



4^{ème} année

Traitement du signal

TP n°3 : Corrélation, convolution, modulation et sous-échantillonnage

Compte rendu

NOM:

BARMOUDEH

Prénom: Vulian

Les courbes seront présentées à l'enseignant, lors de la séance de TP, et validées à cette occasion.

Les éventuelles copies d'écran jointes doivent comporter le nom de l'élève et la référence de la question associée. Elles doivent obligatoirement être commentées; les courbes qui ne sont pas assorties d'un commentaire précisant ce que l'élève veut démontrer en les présentant, seront considérées comme une absence de discernement et de connaissances de la part de l'élève.

Préparation

a) Calculer la fonction d'autocorrélation
$$C_{x_1x_1}(\tau)$$
 du signal $x_1(t)$ défini au point 5a).

$$C_{x_1x_2}(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_{-T/2}^{T/2} X(t) \cdot X^4(\epsilon - \epsilon') dt = \frac{a^2}{\tau} \int_{-T/2}^{T/2} \cos(2\pi f_3 t) \cos(2\pi f_4 t - \epsilon') dt$$

$$= \frac{a^2}{\tau} \int_{-T/2}^{T/2} (\cos(2\pi f_4 (e\tau^2))^{\frac{1}{2}\tau} \frac{a^2}{2\tau} \int_{-T/2}^{T/2} \cos(2\pi f_4 t) \cos(2\pi f_4 t - \epsilon') dt$$

$$= 0 \qquad \qquad a^2 \cos(2\pi f_4 \tau) \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} \cos(2\pi f_4 t) dt$$

$$= 0 \qquad \qquad a^2 \cos(2\pi f_4 \tau) \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} \cos(2\pi f_4 t) dt$$
b) Calculer la fonction d'intercorrélation $C_{x_1x_2}(\tau)$, le signal $x_2(t)$ étant défini au point 5b).

$$\mathcal{L}_{x_1x_2}(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_{-T/2}^{T/2} x_1(\tau) x_2(\tau) x_2(\tau) dt = \frac{a}{\tau} \int_{-T/2}^{T/2} \cos(2\pi f_4 t) \cos(2\pi f_4 t) dt$$

$$= \frac{a}{2\tau} \int_{-T/2}^{T/2} \cos(2\pi f_4 t) dt + \frac{a}{2\tau} \int_{-T/2}^{T/2}$$

c) Soit un signal $y(t) = x(t - t_0)$. Calculer $C_{xy}(\tau)$ et montrer que cette fonction est maximale en $\tau = -t_0$ $C_{xy}(\mathcal{E}) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) y'(\tau - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot x''' \left(t - (c' + t_0)\right) d\tau$ $= C_{xx} \left(\mathcal{E} + \mathcal{E}_{0}^{2}\right)$ con seit que C_{xx} of maximule pour $C_{xx}(0)$, soic quest $T = -t_0$ d) Calculer les spectre (Fourier...) des deux signaux modulés de la question IIa) et les représenter graphiquement

• Sans porteuse, $g_{s} = cos(2\pi f_{0}t) \cdot x_{1} = cos(2\pi f_{0}t) \cdot cos(2\pi f$

I. Corrélation de signaux

5 a) autocorrélation d'une fonction sinusoïdale - commentaires:

En comparent anc la présentation théorique de la fontion de correlation, on remarque que la forme tend vers un sinc sur les bours, En effet, on objects une attinustion de l'anyelituele de la fonction veus les bords

5 b) intercorrélation de deux fonctions sinusoïdales - commentaires:

On remarque la deux signaun sont décorrélés à En effet, la représentation de la fontion est autous de O, main sur les bools on obseine de values qui j'éleigne de O.

5 c) autocorrélation d'un bruit signal filtré xf:

Peigne de Dirac

Explications:

On observe sur la représentation de la fonction de correlation un seul Paint très cline de O, Or, la reste de la fontion, des Values Proches de 0, qui conceppendent au bruit. signal fettre coneyord plus au bruit, one des seules.

5 d) intercorrélation d'une fonction sinusoïdale et d'un bruit – commentaires :

En ajestant le bruit, on objeve qu'il n'est pas possible à distinguer Le signal XI, ni sa fréquence à En remorche, our remorque que la forction d'interconflation conseppent à un signal sinuscille le fiquence fi= 90 HZ.

5 e) intercorrélation de deux bruits décalés dans le temps - commentaires :

En observant les den signeen, il est impossible de distingue la déphasage entre les dux signour so or, on remarque sur la figure s'intercourilation, que la fontion est proché de 0, soul pour un point à -0125. Ceci nous permet de virualisme la restant entre les deux signere de

5 f) lien entre la fonction de corrélation et la DSP - commentaires :

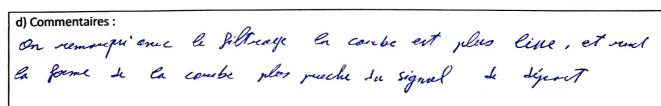
En comporant les dem courbes, on remarque que Co den corbes sont colentique sons la présentation a On en déduit que la DSP fait la transformé de formier de la fontion d'autocorrelation

