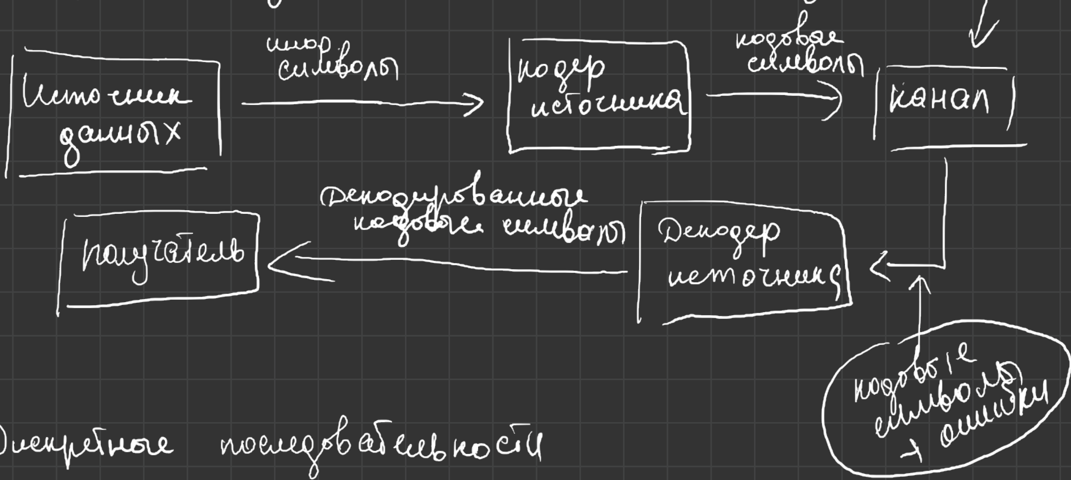
Лекция 1 ОТС

Мамандарова
Юлия
5030102/20101

Лекция 1

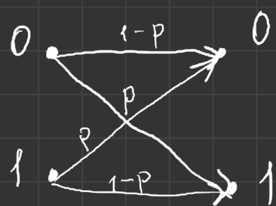
Упрощенная модель цифровой системы связи



Дискретные последовательности

$GF(2) = \{0, 1\}$ — исх послед.

Двоичный симметричный канал



p – переходная вероятность
вер-ть ошибки 1го символа

$p = 10^{-3}$

источник $\xrightarrow{}$ 0011 кодер 000 000 111 111

Made with Goodnotes

$0 \to 000$

$\underbrace{1}_{\text{инф. слова}} \to \underbrace{111}_{\text{кодовые символы}}$

кодирование

$p = 10^{-3}$

$P_e = p$

$0 \to 0$ нет

$1 \to 1$ ошибок

000

1 000
2 001
3 010
4 110

нет ошибок

5 100
6 101
7 011
8 111

$3 \cdot p^2(1-p) + p^3 \to \sim 10^{-6}$

1 ошибка будет исправлена

II

$00 \to 00000$

$01 \to 10110$

$10 \to 01011$

$11 \to 11101$

10000

01001

$p = \frac{2}{5}$

I

$0 \to 000$

$\underbrace{1}_{k} \to \underbrace{111}_{n}$

$R = \frac{1}{3}$

$R = \frac{k}{n}$ скорость кода

1948 г. Клод Шеннон

кодирование источников

− избыточность

кодирование каналов

+ избыточность

Made with Goodnotes

Для ДСК с переходной вер-тью p

$$C = 1 - h(p)$$

пропускная способность

$$h(x) = -x \cdot \log_2 x - (1-x)\log_2(1-x)$$

энтропия двоичного ансамбля

При скорости передачи R меньшей величины пропуск. способности C может быть обеспечено сколь угодно малое вер-ть ошибки декодирования за счет увеличения длины используемых кодов.
Если $R > C$ передача невозможна

Вес Хемминга
Если x - кодовое слово, то $\omega(x)$ — вес Хемминга и определяется как число ненулевых эл. в x
В двоичном случае — это число единиц

