parcial (6).

(1) Empezamos notando que:

(✓) $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}+\operatorname{sen}^{-1}(2x-1)\right)=$

$= \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\operatorname{sen}^{-1}(2x-1)\right)$

$+ \operatorname{sen}\left(\operatorname{sen}^{-1}(2x-1)\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) =$

$= \sqrt{1-(2x-1)^2} = 2\sqrt{x-x^2}.$

(✓) $\operatorname{sen}\left(2\operatorname{sen}^{-1}(\sqrt{x})\right)=$

$= 2\cos\left(\operatorname{sen}^{-1}(\sqrt{x})\right)\operatorname{sen}\left(\operatorname{sen}^{-1}(\sqrt{x})\right)$

$= 2\sqrt{1-x}\sqrt{x} = 2\sqrt{x-x^2}.$

De lo anterior, concluimos que

$$\boxed{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}+\operatorname{sen}^{-1}(2x-1)\right)=\operatorname{sen}\left(2\operatorname{sen}^{-1}(\sqrt{x})\right)}$$

$$\boxed{\cos\left(\frac{\pi}{2}+\operatorname{sen}^{-1}(2x-1)\right)=\cos\left(2\operatorname{sen}^{-1}(\sqrt{x})\right)}$$

se obtiene similar/

Así, usando el siguiente resultado

$$\boxed{\begin{array}{l} \operatorname{sen}(A)=\operatorname{sen}(B) \\ \cos(A)=\cos(B) \end{array} \rightsquigarrow \begin{array}{l} A=B+2\pi K \\ \text{para algún} \\ K\in\mathbb{Z} \end{array}}$$

tenemos que existe $K\in\mathbb{Z}$ tal que:

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2}+\operatorname{sen}^{-1}(2x-1)=2\operatorname{sen}^{-1}(\sqrt{x})+2\pi K, \\ \frac{\pi}{4}+\frac{\operatorname{sen}^{-1}(2x-1)}{2}=\operatorname{sen}^{-1}(\sqrt{x})+\pi K, \\ \frac{\pi}{4}+\frac{\operatorname{sen}^{-1}(2x-1)}{2}\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right], \\ \operatorname{sen}^{-1}(\sqrt{x})\in[0,\pi]. \end{cases}$$

Lo cual implica que $K=0$ y así se tiene la siguiente igualdad:

$$\boxed{\frac{\pi}{4}+\frac{\operatorname{sen}^{-1}(2x-1)}{2}=\operatorname{sen}^{-1}(\sqrt{x})}.$$

---

(2) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\sum_{K=1}^{n}\frac{1}{n+K}=$

$$=\lim_{n\to+\infty}\sum_{K=1}^{n}\frac{1}{1+\left(\frac{K}{n}\right)}\cdot\frac{1}{n}.$$

Luego, al tomar $f(x)=\dfrac{1}{1+x}$,
se tiene que:

$$\lim_{n\to+\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{1+\left(\frac{k}{n}\right)}\cdot\frac{1}{n}=$$

$$=\lim_{n\to+\infty}\sum_{i=1}^{n}f(x_k)\Delta x_k=\int_0^1 f(x)\,dx$$

$$=\int_0^1\frac{1}{1+x}\,dx=\ln(1+x)\Big|_{x=0}^{x=1}=$$

$$=\ln(2)-\ln(1)=\ln(2).$$

---

(3) Recordando la siguiente desigualdad:

$$\boxed{e^x\geqslant x \quad \text{para todo } x\geqslant 0}$$

entonces:

