

Caratterizzazione di sciami cosmici

Julia Favaro e Arianna Fornaciari

Laboratorio di interazioni fondamentali 2024-2025

Indice

1	Introduzione	1
2	Apparato sperimentale	1
3	Caratterizzazione dei setup	2
3.1	Regolazione dei discriminatori	2
3.2	Efficienza dei fotomoltiplicatori	2
3.3	Condizioni di lavoro	2
3.4	Correzioni per l'accettanza geometrica	3
4	Studio del flusso dei raggi cosmici	8
4.1	Acquisizione dati e lettura con DeNano10	8
4.2	Misura del rate e variazioni temporali	8
4.3	Distribuzione dei conteggi	8
4.4	Differenza temporale tra eventi successivi per un singolo telescopio	13
4.5	Monitoraggio dell'efficienza dei PMT al variare del tempo	13
4.6	Correlazione fra rate di raggi cosmici e parametri atmosferici	16
4.6.1	Manipolazione iniziale dei dati	16
4.6.2	Osservazioni sui risultati ottenuti	16
4.6.3	Andamento generale nel tempo	17
5	Conclusioni	17
A	Efficienze intrinseche dei PMT dei Setup08 e Setup06	21

Sommario

Gli obiettivi dell'esperienza proposta prevedono lo studio del flusso dei raggi cosmici su scale temporali di qualche giorno e individuare possibili effetti di correlazione con parametri atmosferici.

Nell'esperienza abbiamo quindi studiato il numero di eventi registrati singolarmente da ognuno dei telescopi a disposizione in laboratorio, ponendo particolare attenzione alla differenza di tempo tra due eventi consecutivi. In seguito abbiamo verificato l'ipotesi di stazionarietà degli eventi poissoniani e studiato la possibile influenza della pressione atmosferica sulle nostre misure.

1 Introduzione

Per raggi cosmici si intendono tutte quelle particelle e nuclei che fanno parte della radiazione che investe continuamente l'atmosfera e il suolo terrestre. Possiamo classificare i raggi cosmici in:

- *primari*: comprendono le particelle osservate all'esterno dell'atmosfera terrestre. Possono avere origine galattica o extragalattica. Sono costituiti principalmente da protoni, particelle α e nuclei;
- *secondari*: comprendono le particelle che giungono sulla superficie terrestre a seguito di una lunga e complessa successione di trasformazioni generate dai primari e da altre particelle secondarie stesse che interagiscono con l'atmosfera.^[1]

Questi processi moltiplicativi possono dar luogo a correlazioni temporali tra i tempi di arrivo dei raggi secondari registrati da strumenti sul suolo terrestre. L'interazione con i nuclei atmosferici può causare la produzione simultanea di più particelle secondarie e/o può far subire ad alcune particelle cariche deflessioni che le allontanano dal core principale dello sciame della particella primaria da cui sono state create. In questi casi si parli di *raggi cosmici estesi*.

In questa relazione riportiamo i risultati di registrazioni di durata differente e di tre sistemi di rivelazione distinti, al fine di descrivere eventuali fluttuazioni temporali dei raggi cosmici secondari e ricercare il passaggio di sciami cosmici estesi. Per motivi di tempo e problemi nell'acquisizione dati, in questa relazione ci potremo solo concentrare sul primo dei due punti.

2 Apparato sperimentale

L'apparato sperimentale è costituito dai tre telescopi, due posti in pareti opposte di una stessa stanza (Setup08, Setup06) e l'ultimo posto in una stanza diversa (Setup04). Ogni telescopio è formato da tre scintillatori plastici piani, in prima approssimazione paralleli al pavimento e messi uno sopra l'altro, i cui segnali vengono letti rispettivamente da tre fotomoltiplicatori.

Di seguito riportiamo le caratteristiche geometriche degli scintillatori, misurate con un metro a nastro. In alcuni casi abbiamo deciso di utilizzare un'incertezza maggiore della risoluzione sperimentale per tenere conto dell'errore umano associato alla difficoltà di fare misure accurate per strumenti posti in alto. Infine riportiamo anche la massima tensione di alimentazione per ciascun telescopio.

Setup08

- *lastra superiore*: lunghezza (60.0 ± 0.1) cm, larghezza (20.0 ± 0.5) cm, spessore (1.5 ± 0.5) cm, distanza con quella sotto (2.0 ± 0.5) cm;
- *lastra centrale*: lunghezza (39.0 ± 0.1) cm, larghezza (20.0 ± 0.5) cm, spessore (1.5 ± 0.5) cm, distanza con quella di sotto (2.5 ± 0.5) cm;
- *lastra inferiore*: lunghezza (39.0 ± 0.1) cm, larghezza (20.0 ± 0.5) cm, spessore (1.5 ± 0.5) cm;
- *area di sovrapposizione*: 780 ± 20 cm²;
- *massima tensione di alimentazione*: 1800 V.

Setup06

- *lastra superiore*: lunghezza (35.0 ± 0.1) cm, larghezza (20.0 ± 0.1) cm, spessore (1.2 ± 0.5) cm, distanza con quello sotto (3.5 ± 0.5) cm;
- *lastra centrale*: lunghezza (41.0 ± 0.1) cm, larghezza (20.0 ± 0.1) cm, spessore (1.2 ± 0.5) cm, distanza con quello sotto (2.0 ± 0.5) cm;
- *lastra inferiore*: lunghezza (41.0 ± 0.1) cm, larghezza (20.0 ± 0.1) cm, spessore (1.2 ± 0.5) cm;
- *area di sovrapposizione*: 700 ± 4 cm²;
- *massima tensione di alimentazione*: 1800 V.

Setup04

- *lastra superiore*: lunghezza (41.0 ± 0.5) cm, larghezza (49.0 ± 0.5) cm, spessore (1.5 ± 0.5) cm, distanza con quella di sotto (20.0 ± 0.5) cm;
- *lastra centrale*: lunghezza (41.0 ± 0.5) cm, larghezza (49.0 ± 0.5) cm, spessore (1.5 ± 0.5) cm, distanza con quella di sotto (20.0 ± 0.5) cm;
- *lastra inferiore*: lunghezza (41.0 ± 0.5) cm, larghezza (49.0 ± 0.5) cm, spessore (1.5 ± 0.5) cm;
- *area di sovrapposizione*: 2009 ± 32 cm²;
- *massima tensione di alimentazione*: 2000 V.

Distanza tra i telescopi

- tra *Setup04* e *Setup08*: 6.80 ± 0.07 m,
- tra *Setup08* e *Setup06*: 6.42 ± 0.03 m,
- tra *Setup04* e *Setup06*: 6.13 ± 0.03 m.

3 Caratterizzazione dei setup

Per individuare le condizioni di lavoro ottimali abbiamo delineato le curve di efficienza dei fotomoltiplicatori e scelto una tensione di alimentazione in modo da massimizzare l'efficienza e minimizzare il rate in singola, minimizzando così le coincidenze accidentali.

Per quest'analisi avevamo a disposizione:

- due discriminatori dell'INFN di Pisa e un discriminatore LeCroy mod. 821,
- tre unità di coincidenza CERN Type N-6235 e un modulo di coincidenza LeCroy mod. 465,
- un contatore di segnali digitali a 8 canali,
- un oscilloscopio digitale Tektronix TDS 2012.

Per ciascun telescopio, abbiamo collegato i cavi in uscita da ogni fotomoltiplicatore a un'unità di discriminazione; l'uscita da questo modulo è stata poi inviata in ingresso a un'unità di coincidenza e l'uscita della coincidenza a un contatore.

3.1 Regolazione dei discriminatori

Abbiamo regolato la durata temporale del segnale in uscita da ciascun canale per i discriminatori dell'INFN a 40 ns e per il discriminatore LeCroy a 20 ns. Per ciascun discriminatore abbiamo poi impostato una tensione di soglia di circa -30 mV: questa scelta è stata determinata osservando il segnale discriminato all'oscilloscopio e facendo sì che scattasse il meno possibile quando era presente solamente rumore.

3.2 Efficienza dei fotomoltiplicatori

Per ciascun telescopio abbiamo stimato l'efficienza di ogni fotomoltiplicatore come

$$\epsilon = \frac{N_t}{N_d - N_{d,acc} - N_{t,acc}}, \quad (1)$$

dove N_t è il numero delle coincidenze triple, N_d è il numero delle coincidenze doppie degli altri fotomoltiplicatori non in esame, tenuti a tensione di alimentazione costante per tutta la durata della misura, e $N_{d,acc}$ e $N_{t,acc}$ le correzioni per le doppie e triple accidentali, in un intervallo temporale Δt . Consideriamo il numero delle doppie accidentali pari a

$$N_{d,acc} = N_j \cdot N_k \frac{\omega_j + \omega_k - 2\omega_{min}}{\Delta t}, \quad (2)$$

con N_j ed N_k il numero di conteggi in singola per i due fotomoltiplicatori non in esame e $\omega_{j,k}$ le larghezze

dei segnali discriminati corrispondenti. ω_{min} è invece il tempo minimo di sovrapposizione dei due segnali per cui la coincidenza scatta, pari a circa 2 ns. Poiché nel nostro caso la larghezza dei segnali discriminati è uguale per tutti i canali, possiamo semplificare la precedente equazione in

$$N_{d,acc} = N_j \cdot N_k \frac{2(\omega - \omega_{min})}{\Delta t}. \quad (3)$$

Il numero delle triple accidentali è ottenuto a partire da quelle delle doppie accidentali come

$$N_{t,acc} = N_l \cdot N_{d,acc} \frac{2(\omega - \omega_{min})}{\Delta t} \quad (4)$$

con N_l i conteggi del fotomoltiplicatore in esame.

Consideriamo i conteggi in singola distribuiti in modo poissoniano. Se trascurassimo la presenza di conteggi accidentali, la distribuzione di probabilità associata all'efficienza, definita in questo modo come rapporto di conteggi in tripla su doppia, sarebbe una binomiale. Per questo motivo, nel seguito si considererà N_d un numero esatto e N_t distribuito secondo una binomiale con probabilità p pari ad ϵ e con deviazione standard

$$\sigma_{N_t} = \sqrt{N_d \cdot \epsilon(1 - \epsilon)}. \quad (5)$$

Stimiamo inoltre l'incertezza associata a $N_{d,acc}$ a partire dall'errore poissoniano dei conteggi in singola, per cui

$$\sigma_{N_{d,acc}} = \frac{2(\omega - \omega_{min})}{\Delta t} \sqrt{(\sigma_{N_j} N_k)^2 + (N_j \sigma_{N_k})^2}. \quad (6)$$

Trascuriamo temporaneamente l'incertezza dei conteggi accidentali, dell'ordine della decina di nHz, molto minore rispetto agli altri contributi. Di conseguenza, l'incertezza su ϵ è

$$\sigma_\epsilon^2 = \left(\frac{\sigma_{N_t}}{N_d - N_{d,acc} - N_{t,acc}} \right)^2 + \left(\frac{N_t \cdot \sigma_{N_{d,acc}}}{(N_d - N_{d,acc} - N_{t,acc})^2} \right)^2. \quad (7)$$

3.3 Condizioni di lavoro

In questa sezione riportiamo i grafici delle curve di efficienza in funzione dell'alimentazione del fotomoltiplicatore sotto studio. Come ultima analisi, abbiamo quindi guardato come variassero i conteggi al secondo in funzione della tensione applicata, verificando quindi che effettivamente i rate in singola aumentassero all'aumentare della tensione.

Setup06

In questo caso le prestazioni del fotomoltiplicatore centrale sono peggiori rispetto a quelle degli altri due fotomoltiplicatori ed ha un'efficienza più bassa, come evidente in figura 1, per cui escludiamo questo PMT nel resto della nostra esperienza.

