

Rayo de Electrones Bitácora de Laboratorio

Sebastian Rodríguez

Laura Torres

Julian Avila

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Índice general

1	Montaje Experimental	4
1.1	Componentes del Montaje	4
1.2	Disposición del Montaje	4
1.2.1	Configuraciones de las Bobinas y Generación de Campo Magnético	4
	1. Configuración Helmholtz (Campo Aditivo)	5
	2. Configuración Anti-Helmholtz (Campo Sustractivo/Gradiente)	5
1.3	Funcionamiento y Observaciones	6
1.4	Análisis posterior del montaje y sugerencia de simulación	6
1.5	Viabilidad de dipolos y cuadrupolos para la simulación del haz	7
1.6	Análisis de la Interacción de Espín	9
1.6.1	Comparación de Magnitudes	9
1.6.2	Efecto de la Precesión de Larmor	9
2	Resultados Experimentales	10
2.1	Configuraciones de Campo Uniforme (Helmholtz)	10
2.2	Configuraciones de Campo de Gradiente (Anti-Helmholtz)	10
2.3	Configuración Mixta y Desdoblamiento del Haz	11
3	Discusión	13
3.1	Análisis del Desdoblamiento del Haz: Análogo Clásico vs. Efecto Cuántico	13
3.1.1	La Naturaleza de la Fuerza Dominante	13
3.1.2	Campos Dinámicos (AC) vs. Estáticos (DC)	13
3.1.3	Separación Clásica vs. Cuantizada	14

1 Montaje Experimental

Este montaje experimental tiene como objetivo **demostrar la deflexión de un haz de electrones** bajo la influencia de campos magnéticos generados por pares de bobinas de Helmholtz.

1.1. Componentes del Montaje

El sistema se compone principalmente de los siguientes elementos:

- **Cañón de Electrones (Leibold):** Genera un haz de electrones colimado. Se opera a un potencial de aceleración de aproximadamente 3.1 kV a 4.3 kV. El haz de electrones emerge del cañón ya enfocado y con una dirección definida.
- **Tubo de Rayos Catódicos (Leibold):** Es el recipiente de vacío por donde viaja el haz de electrones desde el cañón hasta la pantalla.
- **Pares de Bobinas de Helmholtz (Leibold):** Se utilizan dos pares de bobinas coaxiales, cada par alimentado por una fuente de corriente variable de hasta 2 Amperios. Estas bobinas son fundamentales para generar los campos magnéticos que interactúan con el haz de electrones.
 - **Dimensiones Aproximadas de las Bobinas:**
 - Radio (R): Aproximadamente 6.5 cm.
 - Número de Giros por Bobina (N): Aproximadamente 320 giros.
- **Fuentes de Corriente Variables:** Son esenciales para suministrar y controlar la corriente (hasta 3 A) que circula por cada par de bobinas. Permiten ajustar la magnitud del campo magnético generado.
- **Pantalla Fluorescente:** Ubicada al final de la trayectoria del haz de electrones dentro del tubo, donde el impacto de los electrones genera un punto luminoso, permitiendo la observación visual de la trayectoria y deflexión del haz.

1.2. Disposición del Montaje

El cañón de electrones se alinea de manera que el haz de electrones colimado pase directamente a través del centro de las bobinas de Helmholtz. Los dos pares de bobinas se colocan coaxialmente, es decir, sus ejes se encuentran sobre la misma línea, la cual coincide con la trayectoria inicial del haz de electrones. El haz emerge del cañón, atraviesa el espacio entre los pares de bobinas y, finalmente, incide sobre la pantalla fluorescente.

