Sistemas homogeneos.

Definición Un sistema de ecuaciones lineales se denomina ***homogéneo*** si el término constante en cada ecuación es cero.

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= 0 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \ddots \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= 0 \end{aligned}$$

Observación (sistema homogeneo).

Dado un sistema de ecuaciones homogeneo

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= 0 \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= 0 \end{aligned}$$

es claro que $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$. Lo interesante

en los sistemas homogeneos es encontrar

Soluciones no triviales del sistema de ecuaciones, es decir que soluciones no nulas.

Teorema 2.3 Si $[A \mid \mathbf{0}]$ es un sistema homogéneo de m ecuaciones lineales con n variables, donde $m < n$, entonces el sistema tiene un número infinito de soluciones.

si en un sistema de ecuaciones lineales homogeneo hay más variables que ecuaciones, entonces el sistema tiene infinitas soluciones

---

Ejemplo (aplicación teorema anterior).

(1) El sistema $\boxed{\begin{aligned} 2x+3y-5z&=0 \\ -x-2y+3z&=0 \end{aligned}}$ tiene infinitas soluciones.

(2) El sistema $\boxed{\begin{aligned} x+y+z+w&=0 \\ -x-y+z-w&=0 \\ y+2z+2w&=0 \end{aligned}}$ tiene infinitas soluciones.