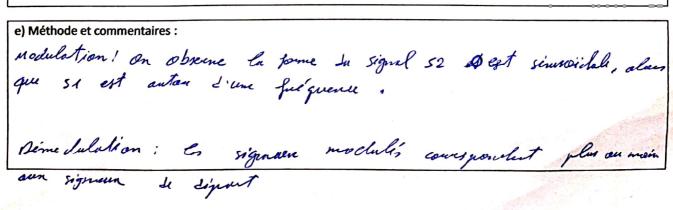
II. Modulation et démodulation de signaux

a) Commentaires
En compount les dans comber, on remerque que la porteux est
englobic por le signal, l'alors que éscriple combe une porteuse
on peut décluire qu'il y a un chermoachement des deux coes

b) fréquence limite f_p de la porteuse: \$\int_p = 140 \text{ HZ}\$ Commentaires En comparent les den combes, en rense que un Pic supplimentain pain le signal anne norteuse : gle qui est due, la lea "cos suplimentain" pare la porteuse : l'ince

| c) Comment retrouver x ₁ (t) ? |
|---|
| on sultiplie les signes par cos (21 Ept) afin returner II (6) |
| fréquence limite f_p de la porteuse: on a $2f_p - f_1 + f_1 = f_p > f_1$ donc $f_p = 10 HZ$ |
| Commentaires |
| |
| en observent les spectres des signiseur malulis, ou netrance les |
| en observent les spectres des signacen malulés, on netrouve les limites $g_p, g_1 = 150 Hz$ et $f_p - g_1 = 130 Hz$ |
| |
| |





III. Echantillonnage et sous-échantillonnage

a) Commentaires on observe que le signal est composé de plusieurs fuéquences; on nous pourons distinguer an pie à 60 HZ sur la figure 195P que correspond au sinusoirale

b) période d'échantillonnage de y(t):
$$Te = \frac{8}{512} = 15 / 6 ms$$

résolution en fréquence : $\Delta f = \frac{Fe}{10} = 0.25 Hz$

Explication de la modification de l'information :

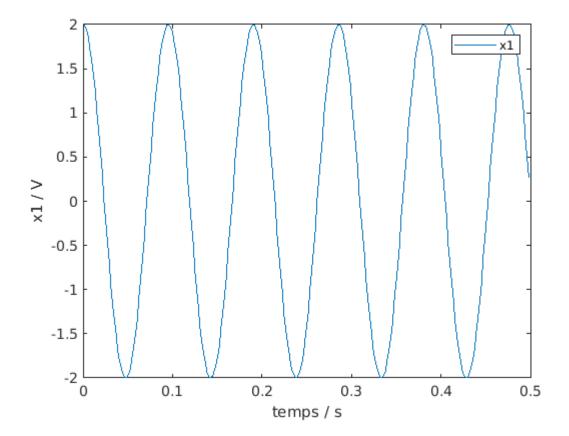
c)
$$Te' = 8Tc = 124, 4 \text{ ms}$$

 $\Delta f = \frac{Fe}{N} = \frac{8Fe}{N} = \frac{3}{13} = \frac{13}{12}$

Espace libre pour consigner les méthodes et connaissances acquises, etc.

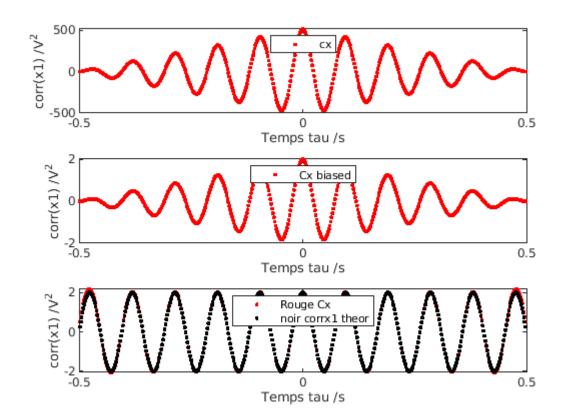
| | **** |
|--|------|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | 46 |

```
%Correlation d'un signal sin
close all;
clear all;
f1=10.5;
N = 256;
Fe=512;
Te=1/Fe;
Tmax = (N-1)*Te;
t=0:Te:Tmax;
a=2;
x1=a*cos(2*pi*f1*t);
figure(1)
plot(t,x1);
xlabel('temps / s');
ylabel('x1 / V');
legend('x1');
```

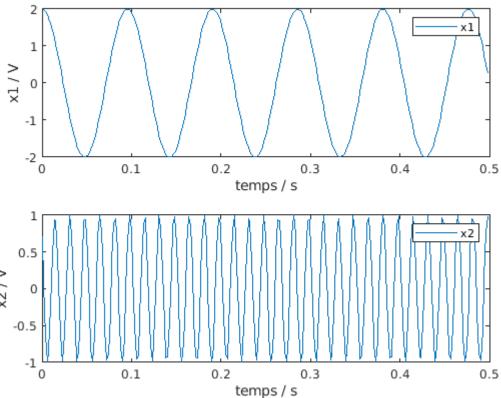


```
%La fonction de corrélation x1
corrx1=xcorr(x1);
corrx1b=xcorr(x1,'biased'); %division de xcorr par N
corrx1ub=xcorr(x1,'unbiased'); %division de xcorr par N-m
```