Il rate $R_{d,acc}$ di coincidenze accidentali tra i restanti due, con i rate in singola indicati in tabella 1, è di $108 \pm 8 \mu\text{Hz}$, trascurabile rispetto a un flusso di raggi cosmici atteso dell'ordine del Hz, come indicato nella tabella 4.

Setup08

Le prestazioni del PMT3 sono peggiori rispetto a quelle degli altri due fotomoltiplicatori e questo ha un'efficienza più bassa, come evidente in figura 2. Per questo motivo decidiamo di escludere questo PMT nel resto della nostra esperienza.

Tuttavia, è importante notare che le condizioni di lavoro utilizzate, in tabella 2, non sono ancora quelle ottimali. In particolare in queste condizioni, secondo le equazioni 3 e 6, il rate delle doppie accidentali tra questi due fotomoltiplicatori risulta essere $R_{d,acc}=328 \pm 2 \text{ mHz}$, un valore non trascurabile rispetto al flusso di raggi cosmici rilevabile con questo telescopio, che risulta essere dell'ordine del Hz come stimato nel paragrafo successivo e riportato nella tabella 4. Scegliendo invece, ad esempio, per una tensione di anche solo 50 V minore, rispettivamente per PMT1 e PMT2 una tensione di 1550 V e di 1425 V, avremmo avuto un rate in singola dell'ordine di 700 cps; ciò avrebbe diminuito il numero di coincidenze accidentali e aumentato ulteriormente l'efficienza di questi due fotomoltiplicatori.

Setup04

Nei grafici in figura 3 è ben riconoscibile il plateau per l'efficienza per tutti e tre i fotomoltiplicatori. Naturalmente questi assumono valori molto diversi e, come atteso, l'efficienza massima si registra per il fotomoltiplicatore centrale, mentre quelli estremali hanno valori comparabili tra loro. Per questo motivo, è stato deciso di non escludere nessun PMT nelle analisi successive di quest'esperienza. In questo caso il rate di triple accidentali, alle condizioni indicate in tabella 3, è pari a $R_{d,acc}=2.79 \pm 0.05 \mu\text{Hz}$, trascurabile rispetto al flusso di raggi cosmici rilevabili da questo telescopio, dell'ordine della decina di Hz.

3.4 Correzioni per l'accettanza geometrica

Una prima stima dell'efficienza complessiva di un telescopio è il prodotto delle singole efficienze dei fotomoltiplicatori, se si ignora il fatto che i raggi cosmici non arrivano tutti perpendicolarmente al pavimento. L'efficienza complessiva del Setup04 risulta quindi essere $\epsilon_{tel,04} = 0.32 \pm 0.03$.

Tuttavia nel caso dei Setup06 e Setup08 è impossibile trascurare il contributo dato dalla geometria asimmetrica degli scintillatori. Del resto è necessario tenere conto anche del passaggio da tre fotomoltiplicatori a utilizzarne solo due e come questo influenzi l'efficienza geometrica.

Abbiamo deciso quindi di approfondire il nostro studio sull'efficienza creando un programma che calcoli l'efficienza geometrica di questi due telescopi, attraverso una simulazione Montecarlo^[2] con telescopi con le stesse dimensioni descritte nella sezione 2, tralasciando per semplicità lo spessore delle lastre scintillanti.

In un ciclo for con n iterazioni, sono state generate le coordinate (x_1, y_1) del punto di intersezione tra un fascio di raggi cosmici e il primo scintillatore, comprese tra la larghezza e la lunghezza misurate in laboratorio. Successivamente, sono stati generati gli angoli che definiscono la direzione del fascio, considerando una distribuzione angolare rispetto alla superficie della Terra descrivibile come una funzione dell'angolo zenitale $\theta \in [0, \pi/2]$ proporzionale a $\cos^2 \theta$ ^[1] e uniforme nell'angolo azimutale $\phi \in [0, 2\pi]$. Poiché i nostri scintillatori non sono sempre ortogonali rispetto alla sorgente di raggi cosmici, consideriamo un ulteriore contributo proporzionale a $\cos \theta$.

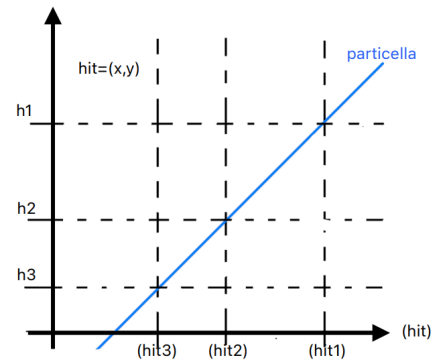
Le coordinate (x_2, y_2) della proiezione del fascio sul secondo piano scintillante (a distanza $h_2 - h_1$ dal primo) sono state quindi calcolate:

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 + (h_2 - h_1) \tan \theta \cos \phi \\ y_2 &= y_1 + (h_2 - h_1) \tan \theta \sin \phi \end{aligned} \quad (8)$$

Qualora, in presenza di una doppia, anche la proiezione (x_3, y_3) sul terzo piano scintillante (a distanza $h_3 - h_2$ dal secondo) rientrasse nelle dimensioni imposte all'ultima lastra,

$$\begin{aligned} x_3 &= x_2 + (h_3 - h_2) \tan \theta \cos \phi \\ y_3 &= y_2 + (h_3 - h_2) \tan \theta \sin \phi \end{aligned} \quad (9)$$

si aumenta di uno il numero di successi rispetto al numero di tentativi totali. Il rapporto dei successi sul numero totale di doppie definisce l'efficienza geometrica del sistema scintillatore + fotomoltiplicatore inferiore. Permutando gli indici, si può calcolare analoghi risultati anche per i fotomoltiplicatori superiori e centrali. L'efficienza intrinseca ϵ_{intr} è definita come il rapporto tra l'efficienza dell'equazione 1 e tale fattore geometrico.



Rappresentazione grafica del passaggio di una particella attraverso i tre piani di scintillatori di ogni telescopio.

Dopo aver ripetuto tale operazione per ogni fotomoltiplicatore delle tabelle 2 e 1, siamo passati a calcolare in modo simile a quanto appena descritto l'efficienza geometrica ϵ_{geom} di un sistema a soli due scintillatori

sovrapposti. L'efficienza complessiva dei due telescopi è quindi

$$\begin{aligned}\epsilon_{tel,08} &= \epsilon_{intr,1}\epsilon_{geom,1} \cdot \epsilon_{intr,2}\epsilon_{geom,2} , \\ \epsilon_{tel,06} &= \epsilon_{intr,1}\epsilon_{geom,2} \cdot \epsilon_{intr,3}\epsilon_{geom,3} .\end{aligned}\quad (10)$$

I risultati numerici per ϵ_{tel} sono indicati nella tabella 4. Per i valori delle efficienze geometriche e intrinseche ottenute dalle simulazioni Montecarlo si rimanda all'appendice A.

Se stimiamo un flusso di raggi cosmici sulla superficie terrestre pari a $\Phi = \frac{1 \text{ evento}}{\text{cm}^2 \cdot \text{min}} [1]$, il numero di cosmici nel tempo che ci attendiamo siano rilevati da ogni telescopio sarà:

$$R_{riv,tel} = \Phi \cdot S_{tel} \cdot \epsilon_{tel} , \quad (11)$$

dove S_{tel} è una stima dell'area efficace come l'area di sovrapposizione tra gli scintillatori. Per ciascun telescopio riportiamo tale rate nella tabella 4.

PMT	Alimentazione [V]	Soglia [mV]	Rate in singola [cps]	ϵ
1	1500	-30.7 mV	31 ± 2	0.7 ± 0.1
3	1500	-30.7 mV	46 ± 2	0.6 ± 0.1

Tabella 1: Punti di lavoro del Setup06. L'incertezza sul rate in singola è il rapporto tra la radice dei conteggi e il tempo di misura, pari a 10 ns. L'efficienza e la relativa incertezza vengono stimate a partire dalle equazioni 1 e 7. Queste includono al loro interno il contributo dell'accettazione geometrica del telescopio. Per ulteriori approfondimenti e l'efficienza intrinseca di questi fotomoltiplicatori si rimanda all'appendice A.

PMT	Alimentazione [V]	Soglia [mV]	Rate in singola [cps]	ϵ
1	1600	-30.04 mV	4548 ± 12	0.88 ± 0.06
2	1485	-29.6 mV	1063 ± 6	0.86 ± 0.05

Tabella 2: Punti di lavoro del Setup08. L'incertezza sul rate in singola è il rapporto tra la radice dei conteggi e il tempo di misura, pari a 30 ns. L'efficienza e la relativa incertezza vengono stimate a partire dalle equazioni 1 e 7. Queste includono al loro interno il contributo dell'accettazione geometrica del telescopio. Per ulteriori approfondimenti e l'efficienza intrinseca di questi fotomoltiplicatori si rimanda all'appendice A.

PMT	Alimentazione [V]	Soglia [mV]	Rate in singola [cps]	ϵ
1	1850	-30.0 mV	474 ± 4	0.63 ± 0.02
2	1850	-30.0 mV	756 ± 9	0.96 ± 0.02
3	1830	-29.9 mV	1350 ± 11	0.53 ± 0.04

Tabella 3: Punti di lavoro del Setup04. L'incertezza sul rate in singola è il rapporto tra la radice dei conteggi e il tempo di misura, pari a 10 ns. L'efficienza e la relativa incertezza vengono stimate a partire dalle equazioni 1 e 7. Queste includono al loro interno il contributo dell'accettazione geometrica del telescopio.

Telescopio	ϵ_{tel}	S_{tel} [cm ²]	$R_{riv,tel}$ [Hz]	R_{acc} [μ Hz]
Setup06	0.35 ± 0.06	700 ± 4	4 ± 1	108 ± 8
Setup08	0.47 ± 0.04	780 ± 20	6.1 ± 0.5	$(367 \pm 2) \cdot 10^3$
Setup04	0.32 ± 0.03	2009 ± 32	11 ± 1	2.79 ± 0.05

Tabella 4: Per ciascun setup è indicata una stima dell'area efficace e dell'efficienza del telescopio, tenendo conto dell'accettazione geometrica e delle efficienze intrinseche degli scintillatori e PMT scelti nella sezione 3.2. Per ciascuno di questi viene infine riportato il rate di detection di raggi cosmici atteso e il rate di conteggi accidentali.

