UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

ENGENHARIA DE SOFTWARE - GRADUAÇÃO

JULIA GABRIELA CUNHA PAULINO

KAYLANNE RAYSSA VIEIRA DE SOUSA

MECANISMOS DE BUSCA DA INTERNET

BRASÍLIA-DF

20/12/2023

AGRADECIMENTOS

Expressamos nossa sincera gratidão ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa de auxílio financeiro e apoio concedidos durante a realização da minha pesquisa sobre Mecanismos de Busca da Internet, por meio do Programa de Iniciação Científica e Mestrado (PICME). Como bolsistas do CNPq, obtivemos as oportunidades de aprofundamento nos nossos conhecimentos e exploração dos desafios e as possibilidades do PageRank criando por Larry Page, ampliando o nosso entendimento sobre o que acontece por trás da internet e suas aplicações práticas. Os recursos fornecidos foram essenciais para o financiamento de despesas relacionadas à pesquisa. Essa assistência financeira possibilitou um ambiente propício para o crescimento acadêmico. Além disso, agradecemos também pela orientação e supervisão de qualidade proporcionadas pelo nosso orientador Ary Medino. Seu suporte foi fundamental para o desenvolvimento do nosso projeto de pesquisa, enriquecendo nossa experiência acadêmica e incentivando a paixão por pesquisas. Vale ressaltar que o suporte do CNPq não apenas facilitou a pesquisa individual, mas também contribuiu para o avanço científico do país como um todo. O investimento em projetos de pesquisa, como o nosso, fortalece a capacidade de inovação do Brasil e promove o desenvolvimento tecnológico e socioeconômico. Temos plena consciência de que sem o apoio fornecido por vocês, seria extremamente difícil realizar esse estudo de forma tão abrangente e profunda. Espero que o CNPq continue apoiando pesquisadores e contribuindo para o progresso científico e tecnológico do país. Sentindo-se orgulhosos pelo trabalho que realizam e pela contribuição inestimável que oferecem à comunidade científica.

JULIA GABRIELA CUNHA PAULINO

MECANISMOS DE BUSCA DA INTERNET

Trabalho de Iniciação Científica realizado com o objetivo de conclusão de pesquisa, como requisito para conclusão da matéria de Seminário Tópicos Especiais pela Universidade de Brasília - UNB.

Pesquisa subsidiada pelo PICME (Programa de Iniciação Científica e Mestrado) em parceria com CNPq.

Orientador: Ary Medino

Brasília

2023

SUMÁRIO

1. **INTRODUÇÃO 05**

2. **CADEIAS DE MARKOV 06**

2.1 **Introdução 06**

2.2 **Exemplo 06**

3. **PAGERANK 08**

3.1 **Forma intuitiva 08**

3.2 **Abordagem da matriz de Markov 09**

4. **FALHA NO ALGOTITMO 13**

5. **CONCLUSÃO 15**

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 16

1 INTRODUÇÃO

A rede mundial de computadores pode ser caracterizada como uma extensa rede de dados que está em constante expansão. Devido ao aumento exponencial da quantidade de conteúdo disponível online, tornou-se imperativo o desenvolvimento de ferramentas que facilitem a navegação por essa vasta e intricada malha de informações de maneira mais eficiente e direta. Nesse contexto, ambos os mecanismos de pesquisa na internet desempenham um papel crucial na ordenação e na acessibilidade desse amplo repositório de dados. Esses mecanismos são sistemas tecnológicos encarregados de organizar e classificar bilhões de páginas da web, permitindo que os usuários localizem rapidamente ou que pesquisem em meio a uma variedade praticamente infinita de recursos online.

Esta pesquisa se propõe a explorar os mecanismos de busca da internet, com foco no PageRank utilizado pela empresa Google, realizando análises de suas formas de resolução, seus princípios de funcionamento, impactos na sociedade e o mais importante, sua relação com a álgebra linear. Ao realizar a compreensão dessa ferramenta, poderemos entender seu papel fundamental na era digital e considerar a relevância para o acesso à informação e confiabilidade na internet. Ao longo deste estudo, examinaremos o mecanismo de busca sob duas perspectivas, a sua mais simples e generalizada e sua forma quando ocorrem exceções que interferem o resultado caso executado da forma básica destacando como ele molda nossa interação com a internet e explorando as tendências que podem moldar seu futuro à medida que continua a se expandir e se transformar. Compreender os mecanismos de busca torna-se não apenas uma questão de conveniência, mas também uma necessidade crucial para navegar com sucesso nesta grande área.

