

Laura Herrera *, Bryan Martínez *, Julian Avila *, and Juan Acuña *

*Proyecto Curricular de Física, Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Abstract—The Millikan experiment is proposed to determine the charge of the electron. To achieve this, the falling velocity of an oil drop is measured under the influence of gravity, buoyant force, and friction. Subsequently, a potential difference is applied between plates, causing the drop to rise, and this ascent velocity is measured. The software *Tracker* was used in this experiment to determine these velocities. Once the velocities are measured, an analysis of the involved forces is performed to calculate the radius and charge of each drop. A total of 20 drops were recorded, and using a code in *Julia*, the greatest common divisor of the obtained charges was determined. Finally, the charge of the electron was estimated to be approximately $e^- \approx 1.50 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Index Terms—Millikan Experiment, Elementary Charge, Quantization.

Resumen—Se propone realizar el experimento de Millikan para determinar la carga del electrón. Para ello, se mide la velocidad de caída de una gota de aceite bajo la influencia de la gravedad, la fuerza de empuje y la fricción. Posteriormente, se aplica una diferencia de potencial entre placas, lo que provoca una velocidad de ascenso de la gota, la cual se mide. En esta práctica se utilizó el software *Tracker* para determinar dichas velocidades. Una vez medidas las velocidades, se realiza un análisis de las fuerzas involucradas para calcular el radio y la carga de cada gota. Se registraron un total de 20 gotas, y mediante un código en *Julia* se determinó el mínimo común divisor de las cargas obtenidas. Finalmente, se estimó que la carga del electrón es aproximadamente $e^- \approx 1.50 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Index Terms—Experimento de Millikan; Carga elemental; Cuantización.

I. OBJETIVOS

- Calcular la carga del electrón
- Determinar la velocidad de subida y bajada de las gotas de aceite
- Determinar la carga y radio de una gota de aceite ionizada

II. MARCO TEÓRICO

Entre las fuerzas actúan sobre la gota de aceite se encuentran: la fuerza gravitacional \vec{F}_g , la fuerza de empuje o flotabilidad descrita por el principio de Arquímedes \vec{F}_b y la fuerza de fricción generada por el aire \vec{F}_d , que se modela a través de la ley de Stokes.

Inicialmente, la gota es acelerada hacia la Tierra, pero rápidamente alcanza una velocidad terminal v_c , lo que indica un estado de equilibrio de fuerzas. En este punto, como se muestra en la figura 1, la suma de las fuerzas que actúan sobre la gota es cero.

$$\vec{F}_d + \vec{F}_b + \vec{F}_g = 0 \quad (1)$$

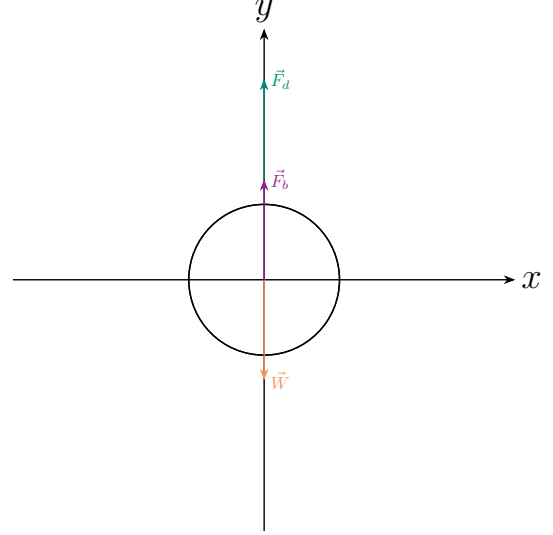


Figura 1. Diagrama de cuerpo libre de la gota de aceite en descenso.

