

Laura Herrera \*, Bryan Martínez \*, Julian Avila \*, and Juan Acuña \*

\*Proyecto Curricular de Física, Universidad Distrital Francisco José de Caldas

**Abstract—**

**Index Terms—**

**Resumen—**

**Index Terms—**

## I. OBJETIVOS

- Calcular la carga del electrón
- Determinar la velocidad de subida y bajada de las gotas de aceite
- Determinar la carga y radio de una gota de aceite ionizada

## II. MARCO TEÓRICO

Entre las fuerzas actúan sobre la gota de aceite se encuentran: la fuerza gravitacional  $\vec{F}_g$ , la fuerza de empuje o flotabilidad descrita por el principio de Arquímedes  $\vec{F}_b$  y la fuerza de fricción generada por el aire  $\vec{F}_d$ , que se modela a través de la ley de Stokes.

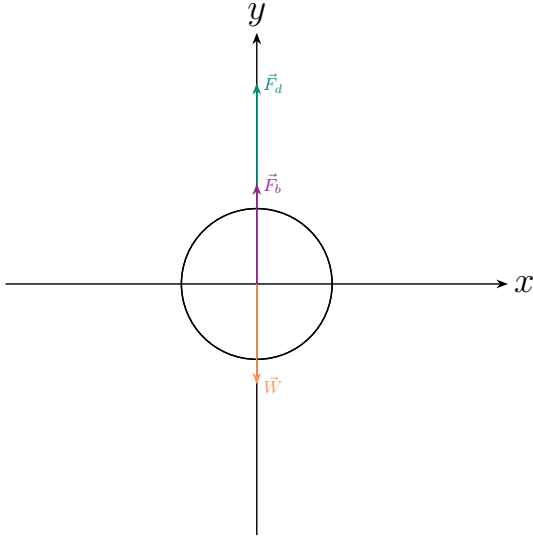


Figura 1. Diagrama de cuerpo libre de la gota de aceite en descenso.

Inicialmente, la gota es acelerada hacia la Tierra, pero rápidamente alcanza una velocidad terminal, lo que indica un estado de equilibrio de fuerzas. En este punto, como se muestra en la figura 1, la suma de las fuerzas que actúan sobre la gota es cero.

$$\vec{F}_d + \vec{F}_b + \vec{F}_g = 0 \quad (1)$$

Las expresiones de las fuerzas gravitacional, de flotación y de fricción se muestran en las ecuaciones (2) a (4) respectivamente, donde  $V_{ac}$  representa el volumen de la gota de aceite y  $\mu = 1.85 \times 10^{-5} \text{ kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$  el coeficiente de viscosidad del aire.

$$\vec{F}_g = m\vec{g} \quad (2)$$

$$\vec{F}_b = -\rho_a \vec{g} V_{ac} \quad (3)$$

$$\vec{F}_d = -6\pi r \mu \vec{v}_c \quad (4)$$

Tomando en cuenta solo las magnitudes de estas fuerzas y sustituyendo en la ecuación de equilibrio (ecuación (1)) se obtiene la ecuación (5) donde las incógnitas son la masa  $m$ , el volumen  $V_{ac}$  y el radio  $r$  de la gota. Debido a la dificultad de medir directamente la masa de la gota, el volumen y la masa se expresan en términos de  $r$  y de la densidad del aceite  $\rho_{ac}$ , como se muestra en las ecuaciones (6) y (7).

$$6\pi r \mu v_c = mg - \rho_a g V_{ac} \quad (5)$$

$$V_{ac} = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad (6)$$

$$m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{ac} \quad (7)$$

Al remplazar, se despeja  $r$  obteniendo la relación mostrada en la ecuación (8).

$$r = \sqrt{\frac{9\mu v_c}{2g(\rho_{ac} - \rho_a)}} \quad (8)$$

En el segundo escenario, cuando se aplica un campo eléctrico, la gota comienza a ascender. Al alcanzar a una velocidad terminal  $v_a$  las fuerzas sobre la gota se equilibran, incluyendo la fuerza eléctrica  $\vec{F}_e$ , como se ilustra en la figura 2.