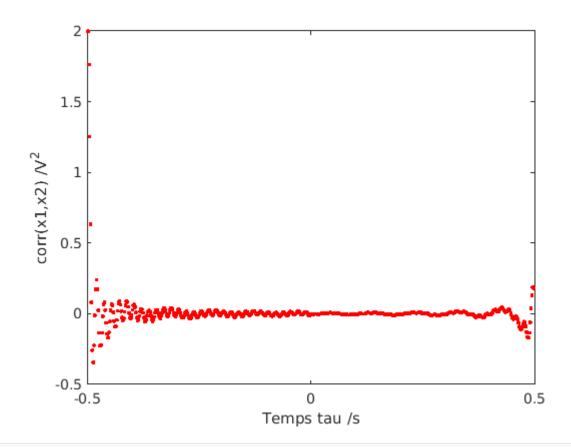
```
largcorr=N-1; % pour centrer l'etude de xcorr autour de tau = 0
tau=(-largcorr:largcorr)*Te;
figure(2)
subplot(3,1,1)
plot(tau,corrx1(N-largcorr:N+largcorr), 'r.')
xlabel('Temps tau /s');
ylabel('corr(x1) / V^2');
legend('cx','Location','North')
subplot(3,1,2)
plot(tau,corrx1b(N-largcorr:N+largcorr), 'r.')
xlabel('Temps tau /s');
ylabel('corr(x1) / V^2');
legend('Cx biased','Location','North')
subplot(3,1,3)
corrtheox1=0.5*a^2*cos(2*pi*f1*tau);
plot(tau,corrxlub, 'r.', tau,corrtheox1,'k.')
xlabel('Temps tau /s');
ylabel('corr(x1) /V^2');
legend('Rouge Cx','noir corrx1 theor','Location','North')
```



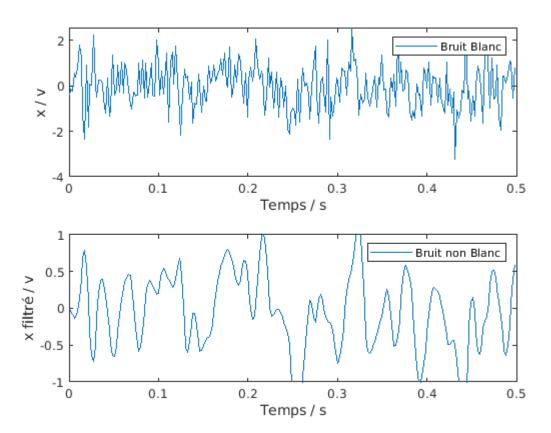
```
%% Partie 1 : question 5b
close all;
clear all;
f1=10.5;
f2=60;
N=256;
Fe=512;
Te=1/Fe;
Tmax = (N-1)*Te;
t=0:Te:Tmax;
a=2;
x1=a*cos(2*pi*f1*t);
x2 = cos(2*pi*f2*t+pi/4);
figure(1)
subplot(211)
plot(t,x1);
xlabel('temps / s');
ylabel('x1 / V');
legend('x1');
subplot(212)
plot(t,x2);
xlabel('temps / s');
ylabel('x2 / V');
legend('x2');
```



```
corrx1x2=xcorr(x1,x2,'unbiased'), %division de xcorr par N-m
corrx1x2 = 1x511
         1.7635
                    1.2528
                             0.6313
                                     0.0824
                                             -0.2580
                                                    -0.3439
                                                              -0.2240 •••
   1.9976
figure(2)
largcorr=N-1;
tau=(-largcorr:largcorr)*Te;
plot(tau,corrx1x2(N-largcorr:N+largcorr), 'r.')
xlabel('Temps tau /s');
ylabel('corr(x1,x2)/V^2');
```



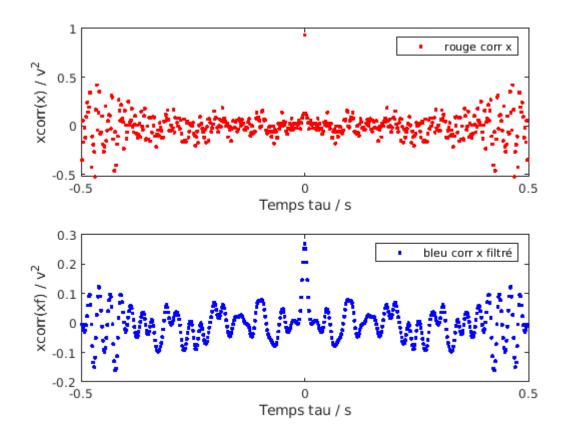
```
%% Partie 1 : question 5c
close ALL;
clear all;
N=256;
Fe=512;
Te=1/Fe;
Tmax=(N-1)*Te;
t=0:Te:Tmax;
x=randn(1,N);
xf = filtrage_reel(x,Te,N,50);%filtrage de x
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x);
xlabel('Temps / s');
ylabel('x / v');
legend('Bruit Blanc');
subplot(2,1,2)
plot(t,xf);
axis([0 0.5 -1 1])
xlabel('Temps / s');
ylabel('x filtré / v');
legend('Bruit non Blanc');
```



