

Traitement du signal  
TP n°3 : Corrélation, convolution,  
modulation et sous-échantillonnage

Compte rendu

NOM : BARKOUDEN

Prénom : Julian

Les courbes seront présentées à l'enseignant, lors de la séance de TP, et validées à cette occasion.

Les éventuelles copies d'écran jointes doivent comporter le nom de l'élève et la référence de la question associée. Elles doivent obligatoirement être commentées ; les courbes qui ne sont pas assorties d'un commentaire précisant ce que l'élève veut démontrer en les présentant, seront considérées comme une absence de discernement et de connaissances de la part de l'élève.

Préparation

a) Calculer la fonction d'autocorrélation  $C_{x_1 x_1}(\tau)$  du signal  $x_1(t)$  défini au point 5a).

$$\begin{aligned} C_{x_1 x_1}(\tau) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_1(t) \cdot x_1^*(t-\tau) dt = \frac{a^2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \cos(2\pi f_1 t) \cos(2\pi f_1 (t-\tau)) dt \\ &= \frac{a^2}{2T} \int_{-T/2}^{T/2} \cos(2\pi f_1 (2t-\tau)) dt + \frac{a^2}{2T} \int_{-T/2}^{T/2} \cos(2\pi f_1 \tau) dt \\ &= 0 \\ \Rightarrow C_{x_1 x_1}(\tau) &= \frac{a^2 \cos(2\pi f_1 \tau)}{2T} [T] = \frac{a^2}{2} \cos(2\pi f_1 \tau) \end{aligned}$$

b) Calculer la fonction d'intercorrélation  $C_{x_1 x_2}(\tau)$ , le signal  $x_2(t)$  étant défini au point 5b).

$$\begin{aligned} C_{x_1 x_2}(\tau) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_1(t) x_2^*(t-\tau) dt = \frac{a}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \cos(2\pi f_1 t) \cos(2\pi f_2 (t-\tau)) dt \\ &= \frac{a}{2T} \int_{-T/2}^{T/2} \cos(2\pi (f_1 + f_2) t - 2\pi f_2 \tau + \pi) dt + \frac{a}{2T} \int_{-T/2}^{T/2} \cos(2\pi (f_1 - f_2) t + 2\pi f_2 \tau - \pi) dt \\ &= 0 \qquad \qquad \qquad = 0 \end{aligned}$$

c) Soit un signal  $y(t) = x(t - t_0)$ . Calculer  $C_{xy}(\tau)$  et montrer que cette fonction est maximale en  $\tau = -t_0$

$$C_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) y^*(t - \tau) dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot x^*(t - (\tau + t_0)) dt$$

$$= C_{xx}(\tau + t_0)$$

on sait que  $C_{xx}$  est maximale pour  $C_{xx}(0)$ , donc quand  $\tau = -t_0$

d) Calculer les spectre (Fourier...) des deux signaux modulés de la question IIa) et les représenter graphiquement

• Sans porteuse,

$$y_s = \cos(2\pi f_p t) \cdot x_1 = \cos(2\pi f_p t) \cos(2\pi f_1 t) = \frac{1}{2} [\cos(2\pi(f_p + f_1)t) + \cos(2\pi(f_p - f_1)t)]$$

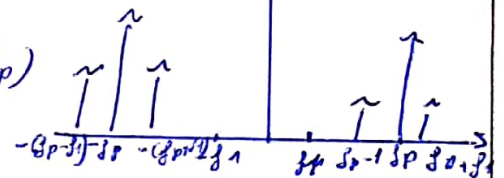
$$Y_s(f) = \frac{1}{4} \delta(f - (f_p + f_1)) + \frac{1}{4} \delta(f + (f_p + f_1)) + \frac{1}{4} \delta(f - (f_p - f_1)) + \frac{1}{4} \delta(f + (f_p - f_1))$$



• Avec porteuse,  $-(f_p + f_1) - f_p - f_1 - f_1$   $f_1 (f_p + f_1) (f_p - f_1)$

$$y_a = (1 + x_1) \cos(2\pi f_p t)$$

$$Y_a(f) = Y_s(f) + \frac{1}{2} \delta(f - f_p) + \frac{1}{2} \delta(f + f_p)$$



## I. Corrélation de signaux

5 a) autocorrélation d'une fonction sinusoïdale – commentaires :

En comparant avec la présentation théorique de la fonction de corrélation, on remarque que la forme tend vers un sinus sur les bords. En effet, on observe une atténuation de l'amplitude de la fonction vers les bords.