2 CADEIAS DE MARKOV

2.1 Introdução

A cadeia de Markov é um modelo matemático utilizado para a descrição de sistemas os quais evoluem com o tempo, visto que a probabilidade futura de um caso depende somente do caso atual e não dos anteriores, ela é trabalhada fazendo uso de um conjunto de estados finitos e de uma matriz de transição responsável por definir as probabilidades de transição de uma situação para outra. Logo esses sistemas são nomeados de processos estocásticos, pois são caracterizados por uma sequência cronológica de análises de uma determinada situação, de tal forma que a evolução possa ser descrita por uma ou mais distribuições de probabilidade e são amplamente aplicados em diversas áreas, como ciência da computação, engenharia, economia e ciências naturais.

As propriedades importantes das cadeias de Markov incluem, propriedade de Markov, descrevendo a independência condicional dos estados futuros dos dados analisados, em relação ao passado, e a propriedade de estacionariedade indicando que as probabilidades de transição são fixas em relação ao tempo. Algumas definições importantes que devem ser conhecidas são as de diagrama de transição ou diagrama de estados, que é a representação gráfica da Cadeia, vetor de probabilidade sendo a representação de probabilidades que descreve o estado atual da cadeia em um determinado momento e o de matriz de transição, representação tabular usada na descrição das probabilidades de transição entre os estados em uma Cadeia de Markov. É importante salientar que, em uma Cadeia, as probabilidades de transição devem satisfazer algumas condições: Cada elemento da matriz deve ser um número real e não negativo; a soma das probabilidades de transição a partir de cada estado deve ser igual a 1. Isso significa que, em cada passo de tempo, a cadeia deve fazer uma transição para um dos estados seguintes. As cadeias de Markov são úteis para moldar e analisar uma vasta gama de fenômenos, como previsão do tempo, reconhecimento de fala (modelar a sequência de fonemas, palavras ou estados sonoros ao longo do tempo), e muitos outros.

2.2 Exemplo

Suponha a modelagem do clima diário de uma cidade da seguinte forma, "Ensolarado" ou "Nublado". A Cadeia de Markov pode ser usada nessa modelagem, tendo que o estado atual pode ser ensolarado ou nublado, o estado futuro também pode ser ensolarado ou nublado, e para se modelar a probabilidade do clima do dia seguinte basta analisar o clima do dia atual. As probabilidades de transição entre esses estados em um período de um dia sendo:

- Se estiver "Ensolarado" nesse dia, a probabilidade de ser "Ensolarado" no próximo é de 0,8 (80%), e a probabilidade de ser "Nublado" é de 0,2 (20%).
- Se estiver "Nublado" nesse dia, a probabilidade de ser "Ensolarado" no próximo é de 0,3 (30%), e a probabilidade de ser "Nublado" é de 0,7 (70%).

Representação de probabilidades na forma de matriz de transição:

	Ensolarado	Nublado
Ensolarado	0.8	0.2
Nublado	0.3	0.7

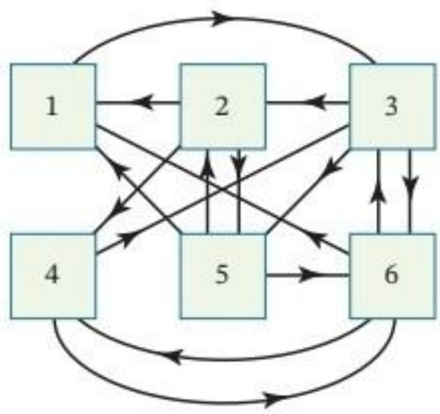
A primeira linha representa as probabilidades de transição a partir do estado "Ensolarado", e a segunda linha representa a partir do estado "Nublado". Agora, para previsão do clima para os próximos dias, pode ser usar essa cadeia de Markov. Por exemplo, se o clima atual for "Ensolarado", a probabilidade pode ser calculada para os próximos dias. Se quiser prever o clima em n dias, basta multiplicar a matriz de transição n vezes. Podendo expandir esse conceito para modelar sistemas mais complexos com mais estados e transições.