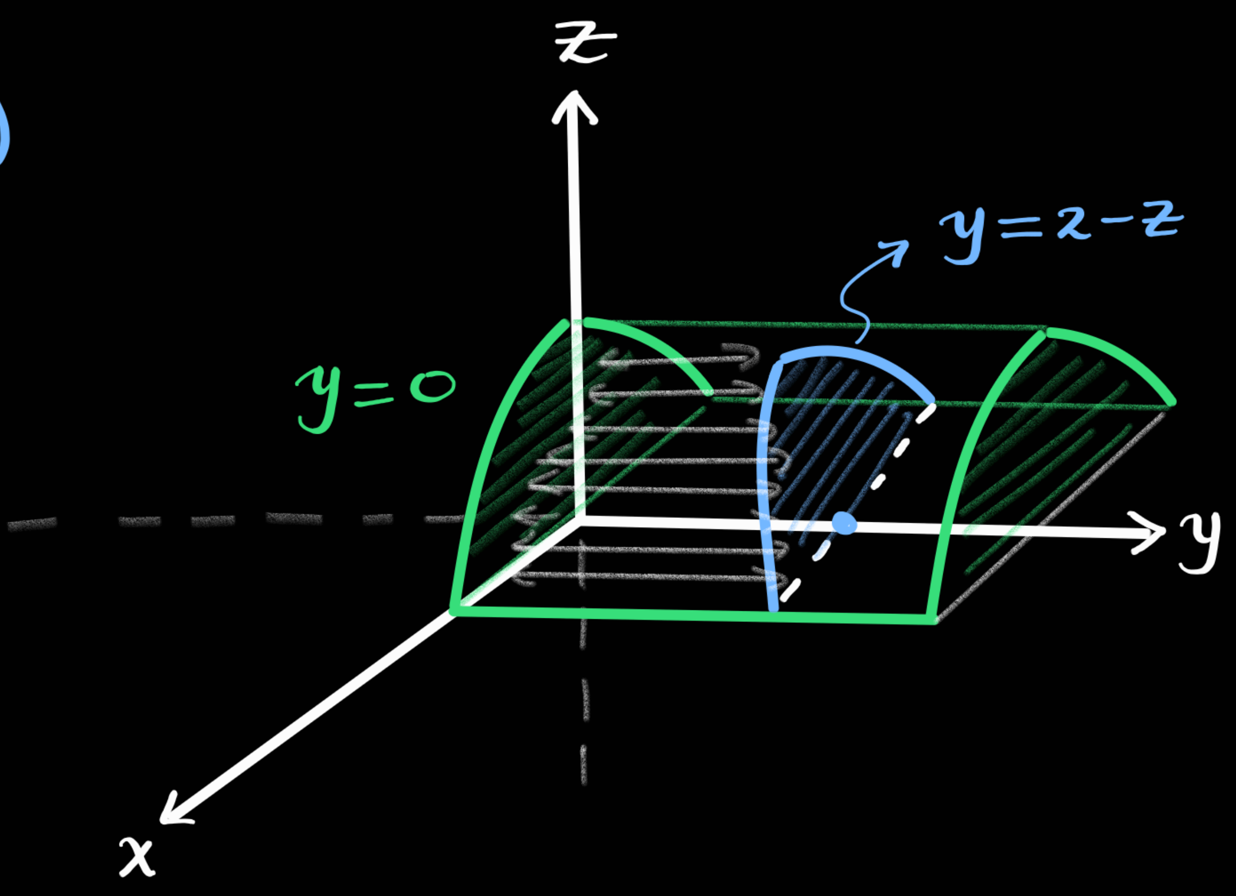
$$\begin{cases} e^{x^2}\geqslant x^2 & \text{para todo } x\in\mathbb{R}, \\ \dfrac{1}{e^{x^2}}\leqslant\dfrac{1}{x^2} & \text{para todo } x\in\mathbb{R}. \end{cases}$$

y como $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^2}\,dx$ converge, entonces $\int_1^{+\infty} e^{-x^2}dx$ converge y

así $\int_0^{+\infty} e^{-x^2}dx$ es convergente.

---

(4)



para empezar, notemos que:

(✓) S es una superficie cerrada con $S = Fr(E)$, donde E es el sólido descrito como:

$$E = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \Big/ \begin{array}{l} 0 \le y \le 2-z \\ 0 \le z \le 1-x^2 \\ -1 \le x \le 1 \end{array} \right\}.$$

(✓) $\nabla \bullet F = y + 2y = 3y.$

Así, por el teorema de divergencia de Gauss, tenemos que:

$$\iint_S F \bullet ds = \iiint_E \nabla \bullet F \, dV =$$

$$= \int_{-1}^{1} \int_{0}^{1-x^2} \int_{0}^{2-z} 3y \, dy \, dz \, dx =$$

$$= \int_{-1}^{1} \int_{0}^{1-x^2} \frac{3y^2}{2} \Big|_{y=0}^{y=2-z} dz \, dx =$$

