OSTBAYERISCHE
TECHNISCHE HOCHSCHULE
REGENSBURG

Formelsammlung Felder, Wellen und Leitungen

Wintersemster 21/22

Name:	Ayham Alhalaibi
Matrikelnummer:	MATNR
Letzte Änderung:	4. April 2022
Lizenz:	GPLv3

Inhaltsverzeichnis

1 Maxwell'schen Gleichungen

1.1 Intergralform I, II

Gauß'sches Gesetz
Induktionsgesetz
Durchflutungsgesetz
Quellenfreiheit B-Feld
Zusammenhang

$$\oiint_{A_{\texttt{Hülle}}} \vec{D} d\vec{A} = Q_{\texttt{eing.}}$$
$$\oint_{\texttt{Rand}} \vec{E} d\vec{s} = -\frac{d\Phi_{\texttt{eing.}}}{dt}$$
$$\oint_{\texttt{Rand}} \vec{H} d\vec{s} = I_{\texttt{eing.}} + I_{\texttt{versch.}}$$
$$\oiint_{A_{\texttt{Hülle}}} \vec{B} d\vec{A} = 0$$

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \qquad \vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$$

Bei isotropen Stoffen sind ε u. μ Skalare:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \qquad \mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

1.2 Differentialform I, II

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$$
$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$
$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

Divergenz/Rotation/Gradient

div: macht aus einem Vektor ein Skalar.
rot: bildet ein Vektor auf Vektorfeld ab.
grad: bildet ein Skalar-/Gradientenfeld in ein Vektorfeld ab. Zeigt Richtung stärkster Zunahme des Feldes.

$$\frac{\partial G_x}{\partial x} + \frac{\partial G_y}{\partial y} + \frac{\partial G_z}{\partial z} = \operatorname{div} \vec{G} = \nabla \cdot \vec{G}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial G_z}{\partial y} - \frac{\partial G_y}{\partial z} \\ \frac{\partial G_x}{\partial z} - \frac{\partial G_z}{\partial x} \\ \frac{\partial G_y}{\partial x} - \frac{\partial G_x}{\partial y} \end{pmatrix} = \operatorname{rot} \vec{G} = \nabla \times \vec{G}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial G}{\partial x} \\ \frac{\partial G}{\partial y} \\ \frac{\partial G}{\partial z} \end{pmatrix} = \operatorname{grad} G = \nabla \cdot G$$

Nabla Operator

$$\nabla = \vec{\nabla} = \left(\frac{\partial G}{\partial x}, \frac{\partial G}{\partial y}, \frac{\partial G}{\partial z} \right)$$

Feldänderung bei Bewegung

$$\Delta G = \frac{\partial G}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial G}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial G}{\partial z}\Delta z$$
$$= dG = \operatorname{grad} G \cdot d\vec{s}$$

1.3 stationäre Felder

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \qquad \vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}$$
$$\nabla \times \vec{E} = 0$$
$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \qquad \vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$$
$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$
$$\vec{J} = \kappa \vec{E}$$

1.4 statische Felder

Elektrostatik: $\vec{J} = 0$
rot $\vec{E} = 0$
Magnetostatik: $\vec{J} = const$

2 Grundlagen

2.1 Randbedingung

Dirichlet-RB	Funktion nimmt an den Rändern einen bestimmten Wert an (Bsp.: $\rho_r = 5V$)
Neumann-RB	Die Normalableitung der Fkt. nimmt an den Rändern einen bestimmten Wert an

2.2 Begriffe

	Begriff	Beschreibung
ρ		

2.3 Kartesische Koordinaten

Einheitsvektoren: $\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z}$
Rechtssystem: $\vec{e_x} \times \vec{e_y} = \vec{e_z}$
Linienelemente: $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$
Nabla Operator: $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{e_x} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{e_y} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{e_z}$
Gradient: $\operatorname{grad} \varphi \equiv \nabla \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x}\vec{e_x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\vec{e_y} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\vec{e_z}$
Divergenz: $\operatorname{div} \vec{D} \equiv \nabla \vec{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$
Rotation: $\operatorname{rot} \vec{E} \equiv \nabla \times \vec{E} =$
$\left[\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right]\vec{e_x} + \left[\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right]\vec{e_y} + \left[\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right]\vec{e_z}$
Laplace Operator: $\Delta = \frac{\partial^2 \cdots}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \cdots}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \cdots}{\partial z^2}$

$$\Delta \vec{E} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{E} - \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} = \Delta E_x \vec{e_x} + \Delta E_y \vec{e_y} + \Delta E_z \vec{e_z} =$$
$$= \left[\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}\right]\vec{e_x} + \left[\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2}\right]\vec{e_y}$$
$$+ \left[\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2}\right]\vec{e_z}$$

3 Felder

3.1 Potential

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \qquad \vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$
$$\nabla \times \vec{E} = 0 = \operatorname{rot} \operatorname{grad} E$$

3.1.1 Poisson-Gleichung

mit $\rho = 0 \Rightarrow$ **Laplace-Gleichung**

$$\Delta\varphi + \underbrace{\frac{\operatorname{grad}\varepsilon \cdot \operatorname{grad}\varphi}{\varepsilon}}_{=0,\ wenn\ homogen} = -\frac{\rho(x,y,z)}{\varepsilon}$$
$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2} = -\frac{\rho(x,y,z)}{\varepsilon}$$