3 PAGERANK

O uso da internet para a realização de buscas é uma ação rotineira pertencente a milhões de pessoas em todo o mundo. Por trás de cada aparentemente simples busca existe uma infraestrutura tecnológica complexa e algoritmos de ponta que permitem um retorno rápido e preciso de informações a partir de uma vasta quantidade de dados online. Uma disciplina matemática que desempenha um papel fundamental nesse processo é a Álgebra Linear utilizada no algoritmo que vamos analisar nesse artigo, o PageRank que possibilita o retorno do resultado se sua pesquisa considerando sua maior relevância analisando os apontamentos de páginas, descobrindo como a matemática por trás da álgebra linear é fundamental para a eficácia dos resultados das buscas na internet.

3.1 Forma intuitiva

Uma pessoa percebe que a rede de links entre as páginas pode fornecer um meio de medir sua importância relativa, então ela desenha um diagrama chamado webgraph que mostra os links entre as seis páginas da web e suas relações (apontamentos).



Um caminho direcionado da i-ésima página para a i-ésima página significa que a i-ésima página tem um link de saída para a j-ésima página (ou seja, faz referência a essa página). Para uma melhor definição da página mais importante alguns pontos devem ser levados em consideração: links de uma página para ela mesma, ou para páginas fora das seis páginas fornecidas, links duplicados e páginas sem links de saída são desconsiderados.

Uma estratégia então pode ser criada, na qual devemos escolher uma das páginas aleatoriamente, nesse caso vamos considerar que a 2 tenha sido escolhida, clicando em um de seus links escolhidos aleatoriamente e se conecta a outra página. Assim repetindo o procedimento começando na nova página e, assim, navegando de uma página para outra. Fazendo uma tabela a qual anotasse quantas vezes visita cada página do conjunto após 10, 100, 1.000, 10.000 e 20.000 cliques do mouse e cria a Tabela 1. O número de visitas é uma unidade maior do que o de cliques pois desconsideramos o primeiro clique.

TABLE 1 Number of Visits to Each Page

	Total Number of Mouse Clicks					
Page	0	10	100	1,000	10,000	20,000
1	0	3	21	165	1,504	3,012
2	1	2	16	148	1,391	2,790
3	0	3	27	271	2,706	5,424
4	0	0	4	100	1,096	2,206
5	0	2	22	155	1,415	2,745
6	0	1	11	162	1,889	3,824

A tabela 2 representa a fração de visitas a cada página com quatro casas decimais.

TABLE 2 Fraction of Visits to Each Page

	Total Number of Mouse Clicks					
Page	0	10	100	1,000	10,000	20,000
1	0.0000	0.2727	0.2079	0.1648	0.1504	0.1506
2	1.0000	0.1818	0.1584	0.1479	0.1391	0.1395
3	0.0000	0.2727	0.2673	0.2707	0.2706	0.2712
4	0.0000	0.0000	0.0396	0.0999	0.1096	0.1103
5	0.0000	0.1818	0.2178	0.1548	0.1415	0.1372
6	0.0000	0.0909	0.1089	0.1618	0.1889	0.1912

Com base em 20.000 repetições, se é possível identificar que a página 3 é a mais importante, pois foi a mais visitada, e logo após sendo classificadas as páginas em ordem decrescente de importância: 3, 6, 1, 2, 5, 4.

3.2 Abordagem da matriz de Markov

Observando que para cada página listada na Tabela 2 as frações parecem estabilizar. Isto não é acidental, para este exemplo independentemente da página escolhida inicialmente e dos links de saída escolhidos posteriormente, a fração de visitas a cada página se tornará um valor limite que depende apenas da estrutura do webgraph, e não de seu clique inicial. Os valores limites dessas frações, chamados PageRanks, podem ser tomados como uma medida da importância relativa das páginas.

