

Determinación de la Carga Especifica del Electrón por Órbita Circular

Laura Herrera *, Bryan Martínez *, Julian Avila *, and Juan Acuña *

*Programa Académico de Física, Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Abstract—The specific charge of the electron was determined using an electron gun and a pair of Helmholtz coils to generate a uniform magnetic field. The electron gun was supplied with voltages ranging from 150 and 350 V, while the current through the coils was varied between 1 and 3 A. The diameter of the circular trajectory of the electron beam was measured to calculate the magnetic field and subsequently the specific charge of the electron. The results yielded a value of $e = (0.12 \pm 0.04)$ TC/kg, with a relative error of 9.09 % when considering the upper limit of the confidence interval and 31 % when using the mean value, compared to the accepted theoretical value. The need for direct measurement of the magnetic field is emphasised to improve the accuracy of the results.

Index Terms—Specific charge; Helmholtz's Coils, Electron Gun.

Resumen—Se determinó la carga específica del electrón utilizando un cañón de electrones y un par de bobinas de Helmholtz para generar un campo magnético uniforme. El cañón fue alimentado con voltajes entre 150 y 350 V, mientras que la corriente en las bobinas se varió entre 1 y 3 A. Se midió el diámetro de la trayectoria circular del rayo de electrones para calcular el campo magnético y, posteriormente, la carga específica del electrón. Los resultados mostraron un valor $e = (0.12 \pm 0.04)$ TC/kg, con un error relativo del 9.09 % al considerar el límite superior del intervalo de confianza y del 31 % al tomar el valor medio, en comparación con el valor teórico aceptado. Se subraya la necesidad de realizar mediciones directas del campo magnético para mejorar la precisión de los resultados.

Index Terms—Carga específica, Bobinas de Helmholtz, Canion de electrones.

I. OBJETIVOS

- Determinar la carga específica del electrón.
- Calcular el campo magnético de un par de bobinas de Helmholtz.
- Medir el diámetro de la órbita circular del haz de electrones.

II. MARCO TEÓRICO

Para determinar la carga específica del electrón, se emplea un haz de electrones que se desplaza con una velocidad v perpendicular a un campo magnético generado por un par de Bobinas de Helmholtz. Estas bobinas representan la configuración más simple capaz de generar un campo magnético prácticamente uniforme y constante. La configuración consiste

en dos bobinas circulares coaxiales de igual radio, con una separación entre sus planos igual al radio de las mismas.

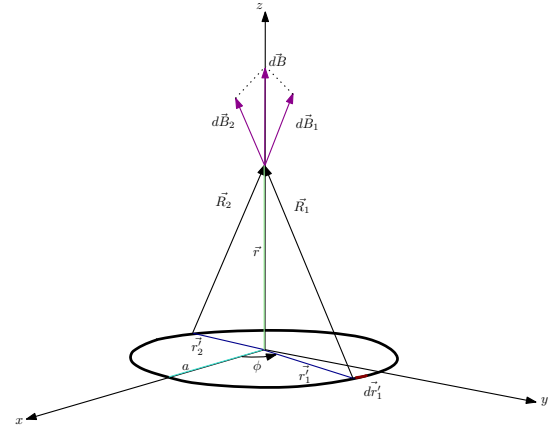


Figura 1. Campo magnético de una espira.

Para calcular el campo magnético generado por estas bobinas, primero se determina el campo producido por una de ellas. En este caso, se considera una espira por la que circula una corriente eléctrica constante I en el tiempo. Partimos de la expresión diferencial de la ley de Biot-Savart [1]:

$$d\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{R}}{R^3} \quad (1)$$

Donde:

- $d\mathbf{l} = a d\phi \hat{\phi}$
- $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$
- $\mathbf{r} = z\hat{z} - a\hat{\rho}$
- $R = \sqrt{z^2 + a^2}$

Por lo que reemplazando se tiene que:

$$d\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{(a d\phi z \hat{\rho}) + (a^2 d\phi \hat{z})}{(z^2 + a^2)^{3/2}} \quad (2)$$

Al integrar se obtiene el valor de $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ y por la simetría del problema se evidencia que $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = B(r)\hat{z}$, por lo que se obtiene:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{a^2}{(z^2 + a^2)^{3/2}} \hat{z} \int_0^{2\pi} d\phi \quad (3)$$

Lo que da como resultado:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(z^2 + a^2)^{3/2}} \hat{z} \quad (4)$$