$$= \int_{-1}^{1} \int_{0}^{1-x^2} \frac{3}{2}(2-z)^2 \, dz \, dx =$$

$$= \frac{3}{2} \int_{-1}^{1} \int_{0}^{1-x^2} (2-z)^2 \, dz \, dx =$$

$$= \frac{3}{2} \int_{-1}^{1} \int_{0}^{1-x^2} 4 - 4z + z^2 \, dz \, dx =$$

$$= \frac{3}{2} \int_{-1}^{1} 4z - 2z^2 + \frac{z^3}{3} \Big|_{z=0}^{z=1-x^2} dx =$$

$$= \frac{3}{2} \int_{-1}^{1} 4(1-x^2) - 2(1-x^2)^2 + \frac{(1-x^2)^3}{3} \, dx =$$

$$= 3\int_0^1 4(1-x^2) - 2(1-x^2)^2 + \frac{(1-x^2)^3}{3}\,dx =$$

$$= 3\int_0^1 4 - 4x^2 - 2(1-2x^2+x^4) + \frac{(1-3x^2+3x^4-x^6)}{3}\,dx =$$

$$= 3\int_0^1 4 - 4x^2 - 2 + 4x^2 - 2x^4 + \frac{1}{3} - \frac{3}{3}x^2 + \frac{3}{3}x^4 - \frac{x^6}{3}\,dx =$$

$$= 3\int_0^1 \frac{7}{3} - x^2 - x^4 - \frac{x^6}{3}\,dx =$$

$$= 7 - 1 - \frac{3}{5} - \frac{1}{7} = \frac{6(35) - 3(7) - 5}{35}$$

$$= \frac{210 - 21 - 5}{35} = \frac{184}{35}.$$

De donde, tenemos que:

$$\boxed{\iint_S F \bullet ds = \frac{184}{35}}.$$

---

(5) Falso

$$\begin{cases} U_1 = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right\} \subseteq \mathbb{R}^2 \\ U_2 = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right\} \subseteq \mathbb{R}^2 \\ W_1 = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}\right\} \subseteq \mathbb{R}^2 \\ W_2 = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}\right\} \subseteq \mathbb{R}^2 \end{cases}$$

entonces:

$$V=\mathbb{R}^2=\mathcal{U}_1\oplus\mathcal{U}_2=\mathcal{W}_1\oplus\mathcal{W}_2$$

pero la intersección de 2 subespacios cualquiera del conjunto $\{\mathcal{U}_1,\mathcal{U}_2,\mathcal{W}_1,\mathcal{W}_2\}$ es $\left\{\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}\right\}$.

---

(6) supongamos que

$$b_1=\begin{pmatrix}3\\2\\1\\2\end{pmatrix},\quad b_2=\begin{pmatrix}3\\1\\7\\2\end{pmatrix},\quad b_3=\begin{pmatrix}2\\1\\3\\7\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}\mathcal{W}=\text{gen}\{b_1,b_2,b_3\}\\ \mathcal{U}=\text{gen}\left\{\begin{pmatrix}2\\1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}\right\}\end{cases}$$

entonces:

(a) $\text{Dim}(\mathcal{W})=?$

$$\begin{bmatrix}3&3&2\\2&1&1\\1&7&3\\2&2&7\end{bmatrix}\longrightarrow\begin{bmatrix}1&7&3\\3&3&2\\2&1&1\\2&2&7\end{bmatrix}\longrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 \\ 0 & 1 & 6 \\ 3 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & -13 & -5 \\ 0 & -18 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \\ * & * & * \end{bmatrix}.$$

Lo cual implica que b_1, b_2, b_3 son lineal/ independientes y así $\text{Dim}(\mathcal{W}) = 3$.

(b) $\text{Dim}(\mathcal{U}) = 3$.

(c) $\text{Dim}(\mathcal{U}+\mathcal{W}) = 4$.

(d) $\text{Dim}(\mathcal{U}\cap\mathcal{W}) =$

$$= \text{Dim}(\mathcal{U}) + \text{Dim}(\mathcal{W}) - \text{Dim}(\mathcal{U}+\mathcal{W})$$

$$= 3 + 3 - 4$$

$$= 2.$$

(e) Una base para $\mathbb{R}^4 = \mathcal{U}+\mathcal{W}$ es $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ (la base canónica).

(f) Una base para $U \cap W$ es?