Las expresiones de las fuerzas gravitacional, de flotación y de fricción se muestran en las ecuaciones (2) a (4) respectivamente, donde V_{ac} representa el volumen de la gota de aceite y $\mu = 1.85 \times 10^{-5} \text{ kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ el coeficiente de viscosidad del aire.

$$\vec{F}_g = m\vec{g} \quad (2)$$

$$\vec{F}_b = -\rho_a \vec{g} V_{ac} \quad (3)$$

$$\vec{F}_d = -6\pi r \mu \vec{v}_c \quad (4)$$

Tomando en cuenta solo las magnitudes de estas fuerzas y sustituyendo en la ecuación (1), que es la ecuación de equilibrio, se obtiene la ecuación (5) donde las incógnitas son la masa m , el volumen V_{ac} y el radio r de la gota. Debido a la dificultad de medir directamente la masa de la gota, el volumen y la masa se expresan en términos de r y de la densidad del aceite ρ_{ac} , como se muestra en las ecuaciones (6) y (7).

$$6\pi r \mu v_c = mg - \rho_a g V_{ac} \quad (5)$$

$$V_{ac} = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad (6)$$

$$m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{ac} \quad (7)$$

Al remplazar, se despeja r obteniendo la relación mostrada en la ecuación (8).

$$r = \sqrt{\frac{9\mu v_c}{2g(\rho_{ac} - \rho_a)}} \quad (8)$$

En el segundo escenario, cuando se aplica una campo eléctrico, la gota comienza a ascender. Al alcanzar a una velocidad terminal v_a las fuerzas sobre la gota se equilibran, incluyendo la fuerza eléctrica \vec{F}_e , como se ilustra en la figura 2.

$$\vec{F}_E + \vec{F}_e + \vec{F}_g + \vec{F}_d = 0 \quad (9)$$

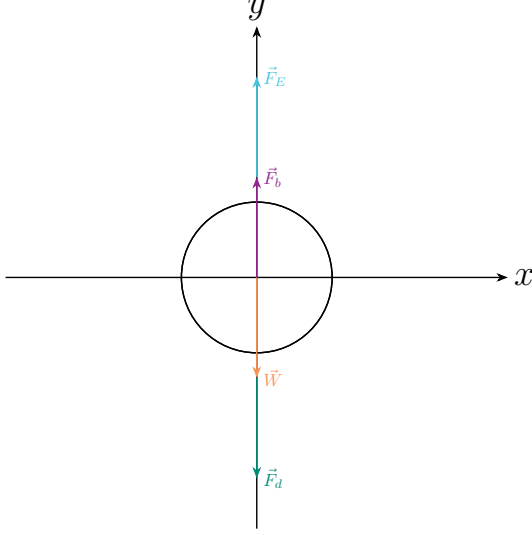


Figura 2. Diagrama de cuerpo libre de la gota de aceite en ascenso

Utilizando las magnitudes de las fuerzas previamente conocidas y reemplazando $F_e = qE$, donde E es el campo eléctrico, se obtiene la ecuación (10) que es la segunda ecuación de equilibrio.

$$qE = 6\pi r\mu v_a + \frac{4}{3}\pi r^3(\rho_{ac} - \rho_a) \quad (10)$$

Dado que previamente se ha determinado el valor de r , y sabiendo que el campo eléctrico en un capacitor se define por $E = U/d$, donde U es la diferencia de potencial aplicada y d es la separación entre placas, se obtiene la ecuación (11) para la carga q de la gota en términos de las magnitudes conocidas.

$$q = \frac{6\pi\mu d}{U} \sqrt{\frac{9\mu v_c}{2g(\rho_{ac} - \rho_a)}} (v_a - v_c) \quad (11)$$

Finalmente, dado que la carga eléctrica está cuantizada [1], es decir, debe ser un múltiplo entero de la carga elemental e^- , se cumple la relación de la ecuación (12).

$$q = ne^- \quad (12)$$

Realizando un número suficiente de mediciones de q y aplicando el algoritmo euclídeo para determinar el mínimo común divisor [2], es posible obtener el valor de e^- , que corresponde a la carga elemental de un electrón.