Расстояние Хемминга между 2 кодовыми словами x и y $\Rightarrow d(x,y)$ — определяется как кол-во эл. слова, которые отличаются друг от друга

Made with Goodnotes

$x \quad 001101 \rightarrow 3$
$y \quad 10100 \rightarrow 3$

$d(x,y) = 2$

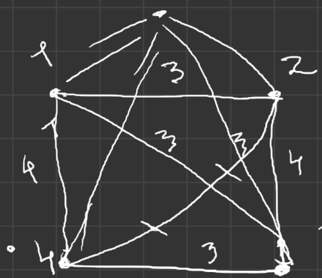
$d(x,y) = \omega(x+y)$

$d(x,0) = \omega(x)$

00	→ 000000	1
01	→ 10110	2
10	→ 01011	3
11	→ 111101	4

$d(x,y)$

y \ x	1	2	3	4
1	0	3	3	4
2	3	0	4	3
3	3	4	0	3
4	4	3	3	0



$d_{min} = \min_{x \neq y} d(x,y) = 3$

мин расстояние кода

линейный код - код, в котором sum 2^x любых кодовых слов тоже явл кодовым словом

$\mathbb{C}$ - множество кодовых слов

$\forall x, y \in \mathbb{C}: (x+y) \in \mathbb{C} \qquad z = x+y \in \mathbb{C}$

$d(x,y) = \omega(x+y) = \omega(z)$

$= \omega(z+0) = d(z,0)$

Made with Goodnotes

$$d_{min} = \min_{x,y \in C,\, x \neq y} d(x,y) = \min_{z \in C,\, z \neq 0}$$

Линейный q-ичный (n,k) код C называют $\forall$ k-мерное подпространство пространства F_q^n всевозможных векторов длины n

$q = 3 \quad k = 2 \quad n = 5$

$q^k \qquad GF(3) = \{0,1,2\}$

$$\overset{2}{\longleftrightarrow} \qquad \overset{5}{\longleftrightarrow}$$

F_3^2

$q^k = 3^2 = 9$

$$\left\{\begin{array}{lll} 0\,0 & \leftarrow & 00000 \\ 0\,1 & & \\ 0\,2 & \leftarrow & \\ 1\,0 & \leftarrow & \\ 1\,1 & & \\ 1\,2 & & \\ 2\,0 & \leftarrow & \\ 2\,1 & \leftarrow & \\ 2\,2 & \leftarrow & 22222 \end{array}\right.$$

$q^n = 3^5$

F_3^5

(n,k) код $GF(2)$

00000
10110
01011
11101

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow e_1 \\ \leftarrow e_2 \end{matrix}$$

$0 \cdot e_1 + 0 \cdot e_2 = c_1$

$0 \cdot e_2 + 1 \cdot e_2 = c_3$

$1 \cdot e_1 + 0 \cdot e_2 = c_2$

$1 \cdot e_1 + 1 \cdot e_2 = c_4$

$k = 2$

$n = 5$

Made with Goodnotes

порождающей матрицей (n, k) кода называется матрица размера $k \times n$, где строки базисные вектора

кодовые слова — лин. комбинации базисных векторов

G — порожд. матрица

m — сообщ. слово

$m = (m_1 .. m_k)$ 2^k

c — кодовое слово

$c = m \cdot G$

предположим, для некоторого вектора $h = (h_1 .. h_n)$ все кодовые слова удовл.:

(c_i, h) $\overline{c_i} = (c_1 \ldots c_n)$

$GF(2)$

Made with Goodnotes

$c_1 \cdot h_1 + c_2 \cdot h_2 + \dots + c_n \cdot h_n = 0$

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{matrix}$$

$h = [0\,0\,1\,1\,1]$ ← ортогонален коду

↓

проверка

$G \cdot h^T = 0$

$n - k$ проверок

H - размера $(n-k, n)$

$G \cdot H^T = 0$ → проверочная матрица

$c \cdot H^T = 0$

Made with Goodnotes