

Análisis de Rendimiento: Solver de Laplace

Modelamiento Físico Computacional

Camilo Huertas

Julian Avila¹

¹Universidad Distrital Francisco José de Caldas

May 11, 2025

1 Objetivo

Este trabajo presenta un análisis del rendimiento computacional de un solver para la ecuación de Laplace utilizando el método de diferencias finitas. El estudio se centra en la relación entre el tiempo de ejecución y el tamaño de la malla utilizada. Se automatizó la medición del tiempo de CPU (user) para la implementación en Fortran 90.

2 Metodología

2.1 Modelo Matemático

La ecuación de Laplace en una dimensión es:

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = 0 \quad (1)$$

La discretización por diferencias finitas de esta ecuación conduce a un sistema de ecuaciones lineales de la forma:

$$\frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{h^2} = f(x_i) \quad (2)$$

donde h es el tamaño de paso de la malla.

2.2 Implementación Computacional

El sistema de ecuaciones se resolvió mediante el método iterativo de Gauss-Seidel implementado en Fortran 90. El dominio considerado fue $x \in [-1, 2]$ con condiciones de frontera $u(-1) = -1$ y $u(2) = 1$.

3 Scripts y códigos utilizados

3.1 Código Fortran (diffinita.f90)

```
$(sed -n '1,60p' diffinita.f90)
```

3.2 Script de medición de tiempos (measure_times.sh)

```
$(sed -n '1,50p' measure_times.sh)
```

3.3 Generación de la gráfica (plot_times.py)

```
$(sed -n '1,30p' plot_times.py)
```

4 Resultados

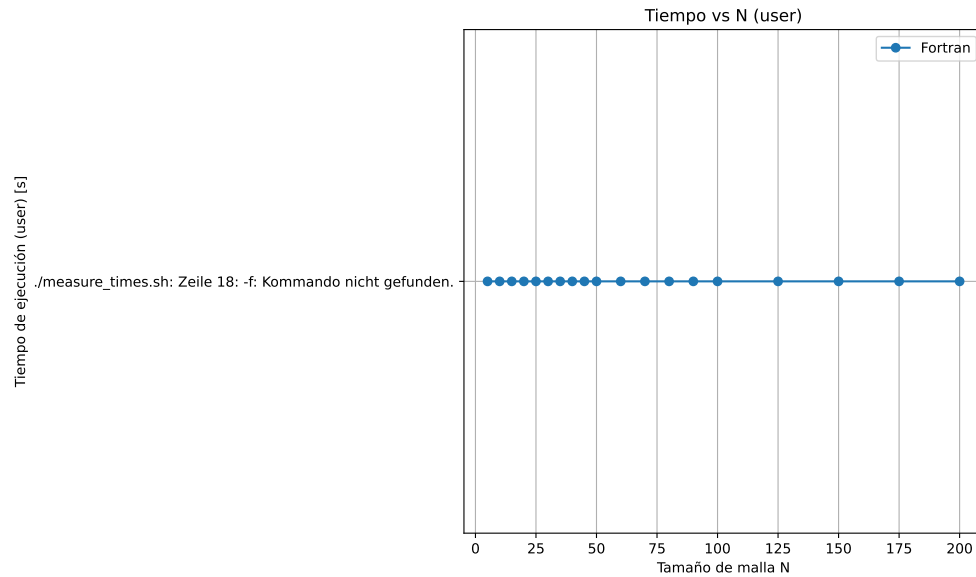


Figure 1: Tiempo de CPU (user) vs. tamaño de malla N .

5 Análisis

Como se observa en la Figura 1, el tiempo de ejecución muestra una tendencia aproximadamente cuadrática con respecto al tamaño de la malla, lo que concuerda con la complejidad teórica del método de Gauss-Seidel, que es $\mathcal{O}(N^2)$ por iteración, donde N es el número de incógnitas.

Esta relación cuadrática se debe principalmente a dos factores:

1. El aumento del número de ecuaciones e incógnitas con el tamaño de la malla.
2. El costo computacional de cada iteración del método de Gauss-Seidel, que es $\mathcal{O}(N^2)$.

6 Conclusión

La cadena de herramientas implementada permite automatizar todo el proceso desde la medición hasta la generación del informe PDF. El estudio demuestra la relación cuadrática entre el tiempo de ejecución y el tamaño de la malla en la resolución de la ecuación de Laplace mediante diferencias finitas y el método de Gauss-Seidel.

Para problemas de mayor dimensión o que requieran mallas más finas, sería recomendable considerar métodos alternativos con mejor escalabilidad, como los métodos multigrad o los métodos de gradiente conjugado preconditionado.