III. MATERIALES Y MÉTODOS

Se utilizó un equipo estándar compuesto por un microscopio óptico acoplado a una cámara digital, un capacitor de placas paralelas y un generador eléctrico que polarizaba positivamente la placa superior, como se muestra en la figura 3. La

distancia entre las placas del capacitor fue de $d = 5.00$ mm y la diferencia de potencial aplicada entre ellas varió en un rango de $U = 100$ V a 300 V.

Se empleó aceite de silicona con una densidad de $\rho_{ac} = 919.9 \text{ kgm}^{-3}$, que se atomizó en pequeñas gotas utilizando un atomizador controlado. Las gotas fueron observadas bajo el microscopio mientras se desplazaban entre las placas del capacitor.



Figura 3. Montaje experimental.

Para medir las posiciones de las gotas de aceite en intervalos de tiempo, el microscopio utilizado cuenta con una escala de 20 mm. El desarrollo tradicional de la práctica requiere de registrar estas distancias usando un cronómetro, en este caso los tiempos se miden con la línea del tiempo del video.

El software *Tracker Video* fue utilizado para analizar los videos obtenidos. Ajustando una escala en el software, se pudo determinar la posición de las gotas cuadro por cuadro. Los datos generados por *Tracker* fueron exportados en archivos para su posterior análisis. En la figura 4 se muestra la interfaz del software, mientras que en la figura 5 se observa el proceso de rastreo de posición de dos gotas.

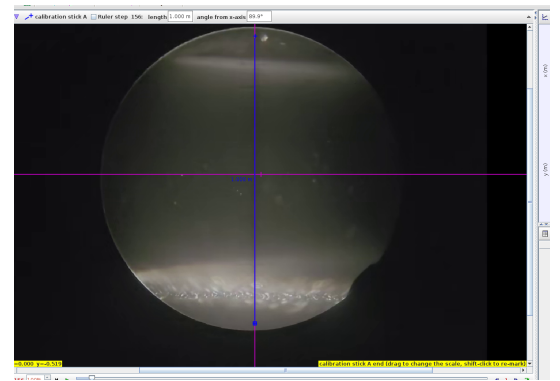


Figura 4. Interfaz de *Tracker Video*.

IV. RESULTADOS Y ANÁLISIS

A partir del montaje experimental descrito y utilizando la herramienta *Tracker Video*, se obtuvo una serie de datos de posición en función del tiempo, como se muestra en la figura 6. Cada gráfica corresponde a una gota diferente, y en ellas se observan los instantes de ascenso y descenso. La pendiente

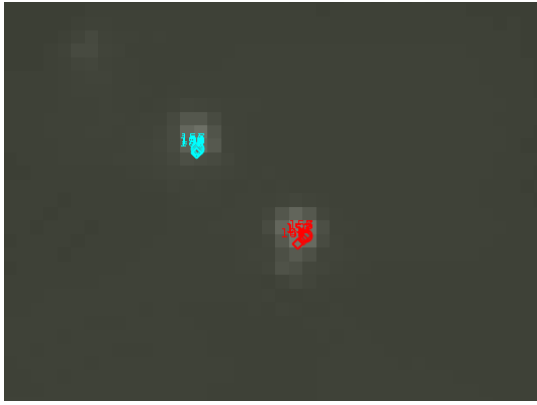


Figura 5. Dos gotas vistas desde *Tracker Video*.

de cada gráfica revela las diferentes velocidades, lo cual se atribuye a las variaciones en la masa y la carga total de cada gota.

Tomando el intervalo de tiempo entre los puntos de altura máxima y mínima en cada ciclo de subida y bajada, se calculó la velocidad media mediante el método de diferencias finitas. Este cálculo asume que la velocidad es constante durante el trayecto, lo cual, aunque no es estrictamente cierto, las gráficas sugieren que se aproxima a dicha condición.

Al realizar el análisis en Tracker para un total de 20 gotas, las velocidades obtenidas se presentan en la cuadro I. En esta tabla, además, se muestran los valores calculados para el radio y la carga de cada gota, según las ecuaciones (8) y (11).

