МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ "ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота № 2

з дисципліни

«Дискретна математика»

Виконала:

студентка групи КН-114

Кемська Юлія

Викладач:

Мельникова Н.І.

Львів – 2019

Тема: Моделювання основних операцій для числових множин

Мета роботи: Ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчитись будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.

2.1. Основні поняття теорії множин.

Операції над множинами Множина – це сукупність об'єктів, які називають елементами. Кажуть, що множина А є підмножиною множини S (цей факт позначають S A□ , де □ – знак нестрогого включення), якщо кожен її елемент автоматично є елементом множини S. Досить часто при цьому кажуть, що множина А міститься в множині S. Якщо S A□ і A S □ , то А називають власною (строгою, істинною) підмножиною S (позначають S A□ , де □ – знак строгого включення). Дві множини А та S називаються рівними, якщо вони складаються з однакових елементів. У цьому випадку пишуть А=S. Якщо розглядувані множини є підмножинами деякої множини, то її називають універсумом або універсальною множиною і позначають літерою U (зауважимо, що універсальна множина існує не у всіх випадках). Множини як об'єкти можуть бути елементами інших множин, Множину, елементами якої є множини, інколи називають сімейством. Множину, елементами якої є всі підмножини множини А і тільки вони (включно з порожньою множиною та самою множиною А), називають булеаном або множиною-степенем множини А і позначають Р(А). Потужністю скінченної множини А називають число її елементів, позначають |A|. Множина, яка не має жодного елемента, називається порожньою і позначається ∅. Вважається, що порожня множина є підмножиною будь-якої множини, а також А⊂А.

Множина всіх підмножин множини А називається булеаном і позначається Р(А). Потужність скінченної множини дорівнює кількості її елементів, позначається А . Потужність порожньої множини дорівнює 0.

Об'єднанням двох множин А і В називають множину

$$A \cup B=\{x: (x \in A) \vee (x \in B)\}$$

Перетином (перерізом) двох множин А і В називають множину

$$A \cap B=\{x: (x \in A) \wedge (x \in B)\}$$

Різницею множин А та В називають множину

$$A\setminus B =\{x: (x \in A) \wedge (x \notin B)\}$$

$$\mathbf{A\setminus B = A \cap \neg B}$$

Симетричною різницею множин А та В називають множину

$$A \Delta B =\{x: ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \vee ((x \in B) \wedge (x \notin A))\}$$

В означенні різниці не розглядають випадок B⊂ A. Якщо B⊂ A, то різницю A\B називають **доповненням множини B до множини A** і позначають B_A . Для підмножини A універсальної множини U можна розглядати доповнення A до U, тобто U \ A, її позначають

$$A=\{x: \neg(x \in A)\} \leftrightarrow \neg A=\{x: x \notin A)\}$$

і називають **доповненням множини A.**

2.2. Закони алгебри множин

Закони асоціативності	
$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
Закони комутативності	
$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$
Закони тотожності	
$A \cup \varnothing = A$	$A \cap U = A$
Закони домінування	
$A \cup U = U$	$A \cap \varnothing = \varnothing$
Закони ідемпотентності	
$A \cup A = A$	$A \cap A = A$
Закони дистрибутивності	
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
Закони поглинання	
$(A \cup B) \cap A = A$	$(A \cap B) \cup A = A$
Закони доповнення	
$A \cup \overline{A} = U$	$A \cap \overline{A} = \varnothing$
$\overline{U} = \varnothing$	$\overline{\varnothing} = U$
$\overline{\overline{A}} = A$	$\overline{\overline{A}} = A$
Закони де Моргана	
$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$	$\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Вивчення законів алгебри множин дозволяє зауважити, що кожна з тотожностей правої колонки може бути одержана з відповідної тотожності лівої шляхом заміни $\cup$ на $\cap$, $\varnothing$ на U і навпаки. Таку відповідність тотожностей називають *законом двоїстості*, а відповідні тотожності – *двоїстими* одна одній. Використовуючи цей закон, можна обгрунтувати двоїсту тотожність, довівши пряму і обернувши операції.

2.3. Формули включень та виключень для двох і трьох множин. Комп'ютерне подання множин

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|,$$

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + C - (|A \cap B| + |B \cap C| + |A \cap C|) + |A \cap B \cap C|.$$

Одним із найпоширеніших та найпростіших способів є подання множин за допомогою *бітових рядків*. Нехай універсальна множина U містить n елементів. Упорядкуємо довільним способом елементи універсальної множини. Тоді $U = \{a_1, a_2, a_3, ...a_{n-1}, a_n\}$.

Множину $A \subset U$ зображають у комп'ютері рядком із 0 та 1 довжини n так: якщо $a_i \in A$, то i-й біт дорівнює 1, якщо $a_i \notin A$, то i-й біт дорівнює 0. Такий рядок бітів називають *характеристичним вектором* підмножини A.

Варіант № 9

Додаток № 1

1. Для даних скінчених множин A={ 1,2,3,4,5,6,7} , B={5,6,7,8,9,10} , C={1,2,3,4,8,9,10}та універсуму U={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а) (⌐B \C)UB=∅UB=B=**{5,6,7,8,9,10};** б)(B ∩⌐A)ΔC=**{1,2,3,4};**

Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини B\((A\B) ΔC) . Знайти його потужність.