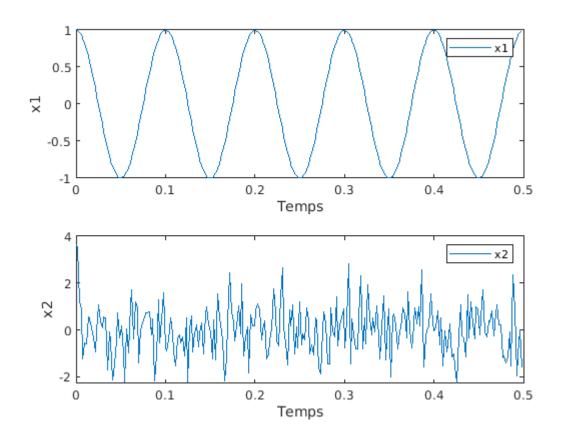
```
corrx=xcorr(x,'unbiased');
corrxf=xcorr(xf,'unbiased');

figure(2)
largcorr=N-1; %permet de centrer l'étude de xcorr autour de tau=0
tau=(-largcorr:largcorr)*Te;
subplot(2,1,1)
plot(tau,corrx(N-largcorr:N+largcorr),'r.')
xlabel('Temps tau / s');
ylabel('xcorr(x) / v^2');
legend('rouge corr x','location','NorthEast');

subplot(2,1,2)
plot(tau,corrxf,'b.')
xlabel('Temps tau / s');
ylabel('xcorr(xf) / v^2');
legend('bleu corr x filtré','location','NorthEast');
```



```
%% Partie 1 : question 5d
close ALL;
clear all;
N = 256;
Fe=512;
Te=1/Fe;
Tmax=(N-1)*Te;
t=0:Te:Tmax;
a1=1;
a2=0.1;
a3=1;
f1=10;
phi=pi/6;
x1=a1*cos(2*pi*f1*t);
x2=a2*cos(2*pi*f1*t+phi)+a3*randn(1,N);
figure(1)
subplot(211)
plot(t,x1);
xlabel('Temps');
ylabel('x1');
legend('x1');
subplot(212)
plot(t,x2);
xlabel('Temps');
ylabel('x2');
legend('x2');
```

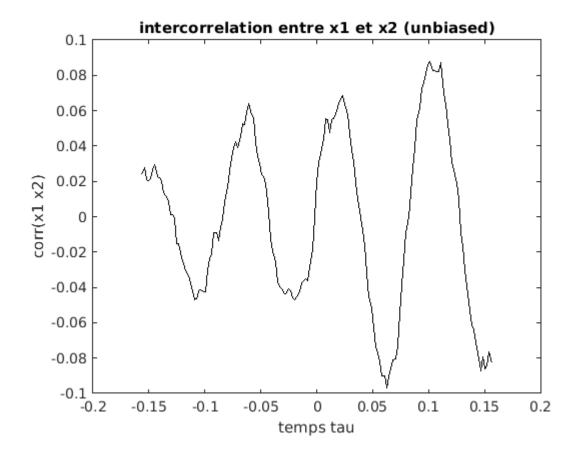


```
%etude de la fonction d'intercorrelation x et y

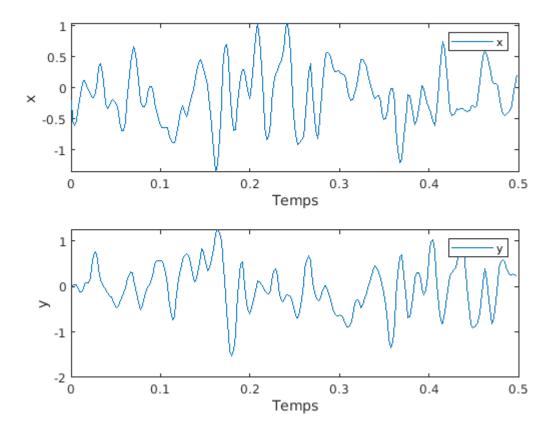
corrub12=xcorr(x1,x2,'unbiased'); %division de xcor par N-m

figure(2)
largcorr=80;
largtau=[-largcorr:largcorr];

tau=largtau*Te;
plot(tau,corrub12(N+largtau),'k-')
xlabel('temps tau');
ylabel('corr(x1 x2)');
title('intercorrelation entre x1 et x2 (unbiased)');
```



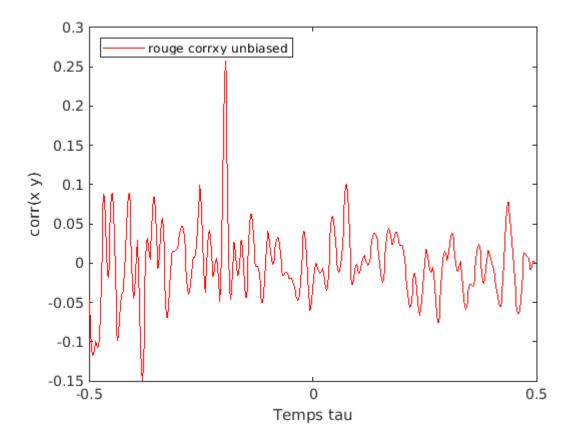
```
%% Partie 1 : question 5e
close ALL;
clear all;
load x;
load y;
N=length(x);
Fe=512;
Te=1/Fe;
Tmax=(N-1)*Te;
t=0:Te:Tmax;
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x);
xlabel('Temps');
ylabel('x');
legend('x');
subplot(2,1,2)
plot(t,y);
xlabel('Temps');
ylabel('y');
legend('y');
```