1.2.1. Configuraciones de las Bobinas y Generación de Campo Magnético

La versatilidad de este montaje radica en la capacidad de configurar las bobinas de dos maneras distintas para generar diferentes campos magnéticos:

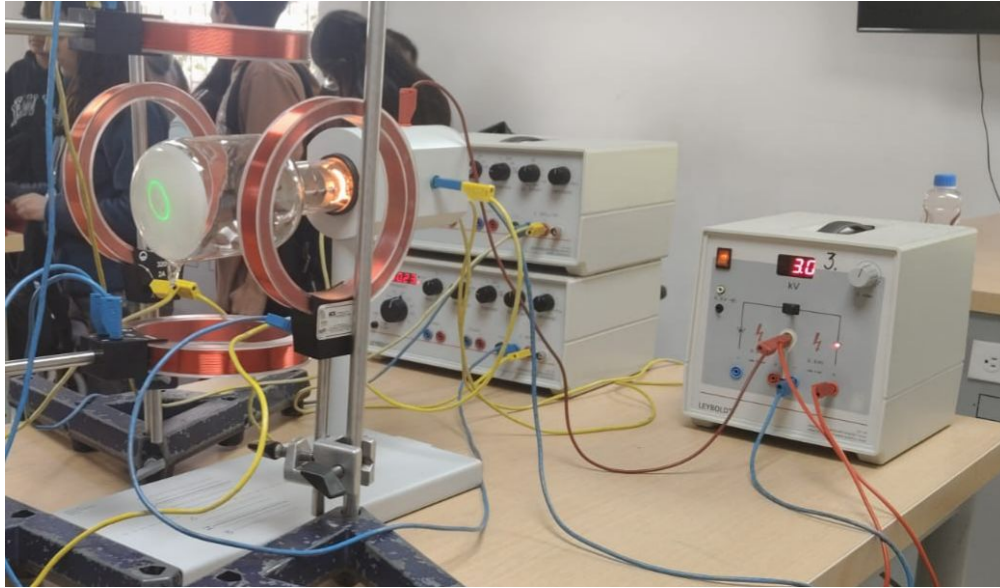


Figura 1: Montaje experimental.

1. Configuración Helmholtz (Campo Aditivo)

- **Descripción:** En esta configuración, la corriente fluye en la misma dirección a través de ambas bobinas de cada par (y también entre los dos pares coaxiales si están siendo usados en conjunto de esta forma).
- **Campo Magnético Generado:** Esta disposición produce un campo magnético uniforme y aditivo en la región central entre las bobinas. Este campo es aproximadamente paralelo al eje de las bobinas.
- **Efecto en el Haz de Electrones:** Un campo uniforme y perpendicular a la velocidad de los electrones causará una deflexión circular del haz.

2. Configuración Anti-Helmholtz (Campo Sustractivo/Gradiente)

- **Descripción:** Para esta configuración, la corriente se invierte en una de las bobinas de cada par (o entre los pares si se usan para generar un gradiente axial), de modo que fluye en direcciones opuestas entre ellas.
- **Campo Magnético Generado:** Esta disposición crea un campo magnético con un fuerte gradiente en la región central. El campo es nulo en el punto medio exacto entre las bobinas y aumenta en magnitud a medida que uno se aleja de este punto central, con direcciones opuestas a cada lado.
- **Efecto en el Haz de Electrones:** Un gradiente de campo magnético perpendicular a la trayectoria del haz puede generar fuerzas variables sobre los electrones, resultando en patrones de deflexión más complejos, potencialmente extendiendo el punto luminoso en la pantalla.

1.3. Funcionamiento y Observaciones

Las fuentes de corriente variables permiten ajustar la magnitud del campo magnético generado por las bobinas. Durante el experimento, se aplicaron señales de corriente tipo seno, rampa y cuadrada con frecuencias nunca superiores a los 100 Hz. La interacción del haz de electrones con el campo magnético resultante produce patrones luminosos en la pantalla fluorescente. Se observaron figuras dinámicas en la pantalla que recordaban a *figuras de Lissajous*, pero que variaban en el tiempo debido a la modulación de los campos magnéticos. Un análisis posterior detallará las características de estas figuras y su relación con las configuraciones y frecuencias de las bobinas.