$$\vec{F}_E + \vec{F}_e + \vec{F}_g + \vec{F}_d = 0 \quad (9)$$

Utilizando las magnitudes de las fuerzas previamente conocidas y remplazando  $F_e = qE$ , donde  $E$  es el campo eléctrico, se obtiene la segunda ecuación de equilibrio (ecuación (10)).

$$qE = 6\pi r \mu v_a + \frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_{ac} - \rho_a) \quad (10)$$

Dado que previamente se ha determinado el valor de  $r$ , y sabiendo que el campo eléctrico en un capacitor se define por  $E = U/d$ , donde  $U$  es la diferencia de potencial aplicada y  $d$  es la separación entre placas, se obtiene la ecuación (11) para la carga  $q$  de la gota en términos de las magnitudes conocidas.

$$q = \frac{6\pi \mu d}{U} \sqrt{\frac{9\mu v_c}{2g(\rho_{ac} - \rho_a)}} (v_a - v_c) \quad (11)$$

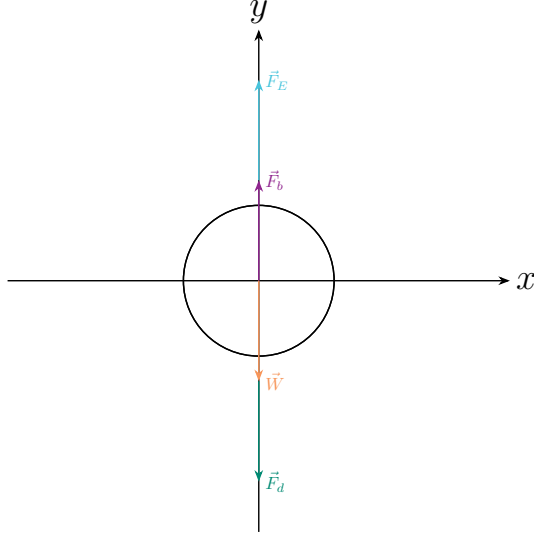


Figura 2. Diagrama de cuerpo libre de la gota de aceite en ascenso

Finalmente, dado que la carga eléctrica está cuantizada [**<empty citation>**], es decir, debe ser un múltiplo entero de la carga elemental  $e^-$ , se cumple la relación de la ecuación (12).

$$q = ne^- \quad (12)$$

Realizando un número suficiente de mediciones de  $q$  y aplicando el algoritmo euclídeo para determinar el mínimo común divisor [**<empty citation>**], es posible obtener el valor de  $e^-$ , que corresponde a la carga elemental de un electrón.

### III. MATERIALES Y MÉTODOS

Parte de materiales y metodos

### IV. RESULTADOS Y ANÁLISIS

A partir del montaje experimental descrito y utilizando la herramienta Tracker Video, se obtuvo una serie de datos de posición en función del tiempo, como se muestra en la figura 3. Cada gráfica corresponde a una gota diferente, y en ellas se observan los instantes de ascenso y descenso. La pendiente de cada gráfica revela las diferentes velocidades, lo cual se atribuye a las variaciones en la masa y la carga total de cada gota.

Tomando el intervalo de tiempo entre los puntos de altura máxima y mínima en cada ciclo de subida y bajada, se calculó la velocidad media mediante el método de diferencias finitas. Este cálculo asume que la velocidad es constante durante el trayecto, lo cual, aunque no es estrictamente cierto, las gráficas sugieren que se aproxima a dicha condición.

Al realizar el análisis en Tracker para un total de 20 gotas, las velocidades obtenidas se presentan en la cuadro I. En esta tabla, además, se muestran los valores calculados para el radio y la carga de cada gota, según las ecuaciones (8) y (11).

A partir de los valores obtenidos para los radios y las cargas, se observa que la mayoría de los radios se encuentran en el orden de los micrómetros. Esto se debe a que gotas

más pequeñas no pudieron ser medidas con la resolución de la cámara y el microscopio utilizados, mientras que gotas de mayor tamaño no mostraron una velocidad de ascenso significativa.