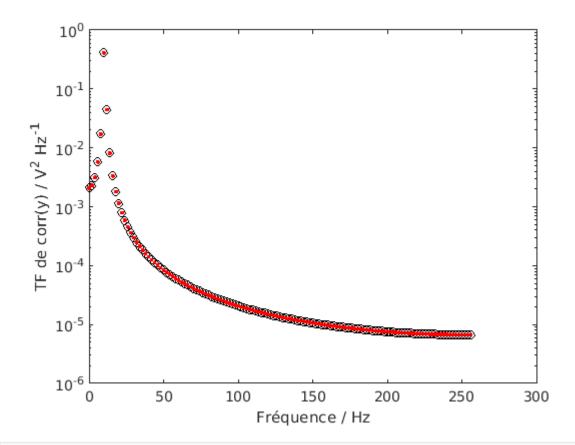
```
corrxyub=xcorr(x,y,'unbiased');

figure(2)

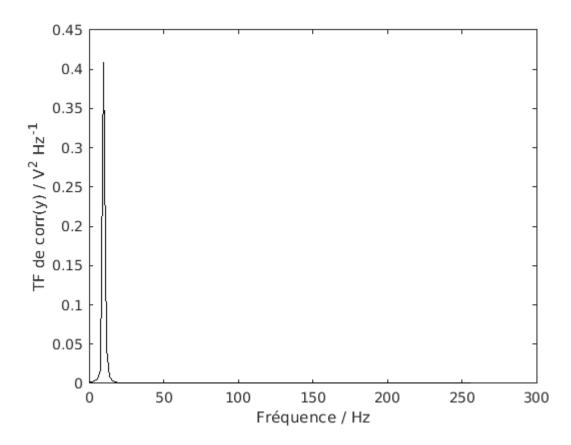
largcorr=N-1;
largtau=[-largcorr:largcorr];
tau=largtau*Te;
plot(tau,corrxyub(N+largtau),'r')
xlabel('Temps tau')
ylabel('corr(x y)');
legend('rouge corrxy unbiased','location','NorthWest');
```



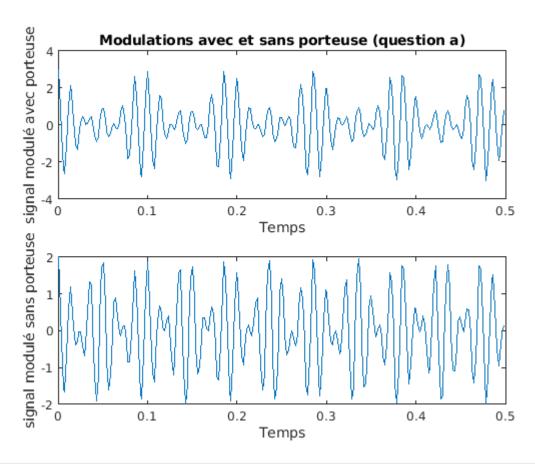
```
%% Partie 1 : question 5f
close all;
clear all;
f1=10.5;
N = 256;
Fe=512;
Te=1/Fe;
Tmax=(N-1)*Te;
t=0:Te:Tmax;
a=2;
x = a*cos(2*pi*f1*t);
figure (1)
freq=(0:N/2)/(N*Te);
cx=xcorr(x,'biased'); % divise par N
c=cx(N:2*N-1); % on garde pr tau>0 de xcorr
C=fft(c,N)*Te; % FFT de la partie droite de xcorr
T_Fourier_C=2*real(C)-Te*c(1);
semilogy(freq,T_Fourier_C(1:N/2+1),'ko')
xlabel('Fréquence / Hz');
ylabel('TF de corr(y) / V^2 Hz^-^1');
hold on ;
X=fft(x,N)*Te;
DSP=(abs(X).^2)/(N*Te);
semilogy(freq,DSP(1:N/2+1),'r.')
```



```
figure(2)
plot(freq,abs(T_Fourier_C(1:N/2+1)),'k')
hold on
```



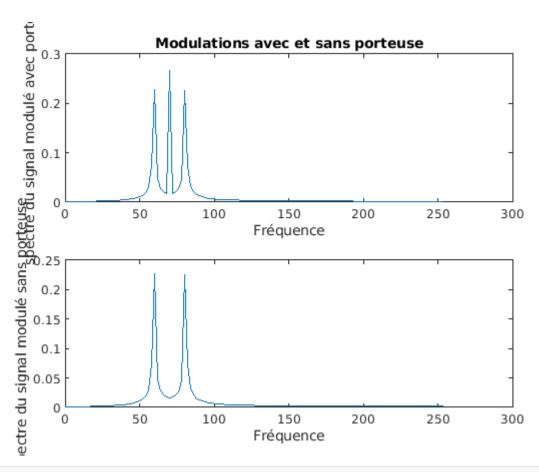
```
% TP3 Exo 2 Modulation 1
close all;
clear all;
f1=10.5;
fp=70;
N = 256;
Fe=512;
Te=1/Fe;
Tmax = (N-1)*Te;
t=0:Te:Tmax;
a=2;
x1=a*cos(2*pi*f1*t);
xm_ap = (1+x1).*cos(2*pi*fp*t);
xm_sp= x1.*cos(2*pi*fp*t);
figure(1)
subplot(211)
plot(t,xm_ap);
xlabel('Temps');
ylabel('signal modulé avec porteuse');
title('Modulations avec et sans porteuse (question a)');
subplot(212)
plot(t,xm_sp);
xlabel('Temps');
ylabel('signal modulé sans porteuse');
```



```
%spectre

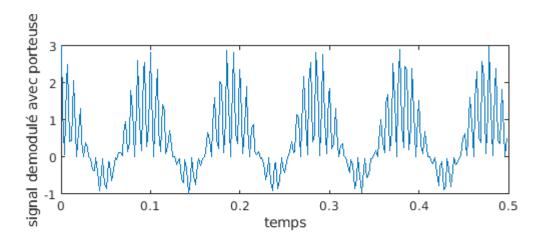
delta_f=Fe/N;
freq=delta_f*(0:N/2-1);

figure(2)
Xm_ap=Te*abs(fft(xm_ap));
Xm_sp=Te*abs(fft(xm_sp));
subplot(211)
plot(freq,Xm_ap(1:N/2));
xlabel('Fréquence');
ylabel('spectre du signal modulé avec porteuse');
title('Modulations avec et sans porteuse');
subplot(212)
plot(freq,Xm_sp(1:N/2));
xlabel('Fréquence');
ylabel('spectre du signal modulé sans porteuse');
```