Efficienza in funzione del voltaggio - Setup06

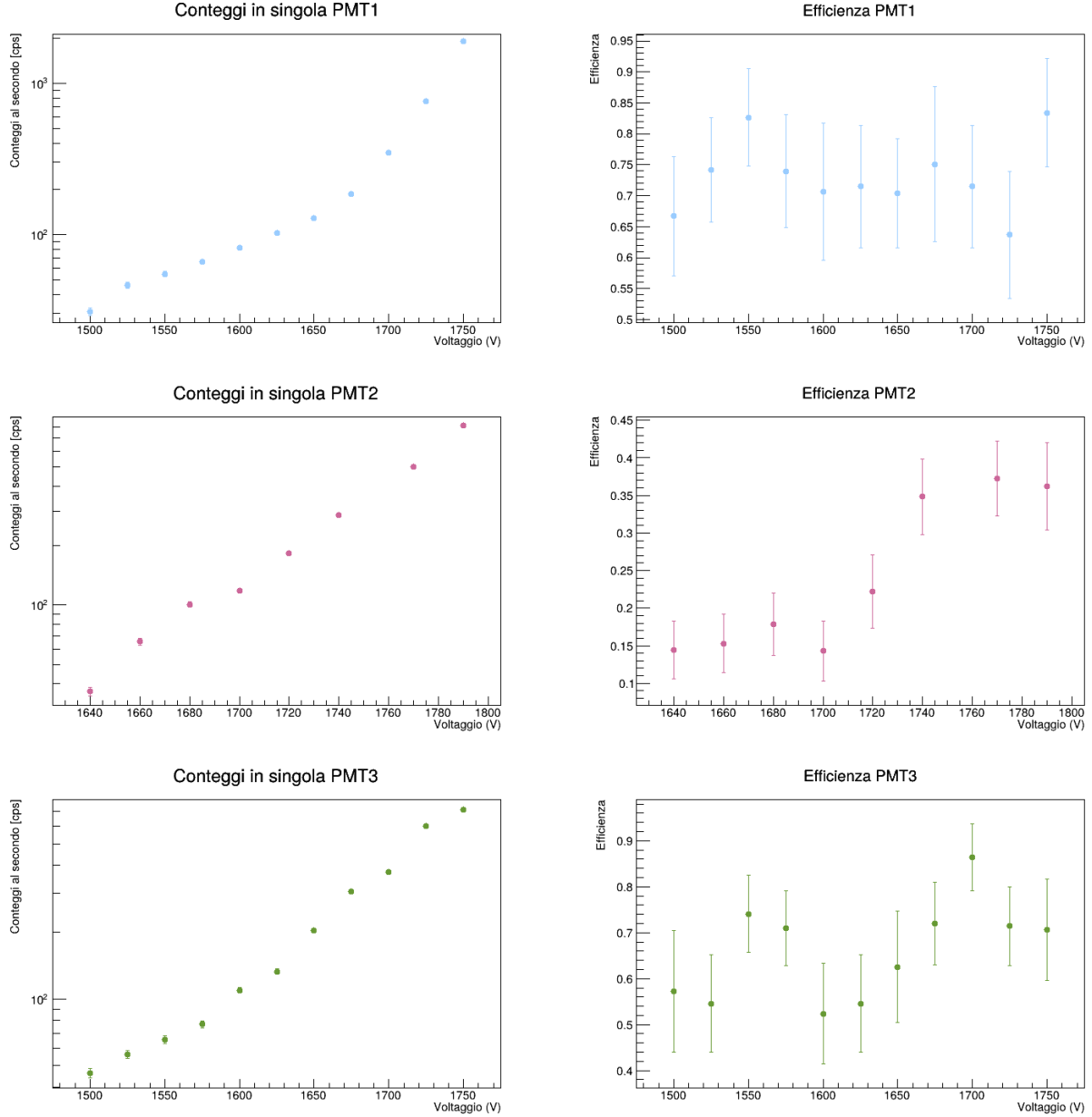


Figura 1: Stima dell'efficienza e grafico semilogaritmico dei conteggi in singola al variare della tensione di alimentazione per i tre fotomoltiplicatori del Setup06. Larghezza temporale dei segnali discriminati di 20 ns.

- PMT1 è connesso alla lastra scintillante superiore. Gli altri PMT sono alimentati a $V_2=1700\text{V}$ e $V_3=1700\text{V}$.
- PMT2 è connesso alla lastra scintillante centrale. Gli altri PMT sono alimentati a $V_1=1620\text{V}$ e $V_3=1700\text{V}$.
- PMT3 è connesso alla lastra scintillante inferiore. Gli altri PMT sono alimentati a $V_1=1620\text{V}$ e $V_2=1700\text{V}$.

Efficienza in funzione del voltaggio - Setup08

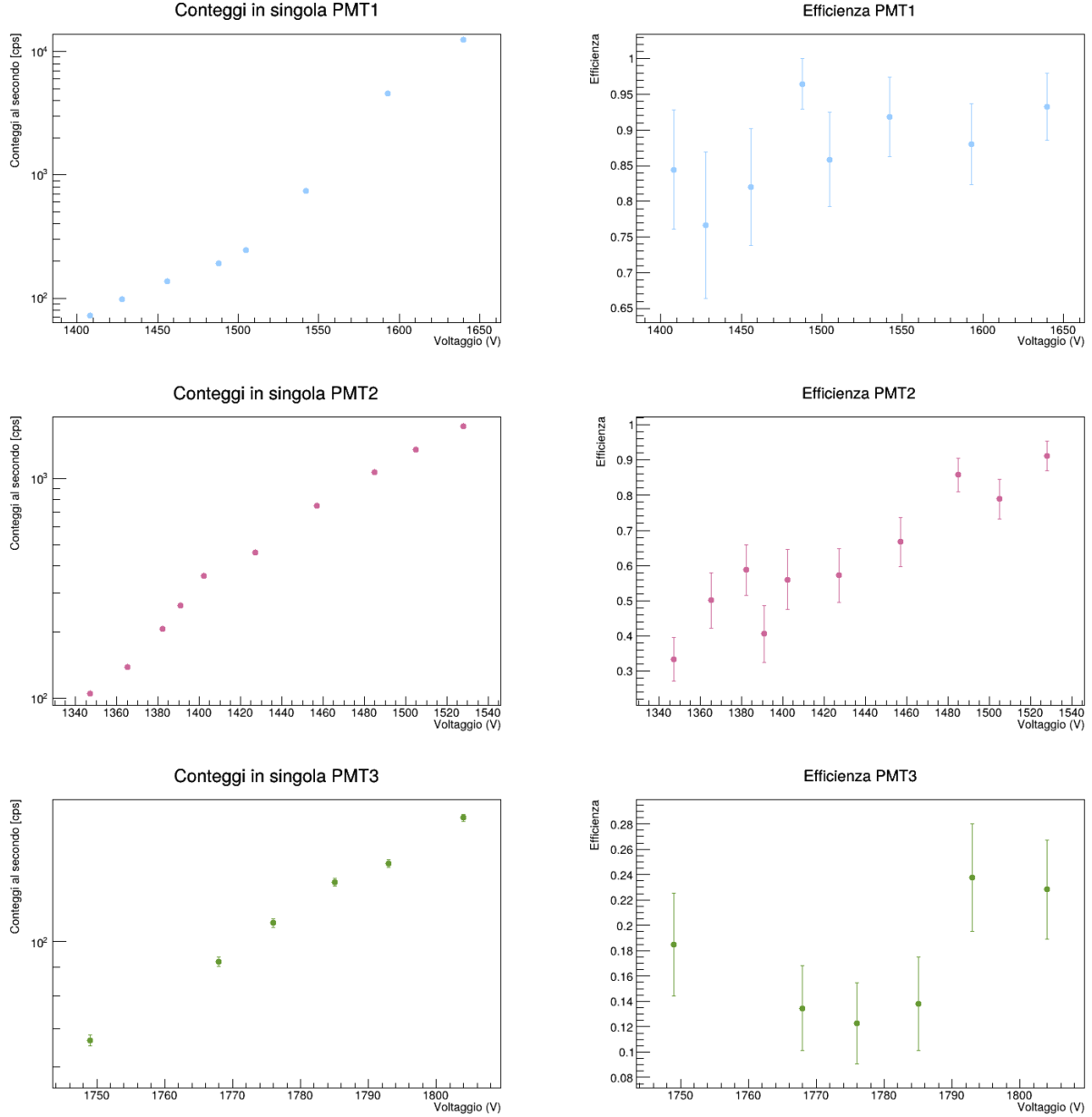


Figura 2: Stima dell'efficienza e grafico semilogaritmico dei conteggi in singola al variare della tensione di alimentazione per i tre fotomoltiplicatori del Setup08. Larghezza temporale dei segnali discriminati di 40 ns.

- PMT1 è connesso alla lastra scintillante superiore. Gli altri PMT sono alimentati a $V_2=1382\text{V}$ e $V_3=1793\text{V}$.
- PMT2 è connesso alla lastra scintillante centrale. Gli altri PMT sono alimentati a $V_1=1433\text{V}$ e $V_3=1772\text{V}$.
- PMT3 è connesso alla lastra scintillante inferiore. Gli altri PMT sono alimentati a $V_1=1430\text{V}$ e $V_2=1382\text{V}$.

Efficienza in funzione del voltaggio - Setup04

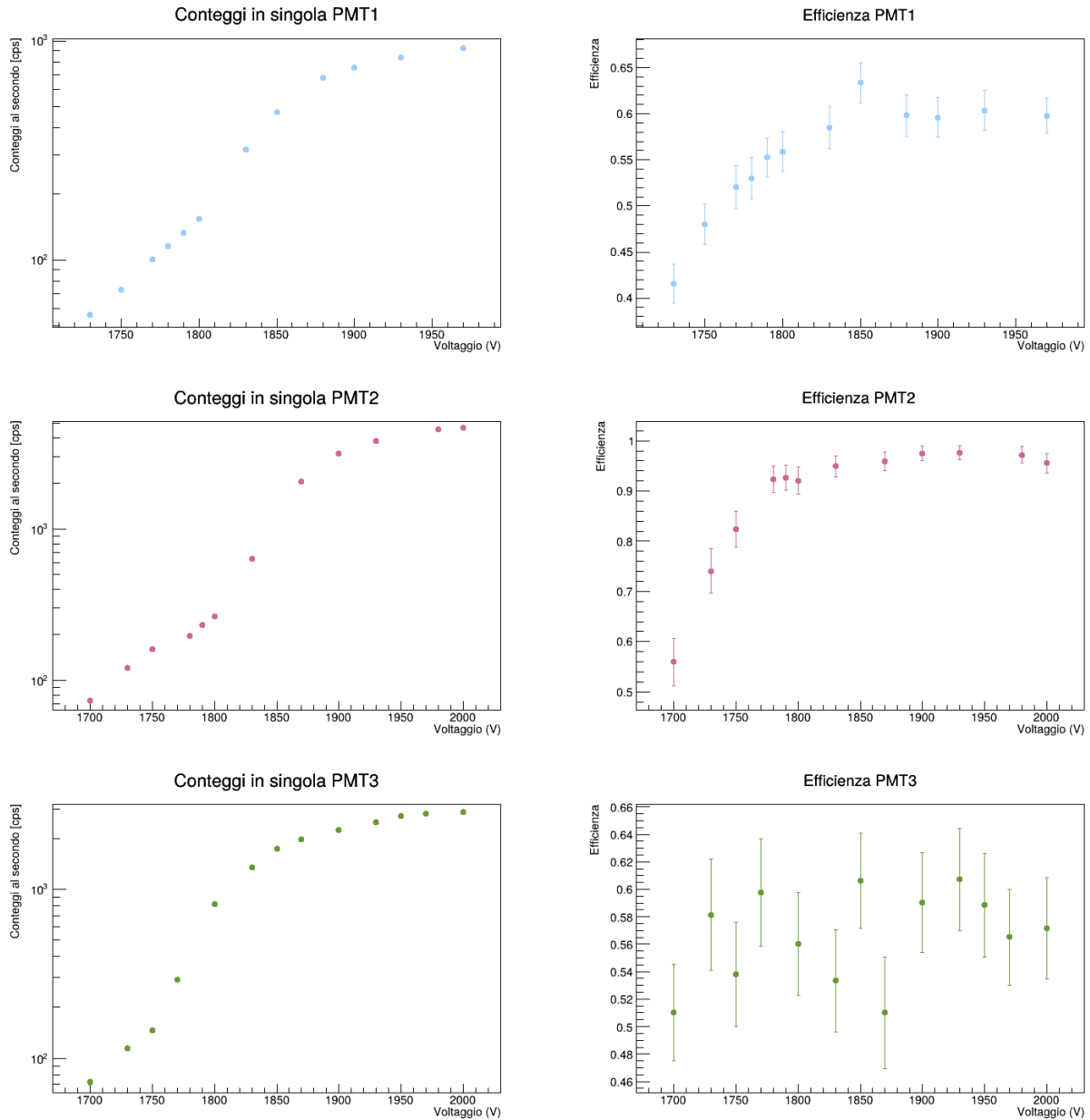


Figura 3: Stima dell'efficienza e grafico semilogaritmico dei conteggi in singola al variare della tensione di alimentazione per i tre fotomoltiplicatori del Setup04. Larghezza temporale dei segnali discriminati di 40 ns.

