POLYTECH
PARIS-UPMC

3ème année

Traitement du signal
Contrôle continu n°1

NOM :	_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _
Prénom :	_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _
Groupe :	II ou HF (*entourer*)
Place :	

Durée : 1h30
Sans document – sans Calculatrice
Téléphone portable interdit
La taille des cadres est suffisante pour répondre. **Aucune réponse sur feuille annexe**. *[Barème sur 40, entre crochets au début de chaque question]*

Questions de cours :

1) *[1,5]* Donner la valeur des intégrales suivantes :

$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt =$ $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\cdot\delta(t)dt =$ $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{f(t)\cdot\delta(t-t_0)dt} =$

Soit un signal périodique x(t). On nomme c_n les coefficients complexes de la décomposition en séries de Fourier de x(t).

2) *[1]* Donner l'expression de c_n en fonction de x(t).

3) *[2]* Montrer que si x(t) est réel, alors $\boldsymbol{c_{-n}} = \boldsymbol{c_n^*}$

4) *[1]* Donner la définition du cours, de la Transformée de Fourier Discrète X(k) d'un signal x[n], échantillonné à une fréquence Fe=1/Te, sur N points.

5) *[1]* Donner la définition du signal x[n] à partir de la Transformée de Fourier Discrète Inverse de X(k).

6) *[1]* Donner la définition du produit de convolution $y(t) * x(t)$

Exercice 1 :

On considère un signal sinusoïdal de période T qui traverse une diode. Le signal redressé simple alternance qui en résulte a pour expression : $x(t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ sur l'intervalle $\left[0\,;\,\frac{T}{2}\right]$ et $x(t) = 0$ sur l'intervalle $\left[\frac{T}{2}\,;\,T\right]$.

7) *[1]* Quelle est la valeur de l'énergie du signal ? (*Justifier* !)

8) *[2,5]* Calculer la puissance moyenne du signal (*rappel* : $\sin^2(\theta) = \frac{1-\cos(2\theta)}{2}$)

9) *[2]* Calculer le coefficient complexe c_0 de la décomposition en séries de Fourier de x(t)

10) *[3]* Calculer le coefficient complexe c_1 (*décomposer le sinus à l'aide d'une formule d'Euler*)

11) *[1]* En utilisant une propriété que l'on citera, et sans faire de calculs, donner la valeur de c_{-1}.

Exercice 2 :

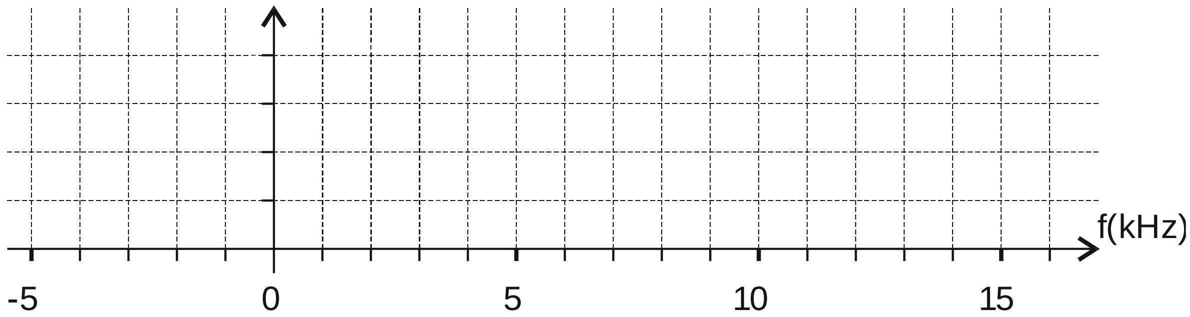
12) *[3,5]* Soit le signal défini par : $x(t) = 1$ si $0 \leq t \leq T$ et $x(t) = 0$ sinon. Exprimer sa transformée de Fourier X(f) en faisant apparaitre un sinus cardinal.