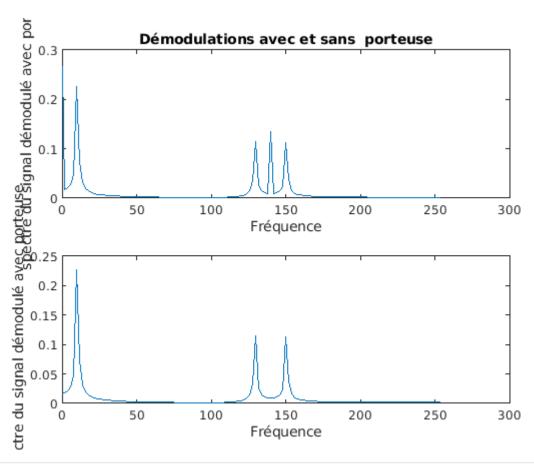


```
%demodulation
xm_ap_demod = xm_ap.*cos(2*pi*fp*t);
xm_sp_demod = xm_sp.*cos(2*pi*fp*t);

figure (3)
subplot (211)
plot(t, xm_ap_demod);
xlabel('temps');
ylabel('signal demodulé avec porteuse');
```



```
%spectre
figure(4)
Xm_ap_demod=Te*abs(fft(xm_ap_demod));
Xm_sp_demod=Te*abs(fft(xm_sp_demod));
subplot(2,1,1)
plot(freq,Xm_ap_demod(1:N/2));
xlabel('Fréquence');
ylabel('spectre du signal démodulé avec porteuse');
title('Démodulations avec et sans porteuse');
subplot(2,1,2)
plot(freq,Xm_sp_demod(1:N/2));
xlabel('Fréquence');
ylabel('spectre du signal démodulé avec porteuse');
```

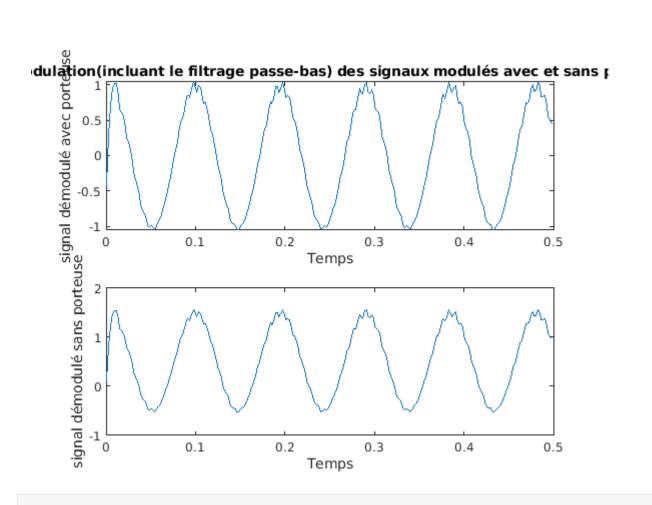


```
%filtrage passe bas des signaux
xm_ap_demod_filtre=filtrage_reel(xm_ap_demod,Te,N,70);
xm_sp_demod_filtre=filtrage_reel(xm_sp_demod,Te,N,70);

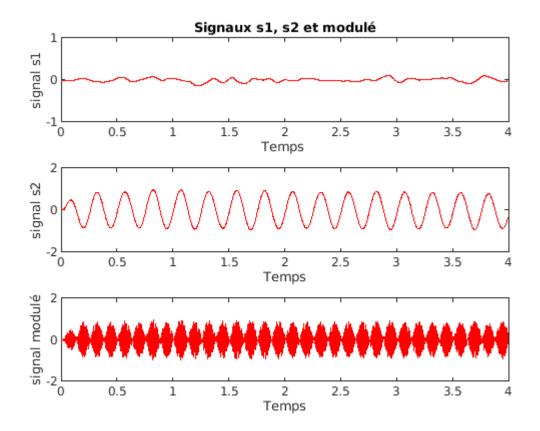
figure(5)
subplot(2,1,1)
plot(t,xm_ap_demod_filtre-mean(xm_ap_demod_filtre)); %On enleve la composante continue
xlabel('Temps');
ylabel('signal démodulé avec porteuse');

title('Démodulation(incluant le filtrage passe-bas) des signaux modulés avec et sans possible porteuse');

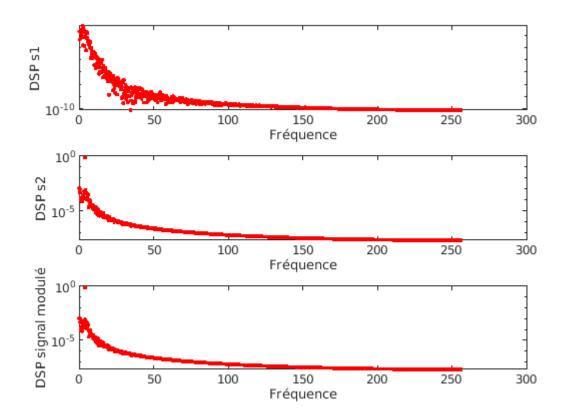
plot(t,xm_ap_demod_filtre);
xlabel('Temps');
ylabel('signal démodulé sans porteuse');
```



```
%TP3 EXO 2 Modulation 2
close all;
clear all;
load s1;
load s2;
N=size(s1,2);
Fe=512;
Te=1/Fe;
Tmax=(N-1)*Te;
time=0:Te:Tmax;
s=s1.*cos(2*pi*35*time)+s2.*cos(2*pi*95*time);
figure (1)
subplot(3,1,1)
plot(time,s1,'r');
axis([0 N*Te -1 1]);
xlabel('Temps ');
ylabel('signal s1');
title('Signaux s1, s2 et modulé');
subplot(3,1,2)
plot(time,s2,'r');
axis([0 N*Te -2 2]);
xlabel('Temps');
ylabel('signal s2');
subplot(3,1,3)
plot(time,s,'r');
axis([0 N*Te -2 2]);
xlabel('Temps');
ylabel('signal modulé');
```