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 7 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 7 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -6 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -6 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 7 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & -6 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & -6 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 3/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & -6 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 3/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & -6 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 3/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & -6 & 0 \\ 0 & 1 & -7 & -17 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 3/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & -6 & 0 \\ 0 & 1 & -7 & -17 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 3/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -17 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 3/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -17 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 3/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 17 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 3/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 17 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{9}{2} & \frac{7}{2} \\ 0 & 1 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 17 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{9}{2} & \frac{7}{2} \\ 0 & 1 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 17 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -73 \\ 0 & 1 & 0 & 102 \\ 0 & 0 & 1 & 17 \end{bmatrix}$$

Así, otra base para $\mathcal{W}$ es

$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -73 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 102 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 17 \end{pmatrix} \right\}$, lo cual

implica que $x \in \mathcal{U} \cap \mathcal{W}$, si existen escalares a, b, c, d, e, f tales que

$$x = a\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = d\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -73 \end{pmatrix} + e\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 102 \end{pmatrix} + f\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 17 \end{pmatrix}$$

lo cual implica que:

$$\boxed{\begin{aligned} 2a &= d \\ a &= e \\ b &= f \\ c &= -73d + 102e + 17f \end{aligned}} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} c &= -73(2a) + 102a + 17b \\ c &= -44a + 17b \end{aligned}}$$

$$x = a\begin{pmatrix}2\\1\\0\\0\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix} + c\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix} =$$

$$= a\begin{pmatrix}2\\1\\0\\0\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix} + (-44a+17b)\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}$$

$$= a\begin{pmatrix}2\\1\\0\\-44\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix}0\\0\\1\\17\end{pmatrix}.$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathcal{U}\cap\mathcal{W} = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}2\\1\\0\\-44\end{pmatrix}; \begin{pmatrix}0\\0\\1\\17\end{pmatrix}\right\}, \\ \left\{\begin{pmatrix}2\\1\\0\\-44\end{pmatrix}; \begin{pmatrix}0\\0\\1\\17\end{pmatrix}\right\} \text{ es base para } \mathcal{U}\cap\mathcal{W} \end{array}}$$

Nota (ejercicio anterior).

El siguiente algoritmo determina una base para $\mathcal{U}\cap V$.

paso (1): Tomar una base $\{b_1, \dots, b_m\}$ para $\mathcal{U}$ y resolver el sistema $[\,b_1 \cdots b_m \mid x\,]$ con lo cual obtendremos un conjunto de ecuaciones homogeneas en las variables de x.

paso(2): tomar las ecuaciones del paso (1) y las ecuaciones que determinan a V y se soluciona este sistema. Esto solución brinda una base para $U \cap V$.

(f)* Repetiremos el literal (f) con el algoritmo mostrado anterior/.

paso(1): Obtener un conjunto de ecuaciones del sistema $[b_1\ b_2\ b_3 | X]$.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 3 & 2 & x \\ 2 & 1 & 1 & y \\ 1 & 7 & 3 & z \\ 2 & 2 & 7 & w \end{array}\right] \longrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 4x-5y-z \\ 0 & 1 & 0 & 5x-7y-z \\ 0 & 0 & 1 & -13x+18y+3z \\ 0 & 0 & 0 & 73x-102y-17z+w=0 \end{array}\right]$$

$$73x-102y-17z+w=0 \quad \left(\text{Ecuación obtenida}\right)$$

paso(2): Solucionar el sistema dado por

$$\begin{cases} x-2y=0 \\ 73x-102y-17z+w=0 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 73 & -102 & -17 & 1 & 0 \end{array}\right) \longrightarrow$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{-17}{44} & \frac{1}{44} & 0 \end{array}\right) \longrightarrow$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -\frac{17}{22} & \frac{1}{22} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{17}{44} & \frac{1}{44} & 0 \end{array}\right) \Longleftrightarrow$$

$$\boxed{\begin{aligned} x &= \frac{17}{22}z - \frac{w}{22} \\ y &= \frac{17}{44}z - \frac{w}{44} \\ z &= z \\ w &= w \end{aligned}} \Longleftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = t\begin{pmatrix} 34 \\ 17 \\ 44 \\ 0 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \\ 44 \end{pmatrix}$$

Así, una base para $U \cap V$ es

$$\left\{ \begin{pmatrix} 34 \\ 17 \\ 44 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \\ 44 \end{pmatrix} \right\}.$$

(g) Sea $J = T(u_3) \in W$, entonces:

$$T(r_1 u_1 + r_2 u_2 + r_3 u_3 + r_4 u_4) = r_3 \cdot J$$

$$\left\{ \overset{u_1}{\begin{pmatrix} 34 \\ 17 \\ 44 \\ 0 \end{pmatrix}}, \overset{u_2}{\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \\ 44 \end{pmatrix}}, \overset{u_3}{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 17 \end{pmatrix}}, \overset{u_4}{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}} \right\}$$