Embora o procedimento usando a forma intuitiva seja satisfatório para o determinado webgraph pequeno, ele não é viável para webgraphs grandes como a World Wide Web (WWW). Para webgrafos grandes, a mesma classificação obtida pode ser alcançada de forma mais eficiente usando cadeias de Markov. Como primeiro passo, definimos a matriz de adjacência de um webgraph com n páginas como a matriz nxn A cuja ij-ésima entrada a é 1 se a j-ésima página tiver um link de saída para a i-ésima página e 0 caso contrário. Por exemplo, seguindo o webgraph do exemplo acima se é possível retornar a seguinte matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Algumas observações podem ser feitas: a soma das entradas da i-ésima linha de uma matriz de adjacência é o número de entradas de links para a i-ésima página de outras páginas e a soma das entradas na j-ésima coluna é o número de links de saída na j-ésima página para outras páginas. Se um webgraph com n páginas é “navegado” clicando com o mouse, então o vetor de estado x() é o vetor coluna nx 1 cuja i-ésima entrada é a probabilidade de o surfista estar na i-ésima página após k cliques aleatórios do mouse.

$$\mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A\mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

As entradas de unidade de Ax nos dizem que da página 2 tem a opção de ir para a página 1, 4 ou 5, pois essas são as únicas páginas para as quais existem links de saída. Supondo que se escolha links de saída aleatoriamente, cada uma dessas três páginas teria probabilidade de 1/3 de ser escolhida. Para formalizar a ideia de escolher links de saída aleatoriamente, fazemos o seguinte:

Definição: a matriz de transição de probabilidade B = [b] associada a uma matriz de adjacência A é a matriz obtida dividindo cada entrada de A pela soma das entradas na mesma coluna;

$$b_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{k=1}^{n} a_{kj}}$$

Sendo capaz de ver que as entradas em cada coluna de B somam 1. Como exemplo, a matriz de transição de probabilidade associada a (2) é

$$B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix}$$

Esta matriz incorpora informações de probabilidade para avançar aleatoriamente de uma página para outra com um clique do mouse. Por exemplo, se sabemos com certeza que está inicialmente na página 2, então seu vetor de estado inicial é

$$\mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Seu vetor de estado com quatro casas decimais após um clique do mouse será

$$\mathbf{x}^{(1)} = B\mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ 0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0.3333 \\ 0 \\ 0 \\ 0.3333 \\ 0.3333 \\ 0 \end{bmatrix}$$

E seus vetores de estado resultantes de cliques sucessivos formarão a sequência

$$\mathbf{x}^{(k)} = B\mathbf{x}^{(k-1)}, \quad k = 1, 2, 3, \ldots$$

Segue-se disso que seus sucessivos vetores de estado arredondados para quatro casas decimais serão

$$\mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.3333 \\ 0 \\ 0 \\ 0.3333 \\ 0.3333 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.1111 \\ 0.1111 \\ 0.5000 \\ 0 \\ 0 \\ 0.2778 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}^{(3)} = \begin{bmatrix} 0.1296 \\ 0.1667 \\ 0.2037 \\ 0.1296 \\ 0.2037 \\ 0.1667 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{x}^{(5)} = \begin{bmatrix} 0.1533 \\ 0.1245 \\ 0.3014 \\ 0.1121 \\ 0.1286 \\ 0.1800 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}^{(10)} = \begin{bmatrix} 0.1562 \\ 0.1366 \\ 0.2700 \\ 0.1101 \\ 0.1366 \\ 0.1905 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}^{(15)} = \begin{bmatrix} 0.1544 \\ 0.1365 \\ 0.2727 \\ 0.1090 \\ 0.1365 \\ 0.1910 \end{bmatrix}$$

