

Ejercicio. Calcular e interpretar el pagerank de un grafo 6x6

Realizar y contestar las siguientes cuestiones.

Se debe entregar el grafo, el código utilizado, los resultados obtenidos y contestar a las preguntas.

Sea la siguiente matriz de conectividad

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dibujar el grafo dirigido 6x6 que corresponde con dicha matriz.

Calcular el vector $Nj = \text{sum}(C)$. Calcular la matriz A. Calcular la matriz S.

Sea $r = (r_i)_{i=1}^6$ el vector de prioridades. Escribir las 6 ecuaciones lineales del sistema:

$$S r = r \quad (1)$$

A partir de las ecuaciones anteriores: Si es posible, calcular el valor de alguna componente del vector r. Si es posible, ordenar alguna componente del vector r.

¿Verifica la matriz S el teorema de Perron-Frobenius? Comprobarlo. Indicar claramente el motivo.

Hacer con Matlab.

A partir del estado $r = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$, calcular el estado 100 de la tabla de estados para la matriz S, esto es, realizar 100 iteraciones $r = S * r$. ¿Cuál es el valor de r? Calcular $\text{sum}(r)$. ¿r verifica la ecuación (1)?

Calcular la matriz de Google G para un $\alpha = 0.85$.

¿Verifica la matriz G el teorema de Perron-Frobenius? Comprobarlo.

Sea r el pagerank de la matriz G:

$$G r = r$$

Vamos a calcular el vector r. Partir del vector $r = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$ y realizar 100 iteraciones $r = G * r$ ¿cuál es el valor final de r? Calcular $\text{sum}(r)$. Calcular

$$\text{norm}(G * r - r)$$

Calcular el pagerank r que verifique la siguiente condición de tolerancia, con $\text{tol} = 1e-15$

$$\text{norm}(G * r - r) < \text{tol}$$

Ordenar las 6 páginas del grafo según su pagerank.

¿Verifica el vector r las ecuaciones (1)? Explicar el motivo.

Calcular las siguientes probabilidades en **un paso** (el surfista aleatorio va de un nodo a otro con un solo link)

¿Cuál es la probabilidad $p(P_5 \rightarrow P_4)$? ¿Cuál es la probabilidad $p(P_4 \rightarrow P_2)$?

Calcular las siguientes probabilidades en **dos pasos** (el surfista aleatorio va de un nodo a otro con un link y luego a otro nodo con otro link)

¿Cuál es la probabilidad $p(P_5 \rightarrow P_4 \rightarrow P_2)$? Este es, ¿Cuál es la probabilidad que un surfista que está en el nodo P5 pase al nodo P4 y luego al nodo P2?.

¿Cuál es la probabilidad $p(P_5 \rightarrow \dots \rightarrow P_2)$? Este es, ¿Cuál es la probabilidad que un surfista que está en el nodo P5 pase a cualquier otro nodo (P1, P2, P3, ..., ó P6) y luego pase al nodo P6?