$\{u_1, u_2, u_3\}$ es base para $\mathcal{W}$

$\{u_1, u_2\}$ es base para $\mathcal{U} \cap \mathcal{W}$

$u_3 \in \mathcal{W}$

$u_4 \in \mathcal{U}$

$$\begin{cases} T(b_1) = ([b_1]_{\mathcal{B}} \cdot e_3)\, J, \\ T(b_2) = ([b_2]_{\mathcal{B}} \cdot e_3)\, J, \\ T(b_3) = ([b_3]_{\mathcal{B}} \cdot e_3)\, J \end{cases}$$

donde $\mathcal{B} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$.

---

(3)

(a) Empecemos hallando el polinomio característico de A.

$$p(\lambda)=\begin{vmatrix} t-\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & t-\lambda & 0 & 4 \\ 1 & 0 & t-\lambda & 0 \\ 0 & 1 & 0 & t-\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= (t-\lambda)\cdot\left((t-\lambda)^3-4(t-\lambda)\right) =$$

$$= (t-\lambda)^2\left(t^2-2\lambda t+\lambda^2-4\right) =$$

$$= (t-\lambda)^2\left(t-(\lambda-2)\right)\left(t-(\lambda+2)\right).$$

$$= (\lambda-t)^2\left(\lambda-(t+2)\right)\cdot\left(\lambda-(t-2)\right).$$

Así, los valores propios de A, son:

$$\boxed{\lambda=t\ ,\quad \lambda=t+2 \quad y \quad \lambda=t-2}$$

Veamos ahora cuales son los espacios propios para A.

(r) $E_t = \mathrm{Nul}(A-tI)=?$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}= z\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\boxed{E_t = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}\right\}}.$$

(ר) $E_{t+2} = \text{Nul}\left(A-(t+2)I\right) = ?$

$$\begin{pmatrix}-2&0&0&0\\0&-2&0&4\\1&0&-2&0\\0&1&0&-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\\w\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\end{pmatrix} \Longleftrightarrow$$

$$\begin{aligned} x&=0\\ y&=2w\\ z&=0\\ w&=w \end{aligned} \Longleftrightarrow \begin{pmatrix}x\\y\\z\\w\end{pmatrix} = w\begin{pmatrix}0\\2\\0\\1\end{pmatrix}.$$

$$\boxed{E_{t+2} = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}0\\2\\0\\1\end{pmatrix}\right\}}$$

(ר) $E_{t-2} = \text{Nul}\left(A-(t-2)I\right) = ?$

$$\begin{pmatrix}2&0&0&0\\0&2&0&4\\1&0&2&0\\0&1&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\\w\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\end{pmatrix} \Longleftrightarrow$$

$$\begin{aligned} x&=0\\ y&=-2w\\ z&=0\\ w&=w \end{aligned} \iff \begin{pmatrix} x\\ y\\ z\\ w \end{pmatrix} = w\begin{pmatrix} 0\\ -2\\ 0\\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{E_{t-2} = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix} 0\\ -2\\ 0\\ 1 \end{pmatrix}\right\}}$$

(b) T no es diagonalizable, ya que la suma de las dimensiones de los espacios propios es 3 y para que sea diagonalizable, tiene que ser 4.

(c) Necesitamos determinar una base $\{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ en $\mathbb{R}^4$ tal que:

$$\begin{cases} T(b_1) = t\,b_1, \quad T(b_2) = b_1 + t\,b_2 \\ T(b_3) = (t+2)\,b_3, \quad T(b_4) = (t-2)\,b_4 \end{cases}$$

entonces al tomar $\{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ como:

- $b_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightsquigarrow T(b_1) = t\,b_1$

- Tomamos $b_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, ya que:

$$\boxed{T(b_2) = b_1 + t b_2 \Leftrightarrow (A - tI)(b_2) = b_1}$$

$$A - tI = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(A - tI)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4w \\ x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ z \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- $b_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow T(b_3) = (t+2)\,b_3,$

- $b_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow T(b_4) = (t-2)\,b_4$

Se tiene que $[T]_{\mathcal{E}} = B$, donde $\mathcal{E} = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$.