1.4. Análisis posterior del montaje y sugerencia de simulación

Como el montaje tenía las dos posibles configuraciones donde las bobinas pueden estar aditivas (Helmholtz) o sustractivas (Anti-Helmholtz), la idea era ver la morfología del campo magnético en cada caso para entender el comportamiento del haz de electrones. Por ende, se graficaron, para unas bobinas arbitrarias, los campos en el plano x, y al que pertenecen los vectores normales de las bobinas, es decir, el plano perpendicular al haz,

Campo Magnético - Configuración Helmholtz (Plano XY)

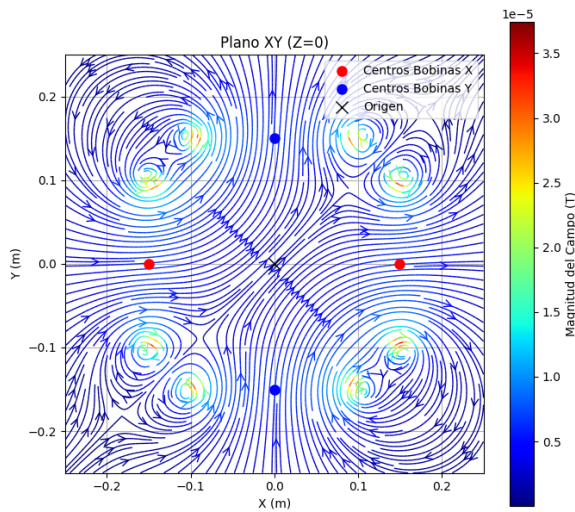


Figura 2: Bobinas en Helmholtz.

Campo Magnético - Configuración Anti-Helmholtz (Plano XY)

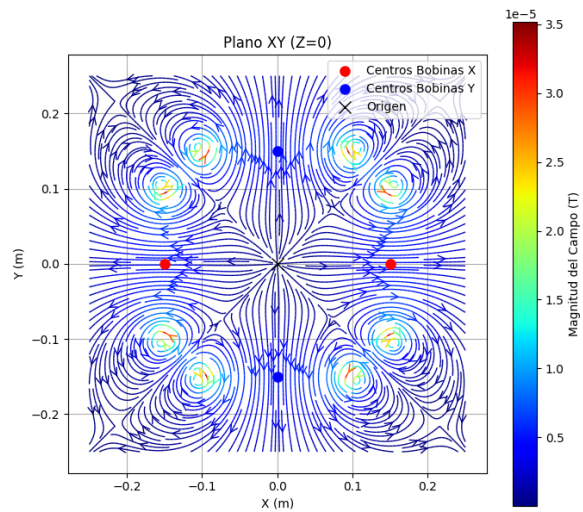


Figura 3: Bobinas en Anti-Helmholtz.

Posteriormente, y dado que se tenía información sobre el comportamiento del campo en cortes del volumen generado por las bobinas, se procedió a graficar el esquema de la simulación basándose en estos campos, como se puede ver en la siguiente gráfica que representa la trayectoria del haz a través de los campos generados.