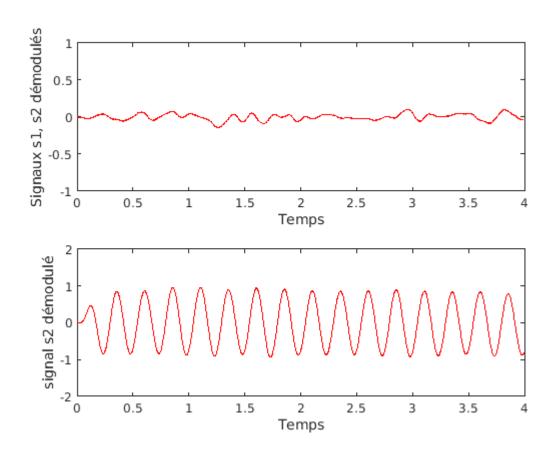


```
figure (2)
freq=(0:N/2)/(N*Te);
subplot(3,1,1)
S1=fft(s1,N)*Te;
DSPS1=(abs(S1).^2)/(N*Te);
semilogy(freq(2:N/2+1),DSPS1(2:N/2+1),'r.')
xlabel('Fréquence');
ylabel('DSP s1');
subplot(3,1,2)
S2=fft(s2,N)*Te;
DSPS2=(abs(S2).^2)/(N*Te);
semilogy(freq(2:N/2+1),DSPS2(2:N/2+1),'r.')
xlabel('Fréquence');
ylabel('DSP s2');
subplot(3,1,3)
s2=fft(s,N)*Te;
DSPS2=(abs(S2).^2)/(N*Te);
semilogy(freq(2:N/2+1),DSPS2(2:N/2+1),'r.')
xlabel('Fréquence');
ylabel('DSP signal modulé');
```



```
sldf = 2.*filtrage_reel(s.*cos(2*pi*35*time),Te,N,10);% signal s1 démodulé
s2df = 2.*filtrage_reel(s.*cos(2*pi*95*time),Te,N,10);% signal s2 démodulé
figure(3)
subplot(2,1,1)
plot(time,sldf,'r');
axis([0 N*Te -1 1]);
xlabel('Temps');
ylabel('Signaux s1, s2 démodulés');

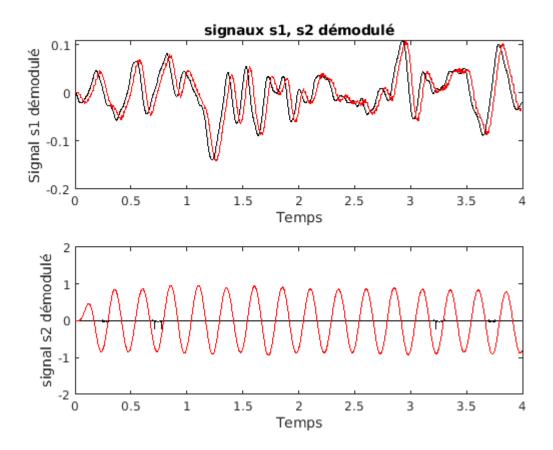
subplot(2,1,2)
plot(time,s2df,'r');
axis([0 N*Te -2 2]);
xlabel('Temps');
ylabel('signal s2 démodulé');
```



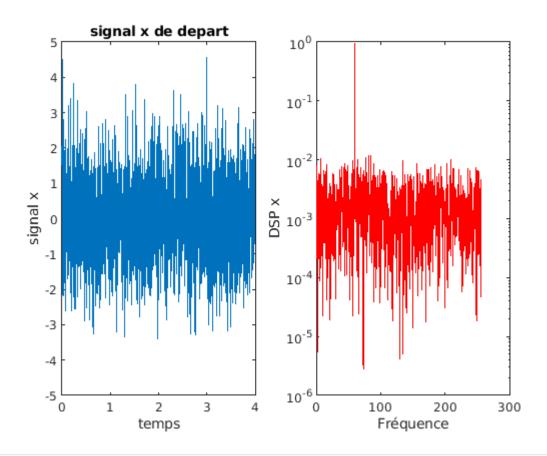
```
figure(4)
subplot(2,1,1)
plot(time,s1,'k',time,sldf,'r');
xlabel('Temps');
ylabel('Signal s1 démodulé');
title('signaux s1, s2 démodulé');
subplot(2,1,2)
plot(time,s2,'k',time,s2df,'r');
```

Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.

