POLYTECH
PARIS-UPMC

Spécialité
Electronique et informatique industrielle en partenariat

4ème année

Traitement du signal

TP n°3 : Corrélation, convolution, modulation et sous-échantillonnage

Compte rendu

NOM : ABOULMAJDI

Prénom : Alaeddine

Les courbes seront présentées à l'enseignant, lors de la séance de TP, et validées à cette occasion.

Les éventuelles copies d'écran jointes doivent comporter le nom de l'élève et la référence de la question associée. Elles doivent obligatoirement être commentées ; les courbes qui ne sont pas assorties d'un commentaire précisant ce que l'élève veut démontrer en les présentant, seront considérées comme une absence de discernement et de connaissances de la part de l'élève.

Préparation

a) Calculer la fonction d'autocorrélation $C_{x_1x_1}(\tau)$ du signal $x_1(t)$ défini au point 5a).

Formule vu en cours : $C_{x_1x_1}(\tau) = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_1(t)x_1(t-\tau)\,dt = \frac{a^2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos(2\pi f_1 t)\cdot\cos(2\pi f_1(t-\tau))\,dt$

$$= \underbrace{\frac{a^2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos(2\pi f_1(2t-\tau))\,dt}_{0} + \frac{a^2}{2T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos(2\pi f_1 \tau)\,dt$$

$$\boxed{C_{x_1x_1}(\tau) = \frac{a^2}{2}\cos(2\pi f_1 \tau)}$$

b) Calculer la fonction d'intercorrélation $C_{x_1x_2}(\tau)$, le signal $x_2(t)$ étant défini au point 5b).

Formule : $C_{x_1x_2}(\tau) = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_1(t)x_2(t-\tau)\,dt = \frac{a}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos(2\pi f_1 t)\cdot\cos(2\pi f_2(t-\tau))\,dt$

$$= \underbrace{\frac{a}{2T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos\left(2\pi(f_1+f_2)t - f_2\tau + \frac{\pi}{4}\right)dt}_{0} + \underbrace{\frac{a}{2T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos\left(2\pi(f_1-f_2)t + f_2\tau - \frac{\pi}{4}\right)dt}_{0}$$

$= 0$

Scanné avec CamScanner

c) Soit un signal $y(t) = x(t - t_0)$. Calculer $C_{xy}(\tau)$ et montrer que cette fonction est maximale en $\tau = -t_0$

Formule vu en cours : $C_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\cdot y^*(t-\tau)\,dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\cdot x^*(t-(\tau+t_0))\,dt$

$= C_{xx}(\tau+t_0)$

La fonction est maximale quand la variable est nulle $((\tau+t_0)=0)$; $\tau=-t_0$

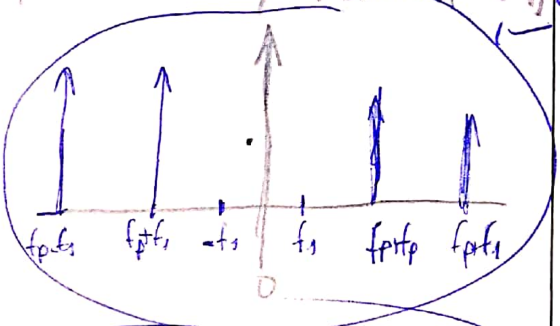
d) Calculer les spectre (Fourier…) des deux signaux modulés de la question IIa) et les représenter graphiquement

- Sans porteuse,

$y_s = \cos(2\pi f_p t) = \cos(2\pi f_1 t)\cos(2\pi f_p t) = \frac{1}{2}\left[\cos(2\pi(f_p+f_1)t) + \cos(2\pi(f_p-f_1)t)\right]$

$Y_s(f) = \frac{1}{4}\delta(f-(f_p+f_1)) = \frac{1}{4}\delta(f+(f_p+f_1)) + \frac{1}{4}\delta(f-(f_p-f_1)) + \frac{1}{4}\delta(f+(f_p-f_1))$

S.P.

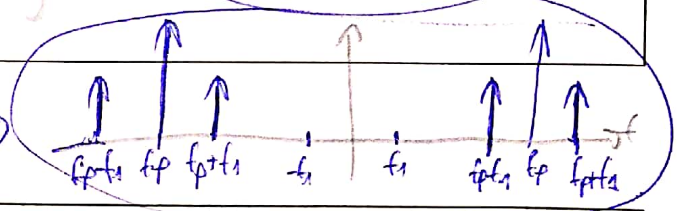


- Avec porteuse,

$y_a = (1+x_1)\cos(2\pi f_p t)$

$Y_a(f) = Y_s(f) + \frac{1}{2}\delta(f-f_p) + \frac{1}{2}\delta(f+f_p)$

Avec porteuse



I. Corrélation de signaux

5 a) autocorrélation d'une fonction sinusoïdale – commentaires :