- PMT1 è connesso alla lastra scintillante superiore. Gli altri PMT sono alimentati a $V_2=1780\text{V}$ e $V_3=1750\text{V}$.
- PMT2 è connesso alla lastra scintillante centrale. Gli altri PMT sono alimentati a $V_1=1800\text{V}$ e $V_3=1750\text{V}$.
- PMT3 è connesso alla lastra scintillante inferiore. Gli altri PMT sono alimentati a $V_1=1800\text{V}$ e $V_2=1780\text{V}$.

4 Studio del flusso dei raggi cosmici

Dopo aver delineato l'efficienza di ciascun telescopio, siamo passati a misurare il flusso di raggi cosmici registrati da ogni singolo setup per lunghi intervalli temporali. La prima acquisizione è partita il 3/12/2024, ma a causa di un calo di tensione si è interrotta automaticamente la sera stessa, lo stesso problema si è verificato nuovamente durante altre prese dati per via del maltempo; i dati utilizzati per questa analisi sono stati quindi acquisiti a partire dal 13/12/2024. I dati di questa analisi sono stati suddivisi in due dataset: un primo di durata più breve, pari a 71 ore, dal 13/12/2024 al 16/12/2024, e un secondo dalla durata di 1 settimana dal 13/12/2024 al 20/12/2024. Per facilitare la lettura dei nostri grafici, ci riferiremo a uno schema di colori preciso: il colore **blu** sarà in riferimento ai dati del Setup06, il **rosso** ai dati del Setup08 e il **verde** al Setup04.

4.1 Acquisizione dati e lettura con DeNano10

Abbiamo effettuato tali acquisizioni con la scheda di acquisizione DE10-Nano, in modalità digitale, avendo cura di inserire prima un convertitore NIM-TTL, in modo da avere segnali compresi fra 0 V e 3.3 V in ingresso alla scheda.

L'unità logica DeNano10 disponeva di 8 ingressi e altrettante uscite. Ad ogni ingresso era associato un canale numerato da 0 a 7. Noi abbiamo usato 3 canali per le doppie e le triple di ciascun telescopio, come descritto nella sezione precedente, e ulteriori 3 canali per monitorare l'efficienza del Setup06 nel tempo.

I dati resistuiti dall'unità sono organizzati in due colonne: nella prima è riportato il numero Ch del canale acceso nella rappresentazione binaria 2^{Ch} e nella seconda compare il tempo a cui è stato registrato l'evento. Nel caso in cui due canali scattino entro 5 ns (risoluzione temporale del clock), si visualizza nella prima colonna un numero pari a $2^{Ch_1+Ch_2}$. Per identificare tutti i canali attivati, utilizziamo una bitmask, ossia una maschera di bit che permette di selezionare specifici bit all'interno di un valore binario.

Poiché il contatore si resetta ogni 230 giri di clock, ossia ogni circa 5.4 s, abbiamo utilizzato un codice per linearizzare i tempi ottenuti. Per non appesantire la trattazione, rimandiamo per ulteriori commenti al nostro codice su GitHub.^[2]

4.2 Misura del rate e variazioni temporali

Per ciascuna acquisizione, si realizza un istogramma del numero di eventi registrati per intervallo temporale di 1h per ciascun telescopio, così da monitorare l'andamento del tempo del rate di raggi cosmici.

Nel caso particolare del Setup08 sottraiamo al rate così individuato il rate dei conteggi accidentali, precedentemente stimato e valutato non trascurabile. L'incertezza sui dati finali è data dalla somma in quadratura di questi due contributi.

I risultati finali sono riportati nei grafici 4 (presa dati di 71 ore) e 5 (presa dati di 169 ore). Per ogni grafico riportiamo anche il flusso medio e la deviazione standard campionaria dei dati con i relativi errori, dove consideriamo l'incertezza sulla deviazione standard il valore $\sigma_{std} = \frac{std}{2\sqrt{N-1}}$ con N il numero totale di punti. Questa espressione è in realtà valida solo nel caso di una distribuzione dei dati gaussiana, ma abbiamo deciso di riportarla comunque per avere una stima grossolana.

Osservazioni sui risultati ottenuti

I valori medi misurati per il rate dei Setup06 e Setup04, in entrambi i dataset, risultano compatibili con i rate stimati nella tabella 4. Le discrepanze nel caso del Setup08 potrebbero derivare da una stima inaccurata dell'area efficace e del rate delle accidentali. Le fluttuazioni del flusso di raggi cosmici, determinate dal rapporto tra la deviazione standard e il flusso medio per ciascun telescopio, sono dell'ordine del percento. Nel dataset più lungo (figura 5), si osserva una fluttuazione del 3.5% per il Setup06 e del 2% per gli altri due telescopi.

Da entrambe le figure 4 e 5 si possono notare cambiamenti contemporanei nei valori del rate di acquisizione di ciascun telescopio, più evidenti nei Setup08 e Setup06. Infatti, questi ultimi hanno un coefficiente di correlazione di Pearson tra 0.8 e 0.9, il che potrebbe indicare che sono influenzati da fattori comuni. Infine, si osserva che il profilo del rate dei tre telescopi presenta una valle a partire da circa 60-70 ore dall'inizio dell'acquisizione.

4.3 Distribuzione dei conteggi

Abbiamo poi realizzato un istogramma dei conteggi registrati da ogni singolo telescopio in bins temporali di 10 s per ciascun dataset. La distribuzione dei dati che ci attendiamo è una poissoniana, la cui media dovrebbe essere compatibile con il rate medio misurato nella sezione precedente moltiplicato per il bin temporale.

Abbiamo quindi eseguito un fit poissoniano sull'istogramma con due parametri liberi: la costante di normalizzazione N e la media μ_{fit} . Confrontiamo poi la compatibilità di questo parametro con il rate medio che abbiamo individuato nella sezione precedente. Consideriamo un errore sui conteggi come la radice del conteggio stesso e richiediamo un fit di Likelihood. Per ciascun grafico, nel box in alto, riportiamo anche il χ^2 e il valore del p-value, indicato come 1- cumulante della distribuzione del χ^2 , per valutare l'accordo tra modello e dati.

Per questo ultimo test trascuriamo temporaneamente le variazioni temporali e assumiamo che i nostri conteg-

gi siano indipendenti. Per mantenere la significatività statistica dei risultati, implementiamo le solite correzioni per le coincidenze accidentali nel Setup08. Dai risultati si conclude che le misure effettuate nell'arco di 3 giorni sono in accordo con un processo staziona-

rio e caratterizzato da eventi indipendenti. Tuttavia la differenza nel p-value tra i due dataset suggerisce che all'aumentare della durata dell'acquisizione ci si allontani sempre di più dall'ipotesi di stazionarietà a causa di fattori esterni alla sorgente di raggi cosmici.

Andamento del rate nel tempo - presa dati di 71 ore

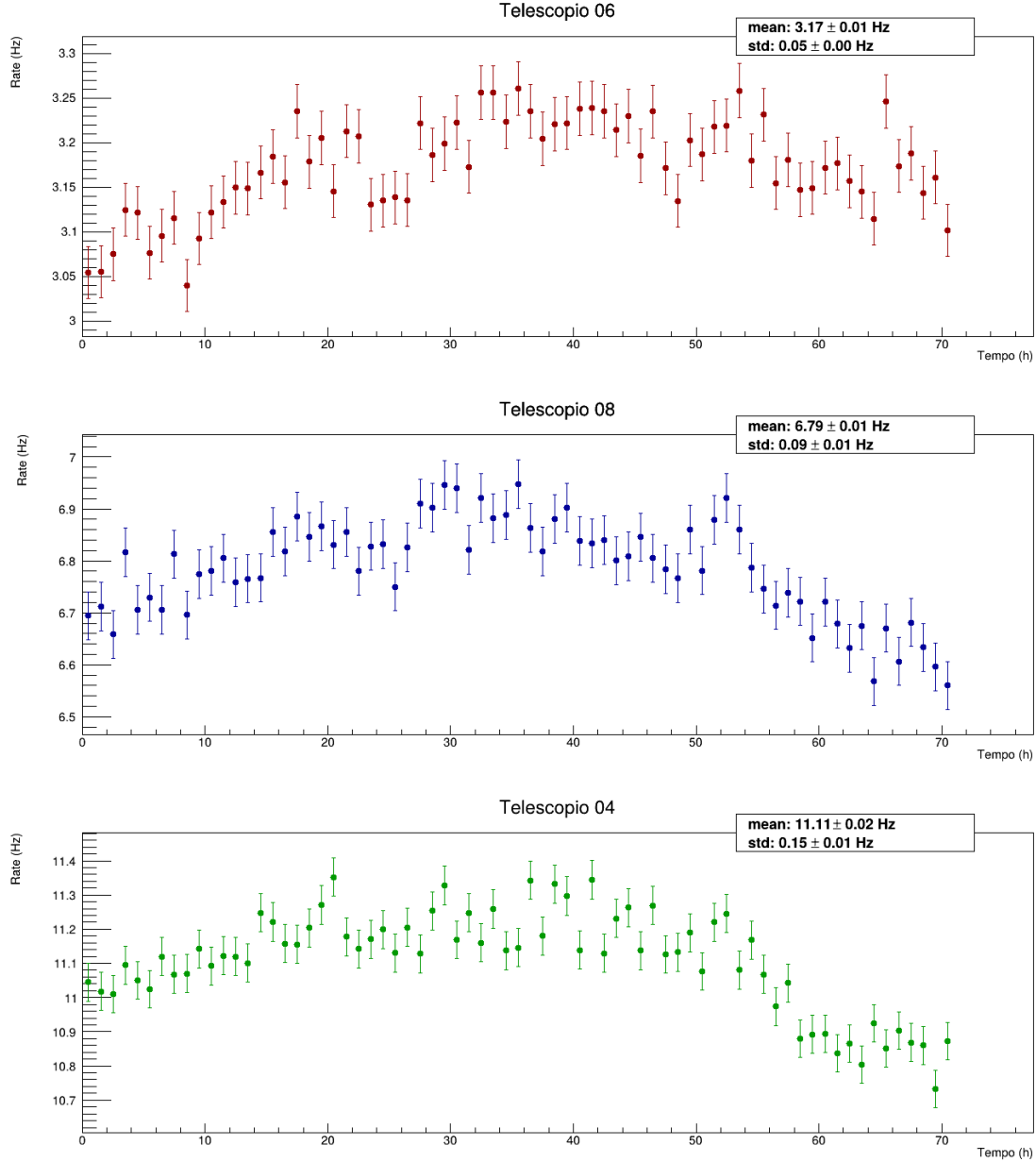


Figura 4: Rate dei telescopi 08, 06 e 04, singolarmente, in funzione del tempo. Binning di 1h. Presa dati di circa 71 ore a partire dal 13/12/2024. Punto di lavoro descritto in sezione 3.2.