Se aceitarmos que o vetor de estado x se aproxima de um limite x à medida que k (o número de cliques do mouse) aumenta sem limite, então segue de que X =Bx. Ou seja, x é um autovetor de B correspondente ao autovalor 1. Se x for dimensionado de modo que suas entradas somem 1, então as entradas de x podem ser interpretadas como a fração de vezes que podemos esperar que cada página seja visitada como o número de cliques do mouse aumenta sem limites. Por exemplo, com a ajuda de um sistema de álgebra computacional pode-se mostrar que para a matriz B em tal autovetor é:

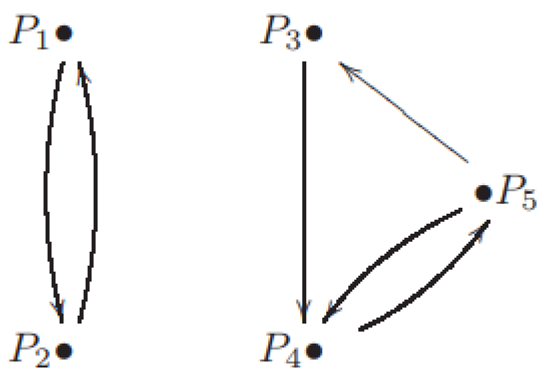
$$\mathbf{x} = \frac{1}{110}\begin{bmatrix} 17 \\ 15 \\ 30 \\ 12 \\ 15 \\ 21 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0.1545 \\ 0.1364 \\ 0.2727 \\ 0.1091 \\ 0.1364 \\ 0.1909 \end{bmatrix}$$

Chegando ao mesmo valor da tabela 2.

4 FALHA NO ALGORITMO

Agora vamos analisar que se o webgraph tiver duas páginas que se conectam entre si e não se conectarem com as demais se o resultado for buscado utilizando o método acima poderia gerar um resultado tendencioso, dependendo do clique inicial. Logo, agora veremos como resolver esses casos. Primeiramente devemos considerar que uma página agora pode ser acessada por uma que não esteja conectada a ela no grafo, porém ela possui maior probabilidade de ir para a que está conectada a ela.

Exemplo:



Na prática, ao substituir a matriz A por M, estamos atribuindo, de maneira igual, uma pequena pontuação para cada uma das páginas, ou ainda, como se cada uma das páginas tivesse, por menor que seja, importância para cada uma das demais. Note ainda, que para qualquer valor de $m \in [0, 1]$. $M = (1 - m) \cdot A + m \cdot S$

$$M = (1-m)\cdot \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & \cdots & a_{3i} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} + m\cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{n} & \frac{1}{n} & \cdots & \frac{1}{n} & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n} & \cdots & \frac{1}{n} & \frac{1}{n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n} & \cdots & \frac{1}{n} & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n} & \cdots & \frac{1}{n} & \frac{1}{n} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} (1-m)a_{11} + \frac{m}{n} & \cdots & (1-m)a_{1i} + \frac{m}{n} & \cdots & (1-m)a_{1n} + \frac{m}{n} \\ (1-m)a_{21} + \frac{m}{n} & \cdots & (1-m)a_{2i} + \frac{m}{n} & \cdots & (1-m)a_{2n} + \frac{m}{n} \\ (1-m)a_{31} + \frac{m}{n} & \cdots & (1-m)a_{3i} + \frac{m}{n} & \cdots & (1-m)a_{3n} + \frac{m}{n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ (1-m)a_{n1} + \frac{m}{n} & \cdots & (1-m)a_{ni} + \frac{m}{n} & \cdots & (1-m)a_{nn} + \frac{m}{n} \end{pmatrix}$$

a soma das entradas da coluna j, com $1 \leq j \leq n$, da matriz M é dada por

$$\sum_{i=1}^{n} m_{ij} = \sum_{i=1}^{n} \left[(1-m)a_{ij} + \frac{m}{n} \right] = (1-m) \sum_{i=1}^{n} a_{ij} + \frac{m}{n} \sum_{i=1}^{n} 1.$$

Como A é coluna-estocástica

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} = 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} 1 = n,$$

$$\sum_{i=1}^{n} m_{ij} = (1-m) \times 1 + \frac{m}{n} \times n = 1,$$

o que indica que M também é coluna-estocástica. Além disso, para todo m ∈]0, 1], a matriz M possui todas as entradas positivas, tendo em vista que a matriz A possui todas as entradas aij não negativas (aij ≥ 0) para todo i e j. Como a matriz S possui todas as entradas iguais a sij = 1 n > 0, todas as entradas de M são da forma mij = (1 − m) · aij + m · sij e, portanto, mij > 0 para todo i e j. Dessa forma, pelo Teorema 10, dim(V1(M)) = 1, gerando assim, apenas uma forma de classificar a importância das páginas da internet considerada.