A partir de los valores obtenidos para los radios y las cargas, se observa que la mayoría de los radios se encuentran en el orden de los micrómetros. Esto se debe a que gotas más pequeñas no pudieron ser medidas con la resolución de la cámara y el microscopio utilizados, mientras que gotas de mayor tamaño no mostraron una velocidad de ascenso significativa.

En cuanto a la carga, la mayoría de los valores oscila entre 10^{-16} y 10^{-17} coulombs, lo que indica que las gotas estudiadas presentaron un grado de ionización similar. La figura 7 presenta gráficamente la relación entre la carga y el radio, excluyendo un valor atípico para facilitar la visualización de los datos. Basándonos en el trabajo de Millikan, es posible apreciar cómo los datos se agrupan en niveles discretos o líneas de valor constante, una tendencia que sería más clara con un número mayor de datos.

Dado que la carga eléctrica está cuantizada, se utilizó un código en Julia que implementa el algoritmo euclidiano para determinar el mínimo común divisor, excluyendo el valor de 1, con el fin de estimar el valor de e^- . El código arroja un mínimo común divisor de 1.54×10^{-33} ; el orden de magnitud se puede omitir, ya que, según las mediciones, debería ser cercano a 10^{-18} . Por lo tanto, se estima que el valor de la carga fundamental, de acuerdo con los datos obtenidos y el análisis correspondiente, es:

$$e^- \approx 1.50 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (13)$$

El valor obtenido presenta una discrepancia relativa del 6.37 % respecto al valor aceptado en la literatura $e^- =$

$1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$. Esta discrepancia puede deberse a diversas suposiciones en el experimento, como asumir que las densidades del aire y el aceite son constantes, al error numérico introducido por el código computacional utilizado, y a la incertidumbre generada al discretizar la posición en píxeles mediante el uso de Tracker.

V. CONCLUSIONES

REFERENCIAS

- [1] R. A. Millikan. «On the Elementary Electrical Charge and the Avogadro Constant». En: *Physical Review* 2.2 (1 de ago. de 1913), págs. 109-143. DOI: [10.1103/physrev.2.109](https://doi.org/10.1103/physrev.2.109). URL: <https://doi.org/10.1103/physrev.2.109>.
- [2] Wikipedia contributors. *Euclidean algorithm*. 21 de ago. de 2024. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Euclidean_algorithm.

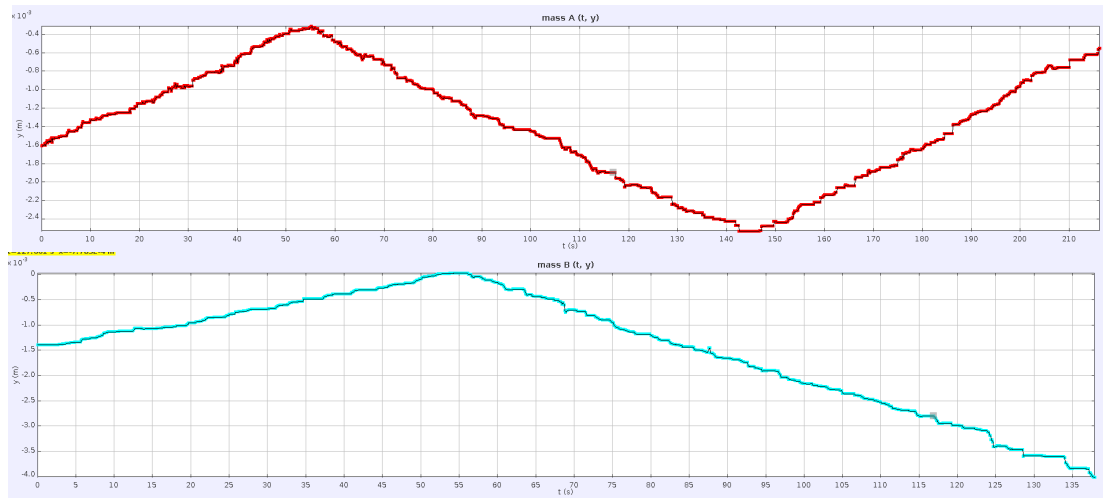


Figura 6. Posiciones a lo largo del tiempo, obtenidas con Tracker Video.