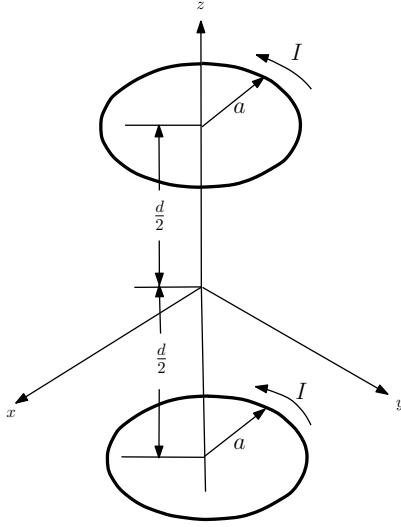


Figura 2. Corriente en dos espiras.

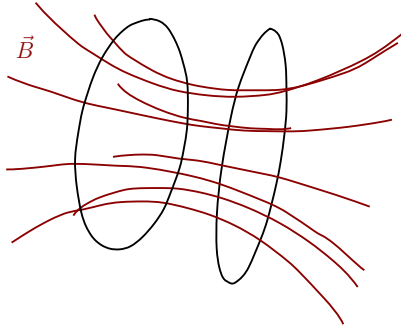


Figura 3. Campo magnético entre dos espiras circulares.

El campo magnético \mathbf{B} producido por dos espiras, como se observa en la figura 2, donde circula una corriente estática I en cada una de las espiras, se calcula sumando dos componentes del vector \mathbf{B} de acuerdo al resultado de la ecuación (4). Como resultado, se obtendrán dos términos iguales, considerando que las espiras se encuentran localizadas en $z = -d/2$ y $z = d/2$.

$$\mathbf{B}_z(\rho = 0, z) = \frac{\mu_0 I a^2}{2} \left[\frac{1}{((z - \frac{d}{2})^2 + a^2)^{3/2}} + \frac{1}{((z + \frac{d}{2})^2 + a^2)^{3/2}} \right] \hat{e}_z \quad (5)$$

Para el caso del montaje experimental, las bobinas tienen una separación igual a su radio, por lo que $d = a$. Además, el haz de electrones se ubica en el centro de las bobinas, es decir, $z = 0$. Teniendo en cuenta todas estas consideraciones, se llega a que el campo magnético producido por las bobinas en el haz de electrones es:

$$\mathbf{B}_z(\rho = 0, z = 0) = \frac{8n\mu_0 I}{5\sqrt{5}R} \quad (6)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(z^2 + a^2)^{3/2}} \hat{e}_z \quad (7)$$

donde $R = a$.

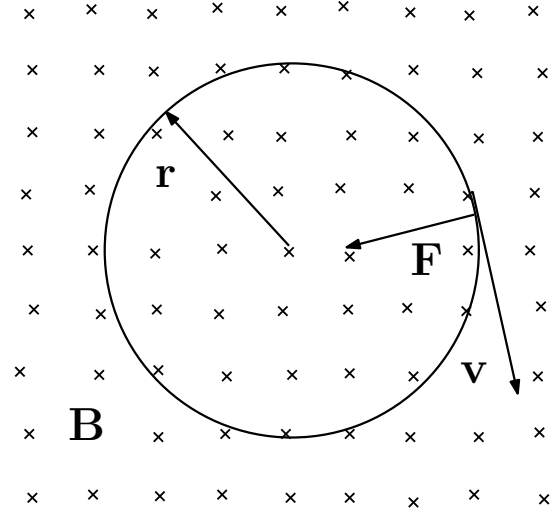


Figura 4. Trayectoria del haz de electrones

Dado que el electrón, con carga e , se mueve perpendicularmente al campo magnético, está sujeto a la fuerza de Lorentz, cuya magnitud está dada por:

$$F = evB \quad (8)$$

Debido a que la fuerza de Lorentz es perpendicular a la velocidad y al campo magnético, genera un movimiento circular en el haz de electrones, por lo que también actúa como una fuerza centrípeta:

$$F = m_e \frac{v^2}{r} \quad (9)$$

Igualando las ecuaciones (8) y (9), se obtiene una relación carga-masa en función de la velocidad, el campo magnético y el radio del haz de electrones:

$$\frac{e}{m_e} = \frac{v}{rB} \quad (10)$$

Sin embargo, la velocidad con la que viaja el haz de electrones es desconocida. Para determinarla, se recurre a la conservación de la energía. En el experimento, los electrones son acelerados en un tubo de rayo electrónico filiforme por una diferencia de potencial U , de modo que la energía eléctrica se transforma en energía cinética:

$$\begin{aligned} eU &= \frac{1}{2} m_e v^2 \\ \Rightarrow \frac{e}{m_e} &= \frac{v^2}{2U} \end{aligned} \quad (11)$$