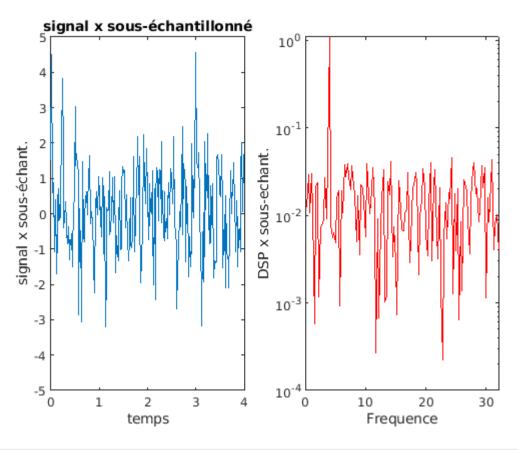
```
axis([0 N*Te -2 2]);
xlabel('Temps');
ylabel('signal s2 démodulé');
```



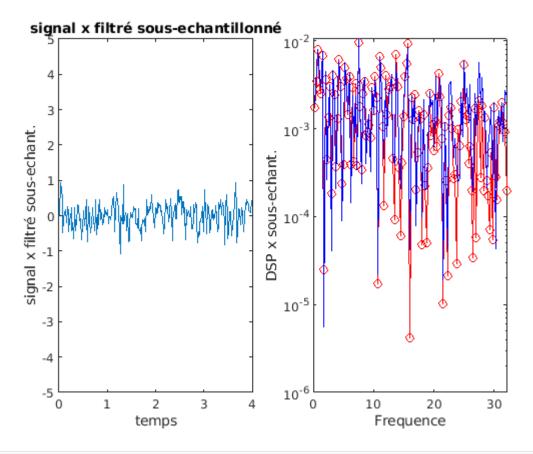
```
%TP3 Exo 3 Echantionnage
close all;
clear all;
N=2048;
Fe=512;
Te=1/Fe;
t=(0:N-1)*Te;
x=randn(1,N)+cos(2*pi*60*t);
figure(1)
subplot(121)
plot(t,x);
axis([0 N*Te -5 5]);
xlabel('temps');
ylabel('signal x');
title('signal x de depart');
freq=(0:N/2)/(N*Te);
subplot(122)
X=fft(x,N)*Te;
DSPX=(abs(X).^2)/(N*Te);
semilogy(freq(2:N/2+1),DSPX(2:N/2+1),'r-')
xlabel('Fréquence');
ylabel('DSP x');
```



```
N_prime=N/8;
Te prime=8*Te;
Fe_prime=1/Te_prime;
t_prime= (0:N_prime-1)*Te_prime;
%y = signal x sous-échantillonné
y=x(8*[1:N/8]-7); %on prend 1 point sur 8 en partant du premier
figure(2)
subplot(121)
plot(t_prime,y);
axis([0 N_prime*Te_prime -5 5]);
xlabel('temps');
ylabel('signal x sous-échant.');
title('signal x sous-échantillonné');
freq=(0:N_prime/2)/(N_prime*Te_prime);
subplot(122)
Y=fft(y,N_prime)*Te_prime;
DSPY=(abs(Y).^2)/(N_prime*Te_prime);
semilogy(freq(2:N_prime/2+1), DSPY(2:N_prime/2+1), 'r-')
xlabel('Frequence');
ylabel('DSP x sous-echant.');
```



```
xf = filtrage_reel(x,Te,N,0.8*Fe_prime/2); %signal x filtré
z = xf(8*(1:N/8)-7); %on prend un 1 point sur 8
%z c'est le signal x filtré et échantillonné
figure(3)
subplot(121);
plot(t_prime,z);
axis([0 N_prime*Te_prime -5 5]);
xlabel('temps');
ylabel('signal x filtré sous-echant.');
title('signal x filtré sous-echantillonné');
subplot(122)
Z=fft(z,N_prime)*Te_prime;
DSPZ=(abs(Z).^2)/(N_prime*Te_prime);
semilogy(freq(2:N_prime/2+1),DSPZ(2:N_prime/2+1),'r-o')
xlabel('Frequence');
ylabel('DSP x sous-echant.');
hold on;
semilogy(freq(2:N_prime/2+1), DSPX(2:N_prime/2+1), 'b-')
```



```
figure(4)
imp=zeros(1,N); imp(1)=1;
repimp = filtrage_reel(imp, Te, N, 0.8*Fe_prime/2);
H=fft(repimp,N);
modH=abs(H);
freq=(0:N/2)/(N*Te);
subplot(211)
plot(freq(1:N/2),modH(1:N/2),'r-')
xlabel('Fréquence');
ylabel('module de la fn de transfert du filtre réel');
subplot(212)
phaseH=angle(H)*180/pi;
plot(freq(1:N/2+1),phaseH(1:N/2+1),'r-')
xlabel('Fréquence');
ylabel('Phase de la fn de transfert du filtre');
```

