POLYTECH PARIS-UPMC

3ème année

Traitement du signal

TP n°2 - Analyse spectrale

Compte rendu

NOM : BARKOUDEH

Prénom : Julien

Les courbes seront présentées à l'enseignant, lors de la séance de TP, et validées à cette occasion.

Les éventuelles copies d'écran jointes doivent comporter le nom de l'élève et la référence de la question associée. Elles doivent obligatoirement être commentées ; les courbes qui ne sont pas assorties d'un commentaire précisant ce que l'élève veut démontrer en les présentant, seront considérées comme une absence de discernement et de connaissances de la part de l'élève.

Préparation

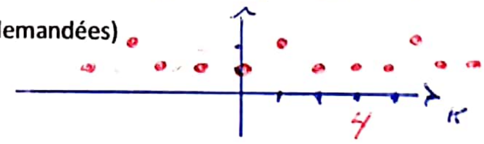
a) Donner la TFD du signal défini sur 4 points dans l'exercice 1 du TD4 (Fe = 1 Hz, x(0) = 1, x(1) = 2, x(2) = 1, x(3) = 1, les autres x(n) sont nuls).

$$X(n) = T_a \sum_{K=0}^{N-1} x(K)\, e^{-j\frac{2\pi n}{N}} = \sum_{K=0}^{3} x(K)\, e^{-j\frac{2\pi K n}{4}} = x(0)\left(e^{-j\frac{2\pi n}{4}}\right)^0 + x(1)\left(e^{-j\frac{2\pi n}{4}}\right)^1$$

$$+ x(2)\, e^{\left(j\frac{2\pi n}{4}\right)^2} + x(3)\left(e^{-j\frac{2\pi n}{4}}\right)^3 \Rightarrow X(n) = 1 + 2e^{-2\frac{\pi n}{4}} + e^{-j\frac{4\pi n}{4}} + e^{-j\frac{6\pi n}{4}}$$

b) Quel est le signal considéré par la TFD ? (explications et représentation demandées)

Il s'agit d'un signal périodique, un motif de 4 points qui se répète



c) Quelle période d'échantillonnage maximale Tm peut-on prendre pour numériser les signaux $x_1(t)$ et $x_2(t)$?

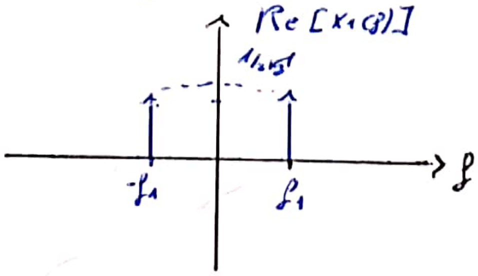
Soit f_1 et f_2 fréquences de $x_1(t)$ et $x_2(t)$ respectivement.

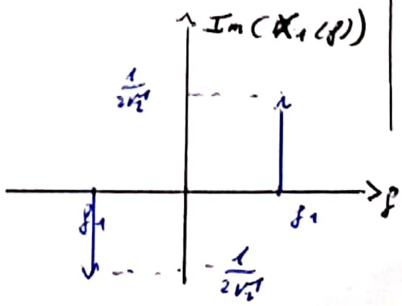
D'après le théorème de Shannon $\Rightarrow F_e > 2f_2 \Rightarrow F_e > 10.68$ Hz $\Rightarrow T_e = 93.6$ ms

d) Tracer la partie réelle et la partie imaginaire du spectre du signal $x_1(t)$ en précisant les amplitudes

$$x_1(t) = \cos(2\pi f_1 t + \pi/4) \Rightarrow X_1(f) = \tfrac{1}{2} e^{-j\frac{\pi}{4}} \delta(f - f_1) + \tfrac{1}{2} e^{j\frac{\pi}{4}} \delta(f + f_1)$$

$$\Rightarrow X(f) = \frac{1}{2\sqrt{2}}(1+j)\delta(f - f_1) + \frac{1}{2\sqrt{2}}\delta(f + f_1)$$



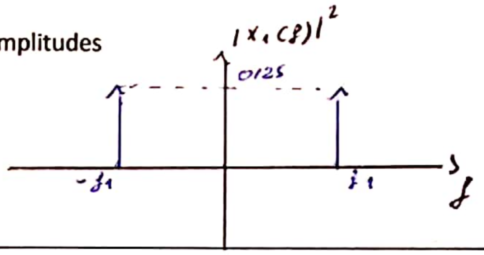


e) tracer la densité spectrale de puissance du signal $x_1(t)$ en précisant les amplitudes

