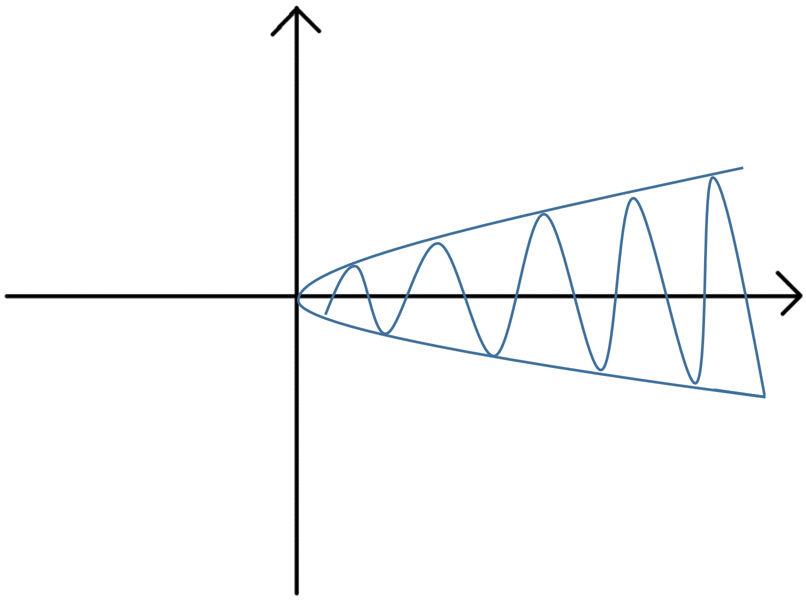
Розв'язок

1) A×(B∪C) = (A×B) ∪ (A×C)
A×(B ∪ C) = (x,y) ∈(A×(B ∪ C)= (x ∈ A)&(y ∈ B ∪ C) = (x ∈ A) & (y ∈ B || y ∈ C) = ((x ∈ A) & (y ∈ B))||(x ∈ A & y ∈ C)=**(A×B) ∪ (A×C)**

2) R ⊂ M $\times 2^M$
R = {(x,y) | x ∈ M & y ⊂ M & |y| -1=x}
M = {x, x ∈ z & |x-1|<2}, z- цілі числа

X\Y	**{∅}**	**{0}**	**{1}**	**{2}**	**{0,1}**	**{0,2}**	**{1,2}**	**{0,1,2}**
0	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
1	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**
2	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**

3)



4)

$R \subset A \times A$, де $A=\{a,b,c,d,e\}$;

Відношення є рефлексивне, антисиметричне, нетранзитивне.

Якщо воно рефлексивне, то **aa, bb, cc, dd, ee=1**

Якщо воно антисиметричне, то **ab≠ba**

Якщо воно нетранзитивне, то **ab^bc→ ⌐ac**

Матриця:

1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1

5)

1-Функціональна при $x \in [-1;1]$

2- Бієктивна, якщо x=0.

Додаток 2:

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int main()
{
int n;
cout<<"Enter size of arrays"<<endl;
cin>>n;
int A[n];
int B[n];
int a[n][n];
cout<<"Enter elements of A"<<endl;
for(int i=0;i<n;i++)
    cin>>A[i];
cout<<"Enter elements of B"<<endl;
for(int i=0;i<n;i++)
    cin>>B[i];
for (int i=0; i<n; i++){
    for (int j=0; j<n; j++){
        a[i][j] = 0;
        if (A[i]*A[i]<B[j]){
            a[i][j]=1;
        }
    }
}
cout<<"The matrix"<<endl;
for (int i=0; i<n; i++){
    for (int j=0; j<n; j++){
        cout<<a[i][j]<<' ';
    }cout<<endl;
}
```

```cpp
int refl = 0;
for(int i=0;i<n;i++)
    refl+=a[i][i];
if(refl==n){
    cout<<"Reflexive"<<endl;
}else
if(refl==0){
    cout<<"Antireflexive"<<endl;
}
else
    cout<<"Areflexive"<<endl;
int sem = 0;
for(int i=0;i<n;i++)
{
    for(int j=i+1;j<n;j++)
    {
        if(a[j][i]!=a[i][j])sem++;
    }
}
if(sem==0){
     cout<<"Semetric"<<endl;
}else if(sem==n*(n-1)/2){
    cout<<"Antisemetric"<<endl;
}else
cout<<"Asemetric"<<endl;

int trans=0,numb = 0;
for (int i=0; i<n; i++){
    for (int j=0; j<n; j++){
        if(a[i][j]==1 && i!=j){
            numb++;
            for (int k=0;k<n;k++)
                if(a[j][k]==1 && a[k][i]==1 && j!=k){trans++;break;}
            }
        }
}
if(trans==numb && numb != 0)cout<<"Transitive"<<endl;
else if(trans==0)cout<<"Antitransitive"<<endl;
else cout<<"Atransitive"<<endl;
}
```

Результат:

```
Enter size of arrays
4
Enter elements of A
1 4 3 2
Enter elements of B
6 3 2 1
The matrix
1 1 1 0
0 0 0 0
0 0 0 0
1 0 0 0
Areflexive
Asemetric
Antitransitive

Process returned 0 (0x0)   execution time : 10.688 s
Press any key to continue.
```