TD n°6 : Etude de filtres numériques

Exercice 1 : filtre moyenneur associé à un bloqueur d'ordre 0

Un filtre moyenneur calcule la valeur moyenne arithmétique des M dernières valeurs du signal d'entrée. On fixe $M = 10$.

1) Déterminer la relation entre y_k et x_{k-i} pour i variant de 0 à 9.
2) Donner la réponse impulsionnelle du filtre. Ce filtre est-il stable ?
3) Représenter la réponse indicielle du filtre.
4) En déduire la fonction de transfert $H(z)$.
5) S'agit-il d'un filtre RIF ou RII ? Donner un schéma de réalisation.
6) Montrer que la fonction de transfert du filtre peut s'écrire $H(z) = \dfrac{1-z^{-10}}{10(1-z^{-1})}$.
   S'agit-il d'un filtre RIF ou RII ? Donner un schéma de réalisation.
7) Déterminer la réponse en fréquence du filtre. Tracer rapidement l'allure du module. Justifier qu'il s'agit d'un filtre passe-bas.

Le signal échantillonné est bloqué après le calculateur de façon à avoir des paliers de durée T (période d'échantillonnage). La fonction de transfert d'un bloqueur s'écrit :

$$B(j\omega) = \frac{1-e^{-j\omega T}}{j\omega}.$$

8) Donner la fonction de transfert du filtre complet $T(j\omega)$. Représenter le module et l'argument en fonction de la fréquence.

Exercice 2 : Etude de filtres élémentaires

Un filtre numérique a pour fonction de transfert $H(z) = \dfrac{1}{1-a\,z^{-1}}$

1) Donner l'allure de la réponse impulsionnelle dans chacun des cas suivants :
   $a < -1$ $\quad$ $-1 < a < 0$ $\quad$ $0 < a < 1$ $\quad$ $1 < a$
   Conclure sur la stabilité.

La fonction de transfert d'un filtre numérique vaut : $H(z) = \dfrac{1-\frac{1}{4}z^{-1}}{1-\frac{3}{4}z^{-1}}$.

2) Donner le module de la fonction de transfert du filtre et préciser s'il s'agit d'un passe-bas ou d'un passe-haut.
3) Même question pour le filtre de fonction de transfert $F(z) = \dfrac{1}{H(z)}$.
4) Généraliser en donnant la structure du filtre de fonction de transfert $H(z) = \dfrac{1-b\,z^{-1}}{1-a\,z^{-1}}$ en fonction de a et b.