A\B={1,2,3,4}

(A\B) ΔC={8,9,10}

B\((A\B) ΔC)={5,6,7}

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) {4}⊂ {1, 2, 3, {4, 5}}; - **Вірно**

б) Q ∩ R ⊂ R ; - **Невірно**

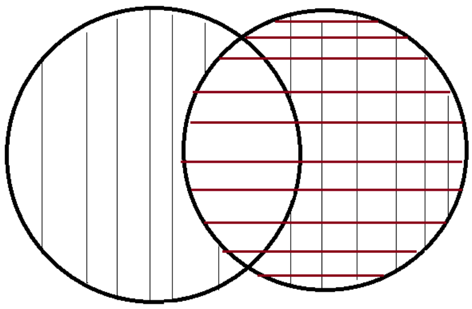
в) R \ Z ⊂ Q ; **- Вірно**

г) N ∩ R ⊂ Z ∩Q ; - **Невірно**

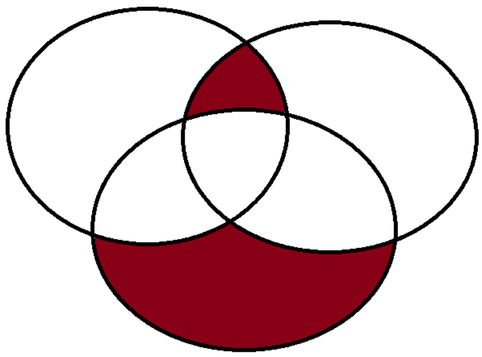
д) якщо C ⊂ B ∩⌐ A , то A∩C = ∅. -

B ∩⌐ A=B\A ({x: (x Є B) ^ (x Є ⌐A)})

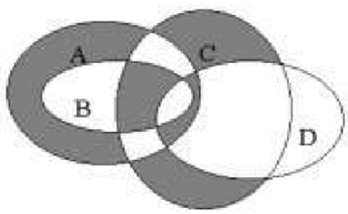
4. Логічним методом довести тотожність: AΔ(AΔB)=B.



5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину: (((A∩B) ΔC)\A) ΔB.



6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



(A\(BUC)) U((B∩C)\D) U((A∩D)\B) U(C\(A UD))

7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного раз):

(A∩B∩C∩⌐D)U(⌐A∩C)U(C∩D)=CU(A∩B∩D∩⌐D) U(⌐A∩C)= CU(A∩B∩∅)U(⌐A∩C)=C U∅ U(⌐A∩C)=C U(⌐A∩C)=C

8. У бою не менше 70% бійців втратили одне око, не менше 75% – одне вухо, не менше 80% – одну руку і не менше 85% – одну ногу. Яка мінімальна кількість бійців, які втратили одночасно око, вухо, руку і ногу?

A- бійці, які втратили одне око

B- бійці, які втратили одне вухо

C- бійці, які втратили одну руку

D- бійці, які втратили одну ногу

$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 70+75-100=45$

$|C \cup D| = |C| + |D| - |C \cap D| = 80+85-100=65$

45+65-100=10

Додаток 2:

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

int main()
{   double fir[1000],sec[1000],uni[2000],inter[1000];
int suni = 0,sinter=0;
    int s1,s2;
    double a;
    cout<<"Enter size of the first set"<<endl;
    cin>>s1;
    cout<<"Enter elements of the first set"<<endl;
    suni = s1;
    int i = 1;
    while(i<=s1){
        cin>>a;
        int repeat = 0;
        for(int j=1;j<i;j++){
            if(fir[j]==a){repeat = 1;cout<<"Enter another number"<<endl;break;}
        }
        if(repeat == 0){
fir[i]=a;
        uni[i]=fir[i];
        i++;
        }
    }
    cout<<"Enter size of the second set"<<endl;
    cin>>s2;
    cout<<"Enter elements of the second set"<<endl;
    i = 1;
    while(i<=s2){
        cin>>a;
        int repeat = 0,un = 0;
        for(int j=1;j<=i;j++){
            if(sec[j]==a){repeat = 1;cout<<"Enter another number"<<endl;break;}
```

```
        }
        if(repeat == 0){
            sec[i] = a;
            for(int j = 1; j<=sl; j++)
        {
              if(sec[i]==fir[j])
              {    sinter++;
                   inter[sinter]=sec[i];
                   un = 1;
                   break; }
        }
        if(un==0)
        {     suni++;
              uni[suni]=sec[i]; }
        i++;
        }
    }
    cout<<"Union of sets"<<endl;
    if(suni == 0){
        cout<<"The set is empty"<<endl;
    }
    for(int i =1; i<=suni; i++)
        cout<<uni[i]<<' ';

    cout<<"Power "<<suni<<endl;
    cout<<"Intersection of sets"<<endl;
    for(int i =1; i<=sinter; i++)
        cout<<inter[i]<<' ';
        if(sinter == 0){
        cout<<"The set is empty"<<endl;
    }
    cout<<"Power "<<sinter<<endl; }
```

```
Enter size of the first set
3
Enter elements of the first set
1 2 5

First set
1 2 5
Enter size of the second set
2
Enter elements of the second set
1 5 7 6 5 4

Second set
1 5
Union of sets
1 2 5 Power 3
Intersection of sets
1 5 Power 2

Process returned 0 (0x0)   execution time : 18.708 s
Press any key to continue.
```