HOJA 1 EJERCICIOS APLICACIONES NUMÉRICAS

- Entrega Ejercicio 1 y Ejercicio 2 en grupos de 2-3 alumnos (vía Moodle) hasta 28/9/23. La entrega la hará uno de los miembros del grupo indicando en dicha entrega el nombre de todos los componentes del grupo.
- En cada apartado hay que <u>incluir los comandos y funciones utilizados, así como los resultados, gráficas y comentarios pedidos.</u>
- Se recuerda que los componentes de los grupos pueden ser convocados individualmente para dar cuenta de la entrega realizada y así configurar la calificación individual de dicha entrega.

Ejercicio 1. Caso de prueba (A. Mamadou, G. Chalhoub. MCDM-based RAT Selection method between LTE-D2D and IEEE 802.11. 2022). Un módulo de decisión para la selección de la interface más adecuada para la transmisión de datos de aplicaciones específicas incluye un algoritmo de ranking para determinar el peso de los criterios de decisión para un conjunto de aplicaciones. Supongamos se consideran tres criterios: 'C1: delay', 'C2: data rate' y 'C3: pérdida de información' y en particular para la aplicación multimedia conversación (por ejemplo llamadas audio) se tienen los siguientes datos obtenidos a partir de las expectativas de los usuarios:

	C1	C2	C3
Aplicación conversación	0.88	0.06	0.00033

1. A partir de los datos de la tabla construir la matriz de comparación por pares (MCP) de los tres criterios considerados para esta aplicación ¿Es recíproca?
2. Aplicar a MCP el método de la potencia (iterando 10 veces) para calcular el autovalor *l* dominante y el vector *w* de pesos de los criterios (debe ser positivo y sus componentes sumar 1).
Representar gráficamente el vector w con un diagrama de barras (bar) e indicar qué criterio es el más importante para esta aplicación.
3. - ¿Podríamos haber adivinado qué autovalor *l* y qué vector w pesos debían resultar, salvo errores de redondeo? Justificar la respuesta.
- ¿Cuál es el índice de inconsistencia de MCP?

Ejercicio 2. A partir del vector w=[0.4 0.25 0.15 0.2]' crear la matriz M=(m_{ij})=(w_i/w_j). Se va a estudiar el efecto del aumento de la inconsistencia en una matriz de comparación por pares en el vector de pesos asociado a dicha matriz. Para ello se consideran matrices Mk =(mk_{ij}) coincidentes con M pero cuyo valor mk_{12} (y su recíproco mk_{21}) se ve afectado por ruido (0%, 40% y 80%) de la siguiente forma:

$$mk_{12} = m_{12}*((100-40k)/100) \text{ y } mk_{21}=1/mk_{12} \text{ para } k=0:2 \qquad (1).$$

Nota: Para k=0 se obtiene la matriz M.

Aplicar el método de la potencia a las matrices Mk anteriores para calcular el autovalor dominante *lk* y un autovector *w1k* asociado (positivo cuyas componentes sumen 1). Para ello, <u>para cada k=0:2</u>:
- Crear matriz Mk (modificar elementos m_{12} y m_{21} de M como se indica en (1)).
- Aplicar el método de la potencia a partir de x0=ones(4,1) para obtener el autovalor dominante *lk* con un error menor o igual que 10^-14 (el error medido como distancia entre los valores obtenidos en dos iteraciones consecutivas). El código debe calcular:
    - El autovalor dominante *lk*. Guardar el valor *lk* en la columna (k+1)-ésima del vector autoval_dom: autoval_dom(1,k+1)=*lk*.
    - Calcular el índice de inconsistencia *ICk* de la matriz y guardar en el vector IC: IC(1,k+1)=*ICk*.
    - Un autovector *w1k* asociado cuyas componentes sumen 1. Guardar el vector *w1k* en la columna (k+1)-ésima de la matriz vect_pesos1: vect_pesos1(:,k+1)=*w1k*.
    - Calcular el error en cada iteración y para cada k guardar los errores en un vector (por ejemplo en la columna (k+1)-ésima de la matriz error: error(:,k+1)= vector de errores para k).
    - El nº de iteraciones *iterk* que ha realizado el método y guardar en el vector iter: iter(1,k+1)=*iterk*.

- Completar los datos de la Tabla adjunta.
- Representar gráficamente en una escala adecuada los vectores de error para k=1 ('r*') y k=2 ('g*').
- Justificar cuál es la causa de la diferencia en el nº de iteraciones realizadas por el método para alcanzar la precisión pedida para los distintos valores de k.

HOJA 1 EJERCICIOS APLICACIONES NUMÉRICAS

- Las matrices Mk ¿son consistentes? y ¿recíprocas?
- Comentar el efecto de aumentar el ruido en los datos en el índice de inconsistencia de las matrices y si eso produce cambios en los rankings.

k	Indice inconsistencia	Autovalor dominante	Autovector normalizado (sum=1)	Ranking	Nº iteraciones	|lambda2| (*)
k=0					-------------	0
k=1						0.3637
k=2						1.2144

(*) lambda1 denota el autovalor dominante en módulo y lambda 2 el siguiente: |lambda1|>|lambda2| en cada caso.

Ejercicio 3. (Matriz comparación por pares) Suponemos que se está haciendo un estudio por internet de intención de voto considerando los cuatro principales partidos políticos P1, P2, P3, P4. Se emite el voto electrónicamente mediante una papeleta (matriz) del tipo:

	P1	P2	P3	P4
P1	1	¿?	¿?	¿?
P2		1	¿?	¿?
P3			1	¿?
P4				1

donde cada casilla pij=? se rellena introduciendo el valor de preferencia de i respecto de j, atendiendo a la siguiente escala numérica:

1	**3**		**5**	**7**	**9**
Igualmente preferido	Ligeramente preferido		Fuertemente preferido	Muy fuertemente preferido	Preferencia extrema

y sus recíprocos (1/9, 1/7, 1/5, 1/3).

1. Imaginad que P1,…,P4 son las etiquetas de partidos nacionales actuales y rellenar la papeleta atendiendo a vuestras preferencias. A partir de los datos anteriores construir una matriz P recíproca de dimensión 4x4, donde los datos pji que no hemos rellenado se recogen atendiendo a que si pij expresa la preferencia del partido Pi respecto de Pj, pji=1/pij.
2. Sea v=(v1,v2,v3,v4)' el vector de pesos, donde vi recoge el peso de preferencia del partido Pi, atendiendo a las preferencias expresadas en la matriz P del apartado anterior Dicho vector viene dado por el autovector positivo (normalizado de forma que sum(v)=1 o norm(v,1)=1) asociado al autovalor dominante de la matriz P. Calcular dicho vector aplicando el método de la potencia. A partir de dicho vector ordenar los partidos atendiendo a los pesos de preferencia obtenidos.
3. ¿Refleja el vector v obtenido nuestras preferencias de voto? Para poder analizar el resultado, veamos cómo de consistentes son las preferencias que hemos recogido en la matriz P. Este concepto se mide mediante el índice

$$IC=\frac{\lambda_{\max}-n}{n-1}, \quad \text{con } \lambda_{\max}: \text{ autovalor dominate de P y n=4 (dimension de la matriz).}$$

Calcular IC de la matriz P, calculando el autovalor dominante de P mediante el método de la potencia o el comando *eig* de Matlab ¿Cómo de consistentes hemos sido en nuestros juicios? IC=0 significa que hemos sido absolutamente consistentes, el grado de inconsistencia aumenta con IC. Si IC<0.1 el resultado se considera aceptable, en otro caso se recomienda revisar los datos introducidos.