Andamento del rate nel tempo - presa dati di 169 ore

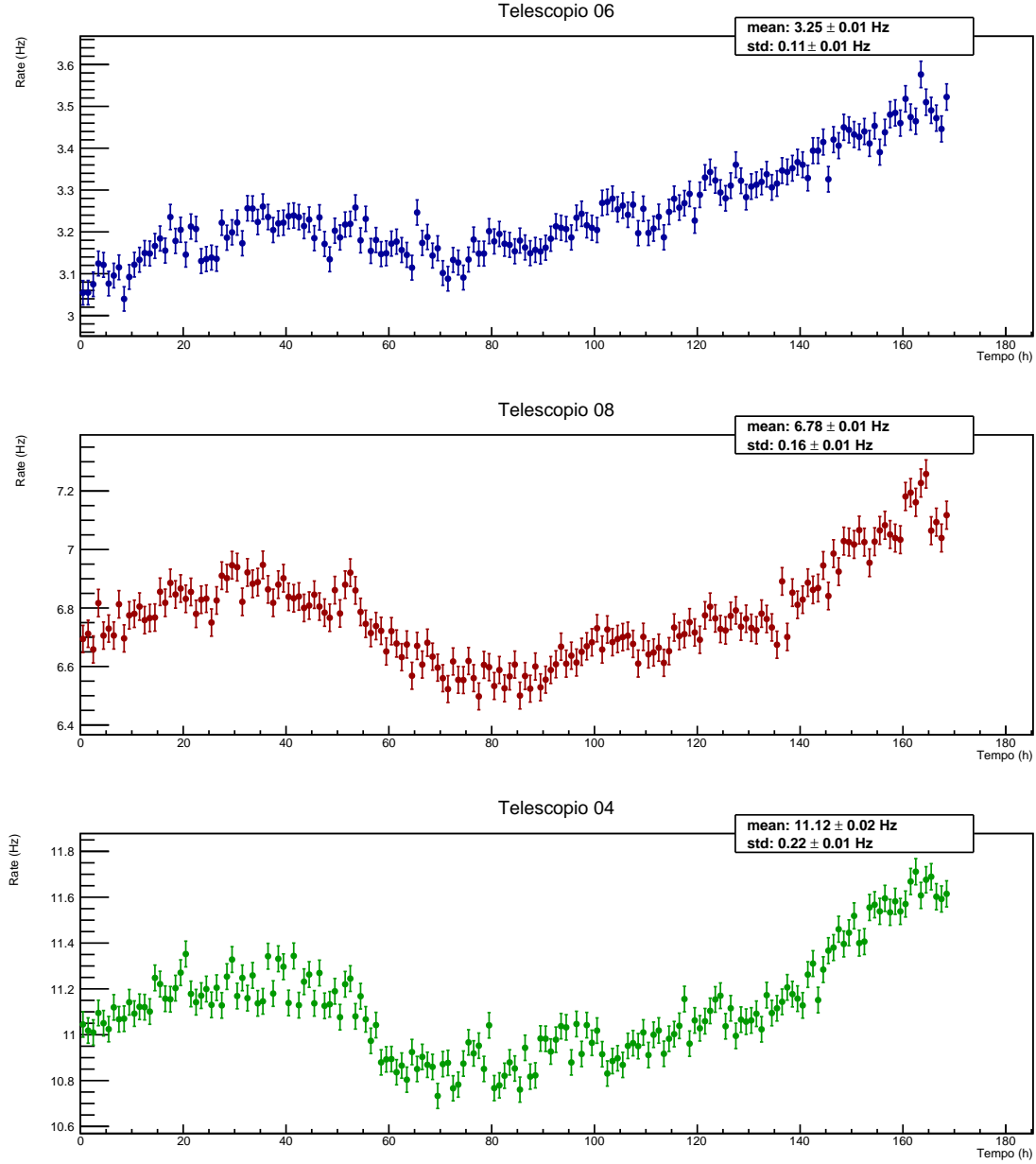


Figura 5: Rate dei telescopi 08, 06 e 04, singolarmente, in funzione del tempo. Binning di 1h. Presa dati di circa una settimana a partire dal 13/12/2024. Punto di lavoro descritto in sezione 3.2.

Distribuzione dei conteggi - presa dati di 71 ore

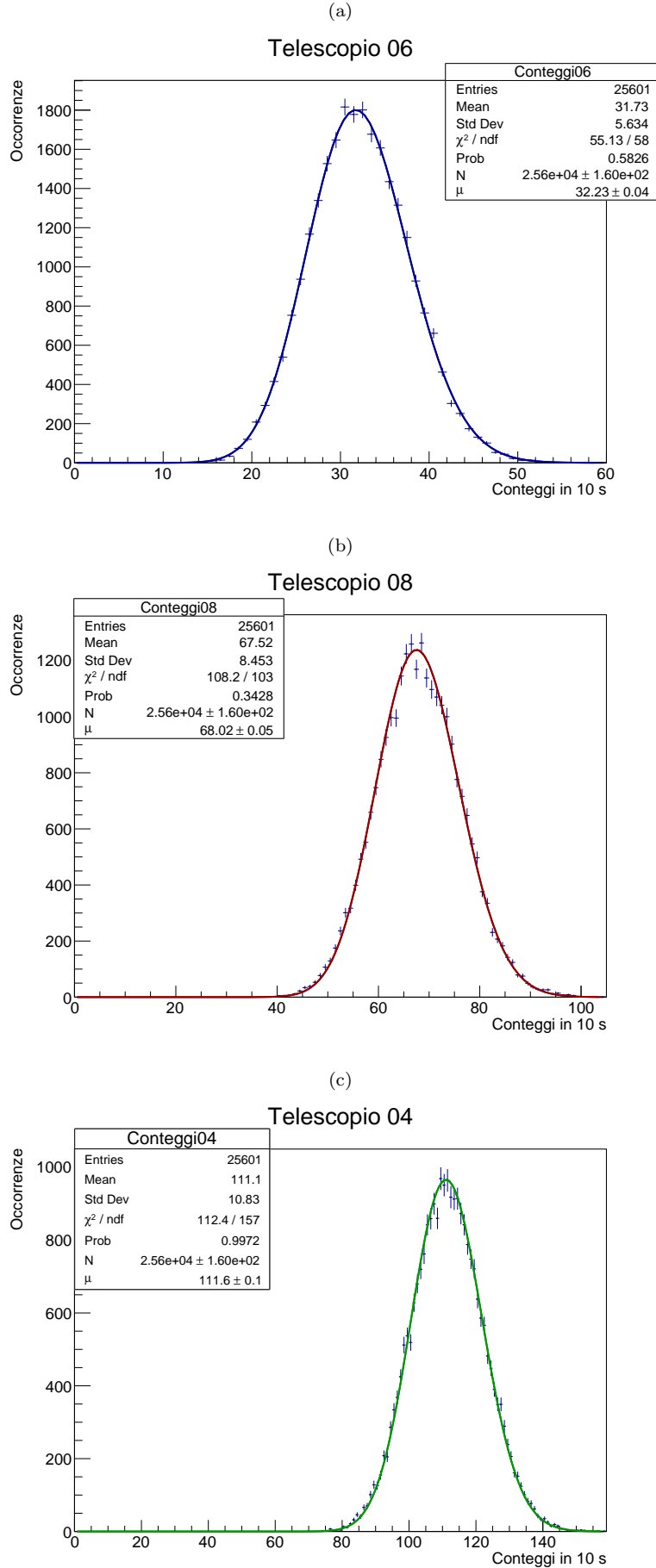


Figura 6: Distribuzione del numero di conteggi in 10 secondi per ciascun telescopio. Per ciascun telescopio sono riportati i risultati di un fit poissoniano. Acquisizione del 13/12/2024 di 71 ore.

Distribuzione dei conteggi - presa dati di 169 ore

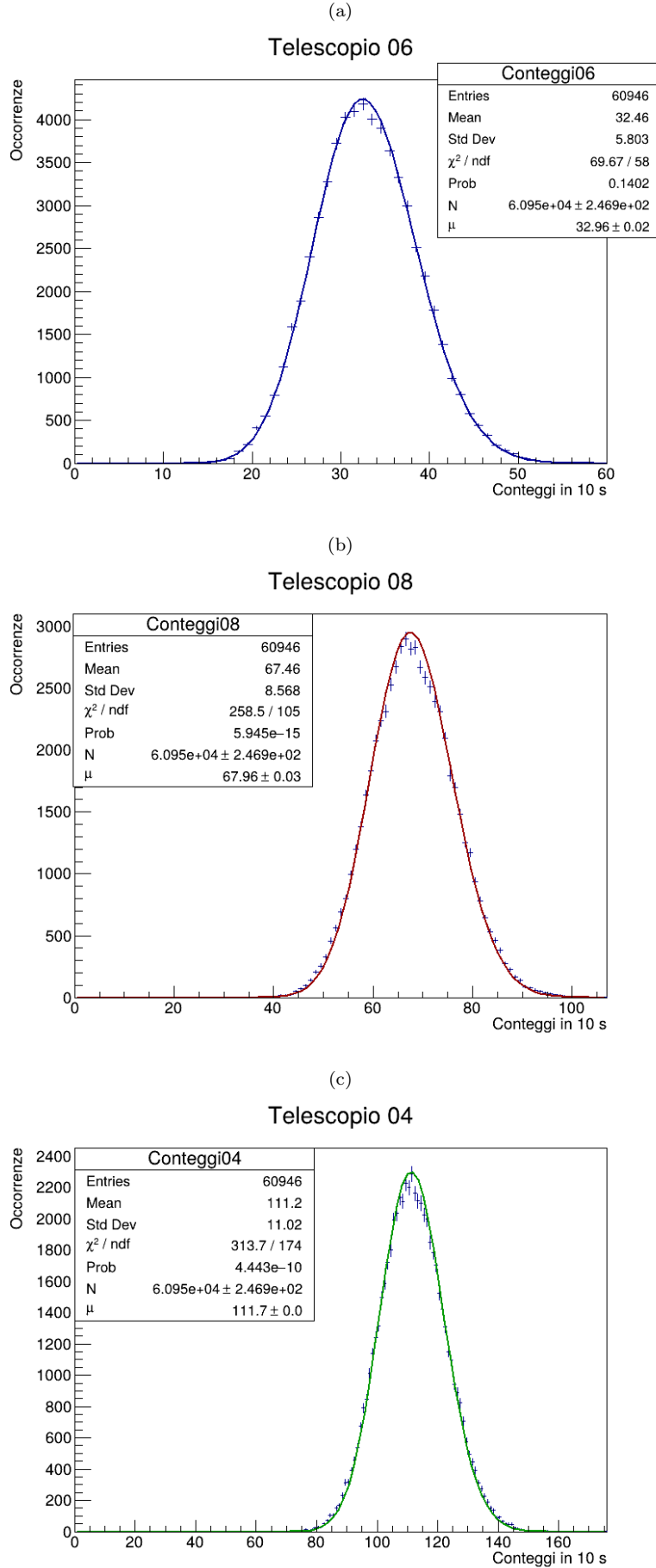


Figura 7: Distribuzione del numero di conteggi in 10 secondi per ciascun telescopio. Per ciascun telescopio sono riportati i risultati di un fit poissoniano. Acquisizione del 13/12/2024 di una settimana.

Risultati per il dataset di 71 ore

Si riporta il grafico ottenuto in figura 6.

- *Setup06*: dal fit si ottiene una media $\mu_{fit} = 32.23 \pm 0.04$, il che, se consideriamo un intervallo di 10 s, equivale a un rate di $R_{06,fit}=3.223 \pm 0.004$ Hz. Questo valore risulta essere distante 5 barre di errore dal rate medio indicato in figura 4.
- *Setup08*: il fit riporta una $\mu_{fit} = 68.02 \pm 0.05$ e un $R_{08,fit}=6.802 \pm 0.005$ Hz, a circa 3 barre di errore dal valore che abbiamo individuato nella sezione precedente.
- *Setup04*: i risultati mostrano $\mu_{fit} = 111.6 \pm 0.1$, $R_{04,fit}=11.16 \pm 0.01$ Hz, a solo 2.5 barre di errore dal valore riportato in figura 4.

Risultati per il dataset di 169 ore

Si riporta il grafico ottenuto in figura 7.