1.5 Viabilidad de dipolos y cuadrupolos para la simulación del haz

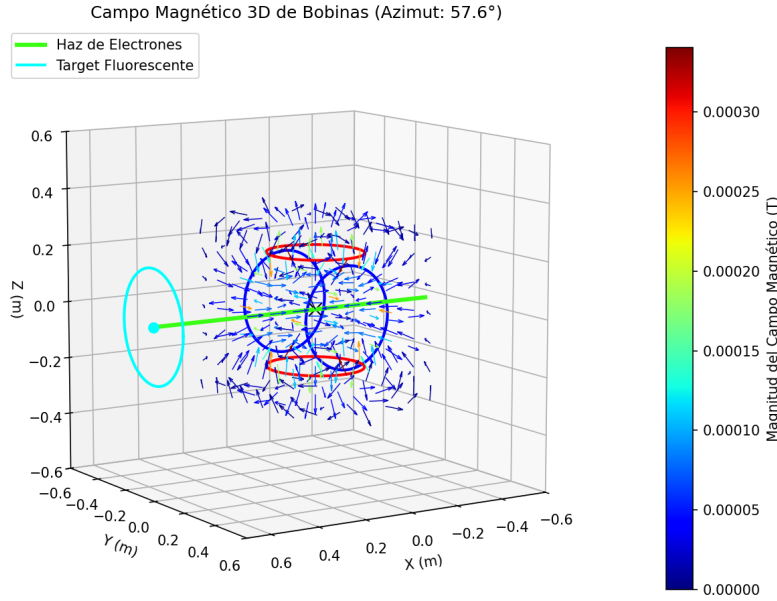


Figura 4: Trayectoria del haz para la simulación.

Finalmente, se realizaron las primeras especulaciones sobre si los campos eléctricos inducidos en el montaje tendrían influencia en la modificación del comportamiento del haz, y si estos deberían considerarse como un factor importante en la simulación. También, tras una investigación sobre el montaje, se pudo observar su similitud con un Stern-Gerlach, donde una característica de su campo magnético es que suelen ser campos no uniformes, generados en muchas ocasiones con sistemas de cuadrupolos. Por lo tanto, se propone que, para optimizar las simulaciones, se contemple la posibilidad de generar los campos con dipolos o cuadrupolos.

1.5. Viabilidad de dipolos y cuadrupolos para la simulación del haz

Para poder ver el comportamiento de los campos de las dos configuraciones contempladas, generados por dipolos y cuadrupolos, se crearon las siguientes gráficas:

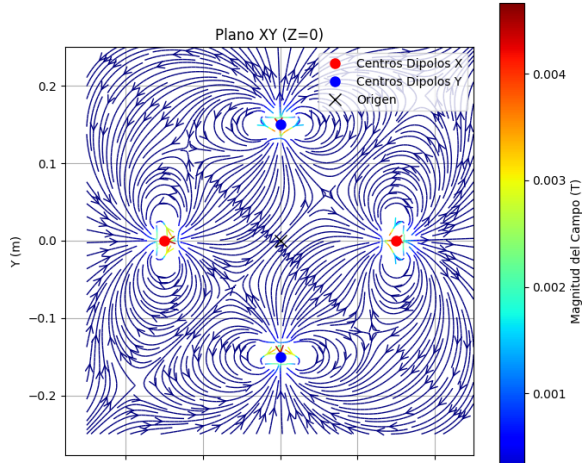


Figura 5: Dipolos en Helmholtz.

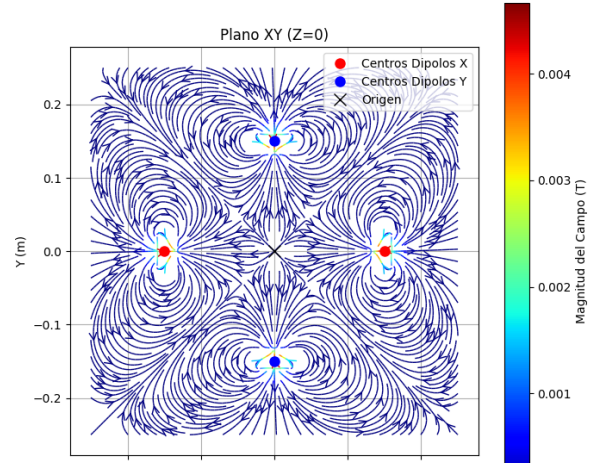


Figura 6: Dipolos en Anti-Helmholtz.

Figura 7: Morfología del campo magnético en el plano x, y generado por dipolos en configuraciones Helmholtz y Anti-Helmholtz.