Exercice 3 :

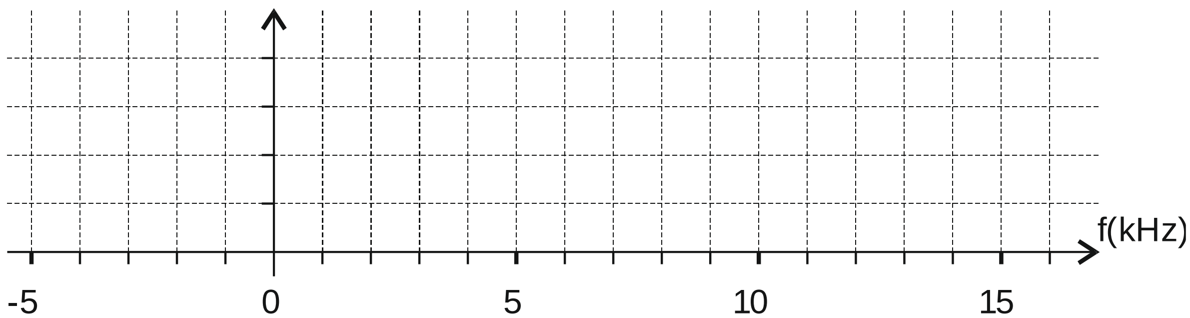
Soit un signal $x(t) = 2\cos\left(2\pi 10^3 t + \frac{\pi}{6}\right) + 3\cos\left(2\pi\, 3\, 10^3 t - \frac{\pi}{4}\right)$

13) *[1]* Afin d'effectuer un traitement numérique de ce signal, indiquez quels peuvent être les choix de la fréquence d'échantillonnage. (Justifier !)

14) *[1,5]* Représenter graphiquement le module du spectre du signal x(t) lorsque la fréquence d'échantillonnage est de 8 kHz. On représentera ce spectre entre -5kHz et +16kHz.(On ne précisera pas l'échelle des ordonnées).



15) *[1,5]* Même question lorsque la fréquence d'échantillonnage est de 5 kHz.



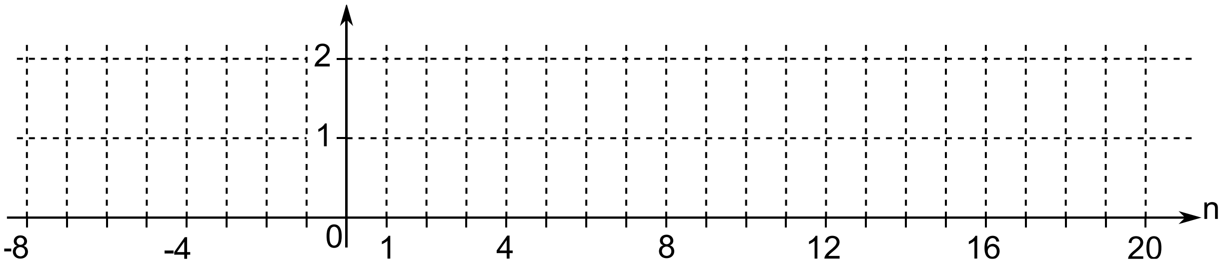
16) *[1,5]* Commenter le spectre obtenu à la question précédente (Fe=5kHz).

17) *[1,5]* Dans ce cas précis, quelle fonction électronique faudrait-il ajouter afin d'éviter ce phénomène ? Préciser également sa position dans la chaîne de traitement.

Exercice 4 :

On considère le signal réel $x[n]$ suivant, acquis à la fréquence F_e = 2 Hz et défini sur 8 points (n = 0 à 7) :
$x[0] = x[1] = 1$, $x[2] = x[3] = x[4] = x[5] = 0$, $x[6] = x[7] = 1$.

18) *[1]* Dessiner le signal réellement considéré par la TFD, entre n=-8 et n=20 :



19) *[1,5]* Calculer dans le domaine temporel, la puissance du signal P_t.

On calcule à présent la TFD de x[n] sur ces 8 points, que l'on note X(k).

20) *[1,5]* Calculer X(0)

21) *[2,5]* Calculer X(2)

22) *[3]* Compléter le tableau suivant, sans effectuer aucun nouveau calcul.

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$Re(X[k])$		1,207		-0,207	0			
$Im(X[k])$		0,5		-0,5	0			
$\lvert X[k]\rvert$		1,307		0,541	0			

23) *[3]* En intégrant la densité spectrale de puissance du signal, définie comme $S(f) = \frac{|X(f)|^2}{T}$, où T est la durée d'acquisition du signal, calculer la puissance P_f dans le domaine fréquence.