U (V)	v_c (ms^{-1})	v_a (ms^{-1})	r (m)	q (C)
100 ± 1	1.20×10^{-4}	1.94×10^{-4}	1.04×10^{-6}	2.24×10^{-17}
100 ± 1	5.98×10^{-5}	3.85×10^{-4}	7.37×10^{-7}	2.25×10^{-17}
100 ± 1	4.87×10^{-5}	1.51×10^{-4}	6.65×10^{-7}	9.11×10^{-18}
100 ± 1	5.63×10^{-5}	4.21×10^{-4}	7.15×10^{-7}	2.34×10^{-17}
100 ± 1	4.39×10^{-5}	1.69×10^{-4}	6.32×10^{-7}	9.23×10^{-18}
150 ± 1	4.03×10^{-4}	1.29×10^{-4}	1.91×10^{-6}	4.65×10^{-17}
150 ± 1	6.41×10^{-4}	1.95×10^{-4}	2.41×10^{-6}	9.22×10^{-17}
150 ± 1	4.99×10^{-4}	6.06×10^{-4}	2.13×10^{-6}	1.08×10^{-16}
150 ± 1	1.95×10^{-3}	1.21×10^{-3}	4.21×10^{-6}	6.09×10^{-16}
150 ± 1	7.90×10^{-4}	9.00×10^{-4}	2.68×10^{-6}	2.07×10^{-16}
200 ± 1	8.00×10^{-4}	9.08×10^{-4}	2.70×10^{-6}	1.58×10^{-16}
200 ± 1	4.94×10^{-4}	6.02×10^{-4}	2.12×10^{-6}	7.97×10^{-17}
200 ± 1	1.90×10^{-4}	3.10×10^{-4}	1.31×10^{-6}	2.25×10^{-17}
200 ± 1	4.90×10^{-4}	6.00×10^{-4}	2.11×10^{-6}	7.89×10^{-17}
200 ± 1	7.85×10^{-4}	8.70×10^{-4}	2.67×10^{-6}	1.52×10^{-16}
300 ± 1	7.85×10^{-4}	8.93×10^{-4}	2.67×10^{-6}	1.02×10^{-16}
300 ± 1	7.95×10^{-4}	9.03×10^{-4}	2.69×10^{-6}	1.04×10^{-16}
300 ± 1	1.92×10^{-4}	3.00×10^{-4}	1.32×10^{-6}	1.49×10^{-17}
300 ± 1	4.94×10^{-4}	6.02×10^{-4}	2.12×10^{-6}	5.31×10^{-17}
300 ± 1	7.95×10^{-4}	8.93×10^{-4}	2.69×10^{-6}	1.04×10^{-16}

Cuadro I

TABLA DE VALORES MEDIDOS PARA CADA GOTA.

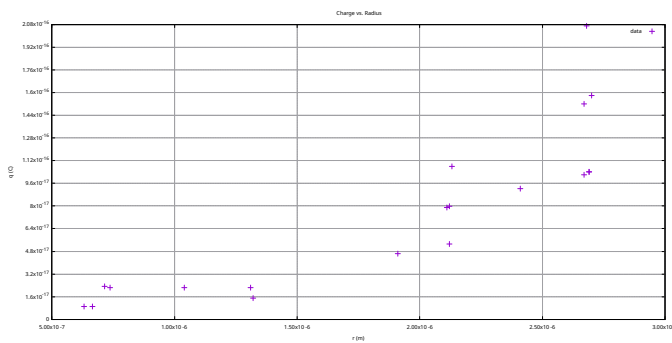


Figura 7. Carga con respecto radio de la gota.