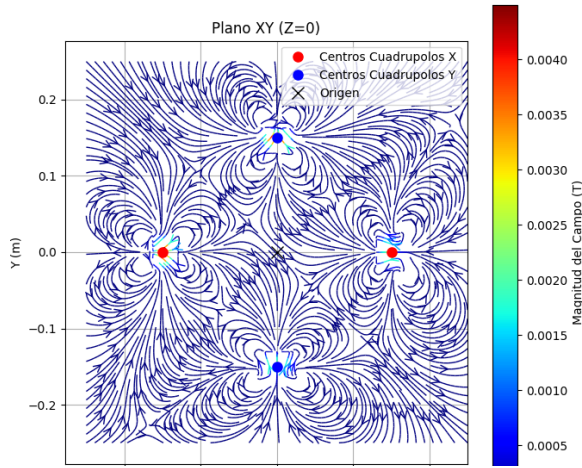


Figura 8: Cuadrupolos en Helmholtz.

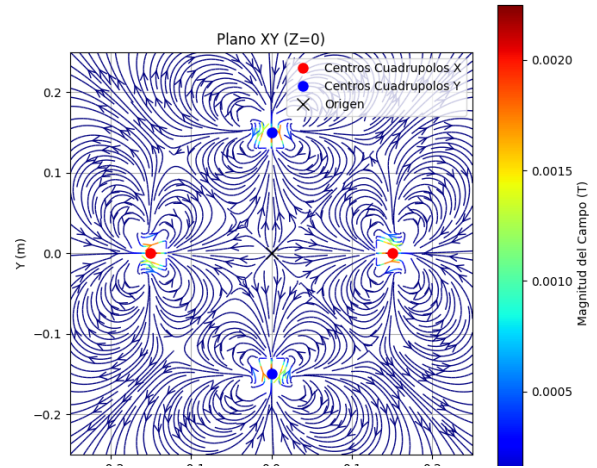


Figura 9: Cuadrupolos en Anti-Helmholtz.

Figura 10: Morfología del campo magnético en el plano x, y generado por cuadrupolos en configuraciones Helmholtz y Anti-Helmholtz.

Donde se planeaba fundamentalmente tomar el valor de la superposición de estos campos y multiplicarlo por una expresión periódica que asimilara la variación temporal de las corrientes de las bobinas, de la siguiente forma.

$$\mathbf{B}_{\text{tot}}(\mathbf{r}, t) = \sin(\omega t + \gamma) \mathbf{B}_{\text{dipolo}}(\mathbf{r})$$

$$\mathbf{B}_{\text{tot}}(\mathbf{r}, t) = \sin(\omega t + \gamma) \mathbf{B}_{\text{cuadruipolo}}(\mathbf{r})$$

Pero al ver el comportamiento de los campos generados en las imágenes, se llegó a la conclusión de que la mejor forma de simular el sistema era directamente con los campos generados por las bobinas.

1.6. Análisis de la Interacción de Espín

Hasta ahora, se ha modelado al electrón como una carga puntual clásica. Sin embargo, el electrón es una partícula cuántica con espín $\frac{1}{2}$, lo que le confiere un momento dipolar magnético intrínseco $\boldsymbol{\mu}$. Esta propiedad podría, en principio, dar lugar a una fuerza adicional si el campo magnético no es uniforme.

El momento magnético del electrón es $\boldsymbol{\mu} = g_s \frac{-e}{2m} \mathbf{S}$, donde \mathbf{S} es el vector de espín y $g_s \approx 2$ es el factor g del electrón. En presencia de un campo magnético con gradiente, esto genera la *fuerza de Stern-Gerlach*:

$$\mathbf{F}_{\text{espín}} = \nabla(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}^*), \quad (1.1)$$

donde \mathbf{B}^* es el vector dual al bivector de campo magnético \mathbf{B} . A continuación se argumenta por qué esta fuerza es despreciable en comparación con la fuerza de Lorentz.