Igualando las ecuaciones ecuaciones (10) y (11), se obtiene que la velocidad es $v = \frac{2U}{rB}$, y finalmente, se llega a que la carga específica del electrón es:

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2U}{(rB)^2} \quad (12)$$

III. MATERIALES Y MÉTODOS

Como primer paso, se conectó el cañón de electrones a la fuente de voltaje, para así confirmar que esté funcionando correctamente, como se puede observar en la figura 5, a su vez, las bobinas de Helmholtz se conectaron a la fuente de corriente.



Figura 5. Cañón de electrones en funcionamiento.

Una vez conectadas ambas fuentes se comenzó con la toma de datos, el voltaje suministrado al cañón de electrones se varió entre 150 y 350 V, mientras que la corriente en las bobinas se variaba entre 1 y 3 A. Para cada valor de voltaje, se hacían entre cuatro y cinco variaciones en la corriente, para cada uno de estos se medía un diámetro diferente que corresponde a la circunferencia formada por el rayo de electrones debido a las bobinas, esta circunferencia se puede observar en la figura 6. Para medir con mayor precisión estos valores, se conectó un voltímetro para el cañón de electrones y un amperímetro para las bobinas de Helmholtz.

Para medir estos radios, se usaron las dos regletas de plástico y cada una tiene dos piezas de plástico movibles, ambas regletas ubicadas de forma paralela la una con la otra y a su vez, deben estar ubicadas en el centro de las bobinas, como se puede observar en la figura 7. Una de las piezas de plástico se colocan en un extremo de la circunferencia, mientras que la otra se coloca en el extremo opuesto, y con ayuda de una regla se mide la distancia entre ambas, la cual corresponde al diámetro de la trayectoria con forma de circunferencia.

Cada dato se guardó en una tabla para posteriormente hacer el cálculo del valor de la relación carga-masa.

IV. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Utilizando el montaje descrito, se obtuvieron 22 conjuntos de datos correspondientes a cinco potenciales de aceleración diferentes. Con base en la ecuación (6), se calculó el valor del campo magnético generado por las bobinas de Helmholtz,



Figura 6. Trayectoria del rayo de electrones.

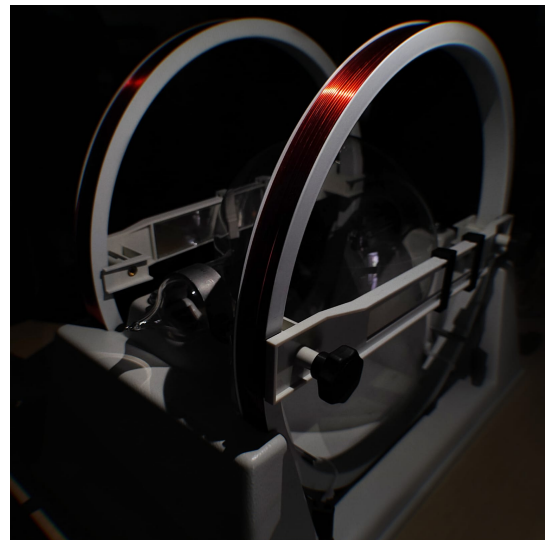


Figura 7. Regletas de plástico.

mientras que con la ecuación (12) se determinó la carga específica del electrón para cada caso. Los resultados obtenidos se presentan en la cuadro I.

Los datos revelan una tendencia coherente con las predicciones teóricas, permitiendo calcular un valor promedio para la relación carga-masa del electrón de $e/m = (0.12 \pm 0.04)$ TC/kg. Al comparar este valor con el valor aceptado en la literatura de $e/m = 0.176$ TC/kg, se observó un error relativo porcentual del 9.09 %, considerando el límite superior del intervalo de confianza.