En cuanto a la carga, la mayoría de los valores oscila entre  $10^{-16}$  y  $10^{-17}$  coulombs, lo que indica que las gotas estudiadas presentaron un grado de ionización similar. La figura 4 presenta gráficamente la relación entre la carga y el radio, excluyendo un valor atípico para facilitar la visualización de los datos. Basándonos en el trabajo de Millikan, es posible apreciar cómo los datos se agrupan en niveles discretos o líneas de valor constante, una tendencia que sería más clara con un número mayor de datos.

Dado que la carga eléctrica está cuantizada, se utilizó un código en Julia que implementa el algoritmo euclidiano para determinar el mínimo común divisor, excluyendo el valor de 1, con el fin de estimar el valor de  $e^-$ . El código arroja un mínimo común divisor de  $1.54 \times 10^{-33}$ ; el orden de magnitud se puede omitir, ya que, según las mediciones, debería ser cercano a  $10^{-18}$ . Por lo tanto, se estima que el valor de la carga fundamental, de acuerdo con los datos obtenidos y el análisis correspondiente, es:

$$e^- \approx 1.50 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (13)$$

El valor obtenido presenta una discrepancia relativa del 6.37% respecto al valor aceptado en la literatura  $e^- = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ . Esta discrepancia puede deberse a diversas suposiciones en el experimento, como asumir que las densidades del aire y el aceite son constantes, al error numérico introducido por el código computacional utilizado, y a la incertidumbre generada al discretizar la posición en píxeles mediante el uso de Tracker.

### V. CONCLUSIONES

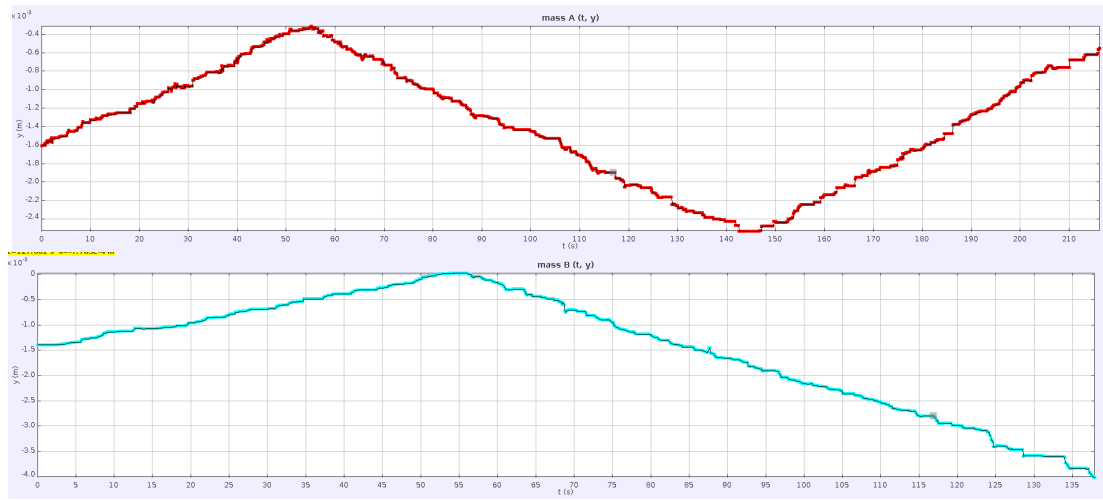


Figura 3. Posiciones a lo largo del tiempo, obtenidas con Tracker Video.