1.6.1. Comparación de Magnitudes

En el *Modelo I* (campo uniforme), $\nabla \mathbf{B}^* = 0$ por definición, por lo que $\mathbf{F}_{\text{espín}}$ es idénticamente nula. En los modelos más realistas con gradientes de campo (II y III), se puede estimar la razón entre la fuerza de espín y la fuerza de Lorentz:

$$\frac{|\mathbf{F}_{\text{espín}}|}{|\mathbf{F}_{\text{Lorentz}}|} \approx \frac{|\nabla(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}^*)|}{|e\mathbf{v} \times \mathbf{B}^*|} \approx \frac{\mu_B |\nabla \mathbf{B}^*|}{ev |\mathbf{B}^*|}$$

donde $\mu_B = e\hbar/2m$ es el magnetón de Bohr. Suponiendo que el campo varía en una escala de longitud $L \sim R$ (el radio de las bobinas), entonces $|\nabla \mathbf{B}^*| \approx |\mathbf{B}^*|/R$. La razón se simplifica a:

$$\frac{|\mathbf{F}_{\text{espín}}|}{|\mathbf{F}_{\text{Lorentz}}|} \approx \frac{\hbar}{2mvR} \approx 10^{-11}$$

Este cálculo, usando los parámetros del montaje, demuestra que la fuerza de Lorentz es aproximadamente once órdenes de magnitud mayor que la fuerza derivada del espín, justificando plenamente su omisión.

1.6.2. Efecto de la Precesión de Larmor

Independientemente de la estimación anterior, existe un segundo argumento. En presencia de un campo \mathbf{B} , el momento magnético $\boldsymbol{\mu}$ del electrón no permanece fijo, sino que experimenta un torque que lo hace precesar alrededor de la dirección de \mathbf{B}^* a la *frecuencia de Larmor*, ω_L .

Dado que la fuerza $\mathbf{F}_{\text{espín}}$ depende de la orientación instantánea de $\boldsymbol{\mu}$, esta fuerza también oscilará rápidamente. En el tiempo que tarda el electrón en atravesar una región con gradiente de campo, su espín habrá completado muchas precesiones. El efecto neto de esta fuerza oscilante sobre la trayectoria macroscópica se promedia a cero.

Por estas dos razones, es físicamente justificable y computacionalmente necesario ignorar la interacción del espín para los propósitos de este estudio, y continuar tratando al electrón como una carga clásica.

2 Resultados Experimentales

En esta sección se presentan los resultados experimentales obtenidos al proyectar el haz de electrones sobre la pantalla fosforescente. Se analizan los patrones de deflexión observados, los cuales sirven como una visualización directa de la dinámica del electrón bajo las distintas configuraciones de campo magnético modeladas previamente. Los resultados no solo validan las predicciones teóricas sino que también revelan dinámicas complejas y no triviales en configuraciones de campos superpuestos.

2.1. Configuraciones de Campo Uniforme (Helmholtz)

Tal como se anticipó en el análisis del Modelo I, las configuraciones basadas exclusivamente en bobinas de Helmholtz generaron trayectorias cerradas y estables en la pantalla, conocidas como *figuras de Lissajous*. Se verificó de manera sistemática que la topología de estas figuras es una función directa de los parámetros de control de las corrientes de alimentación. Específicamente, la razón de frecuencias enteras (ω_1/ω_2) determina el número de lóbulos de la figura a lo largo de cada eje, mientras que la diferencia de fase (ϕ) controla la apertura y la simetría de la trayectoria, pasando de líneas diagonales ($\phi = 0$) a elipses o círculos ($\phi = \pi/2$). Esta correspondencia directa entre los parámetros de entrada y la forma de la traza valida el modelo de campo uniforme como una excelente aproximación para describir la dinámica macroscópica del haz en campos cruzados.



Figura 1: Figuras de Lissajous observadas en la pantalla para diferentes razones de frecuencia y desfases entre las corrientes de los pares de bobinas en configuración Helmholtz.