La varianza de los datos, calculada en 0.229, indica una dispersión moderada en las mediciones, posiblemente atribuible a fluctuaciones en la precisión instrumental y a la estabilidad del campo magnético. A pesar de esta dispersión, el valor promedio obtenido es razonablemente cercano al valor teórico,

U (V)	I (A)	r (cm)	B (mT)	e/m (TC/kg)
153 ± 1	1.03 ± 0.01	8.8 ± 0.1	0.60 ± 0.01	0.11 ± 0.04
153 ± 1	1.52 ± 0.01	7.9 ± 0.1	0.89 ± 0.01	0.06 ± 0.02
153 ± 1	2.00 ± 0.01	5.5 ± 0.1	1.17 ± 0.01	0.07 ± 0.02
153 ± 1	2.52 ± 0.01	4.5 ± 0.1	1.47 ± 0.01	0.06 ± 0.02
201 ± 1	1.03 ± 0.01	9.2 ± 0.1	0.60 ± 0.01	0.13 ± 0.05
201 ± 1	1.51 ± 0.01	6.3 ± 0.1	0.88 ± 0.01	0.13 ± 0.05
201 ± 1	2.00 ± 0.01	4.9 ± 0.1	1.17 ± 0.01	0.12 ± 0.04
201 ± 1	2.53 ± 0.01	4.0 ± 0.1	1.48 ± 0.01	0.11 ± 0.04
250 ± 1	1.02 ± 0.01	10.4 ± 0.1	0.60 ± 0.01	0.13 ± 0.04
250 ± 1	1.51 ± 0.01	7.0 ± 0.1	0.88 ± 0.01	0.13 ± 0.05
250 ± 1	2.01 ± 0.01	5.2 ± 0.1	1.17 ± 0.01	0.13 ± 0.05
250 ± 1	2.50 ± 0.01	4.2 ± 0.1	1.46 ± 0.01	0.13 ± 0.05
300 ± 1	1.02 ± 0.01	10.4 ± 0.1	0.60 ± 0.01	0.15 ± 0.05
300 ± 1	1.50 ± 0.01	8.0 ± 0.1	0.88 ± 0.01	0.12 ± 0.04
300 ± 1	2.03 ± 0.01	5.8 ± 0.1	1.19 ± 0.01	0.12 ± 0.04
300 ± 1	2.50 ± 0.01	5.0 ± 0.1	1.46 ± 0.01	0.11 ± 0.03
300 ± 1	3.00 ± 0.01	4.7 ± 0.1	1.75 ± 0.01	0.08 ± 0.02
350 ± 1	1.02 ± 0.01	12.5 ± 0.1	0.60 ± 0.01	0.12 ± 0.03
350 ± 1	1.48 ± 0.01	8.8 ± 0.1	0.87 ± 0.01	0.12 ± 0.03
350 ± 1	2.02 ± 0.01	6.6 ± 0.1	1.18 ± 0.01	0.11 ± 0.03
350 ± 1	2.51 ± 0.01	5.3 ± 0.1	1.47 ± 0.01	0.11 ± 0.03
350 ± 1	3.03 ± 0.01	4.5 ± 0.1	1.77 ± 0.01	0.11 ± 0.03

Cuadro I

VALORES PARA EL CAMPO MAGNÉTICO Y LA CARGA ESPECIFICA.

lo que sugiere que la metodología es adecuada para una estimación aproximada de la relación carga-masa del electrón.

Sin embargo, para mejorar la precisión de los resultados, sería óptimo medir el campo magnético de manera directa, en lugar de calcularlo a partir de la corriente en las bobinas. Esto reduciría las posibles inexactitudes introducidas por la dependencia del campo en factores como la geometría del sistema y la homogeneidad del campo generado.

V. CONCLUSIONES

Se logró determinar la carga específica del electrón, obteniendo un valor promedio de $e/m = (0.12 \pm 0.04) \text{ TC kg}^{-1}$, con un error del 9.09% en comparación con los datos de la literatura usando el límite superior del intervalo de confianza, y un error del 31%. Además, se determinó el campo magnético generado por las bobinas para diferentes valores de corriente. Se observó que a mayor corriente, menor era el radio de la órbita, por que se deduce un aumento en la fuerza magnética y el campo que la produce.

REFERENCIAS

- [1] John David Jackson. *Classical Electrodynamics*. John Wiley & Sons, 14 de ago. de 1998.
- [2] Rafael Boix, Alberto Pérez y Francisco Medina. *Práctica 2: Medida del campo magnético de bobinas de Helmholtz y del campo magnético terrestre*. Accessed: 2024-05-30. 2023. URL: https://personal.us.es/boix/uploads/pdf/tecnicas_electrodinamica/helmholtz_prot.pdf.
- [3] Leybold. *Guía de Física Atómica y Nuclear: Experimentos Introductorios*. Práctica P6.1.3.1: Determinación de la Carga Específica del Electrón. Leybold.