- *Setup06*: dal fit si ottiene una media $\mu_{fit} = 32.96 \pm 0.02$, che equivale a un rate $R_{06,fit}=3.296 \pm 0.002$ Hz. Questo valore dista 4 sigma dal rate medio indicato in figura 5.
- *Setup08*: i risultati del fit indicano una media $\mu_{fit} = 67.96 \pm 0.03$ e un rate $R_{08,fit}=6.796 \pm 0.003$ Hz, risultato compatibile con il rate medio stimato.
- *Setup04*: otteniamo una $\mu_{fit} = 111.72 \pm 0.04$ e un $R_{04,fit}=11.172 \pm 0.004$ Hz, compatibile con il valore riportato in figura 5.

4.4 Differenza temporale tra eventi successivi per un singolo telescopio

Dopo aver valutato la distribuzione dei conteggi, siamo passati a studiare la distribuzione del Δt tra due eventi successivi per un singolo telescopio. Assumendo che le misure tra gli eventi registrati da un singolo telescopio siano indipendenti, la distribuzione che ci attendiamo è un'esponenziale con un $\lambda = 1/\tau$ pari al rate del telescopio.

Si realizza un istogramma degli intervalli di tempo per un singolo telescopio con 100 bins equispaziati. Gli errori sui conteggi sono stimati automaticamente come la radice del conteggio stesso. Abbiamo quindi eseguito un fit esponenziale (fit di likelihood), lasciando come parametri liberi la costante di normalizzazione N e λ . Nel box statistico riportiamo il χ^2 ridotto e il p-value, avendo cura di correggere per i conteggi accidentali del Setup08 sapendo il tempo caratteristico tra un conteggio accidentale e un altro.

Sebbene i valori di λ che ricaviamo siano in accordo con i risultati precedenti in sezione 4.2, il p-value è prossimo a zero, per cui non si può affermare che i dati seguano perfettamente una distribuzione esponenziale e i dati del Setup08 sono quelli che si discostano maggiormente dal modello teorico.

Risultati per il dataset di 71 ore

Si riporta il grafico ottenuto in figura 8.

- *Setup06*: dal fit si ottiene $\lambda_{fit}=3.173 \pm 0.004$ Hz, questo è perfettamente compatibile con il valore del rate medio indicato in 4.
- *Setup08*: il fit indica un $\lambda_{fit}=6.801 \pm 0.005$ Hz, compatibile entro 2 barre di errore con il rate medio misurato in questo arco di tempo.
- *Setup04*: $\lambda_{fit} = 11.09 \pm 0.01$ Hz, valore entro una barra di errore dal rate medio misurato in sezione 4.2.

Risultati per il dataset di 169 ore

Si riporta il grafico ottenuto in figura 9.

- *Setup06*: dal fit si ottiene $\lambda_{fit}=3.245 \pm 0.002$ Hz, anche questo perfettamente compatibile con il rate medio in 5.
- *Setup08*: il fit indica un $\lambda_{fit}=6.795 \pm 0.003$ Hz, entro 2 sigma dal rate medio misurato precedentemente per questo telescopio.
- *Setup04*: $\lambda_{fit} = 11.092 \pm 0.006$ Hz, valore entro una barra di errore dal rate medio misurato in sezione 4.2.

4.5 Monitoraggio dell'efficienza dei PMT al variare del tempo

Decidiamo di studiare alcune delle possibili cause della variazione temporale del nostro flusso, a partire dall'efficienza dei vari fotomoltiplicatori impiegati nei dataset considerati finora.

Avendo a disposizione solo un numero limitato di moduli di coincidenze, decidiamo di concentrarci solo sul Setup06. Abbiamo scelto di monitorare le condizioni di lavoro per tutto il periodo di acquisizione di 7 giorni. Per poter misurare sia l'efficienza dei PMT1 che del PMT3 è stato necessario riattivare anche quello centrale, che abbiamo posizionato a una tensione di 1740 V (per un rate in singola di 502 ± 7 cps).

L'efficienza di ciascun PMT e la relativa incertezza sono state calcolate utilizzando le precedenti equazione 1 e 7. Abbiamo quindi studiato l'andamento temporale con un fit lineare e stimato le fluttuazioni percentuali.

Riportiamo qui l'esempio del fotomoltiplicatore superiore, PMT1, in figura 10. Il fit lineare riporta un'efficienza $\epsilon_1 = (73.8 \pm 0.1)\%$, compatibile con il valore restituito dalla tabella 1. Dai risultati di tale fit, si può escludere che un eventuale cambiamento brusco nel rate di raggi cosmici sia dovuto esclusivamente a una modifica dell'efficienza del telescopio. Del resto la variazione complessiva è del 0.79 %.

Distribuzione degli intervalli temporali tra eventi - presa dati di 71 ore

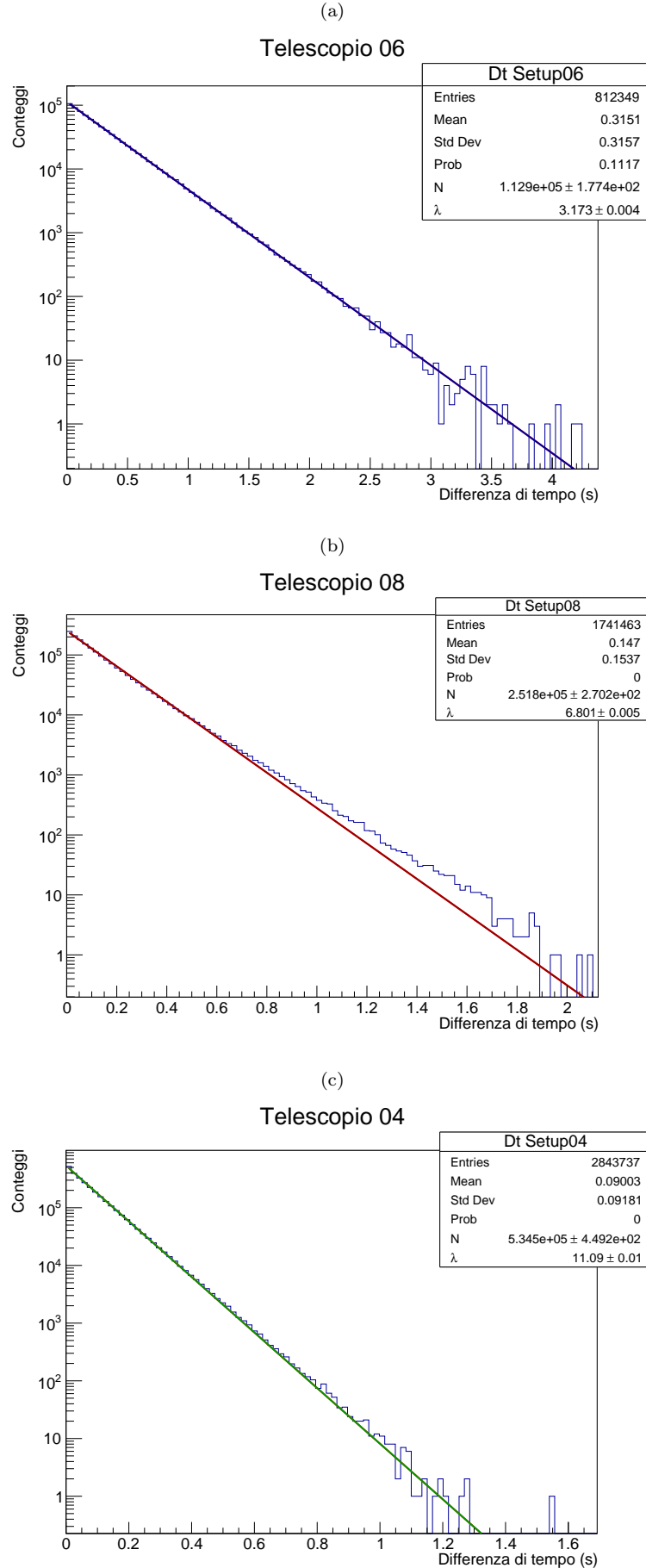


Figura 8: Differenza temporale tra due eventi consecutivi di un telescopio. Scala semilogaritmica. Per ciascun telescopio sono riportati i risultati di un fit esponenziale. Acquisizione del 13/12/2024 di circa 3 giorni.

Distribuzione degli intervalli temporali tra eventi - presa dati di 169 ore

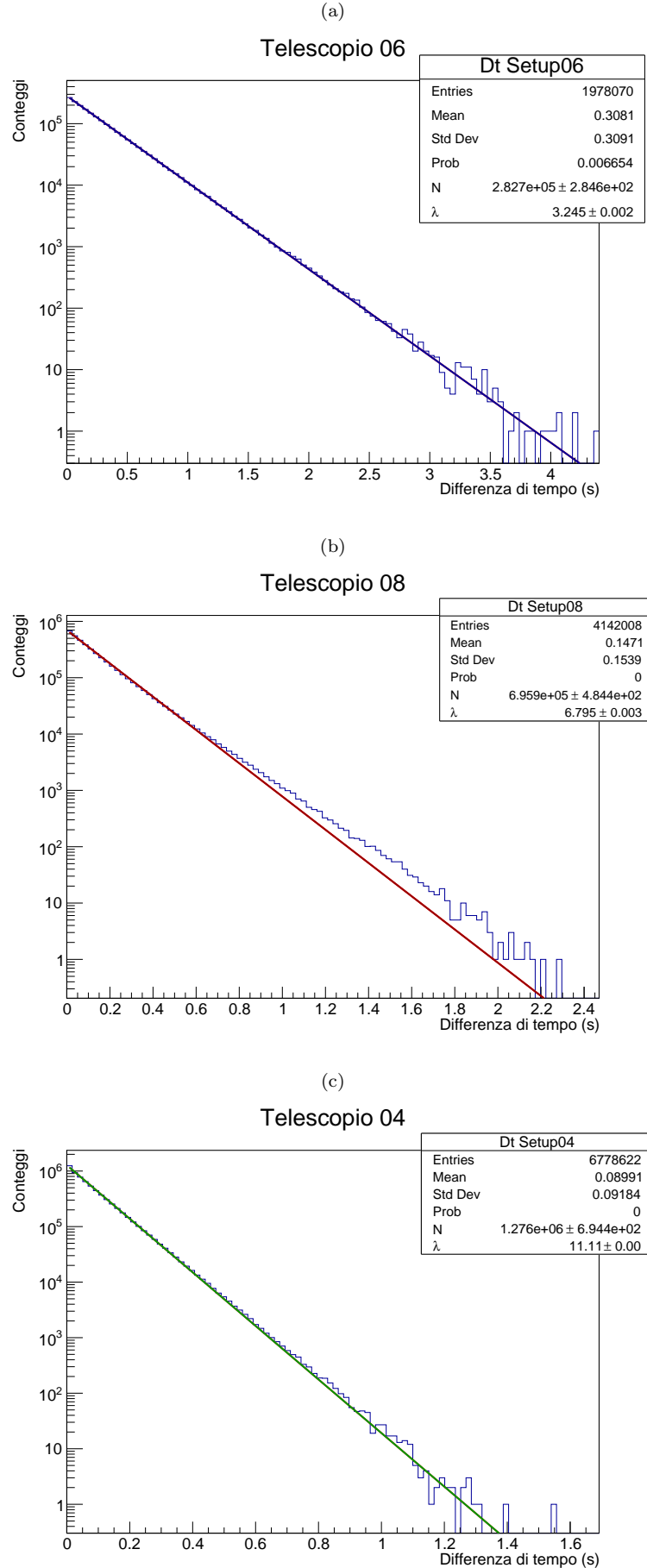


Figura 9: Differenza temporale tra due eventi consecutivi di un telescopio. Scala semilogaritmica. Per ciascun telescopio sono riportati i risultati di un fit esponenziale. Acquisizione del 13/12/2024 di circa 7 giorni.