2.2. Configuraciones de Campo de Gradiente (Anti-Helmholtz)

En marcado contraste con la configuración anterior, los campos de gradiente, generados por pares de bobinas en modo anti-Helmholtz, produjeron patrones de naturaleza radial. El haz no trazaba una curva, sino que convergía en un punto central y se expandía hacia afuera de forma periódica. Se

observó una *pulsación rítmica* del haz, donde el radio máximo del patrón circular en la pantalla era proporcional a la amplitud de la corriente, mientras que la frecuencia de la pulsación coincidía con la de la corriente de alimentación. Este comportamiento es la manifestación visual directa del efecto de *enfoque* (cuando el haz colapsa al centro) y *desenfoque* (cuando se expande) predicho por el modelo cuadrupolar, confirmando la capacidad de dichos campos para manipular la sección transversal del haz.

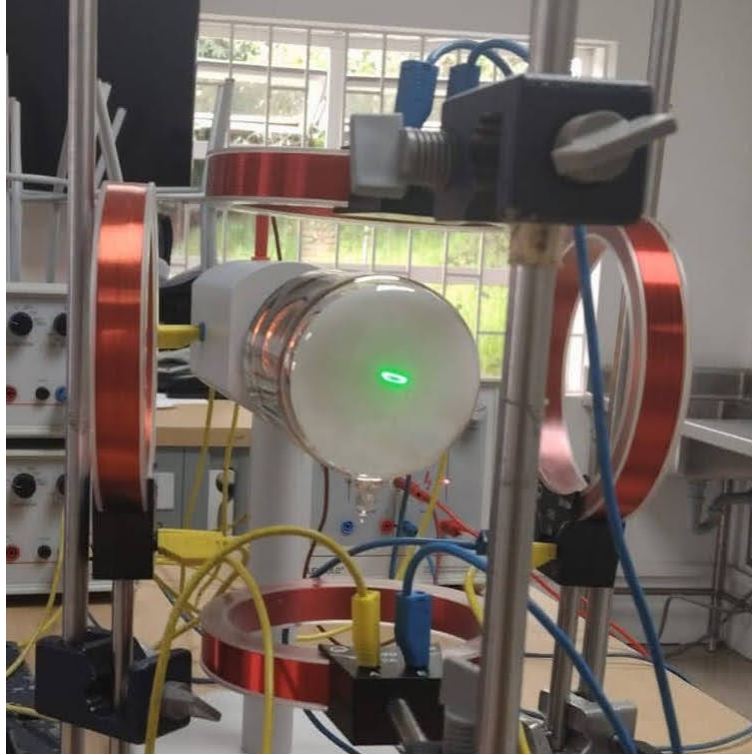


Figura 2: Patrón radial observado para la configuración anti-Helmholtz.

2.3. Configuración Mixta y Desdoblamiento del Haz

Una configuración híbrida, empleando un par de bobinas en modo Helmholtz (generando un campo relativamente uniforme en una dirección) y otro en modo anti-Helmholtz (generando un campo de gradiente en la otra), produjo el resultado más sorprendente. Se observó que el haz de electrones, en lugar de trazar una curva o expandirse, se dividía y oscilaba de forma estable entre dos posiciones discretas y bien definidas, como si la pantalla presentara dos atractores estables para la trayectoria.

Este desdoblamiento del haz en dos puntos evoca, por su apariencia visual, al patrón obtenido en el histórico experimento de Stern-Gerlach. No obstante, es fundamental subrayar que la física subyacente *no corresponde* a una separación de estados de espín. Mientras que la separación de espín es un fenómeno cuántico discreto dependiente de un momento magnético intrínseco, el desdoblamiento observado aquí es de naturaleza dinámica y puramente clásica. Se postula que la topología compleja del campo magnético mixto crea un potencial con dos mínimos locales, guiando al haz a saltar entre estas dos trayectorias estables a la frecuencia de los campos. Dada la naturaleza no trivial de este resultado, se posterga un análisis teórico detallado para la sección de *Discusión*.



Figura 3: Representación del desdoblamiento del haz observado con la configuración mixta. El punto luminoso del electrón oscila entre las dos posiciones estables (P1 y P2), un efecto clásico que recuerda visualmente al resultado de Stern-Gerlach.