$U$ (V)	$v_c$ (ms $^{-1}$ )	$v_a$ (ms $^{-1}$ )	$r$ (m)	$q$ (C)
100 ± 1	$1.20 \times 10^{-4}$	$1.94 \times 10^{-4}$	$1.04 \times 10^{-6}$	$2.24 \times 10^{-17}$
100 ± 1	$5.98 \times 10^{-5}$	$3.85 \times 10^{-4}$	$7.37 \times 10^{-7}$	$2.25 \times 10^{-17}$
100 ± 1	$4.87 \times 10^{-5}$	$1.51 \times 10^{-4}$	$6.65 \times 10^{-7}$	$9.11 \times 10^{-18}$
100 ± 1	$5.63 \times 10^{-5}$	$4.21 \times 10^{-4}$	$7.15 \times 10^{-7}$	$2.34 \times 10^{-17}$
100 ± 1	$4.39 \times 10^{-5}$	$1.69 \times 10^{-4}$	$6.32 \times 10^{-7}$	$9.23 \times 10^{-18}$
150 ± 1	$4.03 \times 10^{-4}$	$1.29 \times 10^{-4}$	$1.91 \times 10^{-6}$	$4.65 \times 10^{-17}$
150 ± 1	$6.41 \times 10^{-4}$	$1.95 \times 10^{-4}$	$2.41 \times 10^{-6}$	$9.22 \times 10^{-17}$
150 ± 1	$4.99 \times 10^{-4}$	$6.06 \times 10^{-4}$	$2.13 \times 10^{-6}$	$1.08 \times 10^{-16}$
150 ± 1	$1.95 \times 10^{-3}$	$1.21 \times 10^{-3}$	$4.21 \times 10^{-6}$	$6.09 \times 10^{-16}$
150 ± 1	$7.90 \times 10^{-4}$	$9.00 \times 10^{-4}$	$2.68 \times 10^{-6}$	$2.07 \times 10^{-16}$
200 ± 1	$8.00 \times 10^{-4}$	$9.08 \times 10^{-4}$	$2.70 \times 10^{-6}$	$1.58 \times 10^{-16}$
200 ± 1	$4.94 \times 10^{-4}$	$6.02 \times 10^{-4}$	$2.12 \times 10^{-6}$	$7.97 \times 10^{-17}$
200 ± 1	$1.90 \times 10^{-4}$	$3.10 \times 10^{-4}$	$1.31 \times 10^{-6}$	$2.25 \times 10^{-17}$
200 ± 1	$4.90 \times 10^{-4}$	$6.00 \times 10^{-4}$	$2.11 \times 10^{-6}$	$7.89 \times 10^{-17}$
200 ± 1	$7.85 \times 10^{-4}$	$8.70 \times 10^{-4}$	$2.67 \times 10^{-6}$	$1.52 \times 10^{-16}$
300 ± 1	$7.85 \times 10^{-4}$	$8.93 \times 10^{-4}$	$2.67 \times 10^{-6}$	$1.02 \times 10^{-16}$
300 ± 1	$7.95 \times 10^{-4}$	$9.03 \times 10^{-4}$	$2.69 \times 10^{-6}$	$1.04 \times 10^{-16}$
300 ± 1	$1.92 \times 10^{-4}$	$3.00 \times 10^{-4}$	$1.32 \times 10^{-6}$	$1.49 \times 10^{-17}$
300 ± 1	$4.94 \times 10^{-4}$	$6.02 \times 10^{-4}$	$2.12 \times 10^{-6}$	$5.31 \times 10^{-17}$
300 ± 1	$7.95 \times 10^{-4}$	$8.93 \times 10^{-4}$	$2.69 \times 10^{-6}$	$1.04 \times 10^{-16}$

Cuadro I

TABLA DE VALORES MEDIDOS PARA CADA GOTA.

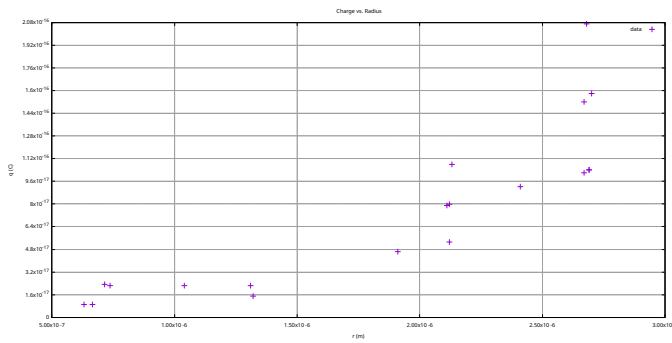


Figura 4. Carga con respecto radio de la gota.