- On constate que sur les bornes, nous avons un "envamoussement" de la fonction qui est normalement un cosinus, en terme d'amplitude. Nous avons pas une correspondance avec l'amplitude calculée "2V"

5 b) intercorrélation de deux fonctions sinusoïdales – commentaires :

- Quand on observe intercorrélation, on est proche de 0 tout le temps sauf au voisinage de l'extrimité, nous avons des grandeurs prochent de 0 qui revèlent que les deux signaux sont décorrélés

5 c) autocorrélation d'un bruit signal filtré xf :

Le signal est un dirac

Explications :

→ En qui concerne le bruit filtré, on constate que nous avons perdu des variations rapide

– Concernant le signal xf, nous avons qu'un seul point non nul, donc finalement c'est un dirac or que le bruit filtré a plusieurs point

5 d) intercorrélation d'une fonction sinusoïdale et d'un bruit – commentaires :

→ D'après le signal xe, on constate que c'est impossible de retrouve la même periode que xs.

→ En ce qui concerne la fonction d'intercorrélation entre le signal xs et xe, on retrouve une fonction sinusoïdale, donc cette fonction nous permet finalement de remonter à la fréquence fs

5 e) intercorrélation de deux bruits décalés dans le temps – commentaires :

→ Quand on regarde les signaux temporels, on voit que ce n'est pas évident de determiner le retard

→ Par contre, quand on voit la fct d'intercorrélation, on remarque bien qu'il existe un maximum pour lequel nous avons un retard de 0,2 s de décalage entre les deux signaux.

Donc on peut dire finalement que cette fonction nous permet de determiner le retard facilement

5 f) lien entre la fonction de corrélation et la DSP – commentaires :

→ D'après les figures, on constate que nous avons une exacte correspondance entre la fonction de corrélation et la DSP

→ Donc on peut dire que la DSP du signal est bien la TF de sa fonction d'autocorrelation

Scanné avec CamScanner

II. Modulation et démodulation de signaux

a) Commentaires

→ Le signal modulé avec porteuse, Nous avons un signal sinus qui englobe la porteuse et on remarque une forme d'enveloppe
⇒ Signal modulé sans porteuse, Nous avons un chevauchement des deux courbes. Donc on peut dire que c'est un produit de 2cos

b) fréquence limite f_p de la porteuse :

$f_p = 140 Hz$

Commentaires

Nous remarquons qu'il existe un décalage parce que nous avons une convolution dans le domaine fréquentiel avec des impulsions de dirac ce qui correspond à un simple décalage

c) Comment retrouver $x_1(t)$?

On multiplie y_3 et y_2 par $\cos(2\pi f_p t)$

fréquence limite f_p de la porteuse :

$2f_p - f_1 > f_1$ ← la condition; donc $f_p > f_1 = 10 Hz$

Commentaires

Nous retrouverons bien théoriquement les mêmes limites
→ pour $f = 2f_p + f_1 = 150 Hz$ et $f = 2f_p - f_1 = 130 Hz$

d) Commentaires :

Le filtrage diminue les raies autour de $2f_p$

e) Méthode et commentaires :

Le but est de voir la modulation et la démodulation des signaux S1 et S2.
⇒ Modulation: signal S2 est sinusoïdal, et S1 est un signal décaléatoire d'une certaine fréquence. En regardant les spectres on remarque que le signal modulé va nous faire intervenir autour de 35 Hz le spectre du 1er signal et autour de 95 Hz le spectre du 2ème signal

→ Demodulation: On remarque 2 signaux plutôt "Propres" et filtrés avec un déphasage qui correspond à un temps pour traiter les signaux. On peut dire finalement qu'on a un filtre passe bas pour le filtrage des signaux

III. Echantillonnage et sous-échantillonnage

a) Commentaires

Sur le spectre du signal x, on remarque que nous avons plein de fréquence. Nous observons également une raie à 60 dans la DSP

b) période d'échantillonnage de y(t) :

$Te' = \frac{8}{512} = 15,6ms$

résolution en fréquence :

$\Delta f''' = \frac{Fe}{N} = 0,25Hz$

Explication de la modification de l'information :

Les DSP de x(t) et de y(t) ne sont pas identiques sur [0, 32], du au repl[iement] des fréquences entre 32 Hz et 256 Hz

c) On constitue ~~le~~ signal z(t) avec un filtre anti repliement

$\rightarrow Te' = 8 \times Te = 8 \times 15,6 ms = 124,8 ms$

$\rightarrow \Delta f = \frac{Fe}{N'} = \frac{8 Fe}{N} = 3,13 Hz$

$\frac{N}{8}$

La DSP de x(t), z(t) sont identiques sur [0, 32Hz]