3 Discusión

Los resultados experimentales presentados confirman en gran medida los modelos teóricos. Las figuras de Lissajous y los patrones de enfoque se corresponden bien con las predicciones para campos uniformes y de gradiente, respectivamente. Sin embargo, el resultado más revelador es el desdoblamiento del haz en la configuración mixta, cuyo análisis merece una discusión aparte y detallada.

3.1. Análisis del Desdoblamiento del Haz: Análogo Clásico vs. Efecto Cuántico

La observación de un haz que se desdobra en dos puntos discretos evoca inmediatamente al célebre experimento de Stern-Gerlach (SG), un pilar de la mecánica cuántica que demostró la cuantización del espín. A pesar de esta semejanza visual, un análisis riguroso revela que el fenómeno observado en este montaje es de naturaleza puramente clásica. A continuación, se exponen las características fundamentales que impiden catalogarlo como un efecto SG.

3.1.1. La Naturaleza de la Fuerza Dominante

El argumento más contundente reside en la naturaleza de la partícula y la fuerza que gobierna su trayectoria. El experimento SG original utiliza partículas *neutras* (átomos de plata) para aislar la interacción entre el momento dipolar magnético y el gradiente del campo. La fuerza responsable de la separación es la fuerza de Stern-Gerlach, $\mathbf{F}_{\text{espín}} = \nabla(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}^*)$.

En nuestro experimento, la partícula es un electrón, una partícula *cargada*. Como se demostró cuantitativamente en la apartado 1.6, la fuerza de Lorentz que actúa sobre la carga del electrón es aproximadamente 10^{11} veces mayor que cualquier posible fuerza sobre su espín. Por lo tanto, la dinámica observada es, casi en su totalidad, el resultado de la fuerza de Lorentz. El desdoblamiento no proviene de una interacción con el espín, sino de una compleja interacción de la *carga* del electrón con los campos externos.

3.1.2. Campos Dinámicos (AC) vs. Estáticos (DC)

El experimento SG canónico requiere un campo magnético *estático* (DC) con un gradiente espacial muy pronunciado y constante en el tiempo. La separación que produce es, por tanto, estática: los átomos son desviados permanentemente hacia una de dos trayectorias.

Nuestro montaje, en cambio, se basa fundamentalmente en campos *dinámicos* (AC) que oscilan a una frecuencia de 50 Hz. El patrón observado no es una separación estática, sino una *oscilación* del haz entre dos puntos. El electrón no elige una de dos trayectorias fijas, sino que es guiado alternativamente a una y otra posición por los campos que varían en el tiempo. Esta dependencia temporal es ajena al concepto del experimento SG.

3.1.3. Separación Clásica vs. Cuantizada

La separación en el experimento SG es una manifestación directa de la *cuantización del espacio*. Para una partícula de espín-1/2, existen únicamente dos proyecciones de espín posibles, lo que resulta en exactamente dos haces. La magnitud de esta separación depende de constantes fundamentales de la naturaleza.

En nuestro experimento, la posición de los dos puntos observados no está fijada por constantes fundamentales, sino que depende de los parámetros *clásicos* y continuamente ajustables del sistema: la geometría de las bobinas, la amplitud y frecuencia de las corrientes, y la energía inicial del haz. Se postula que la topología del campo mixto crea un *potencial efectivo* con dos mínimos locales. La posición de estos mínimos puede ser modificada alterando los voltajes y corrientes, algo que sería imposible en un desdoblamiento cuántico verdadero.

En conclusión, el fenómeno observado es un fascinante *análogo clásico* del experimento de Stern-Gerlach. Demuestra cómo una compleja ingeniería de campos electromagnéticos clásicos y dependientes del tiempo puede generar un comportamiento que simula visualmente un resultado cuántico. Lejos de ser una medición del espín, es un testimonio de la riqueza de la dinámica no lineal en el electromagnetismo clásico.