5 b) intercorrrelation de deux fonctions sinusoïdales – commentaires :

On remarque les deux signaux sont décorrélés. En effet, la représentation de la fonction est autour de 0, mais sur les bords on observe des valeurs qui s'éloignent de 0.

5 c) autocorrélation d'un bruit

signal filtré  $x_f$  :

Peigne de Dirac

Explications :

On observe sur la représentation de la fonction de corrélation un seul point très élevé de 0. Or, la reste de la fonction, les valeurs proches de 0, qui correspondent au bruit.

En résumé, le signal filtré correspond plus au bruit, que du signal.

5 d) intercorrélation d'une fonction sinusoïdale et d'un bruit – commentaires :

En ajoutant le bruit, on observe qu'il n'est pas possible de distinguer le signal  $x_1$ , ni sa fréquence. En revanche, on remarque que la fonction d'intercorrélation correspond à un signal sinusoïdale de fréquence  $f_1 = 40 \text{ Hz}$ .

5 e) intercorrélation de deux bruits décalés dans le temps – commentaires :

En observant les deux signaux, il est impossible de distinguer la différence entre les deux signaux. Or, on remarque sur la figure d'intercorrélation, que la fonction est proche de 0, sauf pour un point à  $-0.12 \text{ s}$ . Ceci nous permet de visualiser le retard entre les deux signaux de  $0.12 \text{ s}$ .

5 f) lien entre la fonction de corrélation et la DSP – commentaires :

En comparant les deux courbes, on remarque que les deux courbes sont identiques dans la présentation. On en déduit que la DSP fait le transformé de Fourier de la fonction d'autocorrélation.



## II. Modulation et démodulation de signaux

### a) Commentaires

En comparant les deux courbes, on remarque que la porteuse est englobée par le signal, d'où l'on peut conclure qu'il y a un chevauchement des deux cos.

### b) fréquence limite $f_p$ de la porteuse :

$$f_p = 140 \text{ Hz}$$

#### Commentaires

En comparant les deux courbes, on remarque un pic supplémentaire par le signal avec porteuse, ce qui est dû à la cos supplémentaire par la porteuse.

### c) Comment retrouver $x_1(t)$ ?

On multiplie le signal par  $\cos(2\pi f_p t)$  afin retrouver  $x_1(t)$ .

#### fréquence limite $f_p$ de la porteuse :

$$\text{on a } 2f_p - f_1 \leq f_1 \Rightarrow f_p \geq f_1 \text{ donc } f_p = 10 \text{ Hz}$$

#### Commentaires

En observant les spectres des signaux modulés, on retrouve les limites  $f_p + f_1 = 150 \text{ Hz}$  et  $f_p - f_1 = 130 \text{ Hz}$ .

### d) Commentaires :

On remarque avec le filtrage la courbe est plus lisse, et prend la forme de la courbe plus proche du signal de départ.

### e) Méthode et commentaires :

Modulation : on obtient la forme du signal  $s_2$  est sinusoidal, alors que  $s_1$  est autour d'une fréquence.

Démodulation : les signaux modulés correspondent plus ou moins aux signaux de départ.

### III. Echantillonnage et sous-échantillonnage

#### a) Commentaires

On observe que le signal est composé de plusieurs fréquences, on nous pouvons distinguer un pic à 60 Hz sur la figure DSP qui correspond au sinusénoïde

b) période d'échantillonnage de  $y(t)$  :  $T_c = \frac{8}{512} = 15,6 \text{ ms}$

résolution en fréquence :  $\Delta f = \frac{F_e}{N} = 0,25 \text{ Hz}$

Explication de la modification de l'information :

On compare les DSP, on observe qu'il ne sont identiques entre 0 et 32 Hz. Cela est due au repliement des fréquences entre 0 et 256 Hz

c)  $T_c' = 8T_c = 124,4 \text{ ms}$

$$\Delta f = \frac{F_e}{N'} = \frac{8 F_e}{N} = 3,13 \text{ Hz}$$

Espace libre pour consigner les méthodes et connaissances acquises, etc.