Efficienza del PMT01 del Setup06 in funzione del tempo

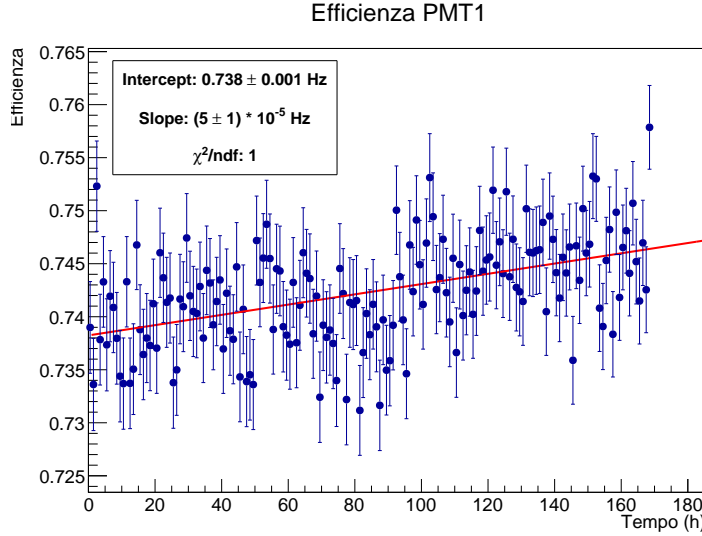


Figura 10: Andamento dell'efficienza del PMT superiore del Setup06, al variare del tempo. Acquisizione del 13/12/2024 con un arco totale di 7 giorni. Binning di 1 h. Si riportano i risultati di un fit lineare.

4.6 Correlazione fra rate di raggi cosmici e parametri atmosferici

Effettuiamo ora uno studio degli effetti dei parametri atmosferici sulla rivelazione dei raggi cosmici dai telescopi in esame. Tramite un database online si raccolgono i dati di pressione, temperatura e umidità corrispondenti ai giorni in cui perdurano le acquisizioni e si realizzano dei grafici che vedono nelle ordinate il rate e nelle ascisse il valore del parametro atmosferico scelto, corrispondente all'istante di tempo a cui è stato misurato il valore del rate.

4.6.1 Manipolazione iniziale dei dati

I file analizzati sono stati scaricati direttamente dalla stazione meteorologica dell'Università di Pisa^[3] e presentano un formato tabellare. Ogni riga del file rappresenta un'osservazione meteorologica, con variabili quali data, ora, temperatura esterna, umidità e pressione atmosferica. I dati spaziano dal 13/12/2024 al 21/12/2024 e le misurazioni avvengono ogni 5 minuti. Dopo aver definito il nostro intervallo temporale di interesse, per ogni riga letta, i dati sono stati estratti e memorizzati in una struttura contenente diversi campi come la data, l'ora, la temperatura, l'umidità e la pressione. Per approfondimenti sulla gestione dei dati calendariali e la conversione tra epoch e timestamp si rimanda al nostro codice sul repository online^[2].

Infine, i dati raccolti sono stati ulteriormente elaborati attraverso una funzione di interpolazione e binning in intervalli di 1 ora. Questa fase ha permesso di aggregare le misurazioni e calcolare le medie di temperatura, umidità e pressione per ciascun intervallo. Questo approccio ha garantito una preparazione adeguata dei dati per l'analisi finale della correlazione con il rate di raggi cosmici.

Per non appesantire eccessivamente la trattazione, ci

limitiamo a riportare i grafici che riportiamo i grafici relativi ai dati raccolti dal Setup04, in quanto risulta essere il telescopio che ha il rate maggiore. Si decide di omettere i grafici relativi agli altri due telescopi, che risultano analoghi trattandosi dello stesso processo.

4.6.2 Osservazioni sui risultati ottenuti

Pressione

Durante la presa dati di 71 ore, a partire dalla data 13/12/2024, la pressione esterna ha subito variazioni tra 1020 mbar e 1040 mbar, come riportato nel grafico 11(a). E' evidente che sussiste una legge di proporzionalità inversa tra il rate e la pressione.

L'atmosfera rappresenta una barriera ai raggi cosmici, che interagendo con i suoi componenti generano i raggi primari e secondari che arrivano al livello del mare. Un aumento della pressione rappresenta un aumento della quantità di materia presente nell'atmosfera che i raggi cosmici devono attraversare per arrivare al suolo, vi sono quindi più interazioni e più assorbimento dei raggi cosmici secondari, generando quindi una diminuzione del flusso rivelato dai nostri telescopi. Viceversa, un abbassamento della pressione rappresenta una diminuzione della densità dell'atmosfera e quindi permette un aumento del flusso di raggi secondari al suolo.

Lo stesso risultato emerge dallo studio dei dati raccolti in 169 ore, a partire dalla data del 13/12/2024, riportati nel grafico 12.

Per quantificare i parametri di questa legge lineare, eseguiamo un fit lineare sui dati. Sfruttando i risultati di questo fit, si potrebbe applicare un'empirica correzione barometrica ai dati acquisiti.

Temperatura

Nei grafici di dispersione 11 e 12 sono riportati i dati acquisiti in 71 e 169 ore e confrontati con i valori della temperatura misurati nello stesso periodo. Da essi non è possibile ricavare un'evidenza sperimentale soddisfacente come quella per la pressione, ma visualmente sembrerebbero indicare una correlazione positiva con il flusso di raggi cosmici.

Si può ipotizzare che un aumento della temperatura e la conseguente dilatazione dell'atmosfera porti ad un aumento del flusso. Potrebbe essere interessante effettuare una presa dati in stagioni differenti per cercare un'evidenza sperimentale più chiara.

Nell'arco di una giornata la temperatura aumenta per poi diminuire verso sera. Questo implica che si ha più volte lo stesso valore di temperatura a cui corrispondono più valori del rate.

Umidità

L'effetto che l'umidità dell'aria ha sul flusso dei raggi cosmici a terra risulta molto meno evidente rispetto a quelli con pressione e temperatura. Nei giorni di presa dati si sono verificate piogge frequenti e si può osservare dai grafici 11 e 12 che oltre la metà dei dati raccolti si trova ad un'umidità maggiore dell'80%. Ipotizziamo che una presa dati di durata maggiore potrebbe evidenziare un'eventuale relazione tra flusso e umidità che in questa analisi non è stato possibile fare.

4.6.3 Andamento generale nel tempo

La figura 13 mostra l'andamento dei vari parametri atmosferici in funzione del tempo corrispondente all'acquisizione effettuata. Si nota effettivamente che fra le 60 e le 70 ore dall'inizio dell'acquisizione, ovvero in corrispondenza delle valli del rate osservati in figura 5, vi è una brusca variazione della temperatura e della pressione, coerentemente con quanto detto precedentemente. Pertanto si può attribuire questa variazione del rate nel tempo al cambiamento delle condizioni atmosferiche.

5 Conclusioni

Misura del rate dei raggi cosmici

Per ogni setup, mediante tre metodi distinti è stato misurato il rate medio di raggi cosmici:

- con il calcolo del numero medio di eventi registrati in un intervallo di tempo di 3600 s;
- eseguendo un fit poissoniano sull'istogramma del numero di conteggi in 10 s;
- eseguendo un fit esponenziale sull'istogramma delle differenze di tempo fra eventi successivi per un singolo telescopio.

Si riassumono i risultati ottenuti sia per la presa dati di 71 ore che per quella di una settimana. Nelle tabelle 5 e 6 vengono riportate le seguenti grandezze:

- ϵ_{tel} : efficienza stimata del telescopio, a termine del ToyMonteCarlo;
- S_{tel} : una stima dell'area efficace, data dall'area di sovrapposizione delle lastre scintillanti in ciascun telescopio;
- $Rate$: rate medio calcolato usando la media campionaria dei dati in sezione 4.2;
- $Rate_{\mu}$: rate ottenuto dal fit poissoniano della distribuzione dei conteggi in bin temporali di 10s, dividendo il valore di best fit μ per 10s;
- λ_{fit} : rate ottenuto dal fit esponenziale della distribuzione dei Δt tra eventi successivi in ciascun telescopio.

Per entrambi i telescopi, la misura ottenuta da μ_{fit} non è compatibile con le altre due, ma risulta leggermente più alta. Le uniche discrepanze che si possono notare con il metodo λ_{fit} riguardano il Setup08 e probabilmente sono dovute a un'inefficiente isolamento dei conteggi accidentali dalla distribuzione esponenziale.

Setup	ϵ_{tel}	S_{tel} [cm ²]	Rate medio [Hz]	$R_{\mu_{fit}}$ [Hz]	λ_{fit} [Hz]
06	0.35±0.06	700 ± 4	3.17 ± 0.01	3.223± 0.004	3.173 ± 0.004
08	0.47±0.04	780 ± 20	6.79 ± 0.01	6.802± 0.005	6.801 ± 0.005
04	0.32±0.03	2009 ± 32	11 ± 1	11.16 ± 0.01	11.09 ± 0.01

Tabella 5: Risultati per dataset di 71 ore.

Setup	ϵ_{tel}	S_{tel} [cm ²]	Rate medio [Hz]	$R_{\mu_{fit}}$ [Hz]	λ_{fit} [Hz]
06	0.35±0.06	700 ± 4	3.25 ± 0.01	3.296± 0.002	3.245 ± 0.002
08	0.47±0.04	780 ± 20	6.78 ± 0.01	6.796± 0.003	6.795± 0.003
04	0.32±0.03	2009 ± 32	11.12 ± 0.02	11.172 ± 0.004	11.092 ± 0.006

Tabella 6: Risultati per dataset di 169 ore.

Scatterplot con parametri atmosferici - presa dati di 71 ore

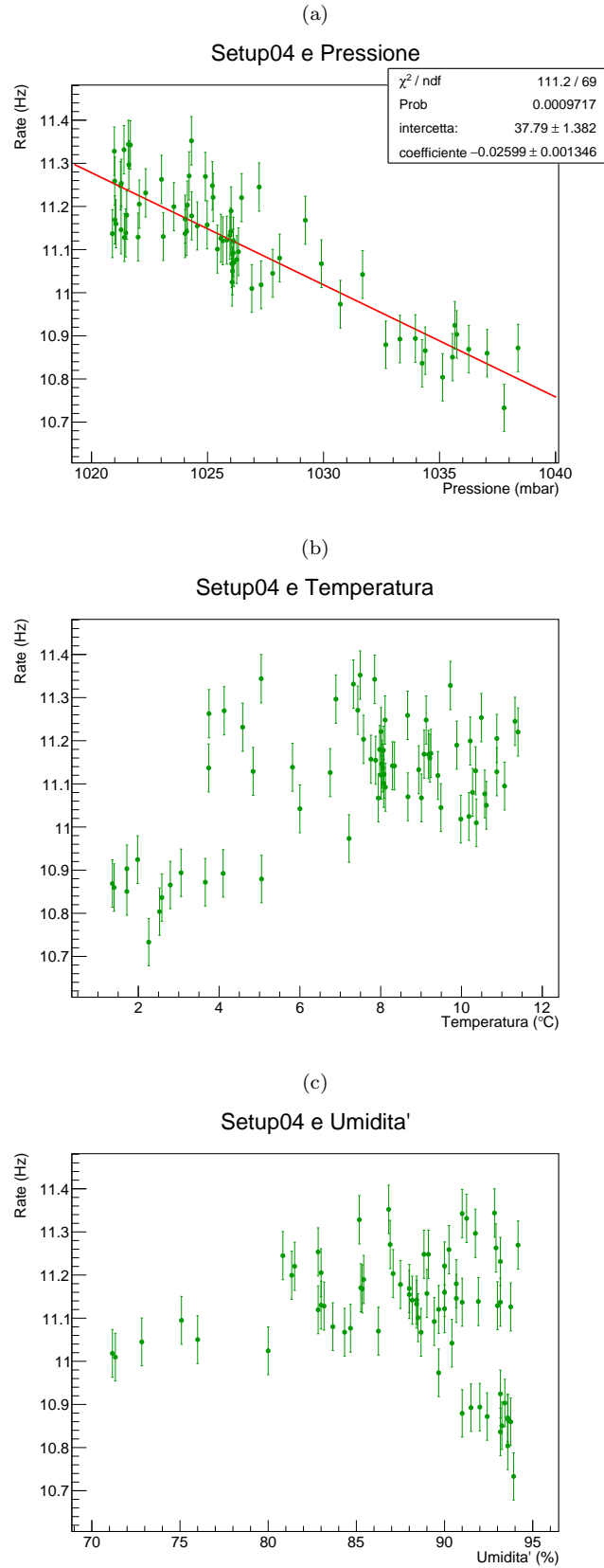


Figura 11: Scatter plot che mostrano la correlazione tra il rate di raggi cosmici misurato dal Setup04 e i parametri atmosferici allo stesso tempo della misura. Dall'alto verso il basso si osserva la correlazione con la pressione, temperatura e umidità. Binning di 1 h. Acquisizione del 13/12/2024 di circa 3 giorni. Per la correlazione con la pressione si riporta i risultati di un fit lineare.

