EXAMEN COMPUTACIONAL ALGORÍTMICA NUMÉRICA NOV 2022

La duración del examen es de 60 minutos + 5 minutos entrega
La nota del examen será la suma de los 2 problemas.

Incluir en la hoja de respuesta todo el código utilizado, gráficas, resultados pedidos y respuestas a las preguntas, no se darán por válidos los resultados que no se deriven de la secuencia de sentencias incluidas en la hoja de respuesta

Problema 1 (5 puntos)

Se va a estudiar con Matlab la posible equivalencia de las siguientes expresiones:

Expresión A	Expresión B
cosh(1)	**(cosh(1+h)-2cosh(1) + cosh(1-h)) / h^2**

El estudio se centrará en valores del orden de **h=10.^-k** con **k=1:8** y para ellos se pide:

a) Evaluar la Expresión B en los valores de h dados y guardar los resultados en el vector ***vExpB***.
b) Tomando la Expresión A como valor exacto, calcular los errores relativos y almacénalos respectivamente en el vector **eRel**. Almacena en el vector **cifs** las cifras decimales significativas.
c) Crea una matriz llamada **matRes** con la siguiente estructura:

Fila	Vector
1	k
2	vExpB
3	eRel
4	cifs

d) Utiliza el comando fprintf para mostrar los resultados de los vectores anteriores de forma que en cada línea siga el siguiente formato:

k=%2d, vExpB=%.16f, eRel=%e, cifs=%2d

e) Representa gráficamente el número de cifras significativas ('*g') respecto a h en la escala adecuada.
f) Responde a las siguientes preguntas de manera concisa:
   1) Especifica los valores de h con los que se obtiene la máxima y mínima precisión en el cálculo.
   2) ¿Para qué valores de h se garantizan al menos 7 cifras de precisión?

Problema 2 (5 puntos)

Se va a estudiar una posible función interpoladora para los valores de una función f(x) que se facilitan en la siguiente tabla:

X	0.0	0.2	0.8
Y	0.5	4	36

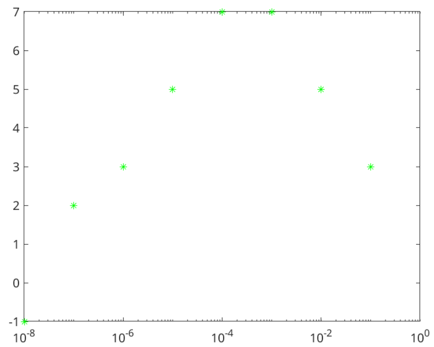
Si interpolamos mediante una función con la siguiente forma

u(x)= a/(1+x^2) + bx + cx^2

a) Da la matriz del sistema lineal (H) y el vector de términos independientes.
b) Especifica los coeficientes de la función u(x).
c) Sabiendo además que f(0.6)=22 Calcular las cifras decimales que proporciona u(x) en x=0.6.
d) Representar gráficamente en un mismo objeto la función u(x) (línea verde), los puntos de la tabla inicial (asteriscos rojos) y el punto del apartado c) (asterisco azul). Utiliza el intervalo [0,1]
e) ¿Cuántas cifras decimales proporcionará la estimación de la función u(x) en x=0.8? ¿A que es debido?
f) Especifica los coeficientes del **polinomio de grado mínimo** q(x) que interpola la tabla dada y ademas tiene una pendiente de 8 en x=0 (q'(0)=8) ¿Cuál es el grado del polinomio? Dar el valor de q(0.5)

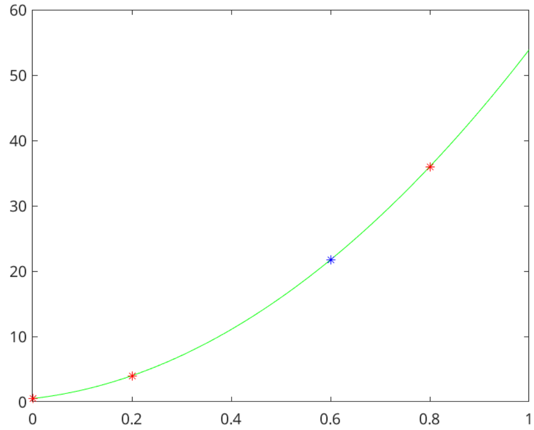
Solución

```
%Problema 1
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%
clear;
clc;

k=1:8;
h=10.^-k;

%Valores
vExpB =(cosh(1+h)-2*cosh(1)+cosh(1-h))./h.^2;
vExpReal=cosh(1);

%Errores
eRel=abs( (vExpB-vExpReal)./vExpReal);
cifs=floor(-log10(eRel));
%cifs=round(-log10(eRel)); o incluso cifs=-log10(eRel) aunque en este caso, luego el formato no
es correcto

%Representacion
matRes=[k;vExpB;eRel;cifs];
fprintf('k=%d,vExpB=%.16f,eRel=%e,cifs=%2d\n',matRes);

%Rep grafica
semilogx(h,cifs,'*g');
```




```
%Los valores de h para los que se obtine la máxima y mínima presicion son;
[max,n]=max(cifs); h_max=h(n)
[min,p]=min(cifs); h_min=h(p)

%Atendiendo a los valroes otenidos, se garantiza 7 cifras cuando h vale
%10^3 y 10^4

%Problema 2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%
clear;
clc;

xi=[0 0.2 0.8]';
yi=[0.5 4 36]';

%Matriz del sistema y vector de términos
H=[1./(1+xi.^2) xi xi.^2]
%El vector de términos independientes coincide con el vector Y.

%Coeficientes de la funcion
c=H\yi
```

```
%Evaluación en 0.6
a=0.6
ua=c(1)./(1+a.^2)+c(2)*a+c(3)*a.^2
cifs=floor(-log10(abs(ua-22)/22))
%Se asegura una sola cifra significativa!

%Rep grafica
xx=0:0.01:1;
yy=c(1)./(1+xx.^2)+c(2)*xx+c(3)*xx.^2;
plot(xx,yy,'g',xi,yi,'r*', a,ua,'b*')
```




```
%Evaluacion en 0.8
%El punto 0,8 forma parte de los puntos de inteprolacion, con lo cual va a tener todas las cifras decimales coincidentes. Todas son las que da la representación (doble precisión) 16 cifras.
%Lo comprobamos
a=0.8
ua=c(1)./(1+a.^2)+c(2)*a+c(3)*a.^2
v = 36
floor(-log10(abs(ua-v)/v)) %Proporciona Inf, con lo cual tiene todas las cifras decimales coincidentes

%Imponemos que h(x) interpole en los datos inicial y final resultando el sistema lineal c0+c2xi^2 +c3xi^3 =yi-8xi: Grado del polinomio al tener 3 restricciones (2 puntos y una derivada) es 3 (4 términos libres).
Hi=[xi.^0 xi.^2 xi.^3];
p=8;
c=Hi\(yi-p*xi) %coeficienests

%Evaluación en 0.5
z=0.5;
zz=c(1)+8*z+c(2)*z^2 +c(3)*z^3

%Alternativa de resolucion
H=[ones(size(xi)) xi xi.^2 xi.^3];
H=[H;0 1 0 0];
b=[yi;8];
c=H\b

zz=polyval(c(end:-1:1),z)
```