$R_{x_1}(\tau) = \frac{A^2}{2}\cos(2\pi f_1 \tau)$

$\Rightarrow S_{x_1} = TF(R_{x_1}(\tau)) = \frac{A^2}{2}\left[\frac{1}{2}\delta(f-f_1)+\frac{1}{2}\delta(f+f_1)\right]$

avec $A=1 \Rightarrow S_{x_1} = \frac{1}{4}\delta(f-f_1)+\frac{1}{4}\delta(f+f_1)$



II. Transformée de Fourier pour des signaux périodiques

c) Que peut-on dire du nombre de périodes représentées, de $x_1(t)$ et de $x_2(t)$?

nous observons plus de périodes pour le signal $x_2(t)$ comme sa fréquence est plus élevée. Or, on observe un nombre non entier de périodes de $x_2(t)$

d) Amplitude observée avec Matlab :

$Re[X_1(f)] = 0,70$, $Re[X_1(f)] = 1,65$

comparaison avec la théorie :

On remarque l'amplitude représentée par matlab est de $\frac{1}{\sqrt{2}}$, or en théorie, nous avons trouvé $\frac{1}{2\sqrt{2}}$. Cette multiplication par 2, peut être expliquée par la façon dont Matlab représente des raies. En effet, il s'agit d'un rectangle d'aire égale à 1. Or avec la résolution choisit, la largeur du raie $= \frac{F_e}{N} = 0,5 \Rightarrow$ hauteur $= 2$

e) Amplitude observée avec Matlab ?

S_{x_1} : 1 V.s , $S_{x_2} = 1,65$ V.s

Commentaires :

On remarque que la forme de courbe n'est parfaitement un raie. Comme mentionné auparavant, dans la fenêtre d'observation, le nombre de périodes pour x_2 n'est pas entier, ce qui cause cette représentation non sinusoïdale

f) Puissance calculée dans le domaine fréquentiel :

$P_{x_1} = 0,5$, $P_{x_2} = 1,97$

Commentaires :

On remarque qu'on trouve le même résultat que dans le domaine temporel

g) Puissance = 0,5 V.s pour x_1

1,97 Vs pour x_2

Pourquoi les raies spectrales du signal sont-elles définies sur plusieurs fréquences ?

Commentaires :

Ceci peut être expliqué par la fenêtre d'observation qui compte un nombre non entier de périodes. Cela cause un résultat non sinusoïdale avec plusieurs fréquences

h) Phénomène : fréquence d'échantillonnage inférieure à $2 f_2$

Fréquences pour x_1 : 1,2 Hz

Fréquences pour x_2 : 3,7 Hz

III. Transformée de Fourier Discrète (TFD) de signaux échantillonnés avec fenêtrage temporel supplémentaire

a) Commentaires

On remarque que le sinc est nul pour tous les points sauf à la fréquence du signal. En zoomant sur cette porte nous pouvons visualiser le sinc avec une amplitude du pic principale à 1 et à fréquence 2 Hz. On observe une amplitude de 1,4 à 5,4 Hz pour x_2, or la forme du sinc n'est pas identique à celle de x_1. Ceci est encore dû au nombre non entier de périodes

b) Commentaires

On observe qu'en appliquant le Hanning que nous observons un sinc sans des discontinuité sur les bords.

Pour le spectre DSP, on remarque qu'à l'exception des bords, la raie de x_2 sans hanning est beaucoup plus élevé en amplitude que celle avec haning. Ainsi le rapport 8/3 apparait en faisant le rapport des deux puissances : $\frac{P_{x_2}}{P_{x_2 Hann}} = \frac{1,97}{0,45} = 2,6 = \frac{8}{3}$

Scanned with CamScanner

c) Commentaires

En ayant une fenêtre [illegible] On observe que nous ne pouvons pas l'amplitude du sinc avec la représentation normale car c'est de l'ordre de 10^{-4}, Or avec le Hanning et Blackman on remarque le pic de $2{,}5 \times 10^{-8}$, qui est mieux représenté avec Blackman

Espace libre pour consigner les méthodes et connaissances acquises, etc.