Scatterplot con parametri atmosferici - presa dati di 169 ore

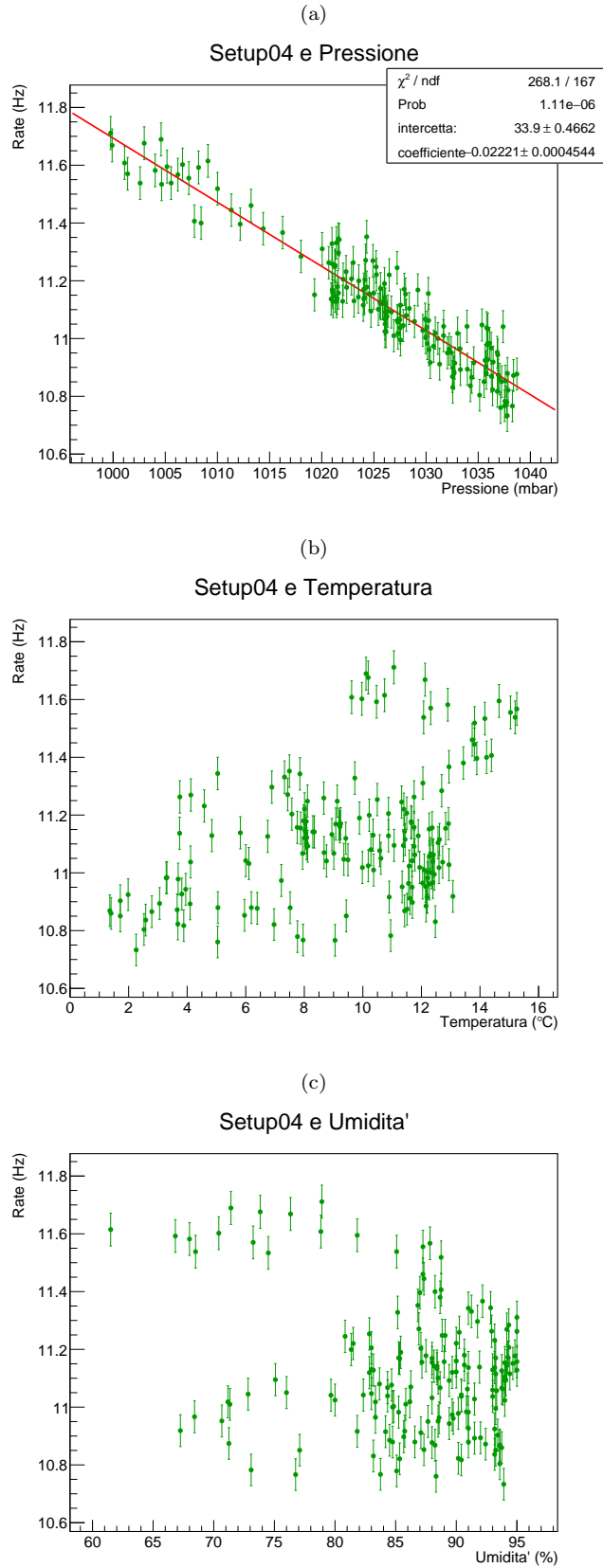


Figura 12: Scatter plot che mostrano la correlazione tra il rate di raggi cosmici misurato dal Setup04 e i parametri atmosferici allo stesso tempo della misura. Dall'alto verso il basso si osserva la correlazione con la pressione, temperatura e umidità. Binning di 1 h. Acquisizione del 13/12/2024 di circa 7 giorni. Per la correlazione con la pressione si riporta i risultati di un fit lineare.

Andamento dei parametri atmosferici nel tempo - 169 ore totali

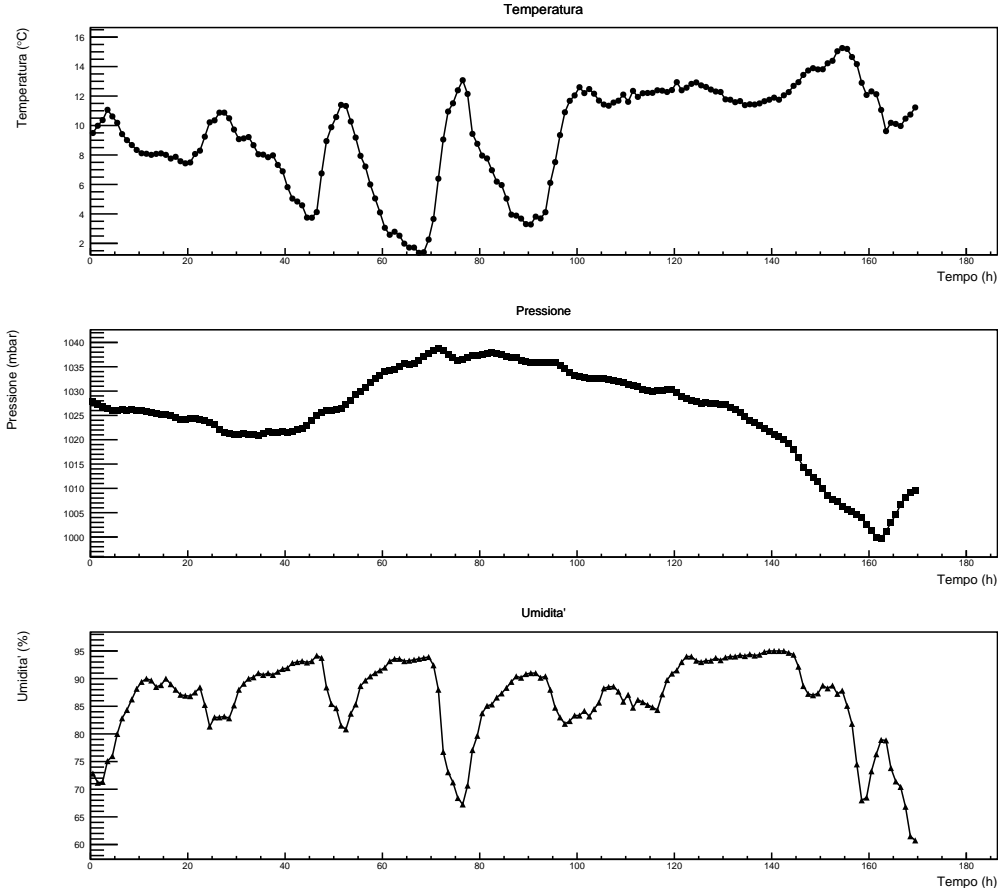


Figura 13: Andamento della pressione, della temperatura e dell'umidità dell'atmosfera a Pisa, in un arco totale di 7 giorni a partire dalle ore 10 del 13/12/2024. Binning di 1 h.

Stima del flusso medio di raggi cosmici

Il flusso dei raggi cosmici è dipendente dal rate di acquisizione del telescopio, dalla sua efficienza e dalla sua superficie secondo la seguente relazione :

$$\Phi = \frac{Rate}{\epsilon_{tel} S_{tel}} .$$

Si considera un errore associato ricavato in questo modo:

$$\Delta\Phi = \sqrt{(\Delta Rate \frac{\delta\Phi}{\delta R})^2 + (\Delta\epsilon_{tel} \frac{\delta\Phi}{\delta\epsilon})^2 + (\Delta S_{tel} \frac{\delta\Phi}{\delta S_{tel}})^2} .$$

Dai dati acquisiti otteniamo una stima del flusso di arrivo dei raggi cosmici nell'arco di 169 ore consecutive.

$$- \Phi_{tel,06} = (0.8 \pm 0.1) \frac{eventi}{cm^2 minuto},$$

$$- \Phi_{tel,08} = (1.1 \pm 0.1) \frac{eventi}{cm^2 minuto},$$

$$- \Phi_{tel,04} = (1.0 \pm 0.1) \frac{eventi}{cm^2 minuto}.$$

Tutti i risultati sono compatibili entro 2 barre di errore con il valore atteso di $\Phi = \frac{1 \text{ evento}}{cm^2 \cdot min}$ [1].

Riferimenti bibliografici

[1] P. A. Zyla et al. (Particle Data Group), *Cosmic rays*, Prog. Theor. Exp. Phys., vol. 2020, 083C01(2020) [link to page](#)

[2] J. Favaro, A. Fornaciari, *Characterization of extensive cosmic rays*, GitHub repository.

[3] Università degli studi di Pisa, Stazione Meteo del Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione dell'Università di Pisa, *Storico dei dati e grafici meteo*, website last viewed in 2025.01.

A Efficienze intrinseche dei PMT dei Setup08 e Setup06

In questa appendice, riportiamo i risultati ottenuti dal nostro ToyMonteCarlo descritto in sezione 3.4 applicato ai telescopi Setup08 e Setup06. Il codice Python di riferimento si trova sul nostro repository GitHub^[2]. Riportiamo brevemente la notazione di riferimento:

- ϵ : il rapporto di conteggi triple su doppie, corretto per conteggi accidentali. Si tratta di un dato sperimentale non simulato.
- $\epsilon_{geom,3}$: l'efficienza geometrica del PMT quando si considera il telescopio nella sua interezza, come un sistema a tre scintillatori sovrapposti;
- $\epsilon_{intr} = \epsilon/\epsilon_{geom,3}$: l'efficienza intrinseca del singolo fotomoltiplicatore;
- ϵ_{geom} : l'efficienza geometrica del PMT se si esclude il terzo scintillatore;

- $\epsilon_{eff} = \epsilon_{intr} \cdot \epsilon_{geom}$: l'efficienza effettiva che si registra per un PMT in queste ultime condizioni;
- ϵ_{tel} : l'efficienza complessiva del telescopio definita come il prodotto delle efficienze effettive dei due fotomoltiplicatori considerati.

PMT	ϵ_{intr}	ϵ_{geom}	ϵ_{eff}
1	0.9 ± 0.1	0.935 ± 0.002	0.88 ± 0.05
2	0.87 ± 0.05	0.610 ± 0.005	0.53 ± 0.03

Tabella 7: Valori ottenuti dalla simulazione di Monte-Carlo per il Setup08. L'efficienza complessiva del telescopio risulta essere $\epsilon_{tel} = 0.47 \pm 0.04$.

PMT	ϵ_{intr}	ϵ_{geom}	ϵ_{eff}
1	0.9 ± 0.1	0.704 ± 0.005	0.65 ± 0.05
3	0.6 ± 0.1	0.824 ± 0.004	0.53 ± 0.08

Tabella 8: Valori ottenuti dalla simulazione di Monte-Carlo per il Setup06. L'efficienza complessiva del telescopio risulta essere $\epsilon_{tel} = 0.35 \pm 0.06$.