Usando m = 0,15

$$M = \begin{pmatrix} 0,0375 & 0,8875 & 0,0375 & 0,0375 \\ 0,4625 & 0,0375 & 0,8875 & 0,4625 \\ 0,0375 & 0,0375 & 0,0375 & 0,4625 \\ 0,4625 & 0,0375 & 0,0375 & 0,0375 \end{pmatrix}$$

$$x_1 = \frac{1769\alpha}{2058}, x_2 = \frac{1769\alpha}{2058}, x_3 = \frac{190\alpha}{343}, x_4 = \frac{703\alpha}{686} \;\; e \;\; x_5 = \alpha$$

Logo pode-se definir que a página 4 é mais importante.

5 CONCLUSÃO

A matemática fornecida pela álgebra linear destaca a interconexão entre a teoria matemática e as aplicações práticas na era digital e não apenas oferece uma compreensão mais profunda do PageRank. Ao compreender a essência do PageRank sob a perspectiva da álgebra linear, como uma busca em um navegador realmente funciona para fornecer o melhor resultado em uma busca por uma página específica é possível perceber o que acontece por trás de algo que é resolvido em um clique. Para concluir, pode-se afirmar que o PageRank é uma poderosa ferramenta algorítmica que desempenha um papel fundamental na classificação e ordenação de páginas da web com base em sua relevância. explorando a relação entre o algoritmo e a álgebra linear, percebemos como vetores, matrizes e autovetores, são aplicados de maneira inovadora para modelar e resolver problemas complexos.

REFERÊNCIAS

CLEUSA, A.; GONÇALVES, P.; ZAMPARONI. **O CLIMA E A MÍDIA Apoio: Projeto UFMT Popular**. [s.l: s.n.]. Disponível em: <https://setec.ufmt.br/ri/bitstream/1/90/3/Clima_Midia_2021.pdf>. Acesso em: 26 nov. 2023.

REDONDA, V. **Larissa Miguez da Silva Cadeias de Markov e Aplicações**. [s.l: s.n.]. Disponível em: <https://app.uff.br/riuff/bitstream/handle/1/4213/LarissaMiguezdaSilva%202017.pdf?sequence=1>.

HENRIQUE, R. **O que é um mecanismo de busca? | RHB Informática**. Disponível em: <https://www.rhbinformatica.com.br/dicas/o-que-e-um-mecanismo-de-busca>.

RICOTTA, F. **O que é PageRank? Veja Como Funciona o Google!** Disponível em: <https://www.agenciamestre.com/marketing-digital/o-que-e-pagerank/#:~:text=PageRank%20(PR)%20%C3%A9%20uma%20m%C3%A9trica>. Acesso em: 26 nov. 2023.

FRASSON, M. **O algoritmo PageRank do Google**. [s.l: s.n.]. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5790758/mod_resource/content/1/pagerank-estat.pdf>. Acesso em: 26 nov. 2023.

M4ML - Linear Algebra - 5.7 Introduction to PageRank. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=urKLHNhUEQ0&ab_channel=DigitalLearningHub-ImperialCollegeLondon>. Acesso em: 26 nov. 2023.

CARLOS, J.; BATTI, B. **UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA BIBLIOTECA UNIVERSITÁRIA**. [s.l: s.n.]. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/160733/337665.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 26 nov. 2023.

CAMARGO, A. DA S.; GALVES, A. P. T. Abordagem matemática por trás do algoritmo PageRank. **C.Q.D. - Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, v. 21, n. IC, p. 11–23, dez. 2021.